

MPP モデルによる日降水量時系列の解析

A MPP MODEL OF DAILY PRECIPITATION SERIES

江 藤 剛 治*・西 村 克 己**

By Takeharu ETOH and Katsumi NISHIMURA

1. はじめに

水工計画においては、降水の決定論的な特性のみならず、予測不可能な変動、すなわち確率的な変動特性をいかにして計画情報として取り入れるかが一つの重要な課題である。よって降水の時空間軸上での確率的な変動特性を記述すること、解析することは非常に重要な研究課題である。本論文では降水量の時空間的な変動特性のうち、時間軸上での変動特性について検討する。

著者らは降水量の時系列特性に関する既往の研究について次のような疑問を抱いている。

① 既往の研究では、日降水量はほぼ独立な時系列であり、持続性は非常に弱いか、または無視できるとされている。周期性については、数日～数週間の周期をもつ周期成分は検出されていないか、または計算上現われても、その結果の信頼性は高くない。気温・気圧・風速などの連続量の時系列にみられる持続性、周期数日の周期変動成分などが検出されていないのはなぜか。

② 2～3 の研究^{(1)～(4), (20), (21)}を除いて、降水量の時間単位、解析対象とする特性量（たとえば総降水量、ピーク降水量など）ごとに、適当な確率分布形や解析手法などがあてはめられ、その結果種々の降水量の確率モデルが提案されてきた。降水という同一の現象を記述する以上、時間規模や解析対象変量によらず、単一の理論的な枠組の中で現象を統一的に記述することができるようなモデルが理想的なモデルである。

著者らは次のような方針で日降水量時系列に関する研究を続けてきた。

降水量時系列の解析・モデル化における最大の難点の一つはその間欠性である。この点をうまく記述できるような確率モデルを開発する必要がある。降水現象の確率

モデルとして無理のないモデルを用いることにより、現象の統一的な記述が可能になるものと考えられる。またこれまで検出されていなかった降水量時系列の諸特性を明らかにすることができる可能性がある。

もとより単一の理論で降水現象全般を記述することは困難であるから、解析対象としている降水現象あるいはそのモデルの、全体系の中での位置付け、他の時間規模の降水現象・モデルとの理論的整合性などに注意を払いながら、個々のモデルを構成することが重要である。

著者らは一雨降雨（補遺 1 参照）の概形を代表する指標、たとえば降水継続時間、ピーク降水量、総降水量などに関する確率モデルを仲介として、一雨内の短時間降水量時系列のモデルと、複数の一雨降雨からなる降水事象の生起過程のモデルとを結合するのがよいと考えている。以後、一雨降雨を代表する諸指標の確率分布特性、およびそれらの相互関係を一雨降雨特性とよぶことにする。

短時間降水量時系列の解析においては、一雨内での降水の時系列的な変動特性の解析とモデル化を行う。これに基づいて、一雨降雨特性に解釈を与える。

一雨降雨の解析においては、一雨降雨の概形を特徴づける諸指標を変数として、一雨降雨特性の解析・モデル化を行う。

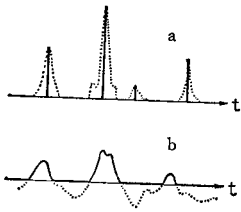
降水事象の生起過程の解析においては、降水事象（一雨降雨）の生起確率、生起時間間隔など、降水量時系列の間欠性に主眼を置いた解析・モデル化を行う。これらの特性と一雨降雨特性との関係についても検討する。またこれに基づいて、より大きい時間単位（旬～月）の降水量時系列の特性に解釈を与える。

短時間降水量時系列と一雨降雨、一雨降雨と降水事象の生起過程の確率モデルは、共通のパラメーターで矛盾なく関連付けられていることが必要である。

本論文では主として降水事象の生起過程を取り扱う。降水量時系列の間欠性を表現するモデルとしては次の

* 正会員 工博 近畿大学教授 理工学部土木工学科

** 工修 摂津市役所



図一 間欠的時系列のモデル
a. MPP, b. TGP

2種のモデルが考えられる。

① Marked Point Process モデル (MPP モデル, 図一(a)^{(4), (5), (8), (9), (18), (19)})

② Truncated Gaussian Process モデル (TGP モデル, 図一(b))^{(2), (23)}

MPP モデルは, Event (降水事象) が時間軸上でランダムに発生し, 各降水事象が Mark (降水量) をもつというモデルである. TGP モデルは, 潜在的に変動する連続な正規過程があり, これがある水準以下では 0 (無降水) とするモデルである. 著者の一人が潜在変動モデルとよんでいるのもこのモデルである⁽²⁾.

最近, MPP モデルおよびそれを発展させたモデルにより, 水量の種々の確率的変動特性を統一的に説明できることが示されるようになってきた^{(3), (7)}. たとえば一雨降雨の総降水量の確率分布と一雨降雨の発生率を与えれば, 任意の時間単位に対する総降水量 (平均降水量) の確率分布関数を導くことができる^{(3)~(6)}. 一雨降雨の総降水量またはピーク降水量と発生率を与えれば, 任意の期間に対する一雨降雨の総降水量の最大値, またはピーク降水量の最大値の確率分布関数を無理なく導くことができる^{(6), (9)}. また総降水量 (Mark) が指数分布に従うとし, 指数的に減衰するフィルターを通すと, 出力 (流量) はガンマ分布に従うことが示される^{(10), (11)}. Waymire and Gupta は, 降水量の確率統計的モデルについて総合的な報告を行っている⁽³⁾. この中でも, MPP モデルを用いた降水量時系列に関する研究の紹介に主眼がおかれている. わが国においても角屋は以前から, 水文統計学におけるこのような取り扱いの重要性を指摘していた⁽²²⁾.

本論文では MPP モデルの枠内で, 日降水量時系列の諸特性, および日降水量時系列と, より短時間・長時間単位の降水量時系列特性との関係などを, 統一的に記述, 解析, 説明することを試みる.

用いた資料は, 70 年間 (1901~1970 年) の大阪管区気象台観測の日降水量資料である.

2. 日降水量の時系列特性

(1) 実測日降水量の時系列特性

降水の生起しやすい気象状況は, 数時間~数十時間継続する. このとき当然日降水量時系列にも何らかの持続性がみられるはずである. しかし日降水量時系列につい

て単純に (積率) 自己相関係数を計算すると, 時差 1 日の場合でもほぼ 0 となる. これは日降水量の確率分布形が, 指数分布よりもさらにひずみの大きい逆 J 字型分布になること, および降水の生起しやすい気象状況下, あるいは降水条件下では新たな乱れ (対流規模の気象じょう乱) が付加され, 時系列相関が小さくなるためであると思われる. よって降水事象か無降水事象かのみに着目して解析することにすれば, 上記の分布のひずみや, 降水条件下での付加的乱れの影響を除いて, 降水の生起しやすい気象状況に対応する比較的大きな変動のみの時系列的特性を抽出して解析することができる.

降水事象・無降水事象のごとく 2 値の変数からなる系列の相関の強さを測る指標としては, ある種の属性相関係数を用いればよい. ここではテトラコリック相関係数を用いる (補遺 2 参照).

大阪の日降水量資料について, テトラコリック相関係数を求めたものを 図-2 に示す⁽³⁾. 相関係数

の時差に関する関数形は, 季節によって 3 タイプに分類できる.

① 夏型 (7, 8 月): 時差 1 日の自己相関係数 (ただしテトラコリック相関係数, 以下同じ) が 0.4~0.5 程度と比較的大きく, 時差が大きくなると 0 に漸近する.

② 冬型 (1, 2 月): 時差 1 日の相関係数は, 0.2 程度で, 時差 2 日以上では 0 となる.

③ 春秋型 (3~5, 9~12 月): 時差 1 日の相関係数は 0.15~0.35 で, 時差 2 日では -0.05~-0.2 と負値をとる.

④ ① と ③ の中間型 (6 月): 時差 1 日では 0.437 と比較的大きい値を取るが, 時差 2 日以上では 0 となる.

上記の月の分け方は, 通常の季節割りとは若干異なったものとなっている. また 6 月については, 夏型のごとく, 時差 2 日の相関係数を正にする要因と, 春秋型のごとく, 負にする要因とが相殺しあって, 時差 2 日の相関

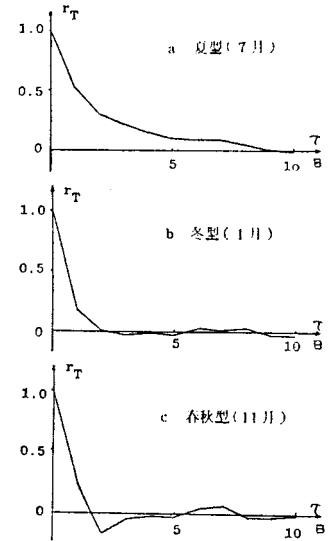


図-2 日降水量の D-W 系列の自己相関係数の例 (大阪, テトラコリック相関係数)

係数が0になっているものと推察される。この意味で、夏型と春秋型の間中型とみなすことができる。

以上の結果のうち、夏型で日降水量時系列にある程度の持続性がみられること、春秋型で時差2日の相関係数が負になる点が注目値する。この負の相関係数については、その算出のもとになった2次元分割表を用いて、 χ^2 検定により無関連とみなし得るかどうかの検定を行った。その結果春秋型に属するほとんどの月において、有意水準 $\alpha=1\%$ で無関連とはみなし得ないという結果を得た。このような負値が生ずる原因としては、次のようなものが考えられる。春秋型について、

① 日降水量時系列に周期数日程度の周期成分が含まれている。

② 降水事象は一度生起すると、数日間は生起しにくいという性質がある。

上記の2つの考え方は相互に関連している。たとえば後者は、前者の周期変動を引き起こす要因となる。

(2) 理論

a) モデルの概要

点の発生率 $\lambda(t)$ が時間に関して一定値 λ を取るとき、点は時間軸上に一様にランダムに分布する。このとき点の生起過程は Homogeneous Poisson Process となる。点と点の間隔は指数分布に従う。このモデルでは降水事象の生起の周期性、群発性などを表現できない。よってより高度の Point Process の理論を降水量時系列に適用することが試みられている³⁾。たとえば図-3に示すような、Neyman-Scott (N-S) の Cluster Process

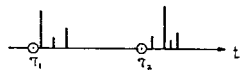


図-3 クラスタ・プロセス (τ_1, τ_2, \dots がランダムに生起。これが引き金となって一群の雨が生起)

モデルなどが注目を集めている。このモデルでは、 τ_1, τ_2, \dots で一群の降水事象が発生するものとし、さらに τ_1, τ_2, \dots のおのおのに引き続いて発生する降水事象の数、その生起時点をランダムに発生させる。

著者らはまず、実際の降水現象生起の物理的な過程に注目し、これをできるだけ忠実に数学的なモデルで表現することを試みた。モデルの概要を説明する。

① 降水事象の生起過程 (Point Process, 図-4(a)) : 蓄積されたエネ

ルギーの放出が、瞬間的に生ずる過程。エネルギーの放出時刻は発生率 $\lambda(t)$ の Nonhomogeneous Poisson Process に従うものとする。

② 緩和過程 (Relaxation Process, 図-4 (b), (c)) : エネルギーが緩和されながら徐々に放出される過程。降水や地震などの現象では緩和現象に伴って新たな強い乱れが付加される。緩和過程の継続時間を $2t_r$ とする。 $2t_r$ は指数分布に従うものとする。

具体的に説明する。降水事象の生起のしやすさ $\lambda(t)$ は、季節により、また低気圧や気圧の谷の通過に伴って時間 t とともに周期的に変化するものとする。降水事象が生起したという条件付での降水継続時間が $2t_r$ である。降水継続時間は通常指数分布に従う。著者らは上記①, ② で表わされるモデルを Relaxed Poisson Process と名付けた。

生起特性および緩和過程の基本的特性 (継続時間等) は中規模気象じょう乱に支配される。一方、緩和過程に伴い、降水量時系列における10分~1時間単位の付加的乱れの特性は、対流規模の気象じょう乱に支配される。本論文は前者を解析することを目的としている。よって後者の乱れを取り除くために、さらに次のモデル化を行う。

③ 0-1 過程への変換 (Binary Relaxed Poisson Process, 図-4 (d)) : D-W 過程 (降水-無降水過程) に変換する。すなわち緩和過程継続時 (降水時) には $x=1$, それ以外は $x=0$ とする。

これにより、付加乱れ特性、および Mark の確率分布特性の影響がともに除去される。降水継続時間と総降水量 (Mark) との間に相関関係等があっても、解析には何の不都合も生じないことを注意しておく。著者らは、最終的に③の変換を受けた過程を、Binary Relaxed Poisson Process (BRP 過程) と名付けた。

b) 自己相関係数と本論文で用いた母数推定法

著者らは BRP 過程の (積率) 自己相関係数の式を導いた¹⁴⁾。本論文では次の仮定のもとに導かれる自己相関係数の式を用いる。

① 降水事象の発生率 $\lambda(t)$ は、周期 T_1 の余弦関数で表わされる。

② 降水継続時間は時刻に関係なく、同一の指数分布に従う。

③ 降水を時間単位 dt で観測し、その間に少しでも降水があれば $x(t)=1$ とする。

この場合、時差 m 期間の自己相関係数は次式で表わされる。

$$\bar{r}(m) = \{\bar{P}_{DD}(m) - \bar{P}_D^2\} / \{(1 - \bar{P}_D)\bar{P}_D\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

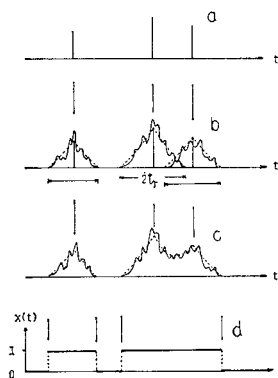


図-4 MPP モデル (a), BRP 過程モデル (d)

$$\bar{P}_D = e^C I_0(G) \dots\dots\dots(2)$$

$$\bar{P}_{DD}(m) = e^{A I_0(B)} \dots\dots\dots(3)$$

記号の説明は 補遺 3 に示す。

本論文では次のような手法で母数推定を行った。

式 (1) 中で時差 m が入っているのは、 $\bar{P}_{DD}(m)$ の項のみである。これは m 期間離れた 2 期間がともに無降水となる確率の平均値を表わす。実測値からもこの $\bar{P}_{DD}(m)$ を計算することは容易である。これを $f_2(m)$ と書く。 $\bar{P}_{DD}(m)$ が $f_2(m)$ に最もよく適合するように $\bar{P}_{DD}(m)$ 中の母数を定める。

月ごとに母数を求める。この場合、時差 1 日であれば、1 年当たり 27~30 個の資料の組があるが、時差が約 30 日となると、資料の組が極端に少なくなり、安定性のある母数推定を行うことができない。これを考慮して、 $\bar{P}_{DD}(m)$ と $f_2(m)$ の差に、時差が大きいかほど小さくなるような重み関数 $e^{-m/\alpha}$ を乗じて、その 2 乗和を最小とする。 $\alpha=10$ 日とした。この場合、おおむね 20 日以上の時差に対する、 $\bar{P}_{DD}(m)$ と $f_2(m)$ の差は母数推定に反映されない。

$\bar{P}_{DD}(m)$ は次のような関数で表わされる。

$$\bar{P}_{DD}(m) = f_1(b_0, b_1, T_1, \beta_r, m) \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $2/\beta_r = 2\mu_r$ は平均降水継続時間である。また T_1, b_0, b_1 は降水事象発生率 $\lambda(t)$ が次式のように余弦関数で表わされると仮定したときの、周期、平均値、振幅を表わす定数である。ただし $b_1/b_0 \leq 1$ 。

$$\lambda(t) = b_0 + b_1 \cos(2\pi \cdot t/T_1) \dots\dots\dots(5)$$

すなわち $\bar{P}_{DD}(m)$ は 4 個の未知母数をもつ。次式の F を Powell の共役方向法で最小化する。

$$F(b_0, b_1, T_1, \beta_r) = \sum_{m=1}^{m_{max}} [f(b_0, b_1, T_1, \beta_r, m) e^{-m/\alpha}]^2 \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $f = f_1 - f_2$ 、 $\alpha = 10$ 日。

(3) 実測値への適用

大阪の日降水量資料に適用した結果を表一1、図一5、図一6 に示す。2, 7, 8 月については、式 (6) は収束しなかった。この 3 か月はともに実測自己相関係数に周期性がみられない月なので、式 (5) で $b_1=0$ (当然、同時に T_1 の項も消える) とし、 b_0, β_r のみを変数として式 (6) の最小化を行ったところ、解が得られた。よってこの値を表中に示している。

表一1 について検討する。12 月の平均降水継続時間は直感的に予想される値に対してやや小さすぎるが、全体的にはかなり安定性のある母数推定を行うことができた。これにより次のようなことがわかる (以下 12 月のデータを除く)。

① 降水事象発生率の周期 T_1 は 4~7 日である。周

表一1 BRP 過程モデルのパラメーター (大阪)

T_1 (日); b_0, b_1, β_r (1/日); $2\mu_r$ (時間); b_1/b_0 (%)
資料: 1901~1970 年の日降水量資料 (以下の図表についても同じ)

月	T_1	b_0	b_1	β_r	$2\mu_r$	b_1/b_0
1	6.982	0.594	0.116	11.354	4.228	19.5
2	—	0.685	—	9.119	5.264	—
3	4.522	0.704	0.253	8.190	5.861	35.9
4	5.519	0.614	0.267	7.818	6.140	43.5
5	4.730	0.481	0.224	5.075	9.458	46.6
6	5.215	0.568	0.251	3.816	12.579	44.2
7	—	0.409	—	2.546	18.853	—
8	—	0.402	—	4.421	10.857	—
9	3.610	0.624	0.326	4.654	10.292	52.2
10	4.164	0.451	0.255	4.974	9.650	56.5
11	4.391	0.460	0.228	7.572	6.339	49.6
12	6.235	0.541	0.224	24.296	1.976	41.4

期性の強い春秋型については 3.6~5.5 日で、平均 4.5 日である。

② 降水継続時間

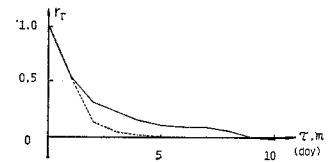
(正しくは降水の生じやすい気象状況の継続時間) の平均値は、夏期で 10~20 時間、その他の季節では 4~10 時間である。

③ 降水事象発生率

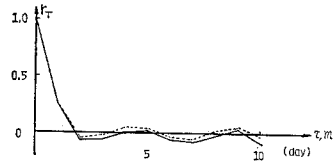
の平均値 (b_0) は 0.4~0.7 である。よって小雨も含めて、年を通じて、平均的には 1 日半~2 日半に 1 回の降水がある。

④ 春秋型では、降水事象発生率の平均値に対する変動幅の比は、36~57% である。

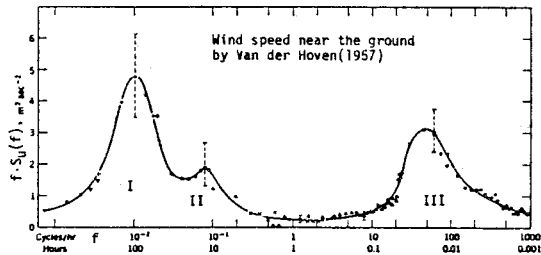
図一7 に Van der Hoven による風速のスペクトルの観測例を示す¹⁷⁾。風速は連続的な変動なので通常のスペクトル解析手法を適用しても大きな問題はない。周期 4.2 日 (100 時間) に明瞭なスペクトル・ピークがみられる。文献 17) には、気温、気圧についてもスペクトル



図一5 自己相関係数の理論値(点線)と実測値(実線)(大阪, 7月, 日単位の D-W 系列のテトラコリック相関係数)



図一6 自己相関係数の理論値(点線)と実測値(実線)(大阪, 11月)



図一7 地表風速のスペクトルの例¹⁸⁾

ルの例を示している。いずれも約4日のところに、明瞭なスペクトル・ピークがみられる。ただしスペクトル(周期)は、4日のまわりにある程度広い幅をもつ。本研究で検出された平均周期4.5日の周期変動成分が、風速、気圧、気温における平均周期4日の変動成分と同一の変動成分である可能性は高い。

b_1/b_0 が最大(56.5%)となる10月を例にして表-1の示す時系列特性を具体的に説明する。降水が最も生じやすい状態、しにくい状態の降水事象発生率は、それぞれ0.706(=0.451×1.565), 0.196(=0.451×0.435)である。すなわち降りやすい周期に入ったときは、1日半に1回程度、降りにくい周期に入ったときは、5日に1回程度の降水があり、これが周期4.4日程度で繰り返すことになる。この結果はわれわれの実感ともよく一致している。

著者らの知るかぎり、これまで降水量時系列について、ある程度の信頼度をもって、また他の気象要素に関する観測事実とも符合するような周期性が検出された例はない。上記の結果はモデルの妥当性を裏付けているものと考えられる。

図について検討する。 $\bar{F}_D, \bar{F}_{DD}(m)$ が求めれば、式(1)を用いて積率相関係数も計算できるし、2値の分割表を求めて関連指標を計算することもできる(補遺4)。これにより、式(1)~(3)を用いて計算した理論値と、実測資料より得られる相関係数を比較することができる。図-5、図-6では相関性を拡大して見るためにテトラコリック相関係数で表示している。図-5より、7月については理論値は実測値よりもかなり小さな値となった。その原因は不明である。11月については、周期性にいたるまで、理論値は実測値をよく再現している。

他の月については、11月より、やや適合度が悪かったが、理論値は実測値の自己相関係数形とおおむね適合する。

3. 降水量の確率分布

① 降水事象は瞬間的に生じし、Nonhomogeneous Poisson Process に従うものとする。

② 一雨降雨の総降水量が形状母数 α 、尺度母数 β のガンマ分布に従うものとする。

このとき $(t, t+\Delta t)$ の期間の総降水量 x の確率分布(ただし降水条件付)は次式に従う^{3)~5)}。

$$f(x) = \frac{1}{e^{\lambda\Delta t} - 1} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\lambda^{\nu}}{\nu!} \cdot \frac{\beta^{\alpha\nu}}{\Gamma(\alpha\nu)} x^{\alpha\nu-1} e^{-\beta x} \quad (x > 0) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、

$$A = \int_t^{t+\Delta t} \lambda(s) ds \quad \dots\dots\dots(8)$$

A は Δt 内の降水事象の平均生起回数。定常(Homogeneous Poisson Process)では $A = \lambda\Delta t$ 。式(7)は、1年を適当に分割すれば、各期間内では α, β はほぼ一定であることを前提としている。以後式(7)の確率密度関数で表わされる分布を複合分布とよぶ。

著者らは複合分布の最尤解法を示した。これを大阪の日降水量資料に適用し、次のような検討を行った⁹⁾。期間分割は、仮に、月単位とした。

① 複合分布、ガンマ分布、超ガンマ分布の適合度の比較検討を行った。

② 期間長 Δt と、複合分布中の母数の関係を検討した。

次のような成果が得られた。

① 日降水量について、適合度のよい方から、超ガンマ分布、複合分布、ガンマ分布の順である。

② 1mm/日以下の非常に小さい降水の発生確率が大きい冬期では、超ガンマ分布の最尤解は収束しない。これらの月については、他の分布の適合度もやや悪い。

③ 日降水量に複合分布を適用すると、一雨降雨の1日当たりの平均生起回数 A は非常に大きい値となる(表-2の例では3.386回/日)。

表-2 日降水量の確率分布関数の母数の例(大阪、3月)

分布	母数	α	β	A
ガンマ分布		0.312	0.057	—
複合分布		0.113	0.072	3.386
超ガンマ分布		0.291	0.011	1.420

上記③の結果は、日降水量に対する常識的な値からはかけ離れた大きな値である。著者らはその原因を次のように考えている(図-8参照)。

式(7)を導くにあたって、降水はある時点に集中して降ると仮定している。すなわち、Relaxed Poisson Process で導入した降水継続時間は無視している。実際には図-8(a)に示すように、一雨降雨が2日以上にまたがる場合が多い。この場合降水事象生起回数は実際には1回であるのに2回とみなされることになる。図-8(b)に示すように Δt を十分大きくとると、 Δt の中で終了する降水の総降水量(斜線部)が大きくなり、両端で2日以上にわたって降る降水の降水量が、 Δt 内の総降水量に与える影響は小さくなる。

以上より、十分大きな Δt に対して α, β, λ の3母数を求めれば、これらは常識的に予想される値に収

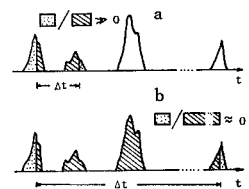


図-8 MPPモデルで、総(平均)降水量の確率分布関数を表わす場合の両端の一雨降雨の影響

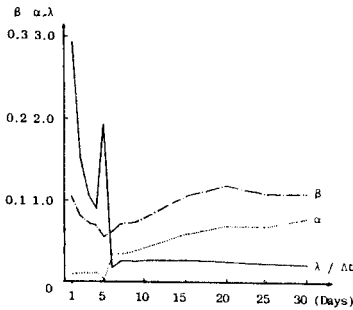


図-9 時間単位 Δt と式 (7) の母数の関係 (大阪, 1月)

表-3 Δt が大きいとき (15日~30日) の式 (7) の母数 (大阪)

月	α	β	$\lambda(1/\text{日})$
1	0.685	0.119	0.248
4	1.033	0.124	0.617
11	0.460	0.084	0.428

東する可能性がある。これを検証した例を図-9, 表-3 に示す。ただし, 2~3 の月については, 大きな Δt の値に対して, うまく解が収束しない場合, 異なる2組の値に収束する場合などがあつた。これは次のような理由によるものと考えられる。資料の観測期間は一定である。これを Δt ごとに区切ると, 資料数は Δt に逆比例する。したがって大きな Δt に対しては, 資料数が少なくなり, 安定した母数推定が困難になる。図-9, 表-3 より次のことがわかる。

- ① λ は $\Delta t=5$ 日で急減し, ほぼ一定値となる。 α, β についても約 15 日以上ではほぼ一定値となる。
- ② 収束した後の α の値は 0.2~1.03 である。
- ③ 収束した後の λ の値は 0.25~0.6 である。 λ は表-1 では b_0 に対応する。両者の値はおおむね一致している。

著者の一人は文献 15) で一雨降雨の理論的確率モデルを提示した。その中で理論的に予想された一雨降雨の総降水量 z の形状指数 (α に対応) は, 0.2~0.5 となった。これは上記 ② の値とおおむね一致している。

次の点に注意すべきである。Binary Relaxed Poisson Process モデルでは降水量 (Mark) の確率分布の項をまったく消し去って, D-W 過程の時系列特性のみから母数推定を行った。複合分布の式 (7) では, 降水条件付での降水量の時系列特性 (降水継続時間等) をまったく無視して, 総降水量の確率分布特性のみから母数推定を行った。両者に共通の母数の一致 (上記 ③) は, 日降水量時系列に対する Relaxed Poisson Process モデルの適用の妥当性を裏付けているといえよう。

十分大きな Δt に対して, 収束した後の α, β, λ の値を用いれば, 1日~1か月程度の, 任意の時間単位 Δt に対して総降水量 (Δt で割れば平均降水量) の確率分布を単一の式で表現し得たことになる。このとき任意の

時間単位 Δt に対して, 3母数とも一定値を取るようになる。実際には, $\Delta t=1\sim 15$ 日に対して母数を求めると, Δt に対して値が変化するのは, 主として, 一雨が2日以上にまたがって継続するためである (図-8, 9)。このような一雨降雨の総降水量の, 一雨中での配分問題を解決するには, 短時間降水量の確率的変動特性に関する知識を導入する必要がある。

4. 結 語

著者らの提案した日降水量の時系列モデルを用いて大阪の実測日降水量資料を解析した。このモデルは, 数時間~数日単位の降水量時系列のごとく, 間欠的かつ持続性・周期性を有する時系列の解析・記述を目的として開発されたモデルである。

次のような研究成果を得た。著者らが Nonhomogeneous Poisson Process を拡張して作った Binary Relaxed Poisson Process モデル (BRP 過程モデル) により, 日単位の降水-無降水系列の時系列特性を調べた。

① 春秋期の日降水量時系列には周期 4~7 日 (平均 4.5 日) の周期性があることを検出した。これは, 気温・気圧・風速等連続量のスペクトルにみられる平均周期約 4 日の気象変動成分と同一の周期変動成分である可能性が高い。

② 夏期の日降水量時系列には比較的強い持続性があることを示した。BRP 過程における日降水量の持続性とは, 一雨降雨が2日以上にまたがって降ることにより生ずる。7月の降水量時系列においては, これでは説明できない, より強い持続性があるようである。

③ 降水継続時間 (正しくは降水の生じやすい気象状況の継続時間) は, 夏期で平均 10~20 時間, その他の季節では 4~10 時間である。

④ 一雨降雨の発生率は平均 0.4~0.7 回/日である。一方確率分布特性については, 日~月の任意の時間単位に対する総降水量 (平均降水量) を単一の確率分布 (関数形だけでなく母数も一定値) で表現することが可能かどうかを検討した。次の結果が得られた。

⑤ 一雨降雨が2日以上にわたって降る場合があるという点を考慮すれば, 日~月単位の任意の時間単位に対する総降水量を, MPP モデルより導かれる同一の確率分布関数で表示することができる。

⑥ 一雨降雨の総降水量の形状母数は 0.2~1.0, 一雨降雨の平均発生率は 0.25~0.6 回/日となった。形状母数については, 著者の一人が文献 15) で一雨降雨の確率モデルで予想した値の範囲 (0.2~0.5) とおおむね一致する。一雨降雨の平均発生率については, BRP 過程モデルにより推定された値とおおむね一致した。

⑦ 降水量の分布は、一雨降雨の時系列特性を無視して、確率分布特性のみから、また BRP 過程モデルでは確率分布特性を無視して D-W 過程の時系列特性のみから母数推定を行った。両者に共通の母数である一雨降雨の平均発生率が一致したということは、Relaxed Poisson Process モデルが数時間～数日単位の降水量時系列のモデルとして妥当なものであることを裏付ける、一つの根拠になるものと考えられる。

著者らの提案した BRP 過程モデルが日降水量の時系列モデルとして適当なものであるかどうかについては、なお今後の検討を必要とする。しかし少なくとも、日降水量のように独立でも正規変動でもない変動の解析においては、安易に独立性や、正規変動仮定を基礎とする理論を適用するのではなく、少し遠まわりでも、まず現象を忠実に表現するような確率モデルを構築してから現象解析を行うことが必要であること、また MPP モデルがそのようなモデルとしてかなり有望であることが示された。

水文学の偶然変動の主たる要因は降水量の偶然変動である。よって降水量を入力とする各種水文学の確率統計的特性も、MPP モデルのような、降水量時系列の間欠性を表記し得るモデルを基礎として記述する方向で検討を進める必要がある。

補遺 1

1 回の降水（降雨・降雪の両方を含む）に対する適当な用語がない。本論文ではこれを「一雨降雨」とよぶことにする。

「1 回の降水」を、概念的ではあるが、次のように定義する—1 個の中規模気象じょう乱によりもたらされる一連の降水。よって途中で短い降水の中断があっても 1 回の降水とみなされる。

参考文献 24) によれば、「中規模」は次のように定義される—大規模と対流規模（小規模）の中間という意味で—(中略)—大体メソ高・低気圧、前線、不安定線などの現象の空間的大きさや寿命を指す。水平方向の波長は数十 km～数百 km、垂直方向の厚さは 10 km、寿命は十数時間—(後略)—。

補遺 2

2次元の分割表からテトラコリック相関係数の近似値を求めるための式^{2), 12)}、正確な値を計算するためのプログラム¹³⁾などが用意されている。

テトラコリック相関係数は、潜在的な 2変数正規変動を仮定しているという点で問題があるといわれてい

る¹³⁾。他の指標（たとえばユールの相関係数）を用いると、図-2 の各図の相関係数（あるいは関連指標）の絶対値は多少変化する。しかし概形は変わらない。

補遺 3¹⁴⁾

$$\bar{r}(m) = \frac{\bar{P}_{DD}(m) - \bar{P}_D^2}{(1 - \bar{P}_D) \bar{P}_D}$$

ここに、

$$\bar{P}_{DD}(m) = e^A I_0(B)$$

$$\bar{P}_D = e^C I_0(G)$$

$$I_0(K) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{K \cos s} ds$$

1) 時差 m が偶数のとき

$$A = -2b_0 \left[\Delta t + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} e^{-\beta_r(m/2-1)\Delta t} + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \left\{ \sum_{k=1}^{m/2-1} e^{-\beta_r(-k+m/2-1)\Delta t} + \sum_{k=m/2+1}^{\infty} e^{-\beta_r(k-m/2-1)\Delta t} \right\} \right]$$

$$B = 2b_1 \left[\Delta t \cos\left(\omega_1 \frac{m}{2} \Delta t\right) + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} e^{-\beta_r(m/2-1)\Delta t} + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \left\{ \sum_{k=1}^{m/2-1} e^{-\beta_r(-k+m/2-1)\Delta t} \cos(\omega_1 k \Delta t) + \sum_{k=m/2+1}^{\infty} e^{-\beta_r(k-m/2-1)\Delta t} \cos(\omega_1 k \Delta t) \right\} \right]$$

2) m が奇数のとき

$$A = -2b_0 \left[\Delta t + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \left\{ \sum_{k=1}^{(m-1)/2} e^{-\beta_r(-k+(m-1)/2)\Delta t} + \sum_{k=(m+3)/2}^{\infty} e^{-\beta_r(k-(m+3)/2)\Delta t} \right\} \right]$$

$$B = 2b_1 \left[\Delta t \cos\left(\omega_1 \frac{m}{2} \Delta t\right) + \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \left\{ \sum_{k=1}^{(m-1)/2} e^{-\beta_r(-k+(m-1)/2)\Delta t} \cdot \cos\left(\omega_1 \left(k - \frac{1}{2}\right) \Delta t\right) + \sum_{k=(m+3)/2}^{\infty} e^{-\beta_r(k-(m+3)/2)\Delta t} \cos\left(\omega_1 \left(k - \frac{1}{2}\right) \Delta t\right) \right\} \right]$$

$$C = -b_0 \left\{ \Delta t + 2 \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\beta_r(j-1)\Delta t} \right\}$$

$$G = b_1 \left\{ \Delta t + 2 \frac{1 - e^{-\beta_r \Delta t}}{\beta_r} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\beta_r(j-1)\Delta t} \cos(\omega_1 j \Delta t) \right\}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

補遺 4

$\bar{P}_{DW} = \bar{P}_{WD}$ とすれば、次式より \bar{P}_{DW} , \bar{P}_{WW} が求まる。

$$\bar{P}_D = \bar{P}_{DD} + \bar{P}_{DW}$$

$$1 = \bar{P}_{DD} + \bar{P}_{DW} + \bar{P}_{WD} + \bar{P}_{WW}$$

\bar{P}_{DD} , \bar{P}_{DW} , \bar{P}_{WD} , \bar{P}_{WW} が求まれば, 2×2 の分割表に対する関連指標を計算することができる。

ここに, \bar{P}_D は無降水確率の平均値, $\bar{P}_{DD}(m)$ は, 時差 m だけ離れた 1 組の日がともに無降水である確率の平均値. 他も同様.

参考文献

- 1) Snyder, D.L. : Random point processes, Wiley-Interscience, New York, 1975.
- 2) 室田 明・江藤剛治：潜在変動モデルによる日降水量時系列の解析とそのシミュレーション, 土木学会論文報告集, 第 270 号, 1978 年 2 月.
- 3) Waymire, E. and V.K. Gupta : The mathematical structure of rainfall representations, 1, 2, 3, WRR, Vol. 17, No. 5, Oct., 1981.
- 4) Eagleson, P. : Climate, soil, and vegetation, 2, The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences, WRR, Vol. 14, No. 5, 1978.
- 5) 西村克己・江藤剛治：Marked Point Process モデルによる降水量時系列の解析, 第 25 回水理講演会論文集, 1981 年 2 月.
- 6) 前記 3) には Le Cam (1961), Shane (1964), Todorovic and Yevjevich (1969), Duckstein et al. (1972), および 4) が挙げられている.
- 7) 江藤剛治：降雨量観測における規模の評価, 水理観測における規模の評価に関する研究報告書, 土木学会水理委員会, 1981 年 3 月.
- 8) Zelenhasic, E. : Theoretical probability distributions for flood peaks, Colorado State Univ. Hydrology Papers, No. 42, 1970.
- 9) North, M. : Time-Dependent Stochastic Model of Flood, J. Hy. Div., Proc. ASCE, Hy 5, pp. 649~665,

May, 1980.

- 10) Weiss, G. : Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data, WRR, Vol. 13, No. 1, Feb., 1977.
- 11) 神田 徹：ショット・ノイズ過程の基礎特性と流量時系列への適用性, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 435~442, 1983 年 2 月.
- 12) 安田三郎：社会統計学, 丸善.
- 13) IBM : SSP マニュアル
- 14) Etoh, T. and Y. Hayashi : On the autocorrelation function of a BRP process, Proc., JSCE, 投稿中.
- 15) 江藤剛治・室田 明：一雨降雨の 1 確率モデル, 土木学会論文報告集投稿中.
- 16) 中川博次：乱流現象のスケール評価, 水理観測における規模の評価に関する研究, 土木学会水理委員会, 1981 年 3 月.
- 17) Monin, A.S. and A.M. Yaglom : Statistical Fluid Mechanics, Vol. 2, MIT Press, 1975, 16) より引用.
- 18) 端野道夫・室田 明：豪雨による山腹土砂生産に関する推計学的研究, 土木学会論文報告集, 第 188 号, 1971 年.
- 19) 石原藤次郎・池淵周一：日降水量の空間的・時間的確率構造とそのシミュレーションに関する研究, 土木学会論文報告集, 第 197 号, 1972 年.
- 20) 室田 明・江藤剛治・田中 剛：水文量の和に関する統計的研究, 土木学会論文報告集, 第 223 号, 1974 年.
- 21) 長尾正志：確率雨量配分率曲線の理論的推定, 土木学会論文報告集, 第 243 号, 1975 年.
- 22) 角屋 陸：河川流量時系列の一例, 水工水理学 (石原藤次郎編), pp. 459~460, 1972 年.
- 23) 角屋 陸・丈達俊夫・福島 晟：日雨量系列の模擬発生と内水排除計画への適用, 昭和 44 年度土木学会年次講演会講演集, 1969 年.
- 24) 和達清夫監修：新版気象の事典, 5 版, p. 350, 1980 年.

(1983.8.30・受付)