

偏平多室箱桁のシアラグ解析と有効幅の一算定法

AN ANALYSIS OF SHEAR LAG AND CALCULATION OF EFFECTIVE WIDTH OF FLAT BOX GIRDER WITH MULTICELLS

中井 博*・田井戸米好**・林 秀 侷***

By Hiroshi NAKAI, Yoneyoshi TAIDO and Hidenao HAYASHI

1. ま え が き

近年、斜張橋の主桁などに偏平多室箱桁が多く用いられるようになってきたが、その静力学的特性についてはまだ十分究明されておらず、不明確な点が多々ある。本文は、偏平多室箱桁の曲げ応力特性について、以下の諸点に焦点を絞って研究を行ったものである。

まず、橋軸方向の曲げによるシアラグ解析を行った^{1)~3), 11)~15)}。この種の箱桁のシアラグ現象についての研究は、古くから多くの研究者によって行われており、Reissner¹⁾の研究によれば、フランジ内の垂直応力の分布は2次放物線に近似できることが明らかにされた。わが国においても近藤、小松²⁾らによって、この仮定の妥当性が実験的、理論的研究を通じ確認されている。しかしながら、Dowling 等の最近の研究³⁾によれば、上述の仮定は偏平箱桁に対しては必ずしも妥当ではなく、4次放物線的な垂直応力分布を呈すると考えた方が合理的であることが提起された。そこで、本研究においては、まず偏平箱桁のフランジの垂直応力分布を4次放物線と仮定して、近藤、小松らの理論²⁾に従ってシアラグ解析を行い、偏平1室箱桁の有効幅の算定式を導いた。ついで、この解析結果を偏平多室箱桁に拡張し、模型実験から明らかにされた桁全体としてのシアラグを加味することによって、上述の有効幅に修正を加え、偏平多室箱桁全体としての有効幅を算定する方法を提案した。

次に、橋軸直角方向のシアラグを考慮した曲げ応力分布について考察した。この種の曲げ応力の解析は、スパンの長い箱桁のシアラグ解析と相違し、桁間隔が広いうえ、スパンが短く、荷重状態や境界条件なども異なったりのシアラグ現象を解析することに帰着される。こ

れに関連した研究としては、Timoshenko⁴⁾、Chwalla 等^{5)~8)}、あるいは、Girkmann^{9), 10)}らの研究が著名であるが、箱桁を対象とした研究はきわめて少なく、世界各国においても、目下、設計基準が整備されつつあるというのが実状である^{14), 15)}。そこで、本研究においては、弾性学の基本式に立ち戻って理論的考察を試みるとともに、斜張橋の主桁として採用される4室偏平箱桁を対象とした模型について各種の実験を行った。そして解析結果と比較することによって、合理的なフランジ有効幅の取り方を提案した。

2. 橋軸方向の曲げ応力

(1) 曲げモーメント

図-1(a)に示すような基本断面を有する偏平多室箱桁全体に作用する曲げモーメントを $M(x)$ とする。

すると、この曲げモーメントは、偏平箱桁を 図-1(b)に示すように並列 I 桁に置換したとき、各 I 桁 ($i=$

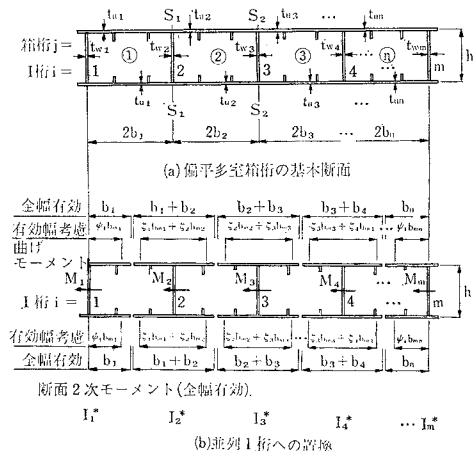


図-1 偏平多室箱桁の並列 I 桁への置換

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 阪神高速道路公団大阪第3建設部長
*** 正会員 阪神高速道路公団大阪第3建設部

1, 2, ..., m) に配分することができる。いま、偏心荷重を伴わない曲げの状態では、各 I 桁が下方に同じ量だけたわむと考え、このたわみを求める際の有効幅としてはフランジが全幅有効であるものと仮定する³⁾。そして、各 I 桁の断面 2 次モーメントを $I_1^*, I_2^*, \dots, I_m^*$ 、さらに各 I 桁に作用する曲げモーメントを $M_1(x), M_2(x), \dots, M_m(x)$ とすれば、桁全体の曲げモーメント $M(x)$ とのつり合い式は、

$$M_1(x) + M_2(x) + \dots + M_m(x) = M(x) \dots (1)$$

になる。一方、各主桁のたわみが等しいとき、曲率も等しいはずであるので、次式が成り立つ。

$$\frac{M_1(x)}{EI_1^*} = \frac{M_2(x)}{EI_2^*} = \dots = \frac{M_m(x)}{EI_m^*} = \frac{M(x)}{EI^*} \dots (2)$$

ここに、桁全体の断面 2 次モーメント I^* は、次式で与えられる。

$$I^* = I_1^* + I_2^* + I_3^* + \dots + I_m^* = \sum_{i=1}^m I_i^* \dots (3)$$

したがって、各 I 桁に作用する曲げモーメント $M_i(x)$ は、以下のように、桁全体の曲げモーメント $M(x)$ を各 I 桁の剛比 I_i^*/I^* に応じて配分したものになる。

$$M_i(x) = (I_i^*/I^*) \cdot M(x), (i=1, 2, \dots, m) \dots (4)$$

(2) 偏平 1 室箱桁のシアラゲ解析

図-2 に示す偏平 1 室箱桁フランジの垂直応力分布を 4 次放物線と仮定し、この箱桁に作用する曲げモーメントを $M(x)$ 、シアラゲによるフランジの橋軸方向変位を $f(x)$ 、桁のたわみ角を $\varphi(x)$ と表わせば、図中に示す記号を用いて $f(x)$ および $\varphi(x)$ に関する基礎方程式は、文献 2) の手法により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} I \frac{d\varphi(x)}{dx} - \frac{16}{5} A_u \cdot h_u \frac{df(x)}{dx} &= \frac{M(x)}{E} \\ A_u \cdot h_u \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} - \frac{8}{9} A_u \frac{d^2f(x)}{dx^2} \\ + \frac{20}{7} \cdot \frac{G \cdot t_w}{Eb} f(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

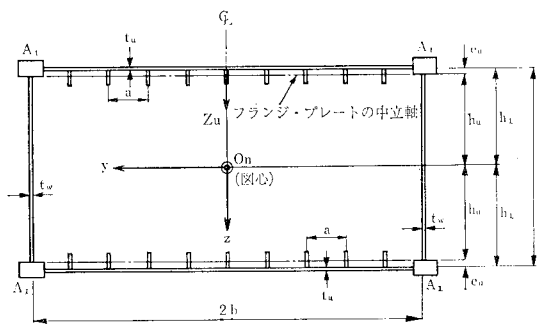
式 (5) を解けば、 $f(x), \varphi(x) (= dw/dx)$ が求められる。また、たわみ $w(x)$ は、次式のようになる。

$$w(x) = -\int_0^x \left(\int \frac{M(x)}{EI} dx \right) dx - \frac{r}{h_u} \int_0^x f(x) dx + C_1 x + C_2 \dots (6)$$

ここに、 $r = (16/5) \cdot (A_u h_u^2 / I)$

すると、桁各部の曲げ応力は、フランジに対しては式 (7)、ウェブに対しては式 (8) で与えられる。

$$\sigma_x = \mp \frac{1}{W_u} \left[\frac{h_1 - z_u}{h_u} M(x) - \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^4 - \frac{h_1 - z_u}{h_u} r \right\} m(x) \right] \dots (7)$$



E : ヤング係数 G : セン断弾性係数 $\left(= \frac{E}{2(1+\mu)} \right)$
 μ : ポアソン比 A_1 : プラケット部分の断面積
 A_u : フランジ・プレートの断面積の半分で、 A_R と a はそれぞれ縦リブ 1 個の断面積、および間隔
 $= b \left(\frac{t_w}{1-\mu^2} + \frac{A_R}{a} \right) = b \bar{t}_w$
 I : 断面 2 次モーメント $= 4 \left\{ A_u h_u^2 + \frac{b}{a} I_R + \frac{1}{6} A_w h_2^2 + A_1 h_1^2 \right\}$

A_w : 片面腹板の断面積 $= t_w h / (1-\mu^2)$
 $h_u = h_1 - S_R / (a \bar{t}_w) = h_1 - e_u$ $h_2 = h / 2$
 S_R, I_R : それぞれ縦リブ 1 個のフランジ・プレート中央面 $y_u \sim y_u$ 軸に関する断面 1 次モーメント、およびフランジ・プレートの中立軸 $y_R \sim y_R$ まわりの断面 2 次モーメント

図-2 偏平箱桁断面

$$\sigma_x = \{M(x) + r \cdot m(x)\} / W_z \dots (8)$$

ここに、 $m(x)$ はシアラゲによる付加曲げモーメントで、次式で表わされる。

$$m(x) = \frac{EI}{h_u} \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} \dots (9)$$

また、断面係数は $W_u = I/h_u, W_z = I/z$ である。

スパン l を有する単純桁の $w(x), m(x)$ の解を表-1 に示す。

次に、フランジの有効幅を求める。式 (7) において、 $h_1 - z_u = h_u$ とみなし、このときの断面係数を W_u' とおくと、フランジの中立軸に関する垂直応力 $\sigma_x(y)$ は、図-3 を参照して

$$\sigma_x(y) = \sigma_m + \sigma_s (y/b)^4 \dots (10)$$

で与えられる。

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= -\frac{1}{W_u'} \left\{ M(x) - \left(1 - \frac{4}{5} \kappa \right) m(x) \right\} \\ \sigma_s &= -\frac{m(x)}{W_u'} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

ただし、

$$\kappa = I_u / I = 4 A_u h_u^2 / I \dots (12)$$

したがって、周知の有効幅の定義より、次式が得られ

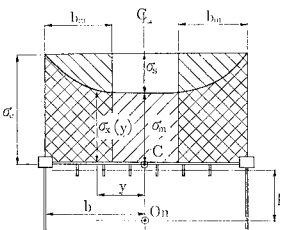
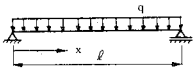
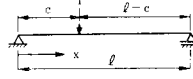


図-3 デッキ・プレート内の垂直応力分布

表-1 $w(x), m(x)$ の解

<p>載荷状態</p> 	
$w(x) = \frac{ql^4}{24EI} \left(\frac{x}{l} \right) \left\{ 1 - 2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right\} + \frac{q\beta r}{EI\alpha^4} \left[\frac{(\alpha l)^2}{2} \left(\frac{x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \left\{ 1 - \frac{\cosh \alpha \left(x - \frac{l}{2} \right)}{\cosh \frac{\alpha l}{2}} \right\} \right]$	$\frac{Pl^3}{6EI} \left(\frac{x}{l} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{c}{l} \right) \right\} \left\{ 2 \left(\frac{c}{l} \right) - \left(\frac{c}{l} \right)^2 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right\} + \frac{P\beta r}{EI\alpha^3} \left[\alpha l \left(\frac{x}{l} \right) - \left\{ 1 - \left(\frac{c}{l} \right) \right\} - \frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x \right], (0 \leq x \leq c)$ $\frac{Pl^3}{6EI} \left(\frac{c}{l} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{x}{l} \right) \right\} \left\{ 2 \left(\frac{x}{l} \right) - \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right\} + \frac{P\beta r}{EI\alpha^3} \left[\alpha l \left(\frac{c}{l} \right) - \left\{ 1 - \left(\frac{x}{l} \right) \right\} - \frac{\sinh \alpha(l-x)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha c \right], (c \leq x \leq l)$
$m(x) = 0.700 q b^2 \omega \left\{ 1 - \frac{\cosh \alpha \left(x - \frac{l}{2} \right)}{\cosh \frac{\alpha l}{2}} \right\}$	$0.837 P b \sqrt{\omega \beta} \frac{\sinh \alpha(l-c)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha x, (0 \leq x \leq c)$ $0.837 P b \sqrt{\omega \beta} \frac{\sinh \alpha(l-x)}{\sinh \alpha l} \sinh \alpha c, (c \leq x \leq l)$
備考	$\alpha = \frac{1.195}{b} \sqrt{\beta \omega}, \quad \omega = \frac{1}{1-\mu} + \frac{A_R}{a t_w} (1+\mu), \quad \beta = \frac{1.250}{1.111-\epsilon}, \quad \kappa = \frac{I_y}{I}$

る。

$$\frac{b_m}{b} = 1 - \frac{(4/5)m(x)}{M(x) + (4/5)\kappa m(x)} \dots\dots\dots(13)_a$$

あるいは、

$$\frac{b_m}{b} = 1 - \frac{(4/5)\sigma_s}{\sigma_e} \dots\dots\dots(13)_b$$

ここに、

$$\sigma_e = \sigma_m + \sigma_s \dots\dots\dots(14)$$

なお、式(13)_bから σ_s を求めれば、次式が得られる。

$$\sigma_s = 1.25(1 - b_m/b)\sigma_e \dots\dots\dots(15)$$

(3) 偏平多室箱桁のシアラゲ解析

図-1(a)に示す偏平多室箱桁を、図中の切断面 $s_1 \sim s_1, s_2 \sim s_2, \dots$ などによって個々の偏平1室箱桁に切り離す。そして、個々の偏平1室箱桁の基本寸法を図-4のように定め、それを左右対称な断面に置換する。このような2重対称断面を有する偏平1室箱桁の有効幅は上述の算定式(13)_aより容易に求められる。以上のようにして求められた有効幅を用いて、図-1(b)に示すように、偏平多室箱桁を並列I桁($i=1, 2, \dots, m$)に置換する。ただし、この際、中間のI桁に対しては偏平多室箱桁全体として起こるシアラゲを考慮した有効幅の修正係数 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n (\zeta_j \leq 1.0)$ を乗じ、さらに端I桁に対しては、応力の拡大を考慮した有効幅の低減係数 ρ_i を乗じた $\psi_1, \psi_m (\psi_i = \rho_i \cdot \zeta_i, \rho_i \leq 1.0)$ が乗じてあるが、これらの係数 ζ_j, ρ_i の具体的な数値は、有限要素法や有限帯板法の解析的な方法、あるいは場合によっては精密な模型桁による実験で定め得ると考える。

このようにして並列I桁に置換されると、フランジ位置における断面係数を W_i とすれば、各I桁ウェブ直上のフランジ応力 σ_i は、式(4)の曲げモーメント M_i を用いて、次のように求められる。

$$\sigma_i = M_i / W_i \dots\dots\dots(16)$$

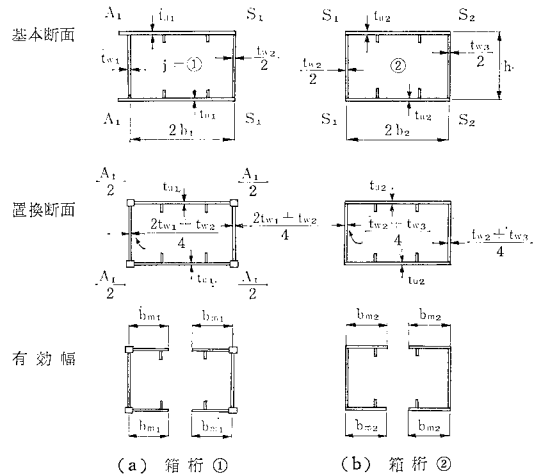


図-4 個々の偏平箱桁の有効幅の算定

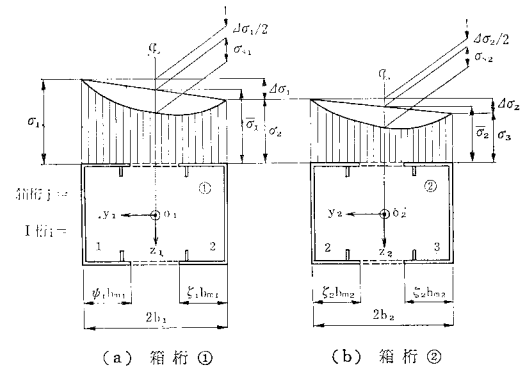


図-5 各箱桁内の応力分布

この模様を例示すると図-5のようになる。したがって、各箱桁($j=1, 2, \dots, n$)のシアラゲによるフランジ中央の応力減少量 σ_{sj} が、式(15)に上述の偏平多室箱桁としての修正を施し、近似的に、

$$\sigma_{sj} = 1.25(1 - \zeta_j - \rho_{mj}/b_j)\bar{\sigma}_j \dots\dots\dots(17)$$

で求まるものとするれば、偏平箱桁のフランジ内の任意の位置 y_j における垂直応力分布 $\sigma_j(y_j)$ は、図-5 の応力分布の整合性から、次式のように表わされる。

$$\sigma_j(y_j) = \bar{\sigma}_j [1 - 1.25(1 - \zeta_j \cdot b_{mj}/b_j) \times \{1 - (y_j/b_j)^4\}] + (\Delta\sigma_j/2)(y_j/b_j) \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

$$\bar{\sigma}_j = (\sigma_i + \sigma_{i+1})/2 \dots\dots\dots(19)$$

$$\Delta\sigma_j = \sigma_i - \sigma_{i+1} \dots\dots\dots(20)$$

(4) 実験

a) 実験目的

偏平多室箱桁の個々の箱桁内の垂直応力分布を調べると同時に、偏平多室箱桁全体として起こるシアラゲを知り、実験結果から有効幅の修正係数を求めるために、以下のような一連の実験を行った。

b) 実験桁

実験に用いる模型桁の材料としては、金属、高分子材が考えられる。両者の加工性や機械的性質について比較検討した結果、模型桁としては、実橋を忠実に縮小した精密な模型が作れるうえ、載荷荷重が小さくてもひずみが大きく出て、しかも荷重とひずみの直線性の良好な高分子材で製作した。

模型桁は大阪湾岸線で計画中の長大斜張橋の主桁を対象にして縮尺率を 1/60 に、スパン l はケーブルの取付け間隔 8 パネルをとった。しかし、板厚を縮尺どおりに縮小すると著しく薄いものとなるので、ウェブ、フランジの板厚はそれぞれ 1.5 および 2.0 mm のものを使用することにし、薄肉構造物の範ちゅうに属するように各部の断面寸法を決定した。次元解析による縮尺の理論値

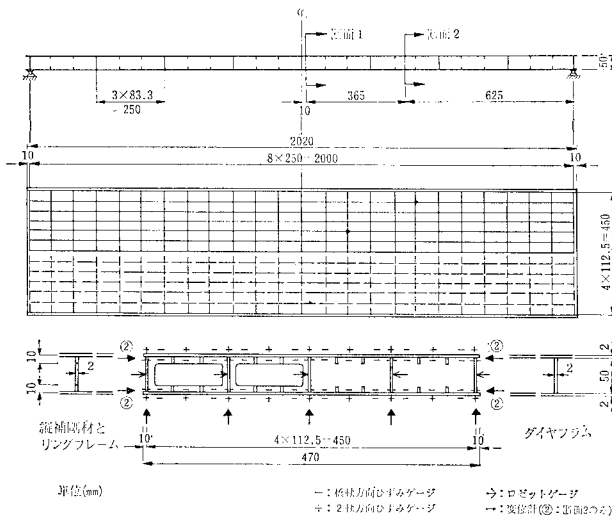


図-6 模型桁および測定装置設置箇所

表-2 縮尺値の理論値と実際値との比較

項目	縮尺値の理論値 (1)	模型の縮尺値 (2)	比: (2)/(1)
断面積 A	450	489	1.09
断面 2 次モーメント I	1 620 000	1 680 000	1.04
ねじり定数 K	1 620 000	1 304 000	0.80

表-3 高分子材の物理定数

項目		物理定数 (25°C 一定)
理論解析を行うとき	ヤング係数 E (MPa)	$2.83 \times 10^8 (2.48 \times 10^8)^*$
	せん断弾性係数 G (MPa)	$1.05 \times 10^8 (0.92 \times 10^8)^*$
	ポアソン比 μ	0.35
ひずみの実測値を応力に換算するとき	ヤング係数 E_s (MPa)	3.19×10^8
	せん断弾性係数 G_s (MPa)	1.18×10^8

* () 内の値はシアラゲの解析を行う場合に用いる値

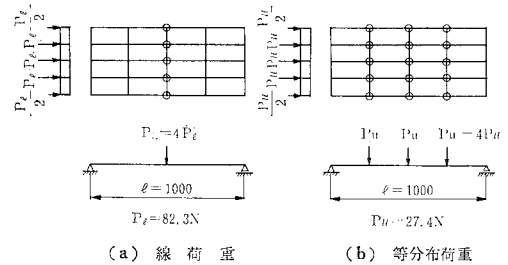


図-7 載荷荷重 (○印載荷位置、スパン $l=1000$ の場合)

と、実橋の諸定数を模型のそれで除した模型の縮尺値を求め、比較したものを表-2 に示す。また、模型の製作図を図-6 に示す。

以後の解析に必要な高分子材の物理定数を知るために、クーポン試験片による引張試験、および小型ばりによる曲げ試験、ならびに、せん断試験を行い、ヤング係数、せん断弾性係数およびポアソン比を求めた。これらの試験結果を表-3 に示す。

c) 実験方法

シアラゲ現象を詳しく調べるために、模型桁を単純支持、片持支持状態に支持し、線荷重、あるいは等分布荷重をシミュレートするように載荷した。単純支持の場合の荷重載荷状態を図-7 に例示する。

測定装置としては、ひずみゲージと変位計を用いた。それらの設置箇所を図-6 中に示す。

(5) 数値解析結果と実験結果の比較

a) フランジ内の垂直応力の分布形状

実験による偏平多室箱桁各室のデッキ、および、ボトムプレート内の垂直応力分布は、各測定断面とも図-8 に例示するように、ウェブ直上で大きく、ウェブから離れるに従って小さく

なる典型的なシアラゲ現象を呈している。また、偏平多室箱桁全体としてのシアラゲも生じているために、端部側のウェブ直上の垂直応力の方が、内側のウェブ直上のそれより大きくなっている。これらの結果から、まず個々の箱桁内の垂直応力分布を調べるため、実験データを次の2式を用いて左右対称な応力分布となるように修正を施した(図-9 参照)。

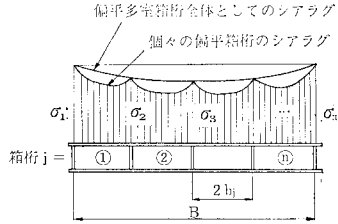


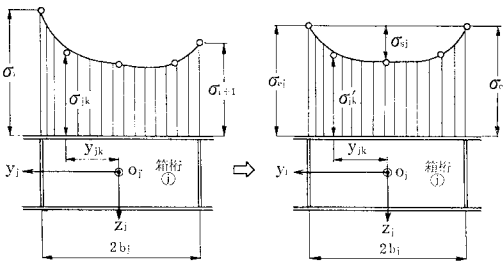
図-8 偏平多室箱桁のシアラゲ

このように実験データを修正した後、フランジ内の垂直応力分布を4次放物線、あるいは、2次放物線と仮定し、最小自乗法により整理し、図化したものの一例を図-10に示す。この図から判断すると、4次放物線の分布の方が卓越しており、本章の最初に述べた解析上の仮定の妥当性が各種の実験結果から明らかになった。

$$\sigma_{ej} = (\sigma_i + \sigma_{i+1})/2 \dots\dots\dots (21)$$

$$\sigma_{jk}' = \sigma_{jk} - \{(\sigma_i - \sigma_{i+1})/(2b_j)\} y_{jk} \dots\dots\dots (22)$$

b) 有効幅
模型実験桁の実測板厚、および物理定数を用いて偏平



(a) 原データのまゝの応力分布 (b) 修正した応力分布

図-9 データ整理法

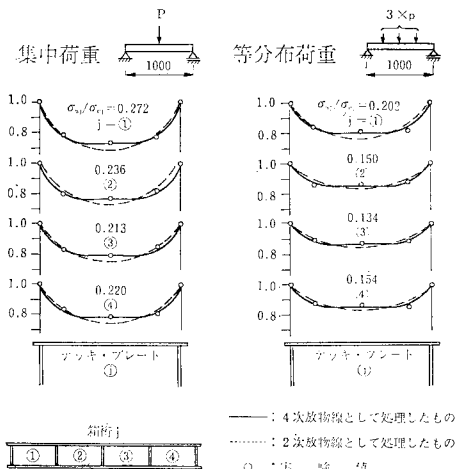


図-10 シアラゲによるフランジの垂直応力分布形状

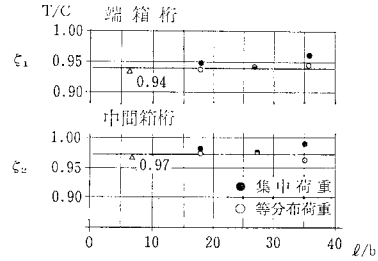


図-11 T/C の l/b による変動

1室箱桁として算出した有効幅比 b_{mj}/b_j を計算値(C)とする。一方、実験で得られた σ_{sj} , σ_{ej} の値を式(17)に代入し、 $\zeta_j=1.0$ において求めた b_{mj}/b_j を実験値(T)とし、スパン l と箱桁幅 b との比 l/b で T/C を整理すると、図-11が得られる。この図から T/C 値は、荷重の種類、 l/b にはあまり関係がない傾向がみられた。これらの数値については、前述のように有限要素法や有限帯板法により解析的に検討する余地が残されているが、実験結果より、偏平1室箱桁の有効幅比に偏平多室箱桁全体のシアラゲを考慮するための修正係数 ζ_j を全データの平均より求めれば、次のようであった。

$$\left. \begin{aligned} \text{端箱桁 } \zeta_1, \zeta_m = 0.94 \\ \text{中間箱桁 } \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_{m-1} = 0.97 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

次に、端箱桁外側ウェブ直上のフランジの垂直応力が内側のそれよりも大きくなっている現象について考察する。そのために外側と内側のフランジの応力 σ_1 と σ_2 の比、すなわち応力の拡大率を

$$\lambda_1 = \sigma_1/\sigma_2 \dots\dots\dots (24)$$

として、まずこれらの実験結果を l/b について整理し図示すると、図-12のようになる。同図より λ_1 の値は、集中荷重の方が等分布荷重より大であり、 l/b の値に左右されるが、 l/b が集中荷重に対して70、等分布荷重に対して50以上であれば、 $\lambda_1=1.0$ となることがわかる。

応力の拡大率が、このような実験結果、もしくは有限要素法や有限帯板法などの解析的手法によりわかれば、偏平多室箱桁全体の応力分布図を描くことができるが、端箱桁をI桁に置換するとき、応力の拡大率も有効幅に

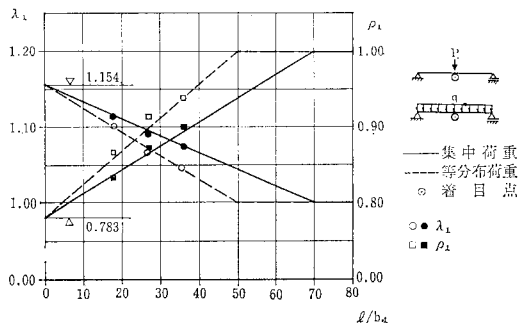


図-12 λ_1 , ρ_1 と l/b_1 との関係

含めるものとする、 ρ_1, ρ_m および、式 (4), (16) から式 (24) は、次のように表わせる。

$$\lambda_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{I_1^*(b_1)}{I_2^*(b_1+b_2)} \cdot \frac{W_2(\zeta_1 b_{m1} + \zeta_2 b_{m2})}{W_1(\rho_1 \zeta_1 b_{m1})} \dots\dots\dots (25)$$

応力の拡大率については、今後、有限要素法や有限帯板法などによる解析が必要であるが、ちなみに上述の図-12の実験値を用いて、式(25)の関係を満足する ρ_1 を逐次近似法によって求めると、図中の角印のようになり、これを直線式とみなし最小自乗法によって近似すると、次のように表わされる。

集中荷重に対して；

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= 0.783 + 0.0031 (l/b_1) \\ &= 1.000, \quad (l/b_1 \geq 70) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

等分布荷重に対して；

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= 0.785 + 0.0043 (l/b_1) \\ &= 1.000, \quad (l/b_1 \geq 50) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

このようにして求めた最終的な有効幅比を表-4に総括する。

c) 実験結果との比較

以上のような解析式を用いた数値計算結果と実験結果を対比すると、図-13のようになる。これらの図から次のようなことがわかる。

① 垂直応力分布について

表-4 各I桁の有効幅比

荷重	スパン l (m)	箱桁 $j=$	単独1室箱桁としての有効幅比 b_{mj}/b_j	偏平多室箱桁としての修正係数 ζ_j	I桁 $i=$	応力拡大に対する低減係数 ρ_i	I桁の有効幅比 $\rho_i \zeta_j b_{mj}/b_j$
集中荷重	1.0	①	0.859	0.94	1	0.838	0.677
		②	0.845	0.97	2	1.000	0.807
	2.0	①	0.925	0.94	1	0.893	0.776
		②	0.917	0.97	3	1.000	0.870
等分布荷重	1.0	①	0.925	0.94	1	0.860	0.748
		②	0.917	0.97	2	1.000	0.889
	2.0	①	0.981	0.94	2	1.000	0.922
		②	0.978	0.97	3	1.000	0.949

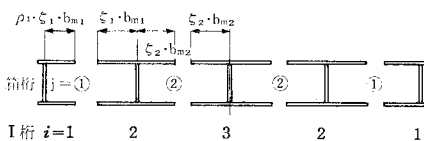


図-13に示すように、実測値と本文の方法による計算値がよく一致していることから、1室箱桁を基本とし、それに偏平多室箱桁としての修正をする方法には、妥当性があると思われる。なお、本文で対象とした4室箱桁以外の多室箱桁で、実験によって修正係数 ζ, ρ を求め得ない場合には、有限要素法や有限帯板法などを用いて、本文で述べたような過程に従って修正係数の算出が可能であると考えられる。

なお、断面1においては、いずれの荷重状態に対しても、スパン l が長くなるとシアラグの影響は急速に減少する。また、集中荷重に対するものの方が、等分布荷重よりもシアラグが大きく現われることが明らかとなったが、その詳細はここでは省略する。

② セン断応力について

図-13には、式(28)に従い、各箱桁ウェブの実測せん断ひずみ τ_b に、せん断弾性係数を乗じて算出したせん断応力を実験値として示してある。また、図中の計算値はシアラグを考えても静定桁については、桁全断面に

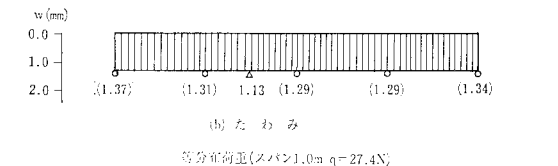
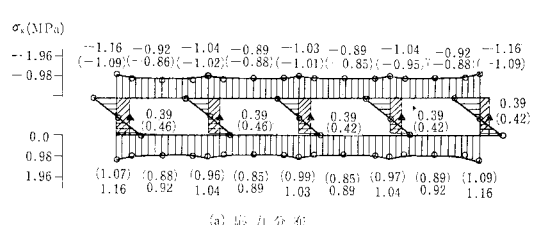
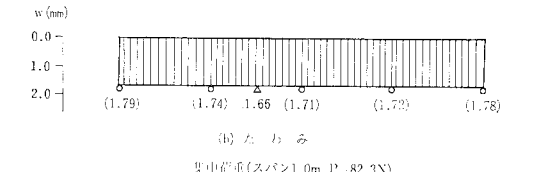
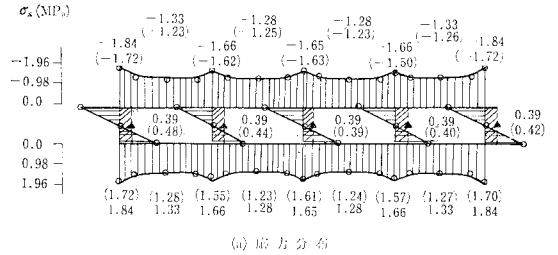


図-13 計算値と実測値との比較

作用するせん断力 $Q(x)$ は初等はり理論と同じで、また、フランジの有効幅を考慮してもウェブのせん断流はほとんど同じであるので、簡便のため初等はり理論による式 (29) により求めたものである。

$$\tau_b = G \cdot r_b \dots\dots\dots (28)$$

$$\tau_b = Q(x) / \Sigma A_w \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 ΣA_w : ウェブの総断面積

両者を比較すると、かなり良好な一致がみられ、式 (29) のような簡単な解析法によっても、曲げに伴うウェブのせん断応力は、かなり正確に評価できるものとと思われる。

③ たわみについて

図-13 のたわみ図から、計算値と実測値はよく一致し、各箱桁横断面方向の実測たわみ値は、ほとんど等しいことがわかる。以上のことから、偏平多室箱桁の偏心を伴わない曲げによるたわみは横断面方向に一定であり、また、たわみ値はフランジを全幅有効とみなして計算してよいと考えられる。したがって、式 (4) を導くのに用いた仮定は妥当であることがわかる。

また、たわみの計算値は、2つの部分、すなわち、初等はり理論によるたわみ w_b (表-1 の w の解の右辺第1項) とシアラゲによるたわみ w_s (表-1 の w の解の右辺第2項) で構成されているが、合たわみ $w = w_b + w_s$ と、初等はり理論によるたわみ w_b との比 w/w_b を、 l/b との関係で整理すると、図-14 のようになる。したがって、シアラゲによるたわみ w_s は l/b が大きくなると僅少となり、たわみの計算は初等はり理論 (w_b) によってよい。

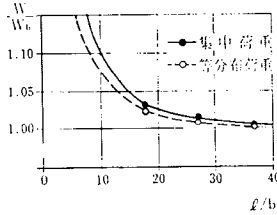


図-14 l/b による w/w_b 値の変化

3. 橋軸直角方向の曲げ

(1) 曲げによる応力

偏平多室箱桁の横断面方向の曲げ応力特性は、上述のような箱桁のシアラゲ問題とは異なった取扱いが必要であるので、以下のような解析を行った。

まず、横断面方向の曲げに対して厳しくなる活荷重の載荷状態としては、図-15 に示すように、幅員の中央部に活荷重が満載し、他は半載となる状態である。そして、偏平多室箱桁が横断面方向に円筒状に変形する状態が最も厳しい変形状態であると考えられる。

そこで、図-16 に示すような両縁を単純支持された

偏平多室箱桁のダイヤフラム直上に、図-15 をモデル化し正弦波として表わされた線荷重 $p(y) = p \sin(\pi y/l)$ が作用し、円筒状の変形をする最も簡単な場合

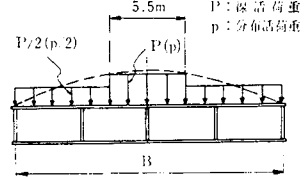


図-15 横断面方向の載荷活荷重

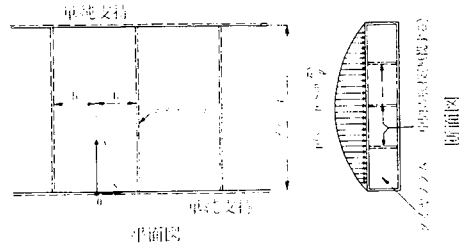


図-16 解析モデル

の横断面方向の曲げについて考える。いまフランジが平面応力状態にあるものとし、多室箱桁中間のウェブは横断面方向の曲げには関与しないものと仮定する。また、ダイヤフラムも両縁 ($y=0, l$) で単純支持されるとすると、その変位は次式で表わされる。

$$u = -u_0 \cdot \cos(\pi y/l) \dots\dots\dots (30)$$

さて、フランジを2次元弾性体とみなし、Airy の応力関数 $\phi(x, y)$ が、

$$\phi(x, y) = \phi(x) \sin(\pi y/l) \dots\dots\dots (31)$$

で与えられるものと仮定する。すると、 $\phi(x, y)$ が y 軸に関して対称でなければならないこと、ダイヤフラム位置では x 軸方向の変位は y 軸方向に一定値を保たなければならないという条件より、フランジ内の応力 σ_y は、次のように求まる。

$$\sigma_y(y) = \partial^2 \phi / \partial x^2 = -\alpha^2 \{ A \alpha x \sinh \alpha x + (2A + B) \cosh \alpha x \} \sin \alpha y \dots\dots\dots (32)$$

ここに、

$$\alpha = \pi/l$$

$$A = F \cdot \sinh(2\pi b/l)$$

$$B = F \cdot \left(\frac{1-\mu}{1+\mu} \cdot \sinh \frac{2\pi b}{l} - \frac{2\pi b}{l} \cdot \cosh \frac{2\pi b}{l} \right)$$

$$F = \frac{2 E_s \epsilon_0 (l/2\pi)^2}{(3-\mu) \sinh(4\pi b/l) - 2(1+\mu)(2\pi b/l)}$$

$$\epsilon_0 = u_0 (\pi/l)$$

(2) 有効幅

フランジ内の垂直応力分布が求まると、図-16 の載荷状態に対する有効幅は、次式により計算できる。

$$b_m = \frac{4 \sinh^2(2\pi b/l)}{(3-\mu) \sinh(4\pi b/l) - 2(1+\mu)(2\pi b/l)} \times \frac{l}{\pi(1+\mu)} \dots\dots\dots (33)$$

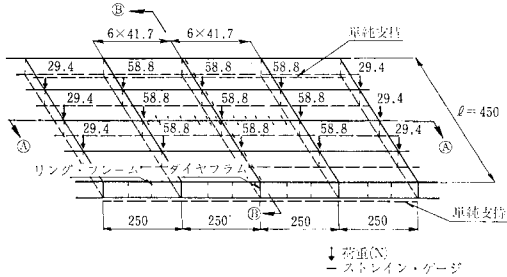


図-17 実験方法

この式は b/l が大きい場合には次のように書くことができる。

$$b_m = 2l / \{ \pi(1 + \mu) \cdot (3 - \mu) \} \dots\dots\dots (34)$$

(3) 実験

上述の解析結果の妥当性を確認するため、2. で述べた模型桁を用いて実験を行った。図-17 に荷重の載荷位置と大きさ、支持条件を示す。なお、載荷荷重は正弦波荷重をシミュレートするよう載荷すべきであったが、準備した重錘に制約があったこと、文献 9) に示されたように正弦波荷重と等分布荷重状態ではスパン中央における有効幅には、あまり差異がないことなどを勘案し、強度の等しい集中荷重を3点に作用させた。また、横断面方向の曲げモーメントが最大となる断面Aおよび着目ダイヤフラム(断面B)に橋軸直角方向にひずみゲージを貼り付けた。変位は断面Bのウェブ直下でダイヤルゲージで計測した。

(4) 数値解析結果と実験結果の比較

図-18, 19 に断面AおよびBにおける $\sigma_y(x)$ の分布を示す。図-19 にはダイヤフラムのせん断応力および、たわみを示す。また、両図には計算値も示してあるが、これらの値は、このような載荷状態においても前節で導いた式 (32), (34) が近似的に適用可能として求めたものである。なお、図中の×印はダイヤフラムと外側ウェブとの接合部直下で点支持した場合を示す。

また、式 (34) に表-3 に示す高分子材のポアソン比 $\mu=0.35$ を代入すると、有効幅 b_m は $0.178l$ となる。一方、ダイヤフラム間の横断面方向の垂直応力分布を2次放物線とみなして、実験値より有効幅を求めると、

$$b_m = \{ 1 - (2/3)(\sigma_s/\sigma_{y \max}) \} b = 0.655b = 0.182l \dots\dots\dots (35)$$

となり、式 (34) により求めた値とよく一致している。

これらの図より、① ダイヤフラムの両端は単純支持されているとみなしてよい、② 応力、およびたわみは、式 (34) で求めた有効幅を用いて計算したものとよく一致しており、等分布荷重が作用するときにも、式 (34) には妥当性が認められる。

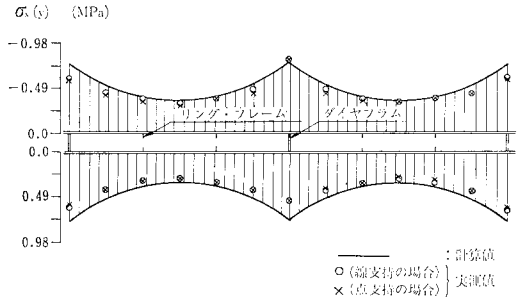


図-18 ダイヤフラムに協力するフランジの応力分布

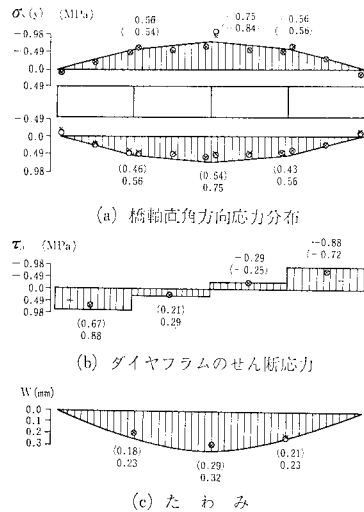


図-19 計算値と実測値との比較

4. まとめ

本文は偏平多室箱桁の曲げ応力特性について解析を行い、精密な模型桁を用いて実験を行って、種々な検討を加えたものである。それらの結果を要約すると、以下のようである。

(1) 橋軸方向のシアラグによる偏平1室箱桁のフランジ内の垂直応力分布は、文献 3) で指摘されたように4次放物線となり、このほか偏平多室箱桁全体としての2次的なシアラグが生じることが明らかとなった。

(2) このようなシアラグ現象を種々検討し、偏平多室箱桁に対する有効幅の算定公式、および2次のシアラグに対する補正係数を提案し、これらを使うと合理的な解析が行えることを示した。

(3) 橋軸直角方向の曲げに対しても、ダイヤフラムに協力するフランジ有効幅を応力、ならびに、たわみの両面から検討した。

(4) そして、弾性学に基づく解析と実験との比較により、ダイヤフラムのフランジ有効幅のとり方についての具体的な提案を行った。

(5) なお、これらの結果を、偏平多室箱桁を有する斜張橋に応用することを検討しており、機会が与えられれば、別途、報告する予定である。

最後に、本研究を行うにあたり、終始、ご支援、ご指導を賜った阪神高速道路公団湾岸線技術委員会の諸先生方ならびに実験にご協力いただいた同公団の福岡 悟、および、大阪市立大学研究生（現・総合技術コンサルタント（株））野口二郎、同院生 太田誠三（現・大阪市）の各氏に深く感謝します。

参 考 文 献

- 1) Reissner, E. : Analysis of shear lag in box beam by the principle of minimum potential energy, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 4, No. 3, pp. 368, 1946.
- 2) 近藤和夫・小松定夫・中井 博 : 鋼床版桁橋の有効幅に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 86, pp. 1~17, 1962年2月.
- 3) Moffatt, K.R. and Dowling, P.J. : Shear lag in steel box girder bridges, The Structural Engineer, No. 10, Vol. 53, pp. 439~448, Oct., 1975.
- 4) Timoshenko, S.P. and J.N. Goodier : Theory of elasticity, 3rd ed., 1965.
- 5) Chwalla, E. : Über das Problem der Vollmittragenden Breite von Gurt und Rippenplatten, Alfons-Leon-Gedenkschrift, Wien, 1951.
- 6) Weber, C. : Über die mittragende Wirkung einer zwi axial gewellen Stahlplatten als Gurt von Trager, Der Bauingenier, 28-Jahr. H-3, s. 81~87 und H-5, s. 172~176, 1958.
- 7) Brendel, G. : Die mitwirkende Plattenbreite nach Theorie und Versuche, Beton-und-Stahlbetonbau, 55-Jahr, H-8, s. 177~185, 1960.
- 8) Rusch, H. : Die mitwirkende Plattenbreite bei Plattenbalken, Der Stahlbau, 22-Jahr. H-1, s. 116, 1953.
- 9) Girkmann : Flächentragwerke, Dritte-Auflag, Springer Verlag, 1954.
- 10) 山本善之 : 弾性・塑性, 朝倉書店, 1961.
- 11) Abdel, S.G. : Effective width of steel deck plate in bridges, Proc. of ASCE, St-7, p. 1459, July, 1967.
- 12) 中井 博・事口寿男 : 伝達マトリックス法による鋼床版連続桁橋の有効幅の解析, 土木学会論文報告集, No. 251, pp. 29~44, 1976年7月.
- 13) Evans, H.R. and A.R. Taherian : A design aid for shear lag calculations, Proc. Inst. Civ. Engrs, Part 2, Vol. 69, pp. 403~424, June, 1980.
- 14) Federal Highway Administration Offices of Research & Development : Proposed Specification for Steel Box Girder Bridges, No. FHWA-80-205, Jan., 1980.
- 15) British Standard Institution : BS 5400, Part 3, Code of Practice for Design of Steel Bridges, July, 1979.

(1983.4.20・受付)