

鉄筋コンクリート長柱の設計

DESIGN OF SLENDER REINFORCED CONCRETE COLUMNS

堺 孝 司*・角田与史雄**・能町純雄***

By Koji SAKAI, Yoshio KAKUTA and Sumio NOMACHI

1. 緒 言

構造物の設計の目的は、考えられ得るあらゆる荷重状態に対して、構造物を構成している部材に十分な強度をもたせることである。そのためには、その構造物の系としての構造解析を行って、各構成部材の断面力を算定しなければならない。鉄筋コンクリート(RC)構造物の構造解析の方法は、大きく、弾性理論に基づく線形解析と幾何学的非線形性および材料非線形性あるいはそのどちらか一方を考慮した非線形解析とに分類することができよう。理想的には、各構成部材の断面を仮定し、両非線形性を考慮した解析を行って、想定される荷重状態に対して、その構造物が十分な耐力を有するかどうかを検討することである。しかし、このような解析は逐次計算となり、その解析手法の煩雑さはもとより、仮定される断面のあらゆる可能性を考慮するとき、計算費用の面においても、まだ一般的な方法とはいえない。

線形解析の結果に基づいてRC曲げ部材を設計する場合の問題の一つは、柱部材を含む構造において起こる。構造系の断面力分布がたわみによって影響されない場合、剛性変化のない弾性線形解析による断面力と終局状態におけるそれとを対応させることはできるが、たわみと外力とによって付加的な断面力を惹起し、その結果として、断面の剛性、したがって断面力が逐次変化するような構造系においては、もはや弾性理論による線形解析はその意味をなさない。この付加的な効果は、一般に、二次効果と称されており、この問題の検討は重要である。この問題の対処の方法として、①断面力に対するたわみの影響を剛性変化とともに考慮する方法、②適当に選定された一定剛性を用いて二次弾性解析を行う

方法、そして、③解析は弾性理論による線形解析を行い、二次効果に関しては別途近似的に考える方法、の3つが考えられる。二次効果の影響を適当な精度で与えることができれば、第3の方法が最も簡単であることはいうまでもない。

以上のようなことを背景に、本研究では、RC長柱について、幾何学的非線形性および材料非線形性を考慮した解析による数値実験結果から、回帰解析によって付加的に発生する二次偏心量に関する定式化を行い、それに基づいて、設計で考慮すべき二次偏心量の実用式を提案する。さらに、これまで行われた単一の柱あるいはフレーム構造に関する実験結果を用いて、提案した実用設計式の安全度についての検討を行う。最後に、設計手順を示す。

2. 既往の研究と各国設計基準の概要

(1) 既往の研究

柱に関する研究は、古くは、一端固定他端自由の柱の限界荷重に関する1744年のEulerの研究までさかのぼることができる¹⁾。構造材料としての鋼の出現は、細長い柱、薄板あるいはその他の複雑な構造形式を可能にし、それに伴って発生する安定問題に関して多くの理論的および実験的研究がなされてきた。一方、コンクリートもその品質の安定を得るにつれて、構造材料として重要な位置を占めるようになり、必然的に、コンクリートの最大の長所である圧縮強度が大きいという特性を十分に活用し得る部材として、柱は最適な構造部材となった。RC長柱に関する初期の研究では、Engesser-Kármán理論のRCへの適用が主であったが^{2), 3)}、1963年、Changらは、柱のたわみに対する横断面のひびわれの影響を調べることを目的に、所定の軸力下におけるモーメント・曲率関係を用いる数値積分法を示した⁴⁾。また、

* 正会員 工修 北海道大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

1964年には、Pfrangらが拘束を受ける柱に関する数値解析法を示した^{5),6)}。その後も、今日まで、持続荷重あるいは2軸曲げを受ける柱、あるいは柱を含むフレーム構造に関するものなど、多くの解析的な研究がなされてきた^{7)~26),52)}。一方、解析的研究とともに、実験的研究も古くから行われてきたことはいうまでもない。これらについては、5.において既往の実験結果として一括する。

このような多くの実験的および解析的研究の蓄積は、RC長柱の設計法の発展に大きく寄与してきた。以下に、各国設計基準に採用されている設計法について述べる。

(2) 各国設計基準

前述したように、RC長柱の設計は、原則的には、その断面耐力との間に整合性を有する合理的な構造解析に基づいて行われるべきである。しかし、弾性線形解析のような統一的な見解がまだ確立されていない現在、基準で与えるべきRC長柱の設計法としては、その原則的な考え方とは別に近似的な設計法をも許す必要がある。

各国設計基準の近似設計法における基本的な考え方は3つに大別することができる。第1の方法は、土木学会のRC示方書⁵⁷⁾やACI Building Code⁵⁸⁾の解説に述べられている修正R法などにみられる低減係数法である。この方法は、RC長柱に対する最初の設計概念であると思われるが、実際の挙動との間に不整合が存在する。第2の方法は、ACI Building CodeのMoment Magnifier Methodとよばれる方法である。この方法は、一定剛性を有する単曲率部材の最大たわみを利用して二次の曲げモーメントを考慮し、RC長柱の実際の挙動に対応させようというものである。この方法の採用は、AISC基準を意識した結果であった²⁷⁾。第3の方法は、二次モーメントあるいは二次偏心量を直接与える方法である。この方法は、二次的な値を妥当な形で表わすことができれば、RC長柱の実際の挙動を設計法に直接反映させるという意味において最も合理的な方法であるといえよう。この方法を採用している基準として、CP 110⁵⁹⁾、CEB-FIP Model Code⁶¹⁾、およびDIN 1045⁶⁰⁾を挙げることができる。

上述の3つの基準の二次偏心量式で考慮された変数はきわめて少なく、非常に単純な形で表わされている。ここに、著者らができるだけ多くの影響因子を設計式に含めようと考えた理由がある。

3. 解 析

(1) 短時荷重に対する解析

a) 解析上の仮定

RC長柱の横断面形状はさまざまなタイプのものが考えられるが、ここでは簡単のために、矩形横断面のみを対象とし、かつ全断面同一寸法であるとする(図-1)。鉄筋の応力~ひずみ曲線は、図-2に示すように、引張および圧縮のいずれに対しても同じ完全弾塑性体とする。また、コンクリートの応力~ひずみ曲線は、図-3に示すような二次放物線と直線の組合せ曲線を仮定する。なお、コンクリートの引張に対する抵抗および収縮の影響は無視する。鉄筋の弾性係数 E_s は 2.06×10^5 MPa を、コンクリートの塑性ひずみおよび終局ひずみは、その強度とは無関係に、それぞれ $\epsilon_{cy} = 0.002$ および $\epsilon_{cu} = 0.0035$ を仮定する。

b) 解析法

本研究で用いた解析法は、幾何学的非線形性を考慮するためのはり要素を用いた有限要素法による二次弾性解析と、材料非線形性を考慮するための横断面解析の2つの部分からなる繰り返し計算法であり、その基本的な考えはJakobsenらによって示された¹⁹⁾。

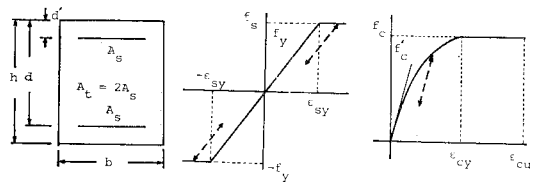


図-1 横断面 図-2 鉄筋の応力~ひずみ関係 図-3 コンクリートの応力~ひずみ関係

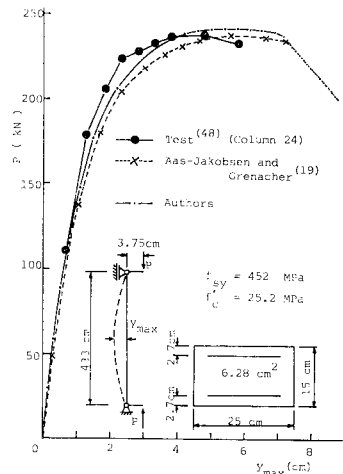


図-4 短時載荷の荷重変位曲線

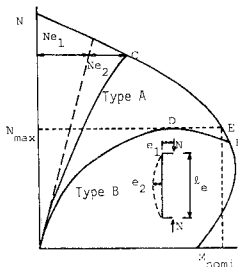


図-5 耐荷挙動

c) 耐荷挙動

図-4は、等偏心荷重を受ける両端ヒンジのRC長柱の耐荷挙動についてのRamuらの実験結果⁴⁸⁾、Jakobsenらの計算結果¹⁹⁾、および著者らの計算結果の比較を示す。著者らの結果は、Ramuらの実験およびJakobsenらの計算結果より

最大荷重で約1.6%大きくなった。著者らとJakobsenらの計算結果の差異の原因として、Jakobsenらが曲率制御のみで行っていること、しかもその増分が非常に粗いことなどが考えられる。

RC長柱の変形耐荷挙動は、横断面形状、配筋状態、細長比、端部拘束度、作用外力の偏心程度などによって影響を受けるので複雑であるが、その挙動は2つのタイプに分けることができる。図-5は、横断面強度の相互作用線と柱の耐荷性状とを模式的に示したものである。タイプAは、点Cでコンクリートが圧壊する場合で、この種の破壊は材料破壊と称されている。タイプBは、点Dで不安定状態となる場合である。この場合にも、最終的には点Fで材料破壊するが、重要なことは、最大耐力が断面の終局耐力とならないことである。このような場合の設計法との関連を考えると、挙動そのものが不安定現象となるのであるから、そのような挙動に合致した方法によるのがよいことはいうまでもない。しかしながら、不安定問題として扱う場合、軸方向はもちろんのこと荷重レベルごとに変化する剛性をどのように評価して最大軸力を決定するかという大きな問題がある。そして、何よりも、RC柱の設計は、通常、断面破壊の終局限界状態でなされているということを考えると、これを不安定問題として扱うのは議論のあるところであろう。そこで、著者らは、このような場合に対する終局状態として点Eを考えることにした。

(2) 持続荷重に対する解析

a) 解析上の仮定

基本的には、(1), a)での仮定と同じである。新たに加える仮定について以下に述べる。応力の低減あるいは再増加の場合、鉄筋とコンクリートのいずれに対しても、図-2, 3の破線で示すように、応力とひずみの線形関係を仮定する。ある一定時間持続応力を受けるコンクリートのひずみの総量 ϵ_t は、短時ひずみ ϵ_{IN} とクリープひずみ ϵ_{CR} との和で表わせるとする。クリープひずみは、Rüschの実験結果²⁸⁾をManuelら⁸⁾が数式化した次式を用いる。

$$\epsilon_{CR} = F1(n)(f_c/f_c')^3 + F2(n)(f_c/f_c')^2 + F3(n)(f_c/f_c')$$

$$F1(n) = 0.0009(0.64 \log_{10} t + 0.4)$$

$$F2(n) = 0.0008(0.64 \log_{10} t + 0.4)$$

$$F3(n) = 0.0007(0.64 \log_{10} t + 0.4)$$

ここで、 t は持続荷重日数を表わす。また、上式は、コンクリートの載荷時材令が28日、養生は、20°Cかつ湿度100%の状態で7日間、それ以降は、20°Cかつ湿度50%という条件のもとで導かれたものである。変動応力下におけるコンクリートのクリープ挙動に関する扱いは、“rate of creep”法による。

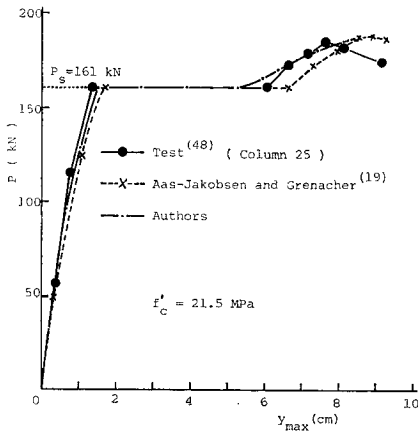
b) 解析法

ある荷重レベルまで短時荷重を作用させ、ある期間持続荷重の後、再び短時荷重を作用させる場合を考える。解析法は、(1), b)と基本的には同じであるが、持続荷重を受ける場合、持続期間をいくつかの期間に区分し、それぞれの時間区分について解析しなければならない。Manuelらは、長期間(25年)にわたって持続荷重を受ける場合、7日、9か月、25年の3つの時間区分を考慮すれば十分正確な値が得られることを示した⁸⁾。以下、持続荷重を受ける場合の解析過程について説明する。まず、ある時間増分に対して弾性解析を行い、断面力およびひずみ分布を算定する。次に、これらの各横断面における各維ひずみが、コンクリートの全ひずみ量が $\epsilon_{IN} + \epsilon_{CR}$ であるという仮定を用いて得られるひずみと一致するまで、応力の微調整を行う。次に、この応力分布より断面力を算定し、これを弾性解析による断面力と比較して、所定の精度に入っていないければ、新しい剛性を仮定し、上記の過程を繰り返す。この手順を各時間区分ごとに行うのである。持続荷重後の短時荷重の計算では、クリープひずみ総量は、最後まで一定として扱われる。

c) 耐荷挙動

図-6は、コンクリート材令28日で短時荷重を作用させた後、141日間持続荷重を保ち、その後再び短時荷重を作用させた両端ヒンジのRC長柱の耐荷挙動についてのRamuらの実験結果⁴⁸⁾、Jakobsenらの計算結果¹⁹⁾、および著者らの計算結果との比較を示す。著者らの計算においては、 $t=141$ 日に対するクリープひずみ量の1/3に対応する日数より時間区分を決定した。実験値とそれぞれの計算結果は、持続荷重終了の時点における変位が若干異なるが、最大荷重はよく一致しているといえる。著者らとJakobsenらの計算結果において、持続荷重終了時における変位の比較的大きな差は、クリープひずみ量の評価の違いによるものであると思われる。

著者らの方法の妥当性について、いまだし検討することにする。同じくコンクリートの載荷時材令が28日で、持続荷重期間が6か月という両端ヒンジのRC長柱に



図—6 持続荷重を含む荷重変位曲線

関する Goyal らの実験結果¹⁵⁾ から、柱の諸元を考慮して適当に選んだ6 ケースについて、著者らの計算結果との比較を示したのが表—1 である。これら実験結果との相対的な関係から、著者らの方法で十分その最大荷重をとらえることができると考える。

4. 数値実験および二次偏心率

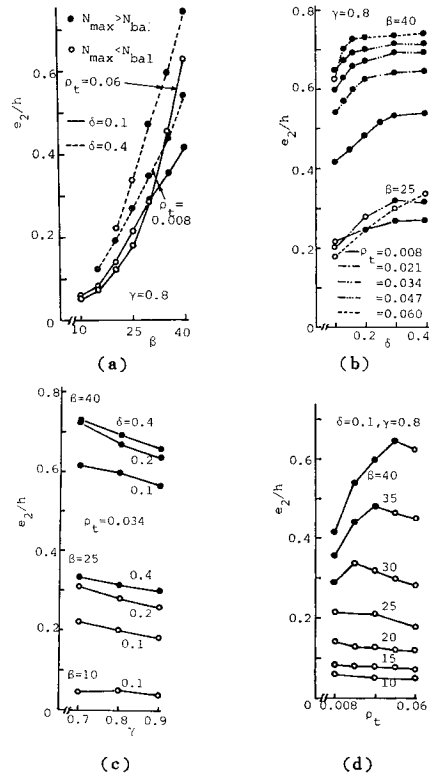
(1) 数値実験

上述した解析手法を用いて、RC 長柱の二次モーメントを評価するために数値実験を行った。考慮した変数は

1. 断面高さと柱長の比： $\beta = l/h = 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$
2. 鉄筋比： $\rho_t = A_t/bh = 0.008, 0.021, 0.034, 0.047, 0.06$
3. 配筋位置： $\gamma = (d-d')/h = 0.7, 0.8, 0.9$
4. 作用荷重偏心： $\delta = e_1/h = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$
5. コンクリート圧縮強度： $f'_c = 19.6, 29.4, 39.2$ MPa
6. 鉄筋降伏強度： $f_y = 235, 343, 392$ MPa

であり、これらの組合せの中から、短時荷重の場合について 453 ケース、持続荷重を含む場合について 480 ケースの合わせて 933 の場合についての計算を行った。ただし、持続荷重の場合、ある変数の組合せに対して、持続荷重の大きさを、それと同じ柱の短時荷重の最大荷重の 0.2, 0.3, 0.5 倍の3種類について計算しているので、実際の変数組合せはその 1/3 ということになる。また、持続期間は 25 年とした。

数値実験では、両端ヒンジでかつ外力が等偏心位置に作用し、そのたわみ形に変曲点を起こさせない柱のみを扱った。



図—7 短時荷重の場合の e_z/h に対する各変数の影響 ($f'_c = 29.4$ MPa, $f_y = 343$ MPa)

表—1 実験結果¹⁵⁾と計算結果との比較の例

供試体	短時荷重		持 続 荷 重				$\frac{P_{s,cal}}{P_{cal}}$ (a)	$\frac{P_{s,exp}}{P_{exp}}$ (b)	(b) (a)	
	実験最大荷重 P_{exp} (kN)	計算最大荷重 P_{cal} (kN)	持続荷重 P_s (kN)	P_s/P_{cal}	実験最大荷重 $P_{s,exp}$ (kN)	計算最大荷重 $P_{s,cal}$ (kN)				$\frac{P_{s,exp}}{P_{s,cal}}$
A	33.14 33.36	33.59	20.15	0.6	31.98	31.92	1.00	0.95	0.96	1.01
B	33.14 33.36	33.59	13.44	0.4	32.29	32.56	0.99	0.97	0.97	1.00
K	46.57 45.59	45.63	27.38	0.6	40.88	39.25	1.04	0.86	0.89	1.03
L	46.57 45.59	45.63	18.25	0.4	43.82	42.77	1.02	0.94	0.95	1.01
O	82.30 92.39	80.45	48.27	0.6	89.19	69.94	1.28	0.87	1.02	1.17
R	33.45 31.14	31.70	19.02	0.6	24.07	26.38	0.91	0.83	0.75	0.90

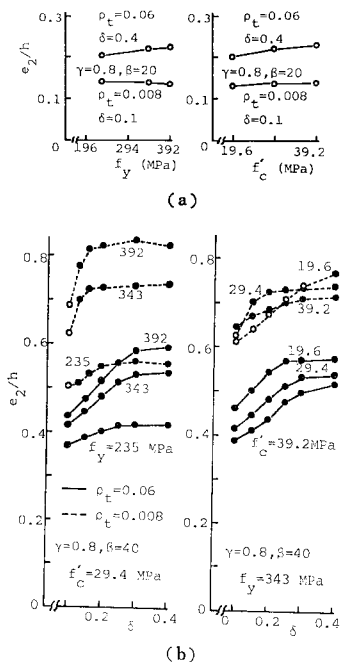
(2) 二次偏心量とその形式化

図一7~9 は、考慮した各変数の二次偏心量 e_2/h に対する影響の例を示したものである。これらの図では、最大軸力がつり合い軸力 (N_{bal}) より大きい場合と小さい場合とを区別して示した。以後の説明の便宜のために、前者を CASE A, 後者を CASE B と称する。

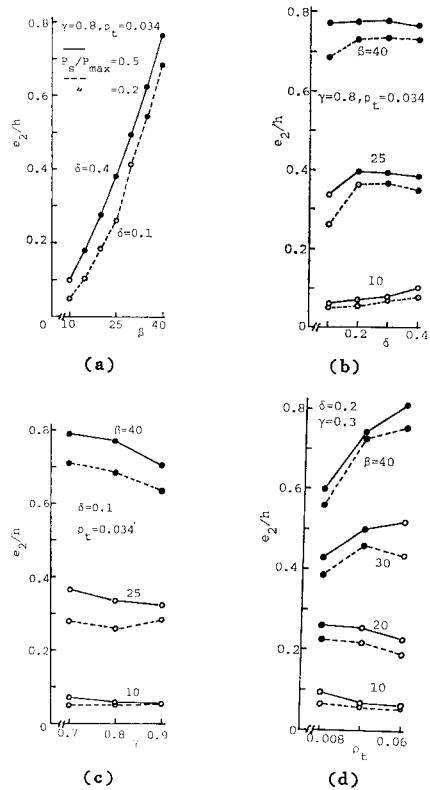
まず、短時荷重についてみると、 β と r については、CASE A と CASE B の定性的な傾向に大きな差異はないといえる。しかし、 ρ_t についてはまったく異なった性状を示している。次に、 δ の影響についてみれば、CASE A の場合、 δ の増加とともに e_2/h はほぼ単調増加であるが、CASE B の場合、 δ に対する e_2/h の増加率は徐々に小さくなり、最後にほぼ一定状態とみなせるような性状を示している。

以上の結果から、二次偏心量に対して最も大きな影響のある因子は β であり、その他の変数は副次的な影響とみなすことができる。種々の検討の結果、最終的な二次偏心量に関する回帰式として、最大荷重に対する持続荷重の比 $P_s/P_{s,max}$ の影響をも含めた次式を考慮した。

$$\begin{aligned} \frac{e_2}{h} = & (\beta + \beta_1)^3 (\beta_2 + \beta_3 \cdot \delta + \beta_4 \cdot r + \beta_5 \cdot \rho_t \\ & + \beta_6 \cdot \rho_t \frac{f_y}{f_c'} + \beta_7 \frac{f_y}{f_c'} + \beta_8 \cdot \rho_t \frac{E_s}{f_c'} \\ & + \beta_9 \frac{P_s}{P_{s,max}} + \beta_{10} \cdot \rho_t \frac{P_s}{P_{s,max}}) + \beta_{11} \end{aligned} \quad (1)$$



図一8 短時荷重の場合の e_2/h に対する材料強度の影響



図一9 持続荷重を含む場合の e_2/h に対する各変数の影響

CASE A および CASE B のおのおのの場合に関する各係数を表一2 に示す。なお、CASE A では $\beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = 0$ とした。

(3) 設計用二次偏心量

二次偏心量の回帰式 (1) は、持続荷重がコンクリート材令 28 日で作用し、

表一2 回帰式の係数および数値実験との適合度

係数	CASE A	CASE B
β_1	14.76	46.65
β_2	5.48	0.966
β_3	6.44	0.313
β_4	-2.69	-0.435
β_5	-1.83	8.28
β_6	—	1.11
β_7	—	0.0176
β_8	—	-0.00206
β_9	5.13	0.331
β_{10}	-50.1	-2.36
β_{11}	-0.0217	-0.100
標準偏差	0.1082	0.06873
変動係数	0.1074	0.06894
重相関係数の二乗	0.9868	0.9794
平均値	1.007	0.9970

$\beta_9 \sim \beta_{10} (\times 10^{-6})$

25 年間続くという条件のもとで導かれたものである。したがって、任意の材令および持続期間に対しても利用できるように、式 (1) にクリープ係数 φ を導入することにする。そのために、コンクリートの載荷時材令 35 日および 1 年の場合についての数値実験を補足的に行い、クリープ係数に相当する値を算定した。その結果、クリープ係数は種々の条件で異なる

り、載荷時材令 28 日、35 日、1 年についてそれぞれ 3.51~2.31, 2.67~1.50, および 1.05~0.66 の範囲にあった。この結果から、単純に、28 日に対しては $\varphi=3$ 、1 年に対しては $\varphi=1$ とすることにした。最終的には、持続荷重に関する項に $(\varphi-1)/2$ を乗じた形で表わすことにした。これは、 $\varphi=1$ のとき持続荷重の影響を無視することを意味する。

設計用二次偏心量として、CASE A および CASE B の両者とも、数値実験結果のほぼ 5% が危険側となるようにし、さらに、CASE B の場合 $f_y=392$ MPa, $f_c'=19.6$ MPa とした次式を提案する。

(a) $N_d > N_{bal}$ の場合 (CASE A)

$$e_2/h = (l_e/h + 16)^3 (5.48 + 6.4 e_1/h - 2.7 r - 1.8 \rho_t + C_N) \times 10^{-6} - 0.02 \dots\dots\dots (2)$$

$$C_N = 2.5(\varphi - 1)(1 - 10 \rho_t) N_c / N_d$$

(b) $N_d \leq N_{bal}$ の場合 (CASE B)

$$e_2/h = (l_e/h + 48)^3 (1.32 + 0.31 e_1/h - 0.44 r + 8.9 \rho_t + C_M) \times 10^{-6} - 0.1 \dots\dots\dots (3)$$

$$C_M = 0.17(\varphi - 1)(1 - 7.3 \rho_t) N_c / N_d$$

ここで、 l_e は有効長、 N_d は設計荷重、 N_{bal} はつり合い軸力、 N_c は設計持続荷重を表わす。

5. 設計用二次偏心量の実験結果との比較検討

(1) 既往の実験

これまででも、RC 長柱の設計法の妥当性を検討することを目的にデータの集積が行われた^{16), 29)}。本研究でも、多くの実験結果を用いて上述の設計用二次偏心量の安全度に関する検討を行う。採用した実験供試体の数は、Cranston が集積した 381 に、新たに 245 を加えて、総数が 626 である。その一覧を、供試体の数、柱端拘束条件、および載荷条件を含めて、表-3 に示す。

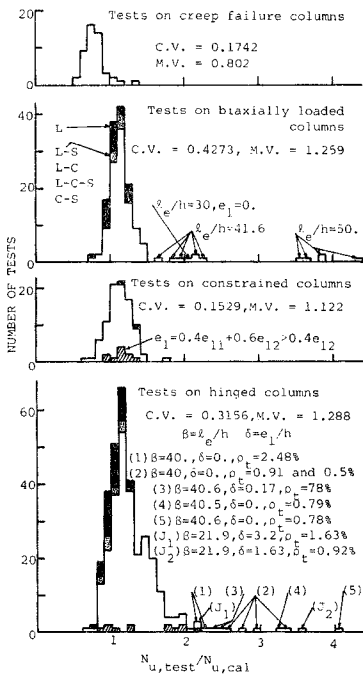
(2) 実験データ作成上の仮定

おのおの実験では、用いた鉄筋やコンクリートのタイプはもちろんのこと、供試体の養生、載荷時材令、あるいは実験中の環境条件などさまざまであるが、煩雑さ

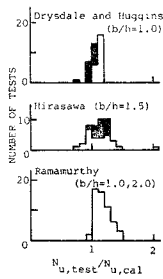
表-3 実験データ

実験者	年	供試体数	柱の種類*			載荷方法**						
			P	F	B	S	L	L-S	L-C	L-C-S	C-S	
Baumann ³⁰⁾	1934	43	30	13		43						
Thomas ³¹⁾	1939	14	14			14						
Rambøll ³²⁾	1951	38	38			38						
Ernst, Hromadik and Riveland ³³⁾	1952	8	8			8						
Gehler and Hütter ³⁴⁾	1954	50	50			50						
Gaede ³⁵⁾	1958	16	16			8	8					
Kordina ³⁶⁾	1960	4	4			4						
Aas-Jakobsen ³⁷⁾	1960	20	20			20						
Saenz and Martin ³⁸⁾	1963	52		52		52						
Chang and Ferguson ⁴⁾	1963	6	6			6						
Breen and Ferguson ³⁹⁾	1964	6		6		5		1				
Ramamurthy ⁴⁰⁾	1965	55			55	55						
Martin and Olivieri ⁴¹⁾	1966	8	8			8						
MacGregor and Barter ⁴²⁾	1966	8	4	4		8						
Furlong and Ferguson ⁴³⁾	1966	7		7		6		1				
Ferguson and Breen ⁴⁴⁾	1966	8		8		7	1					
Pannell and Robinson ⁴⁵⁾	1968	16	9		7	16						
Green and Breen ⁴⁶⁾	1969	5	5			1	4					
Mehmel, Schwarz, Kasperek and Makovič ⁴⁷⁾	1969	16	14	2		16						
Breen and Ferguson ¹¹⁾	1969	10	10			10						
Ramu, Grenacher, Baumann and Thürlimann ⁴⁸⁾	1969	37	37			6	19	12				
Cranston and Sturrock ⁴⁹⁾	1971	8	3		5	8						
Drysdale and Huggins ⁵⁰⁾	1971	57	8		49	26	16	15				
Goyal and Jackson ¹⁵⁾	1971	46	46			26		20				
Hellesland and Green ⁵¹⁾	1971	6	6							6		
平澤 ⁵²⁾	1974	55	11		44	35		10	2		3	5
Kordina ⁵³⁾	1975	12	12					12				
Blomeier and Breen ⁵⁴⁾	1975	3		3		3						
Green and Hellesland ⁵⁵⁾	1975	8	8			2			2			4
Gruber and Menn ⁴⁹⁾	1978	4	4			4						
計		626	371	95	160	485	48	71	4	9		9

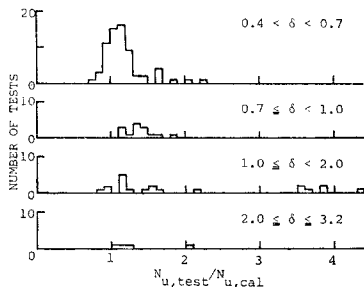
* P=端拘束なし, F=端拘束あり, B=二軸曲げ
 ** S=短時荷重, L=持続荷重, C=繰返し荷重



図一〇 各条件ごとの $N_{u,test}/N_{u,cal}$ の度数分布図



図一一 二軸曲げに関する著者別の $N_{u,test}/N_{u,cal}$ の度数分布図



図一二 $\delta > 0.4$ に関する $N_{u,test}/N_{u,cal}$ の度数分布図

荷の際考慮した、相対湿度 50%、 $t_0=28$ 日、 $t=25$ 年に対するクリープ係数を上述の式を用いて算定し、それ

を避けるために、ここでは以下に述べる仮定のもとに統一的な扱いをした。鉄筋およびコンクリートの応力～ひずみ関係は 3. で仮定したものをを用いる。ただし、コンクリートの立方体強度は、近似的に円柱強度の 1.25 倍であるとする。柱の有効長 l_e は、CP 110 の式 (20) ～ (23) による。

また、二軸曲げの場合、断面高さ b と柱長の比 l_e/h は常に $b \geq h$ のもとで考慮される。不等偏心の場合の一次偏心量の評価は、ACI, CP 110, CEB-FIP で採用されている等価偏心 $e_{eq} = 0.4 e_{11} + 0.6 e_{12} \geq 0.4 e_{12}$ で行う。フレーム構造の場合における柱の一次偏心量は、通常弾性解析より得られる曲げモーメントと軸力の比より求める仮定値である。また、クリープ係数は、よく知られた $\varphi(t,$

$t_0) = 0.4 \beta_d (t - t_0) + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$ で評価することにする。環境条件としての相対湿度は、すべての実験に対して 40% とした。持続載

を数値実験から得られるクリープ係数(柱軸方向および横断面高さ方向で変化)と比較検討した結果、十分な一致とはいいがたいがクリープ現象の不確実さを考慮すると、同一のレベルで考慮してもよい範囲であると判断した。

二軸曲げの問題は、本研究では、近似的に一軸曲げとして扱うことにした。すなわち、考慮する曲げは、常に弱軸(y軸)まわりとし、二軸曲げに伴う耐力低減を等価偏心の導入によって考慮するものである。種々の検討の結果、二軸曲げの場合の等価偏心として、次式を採用することにした ($b \geq h$)。

$$e_1/h = e_x/h + 0.6 \sin \theta \cdot e_y/b \dots\dots\dots (4)$$

$$\tan \theta = e_y h / e_x b \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 e_y および e_x は、それぞれ弱軸方向およびそれと直角方向の一次偏心を表わす。

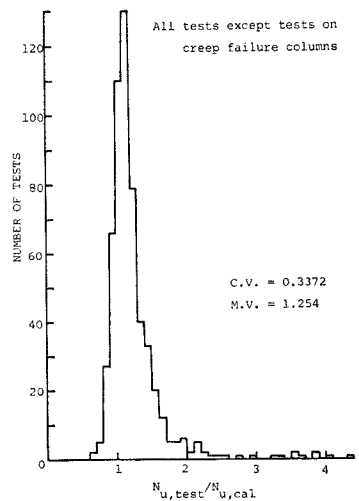
(3) 設計式と実験との比較

図一〇は、実験を、端ヒンジの柱、端拘束の柱、二軸曲げの柱、およびクリープ破壊の柱の4つに分類して、それぞれの場合に関する実験値 $N_{u,test}$ と設計式(2),(3)による計算値 $N_{u,cal}$ の比に対する度数分布を表わす。

クリープ破壊の柱に関する結果は、そのほとんどが危険側となっている。しかし、実際の設計において、柱がクリープ破壊を起こすような高い持続荷重を想定することはまれであり、本論文で述べる設計法の適用範囲外として扱う。クリープ破壊が予測されるような場合には、それに対応する検討を別に行う必要がある。

拘束のある柱の結果は、ヒンジの柱に関する結果とほぼ同じような $N_{u,test}/N_{u,cal}$ の分布形状を示している。このことは、用いた有効長 l_e の妥当性を示すものである。

二軸曲げの柱では、 $N_{u,test}/N_{u,cal}$ がかなり大きな値となる場合がみられるが、これらはほとんどが Sturrock らおよび Pannel らの実験結果であり、それ



図一三 クリープ破壊の場合を除く全データに関する $N_{u,test}/N_{u,cal}$ の度数分布図

ぞれの l_e/h は 50 および 41.6, b/h は 4.0 および 1.48 である。図-11 に、これらの著者以外についての著者別の度数分布を示す。

端ヒンジの柱に関しても、二軸曲げの場合と同様に、かなり大きな $N_{u, test}/N_{u, cal}$ がみられる。そのほとんどが、大きな l_e/h , 小さな鉄筋比, かつ一次偏心が 0 の場合である。このことから、このような場合、提案した設計式はかなり安全側の結果を与えるといえるかもしれない。

持続荷重および繰り返し荷重を含む場合についてもデータの特別な偏りはみられず、設計用二次偏心量は、このような場合にも適用できるものと思われる。

図-10 には、不等偏心力を受けた場合に関する結果を、他の場合と区別して示してある。ヒンジの柱の場合に、 $N_{u, test}/N_{u, cal}$ の比較的大きなものがあるが、これらは、Martin らの実験による結果であり、等価偏心を用いる必要のなかった他の 2 つの場合も大きな値を示した。したがって、これらは等価偏心を用いたことによる結果ではないことが推測される。データの数は少ないが、不等偏心の場合についても、等価偏心として $e_{eq} = 0.4 e_{11} + 0.6 e_{12} \geq 0.4 e_{12}$ を用いてもよいと思われる。

数値実験では、 δ の範囲として 0.1~0.4 を考慮した。 $\delta > 0.4$ の場合に対する適用性を調べるために、実験結果との比較を示したのが図-12 である。 δ の各範囲についての $N_{u, test}/N_{u, cal}$ の分布に顕著な差異はみられない。 $N_{u, test}/N_{u, cal} > 2$ の結果に関するものについてはすでに述べたとおりである。したがって、これらの結果から、設計用二次偏心量は、 δ が少なくとも 3 程度までは十分適用できそうである。

図-13 は、クリープ破壊のデータを除いた全データに関する度数分布を示す。 $N_{u, test}/N_{u, cal} < 1$ のデータは 100 個ある。 $N_{u, test}/N_{u, cal} < 0.85$ のデータは 16 個であり、全データに占めるこの割合は 3% 弱である。ちなみに、 $N_{u, test}/N_{u, cal} < 0.9$ のデータは 34 個であり、全データに占める割合は約 6% である。以上述べた設計式の安全度の評価のための $N_{u, cal}$ の算定では、供試体のコンクリート強度として円柱強度をそのまま用いた。これは、コンクリート強度に関していえば、設計式を最も危険な状態で評価したことになる。なぜなら、

通常、実際のコンクリート強度は円柱強度より小さいとされているからである。

表-4 は、DIN 1045, CEB-FIP, CP 110, および著

表-4 $N_{u, test}/N_{u, cal}$ に対する各設計式の適合度

設計式	データ数	変動係数	平均値
DIN 1045	240	0.172	1.18
CEB-FIP	447	0.582	1.51
CP 110	578	0.515 (0.493)	1.23 (1.27)
著者ら	578	0.337 (0.324)	1.25 (1.34)

者らの二次偏心に関する設計式を用いた場合の $N_{u, test}/N_{u, cal}$ に対する変動係数, 平均値, およびデータの数を示す。DIN 1045 のデータの数が少ないのは、その適用範囲が狭いためである。CEB-FIP の場合、用いた二次偏心量は $e_2 = l_e^2/10 \times \phi$ であり、その解説に従って $\phi = 5 \times 10^{-3}/d$ とした。また、CP 110

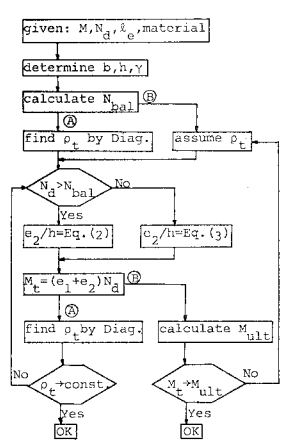


図-14 設計手順

や著者らよりデータ数が少ないのは、二軸曲げの場合、 $|e_y/b|, |e_x/h| \leq 0.2$ 以外についての直接的な e_2 の評価式が与えられていないことから、そのようなデータを除外したためである。CP 110 の結果は、設計終局荷重が釣り合い軸力より大きい場合にその使用が許されている調整係数 K_1 を考慮しなかった場合を示す。括弧の中の値は、Cranston が行ったように¹⁶⁾、調整係数を考慮し、供試体のコンクリート強度を円柱強度の 0.838 倍として計算した結果である。一般に、コンクリート強度を小さく見積って $N_{u, cal}$ を算定するという事は、 $N_{u, test}/N_{u, cal}$ の分布が安全側に移動することになる。逆に、 $K_1 \leq 1$ の考慮は、考慮しない場合より $N_{u, cal}$ を大きくすることを意味する。両者の相殺効果により、平均値はほとんど変化していない。著者らの括弧の中の結果は、単に、コンクリート強度を円柱強度の 0.85 倍とした場合である。この場合、 $N_{u, test}/N_{u, cal} < 0.9$ および < 0.85 のデータは、それぞれ 12 個および 6 個である。

以上、広範囲にわたる実験データとの比較検討の結果、提案した設計用二次偏心量は、実用上、十分その使用に耐え得るものであるといえよう。

6. 設計法

曲げと軸力を受ける RC 長柱の設計手順を図-14 に示す。設計手順は、モーメント~軸力~鉄筋比の関係が図表で用意されている場合と用意されていない場合とで若干異なったものとなり、図では前者を ①, 後者を ② としてある。以下、簡単にその概要について述べる。

- ① 断面寸法および配筋位置を決定する。
- ② つり合い軸力 N_{bal} を算定する。
- ③ ① の場合、所定の M, N_d より鉄筋比 ρ_s を求める。② の場合、まったく任意に ρ_s を仮定する。
- ④ $N_d > N_{bal}$ の場合は式 (2) で、それ以外は式

(3) で考慮すべき二次偏心量 e_2 を算定する。

⑤ 二次モーメントを含む全モーメント M_t を算定する。

⑥ ④ の場合, M_t と N に対して新たに ρ_t を求める。この手順を ρ_t が一定となるまで繰り返す。③ の場合, N_d および所定の断面諸元に対する終局曲げモーメント M_{ult} を算定する。原則的には, $M_t < M_{ult}$ であればよい。

7. 結 語

本研究は, RC 長柱に関する一つの近似設計法を提示することを目的に行われた。そのために, まず, 短時載荷の場合および持続載荷を含む場合についての RC 長柱の解析を逐次計算で行う方法を示し, 数値実験を行った。次に, その数値実験結果による回帰式に基づいて, 設計用二次偏心量なる設計式を提案した。さらに, 提案した設計式の妥当性を検討するために, これまでに行われた 626 個の実験結果との比較を行った。その結果, 提案した設計式は, 有効長, 不等偏心, および二軸曲げの場合の等価偏心が適当に評価されると, 端ヒンジの柱はもちろん, 端拘束の柱および二軸曲げの柱に関しても実用上十分利用できることが示された。また, この提案設計式は, 同じ設計概念を有する, 適用範囲の狭い DIN 1045 を除いて, CP 110 および CEB-FIP の設計式と比べて格段により精度であることが示された。

本研究は, 文部省科学研究費 (昭和 57 年度奨励研究 (A), No. 57750396) によって行ったものである。なお, 数値計算には北海道大学大型計算機センターの HITAC M-200 H を使用した。

参 考 文 献

- 1) Timoshenko, S.P. and M.J. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Company, Inc., 2nd Edition, p. 46.
- 2) Broms, B. and I.M. Viest : Ultimate Strength of Hinged Columns, Transaction, ASCE, SYMPOSIUM, VOL. 126, pp. 306~339, 1961.
- 3) Broms, B. and I.M. Viest : Ultimate Strength Analysis of Restrained Columns, Transaction, ASCE, SYMPOSIUM, VOL. 126, pp. 348~366, 1961.
- 4) Chang, W.F. and P.M. Ferguson : Long Hinged Reinforced Concrete Columns, ACI Journal, Proceedings Vol. 60, No. 1, pp. 1~25, January 1963.
- 5) Pfrang, E.O. and C.P. Siess : Predicting Structural Behavior Analytically, Proceedings of ASCE, ST 5, pp. 99~111, October 1964.
- 6) Pfrang, E.O. and C.P. Siess : Behavior of Restrained Reinforced Concrete Columns, Proceedings of ASCE, ST 5, pp. 113~136, October 1964.
- 7) Schwarz, H. and K.H. Kasperek : Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens exzentrisch beanspruchter Stahlbetonstützen, Der Bauingenieur, Heft 3, pp. 84~90, 1967.
- 8) Manuel, R.F. and J.G. MacGregor : Analysis of Restrained Reinforced Concrete Columns under Sustained Load, ACI Journal, pp. 12~23, January 1967.
- 9) Bazant, Z.P. : Creep Stability and Buckling Strength of Concrete Columns, Magazine of Concrete Research, Vol. 20, No. 63, pp. 85~94, June 1968.
- 10) Farah, A. and M.W. Huggins : Analysis of Reinforced Concrete Columns Subjected to Longitudinal Load and Biaxial Bending, ACI Journal, pp. 569~575, July 1969.
- 11) Breen, J.E. and P.M. Ferguson : Long Cantilever Columns Subject to Lateral Forces, ACI Journal, pp. 884~893, November 1969.
- 12) Pagay, S.N., P.M. Ferguson and J.E. Breen : Importance of Beam Properties on Concrete Column Behavior, ACI Journal, pp. 808~815, October 1970.
- 13) Quast, U. : Traglastnachweis für Stahlbetonstützen nach der Theorie II. Ordnung mit Hilfe einer vereinfachten Moment-Krümmungsbeziehung, Beton- und Stahlbetonbau, pp. 256~271, 11/1970.
- 14) Ferguson, P.M., H. Okamura and S. Pagay : Computer Study of Long Columns in Frames, ACI Journal, pp. 955~958, December 1970.
- 15) Goyal, B.B. and N. Jackson : Slender Concrete Columns under Sustained Load, Proceedings of ASCE, ST 11, pp. 2729~2750, November 1971.
- 16) Cranston, W.B. : Analysis and Design of Reinforced Concrete Columns, Cement and Concrete Association, Research Report 20, p. 54, 1972.
- 17) Lazaro, A.L. and R. Richards : Full-Range Analysis of Concrete Frames, Proceedings of ASCE, ST 8, pp. 1761~1783, August 1973.
- 18) Hays, C.O. and H. Matlock : Nonlinear Discrete Element Analysis of Frames, Proceedings of ASCE, ST 10, pp. 2011~2030, October 1973.
- 19) Aas-Jakobsen, K. and M. Grenacher : Analysis of Slender Reinforced Concrete Frames, Bericht Nr. 50, Institut für Baustatik ETH Zürich, p. 17, März 1974.
- 20) Hage, S.E. and J.G. MacGregor : Stability Analysis and Design of Concrete Frames, Proceedings of ASCE, ST 10, pp. 1953~1977, October 1977.
- 21) Grelat, A. : Comportment Non Linéaire et Stabilité des Ossatures en Béton Armé, ANNALES, N°366, pp. 105~126, Novembre 1978.
- 22) Bazant, Z.P. and T. Tsubaki : Nonlinear Creep Buckling of Reinforced Concrete Columns, Proceedings of ASCE, ST 11, pp. 2235~2257, November 1980.
- 23) Hellesland, J. and A.C. Scordelis : Analysis of R.C. Bridge Columns under Imposed Deformations, IABSE COLLOQUIUM, DELFT 1981, pp. 545~559.
- 24) Viridi, K.S. : Biaxially Loaded Slender Reinforced Concrete Columns, IABSE COLLOQUIUM, DELFT 1981, pp. 449~461.
- 25) Al-Noury, S.I. and W.F. Chen : Finite Segment Method for Biaxially Loaded RC Columns, Proceedings of ASCE, ST 4, pp. 780~799, April 1982.
- 26) Mari, A., J. Murcia and A. Aguado : Second Order Analysis of Reinforced Concrete Frames, CEB BULLETIN D'INFORMATION, N°153, pp. 183~196, Avril 1982.
- 27) MacGregor, J.G., J.E. Breen and E.O. Pfrang :

- Design of Slender Concrete Columns, ACI Journal, pp. 6~28, January 1970.
- 28) Rüschi, H. : Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete, ACI Journal, pp. 1~28, July 1960.
- 29) CEB-FIP, Manual of Buckling and Instability, Longman Inc., New York, p. 60, 1978.
- 30) Baumann, O. : Unacquired paper, data of which were obtained in reference (16)
- 31) Thomas, F.G. : Unacquired paper, data of which were obtained in reference (16)
- 32) Rambøll, B.J. : Unacquired paper, data of which were obtained in reference (16)
- 33) Ernst, G.C., J.J. Hromadik and A.R. Riveland : Unacquired paper, data of which were obtained in reference (16).
- 34) Gehler, W. and A. Hütter : Knickversuche mit Stahlbetonsäulen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 113, pp. 1~56, 1954.
- 35) Gaede, K. : Knicken von Stahlbetonstäben unter Kurz- und Langzeitbelastung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 129, 1958.
- 36) Kordina, K. : Unpublished work, data of which were obtained in reference (16).
- 37) Aas-Jakobsen, A. : Unpublished work, data of which were obtained in reference (16).
- 38) Saenz, L.P. and I. Martin : Test of Reinforced Concrete Columns with High Slenderness Ratio, ACI Journal, pp. 589~616, May 1963.
- 39) Breen, J.E. and P.M. Ferguson : The Restrained Long Concrete Column as a Part of a Rectangular Frame, ACI Journal, pp. 563~588, May 1964.
- 40) Ramamurthy, L.N. : Investigation of the Ultimate Strength of Square and Rectangular Columns under Biaxially Eccentric Loads, SYMPOSIUM ON REINFORCED CONCRETE COLUMNS, DETROIT, ACI SP-13, pp. 263~298, 1966.
- 41) Martin, I. and E. Olivieri : Test of Reinforced Concrete Columns Bent in Double Curvature, SYMPOSIUM ON REINFORCED CONCRETE COLUMNS, DETROIT, ACI SP-13, pp. 121~138, 1966.
- 42) MacGregor, J.G. and S.L. Barter : Long Eccentrically Loaded Concrete Columns Bent in Double Curvature, SYMPOSIUM ON REINFORCED CONCRETE COLUMNS, DETROIT, ACI SP-13, pp. 139~156, 1966.
- 43) Furlong, R.W. and P.M. Ferguson : Tests of Frames with Columns in Single Curvature, SYMPOSIUM ON REINFORCED CONCRETE COLUMNS, DETROIT, ACI SP-13, pp. 55~73, 1966.
- 44) Ferguson, P.M. and J.E. Breen : Investigation of the Long Concrete Column in a Frame Subject to Lateral Loads, SYMPOSIUM ON REINFORCED CONCRETE COLUMNS, DETROIT, ACI SP-13, pp. 75~114, 1966.
- 45) Pannell, F.N. and J.L. Robinson : Slender Reinforced Concrete Columns with Biaxial Eccentricity of Loading, Magazine of Concrete Research, Vol. 20, No. 65, pp. 195~204, December 1968.
- 46) Green, R. and J.E. Breen : Eccentrically Loaded Concrete Column under Sustained Load, ACI Journal, pp. 866~874, November 1969.
- 47) Mehmel, A., H. Schwarz, K.H. Kasperek and J. Makovi : Tragverhalten ausmittig beanspruchter Stahlbetondruckglieder, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 204, p. 54, 1969.
- 48) Ramu, P., M. Grenacher, M. Baumann and B. Thürlimann : Versuche an gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen unter Dauerlast, Bericht Nr. 6418-1, Institut für Baustatik ETH Zürich, p. 86, 1969.
- 49) Cranston, W.B. and R.D. Sturrock : Unacquired paper, data of which were obtained in reference (16)
- 50) Drysdale, R.G. and M.W. Huggins : Sustained Biaxial Load on Slender Concrete Columns, Proceedings of ASCE, ST 5, pp. 1423~1442, May 1971.
- 51) Hellesland, J. and R. Green : Sustained and Cyclic Loadings of Concrete Columns, Proceedings of ASCE, ST 4, pp. 1113~1128, April 1971.
- 52) 平澤征夫 : 二軸曲げを受ける鉄筋コンクリート柱部材の力学的挙動に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, p. 173, 1974.
- 53) Kordina, K. : Langzeitversuche an Stahlbetonstützen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 250, p. 36, 1975.
- 54) Blomeier, G.A. and J.E. Breen : Effect of Yielding of Restraints on Slender Concrete Columns with Sidesway Prevented, ACI SP 50-2, pp. 41~65, 1975.
- 55) Green, R. and J. Hellesland : Repeated Loading Tests of Reinforced Concrete Columns, ACI SP 50-3, pp. 67~91, 1975.
- 56) Gruber, L. and C. Menn : Berechnung und Bemessung schlanker Stahlbetonstützen, Bericht Nr. 84, Institut für Baustatik ETH Zürich, p. 23, 1978.
- 57) 土木学会, 無筋および鉄筋コンクリート標準示方書, 昭和55年版.
- 58) ACI 318-77, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, 1977.
- 59) BSI CP 110, The Structural Use of Concrete, 1972.
- 60) DIN 1045, 1978.
- 61) CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, 1978.