

溶接組立断面部材の残留応力推定と  
その自己つり合い条件式THE ESTIMATION OF RESIDUAL STRESSES AND ITS SELF EQUILIBRIUM  
CONDITIONS IN WELDED THIN-WALLED MEMBERS

西田 進\*・星名 博文\*\*

By Susumu NISHIDA and Hirofumi HOSHINA

## 1. ま え が き

本研究は鋼構造部材の耐荷力解析を行う際に必要となる残留応力分布とその自己つり合い条件式について理論的および実験的に検討を行うものである。

残留応力の自己つり合い条件式に関する検討は Lee<sup>1)</sup>によって行われ、彼らの研究に対して、残留応力のねじりモーメントへの寄与項  $\bar{K}$  に関する3編の討議が行われた。この討議を通じて、西野<sup>2)</sup>は圧延および溶接工形断面に対してより簡単な残留応力分布パターンを用いることを提案し、以後、座屈あるいは耐荷力解析にこの残留応力分布パターンがよく用いられている。その後、研究は残留応力分布の測定データの蓄積に向かい、データの蓄積とともに実測値をふまえた残留応力に関する新たな提案が行われてきた<sup>3),4)</sup>。しかし、従来の研究では、軸力および曲げモーメントに関する静的つり合いから残留応力分布のつり合い条件式を導いていたため、そりに関する条件が不明確であった。

本研究では、まず、残留応力のなす仕事量の変分原理からそのつり合い条件式を導き、従来の条件に加えてそりに関する条件も必要なことを明らかにする。次に、残留応力の実測値を用いてつり合い条件式の満足度を検討し、最後に、任意形状の溶接組立薄肉断面部材の簡単な残留応力分布モデルを提案する。

## 2. 残留応力分布の自己つり合い条件式

変形前の薄肉断面部材の横断面方向に右手系の直交座標  $x, y$  を、断面の図心を連ねる部材軸方向に  $z$  座標をとると、任意点の  $x, y$  および  $z$  方向変位を  $u, v$  および  $w$  とすれば、断面剛の仮定とそりに関する条件より、任意

点の変位と軸ひずみは次式にて与えられる<sup>5)</sup>。

$$u = u_S - (y - y_S) \sin \varphi - (x - x_S) (1 - \cos \varphi) \quad \dots\dots\dots (1 \cdot a)$$

$$v = v_S + (x - x_S) \sin \varphi - (y - y_S) (1 - \cos \varphi) \quad \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

$$w = w_c - x(u_S \cos \varphi + v_S' \sin \varphi) - y(v_S' \cos \varphi - u_S' \sin \varphi) - \omega_n \varphi' \quad \dots\dots (1 \cdot c)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $u_S, v_S$  および  $\varphi$  はせん断中心の  $x, y$  方向変位およびねじり角を表わす。

式(1)を式(2)に代入すると次式のひずみを得る。

$$\begin{aligned} \epsilon_z = & w_c' + \left[ \frac{1}{2} (u_S'^2 + v_S'^2) + \{ (y_S u_S' - x_S v_S') \right. \\ & \left. \cdot \cos \varphi + (x_S u_S' + y_S v_S') \sin \varphi \} \varphi' \right] \\ & - x (u_S'' \cos \varphi + v_S'' \sin \varphi) \\ & - y (v_S'' \cos \varphi - u_S'' \sin \varphi) - \omega_n \varphi'' \\ & + \frac{1}{2} \{ (x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 \} \varphi'^2 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

薄肉断面部材の初期条件として残留応力  $\sigma_r$  のみが存在し、初期変形がなく、かつ外力が作用しない場合を考えると、外力のなすポテンシャルエネルギー  $\Pi_P$  は零となる。したがって、全ポテンシャルエネルギー  $\Pi$  は次式となる。

$$\Pi = U + \Pi_P = \int_0^L \int_A \sigma_r \epsilon_z dA dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\Pi$  の変分をとり式(3)のひずみを代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & \int_0^L \int_A \sigma_r \delta \epsilon_z dA dz \\ = & \int_0^L \left[ \int_A \sigma_r dA \delta w_c' + \int_A \sigma_r dA \right. \\ & \left. \cdot \{ (u_S' \delta u_S' + v_S' \delta v_S') + (y_S u_S' - x_S v_S') \right. \\ & \left. \cdot (\cos \varphi \delta \varphi' - \varphi' \sin \varphi \delta \varphi) + (y_S \delta u_S' - x_S \delta v_S') \right. \\ & \left. \cdot \cos \varphi \cdot \varphi' + (x_S u_S' + y_S v_S') \right] \end{aligned}$$

\* 正会員 工博 金沢工業大学教授 土木工学科

\*\* 学生会員 金沢工業大学大学院修士課程 土木工学専攻

$$\begin{aligned}
 & \cdot (\sin \varphi \delta \varphi' + \varphi' \cos \varphi \delta \varphi) + (x_S \delta u_S' + y_S \delta v_S') \\
 & \cdot \sin \varphi \cdot \varphi' - \int_A \sigma_r x dA (-u_S'' \cdot \sin \varphi \delta \varphi \\
 & + \cos \varphi \delta u_S'' + v_S'' \cos \varphi \delta \varphi + \sin \varphi \delta v_S'') \\
 & - \int_A \sigma_r y dA (-v_S'' \sin \varphi \delta \varphi + \cos \varphi \delta v_S'' \\
 & - u_S'' \cos \varphi \delta \varphi - \sin \varphi \delta u_S'') - \int_A \sigma_r \omega_n dA \delta \varphi'' \\
 & + \int_A \sigma_r \{ (x-x_S)^2 + (y-y_S)^2 \} dA \varphi' \delta \varphi'' \\
 & \cdot dx = 0 \dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

上式において、変分量  $\delta \omega_c'$ ,  $\delta u_S''$ ,  $\delta v_S''$  および  $\delta \varphi''$  が任意であることより、次の残留応力のなす軸力、 $x$  および  $y$  軸まわりの曲げおよびバイモーメントに関する自己つり合い条件式を得る。

$$N_r = \int_A \sigma_r dA = 0 \dots \dots \dots (6)$$

$$M_{xr} = \int_A \sigma_r y dA = 0 \dots \dots \dots (7)$$

$$M_{yr} = \int_A \sigma_r x dA = 0 \dots \dots \dots (8)$$

$$M_{\omega r} = \int_A \sigma_r \omega_n dA = 0 \dots \dots \dots (9)$$

また、外力が作用せず、かつ初期変形が存在しないという条件より  $\varphi'$  は零である。したがって

$$\bar{K}_r = \int_A \sigma_r \{ (x-x_S)^2 + (y-y_S)^2 \} dA \neq 0 \dots (10)$$

### 3. 残留応力の自己つり合い条件式の検討

溶接組立断面部材の残留応力測定は図-1の下測に示す7種の断面形(十, L, I, □, 工, T, 下)について行った。試験体に用いた構造用鋼板の材質は、すべてSM41で、その板厚は  $t=8$  mm(一部6および10 mm 鋼板)である。溶接は一層盛りの隅肉溶接とし、すべて手溶接(溶接電流  $I=130$  A, アーク電圧  $V=30$  V, アーク溶接

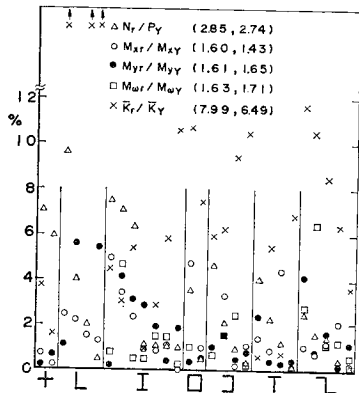


図-1 残留応力による断面力と降伏断面力の比

棒 (D 4313)  $\phi=3.2$  mm, 運棒速度  $v=5$  mm/s, サイズ  $s=6$  mm) によって行った。なお、残留応力測定方法は、まず試験体に 100 mm のゲージ長にスチールボールを埋め込み、次に試験体を細片に切断する。そしてコンタクトゲージを用いて読み取った切断前後のゲージ長の差から残留応力を求める方法によった<sup>3)</sup>。

図-2 は溶接H形、溶接溝形および溶接Z形断面部材の残留応力分布の測定結果(●印)の一例を示す。図に示した測定例では断面のフランジ端部に鋼板のガス切断による引張残留応力が大きく現われている。

残留応力分布の自己つり合い条件式の満足度は実測残留応力のなす断面力と式(11)に定義する降伏断面力の比により検討する。ただし、降伏応力  $\sigma_Y$  として  $\sigma_Y=2800$  kgf/cm<sup>2</sup> (274 Pa) を用いる。

$$\left. \begin{aligned}
 P_Y &= \sigma_Y A, \quad M_{xY} = \sigma_Y W_x, \quad M_{yY} = \sigma_Y W_y \\
 M_{\omega Y} &= \sigma_Y \frac{I_{\omega}}{(\omega_n)_{\max}}, \quad \bar{K}_Y = \sigma_Y \int_A (x^2 + y^2) dA
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $W_x$ ,  $W_y$  および  $I_{\omega}/(\omega_n)_{\max}$  は  $x$ ,  $y$  軸およびそりに関する断面係数である。

図-1 は溶接組立薄肉断面部材の実測残留応力のなす断面力と降伏断面力の比をパーセントで表わす。図中、 $\Delta$  は軸力比、 $\circ$  および  $\bullet$  は強軸および弱軸に関する曲げモーメント比、 $\square$  はバイモーメント比、 $\times$  は残留応力のねじりモーメントへの寄与項  $\bar{K}_r$  の比を表わす。また、図中に示すカッコ内の数字は、残留応力のなす断面力と降伏断面力との比の平均値および標準偏差を表わす。図より、 $N_r/N_Y$ ,  $M_{xr}/M_{xY}$ ,  $M_{yr}/M_{yY}$  および  $M_{\omega r}/M_{\omega Y}$  の比の平均値は 1~3% と小さく、式(6)~(9)のつり合い条件式をほぼ満足している。一方、零なる条件を必要としない  $\bar{K}_r/\bar{K}_Y$  の平均値は約 8% と大きく、有価な値となっている。

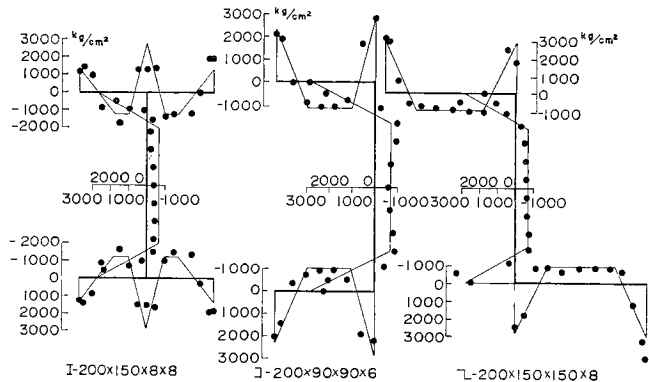


図-2 溶接組立薄肉断面部材の実測残留応力と残留応力分布モデル

4. 溶接組立薄肉断面部材の残留応力分布モデル

溶接組立薄肉断面部材の残留応力分布とその大きさの推定法は種々提案されている<sup>3)</sup>。ここでは普通に用いられる溶接条件を前提に、簡単でかつ任意の断面形に適用できる推定法を提案する。溶接組立部材の残留応力分布とその大きさは部材の板厚, 板幅, ビート断面および溶接入熱量等と関連するが, 図-2の実測値をみると各薄板要素互につり合い, かつその大きさは  $b/t$  にほぼ比例しているようにみえるので 図-3 に示すように厚さ方向に一定で, 長さ方向に折線分布する残留応力を仮定する。

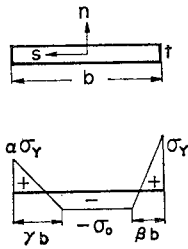


図-3 薄板要素の残留応力分布

残留応力のなす軸力  $N = \int_A \sigma_r dA = 0$  および  $n$  軸まわりの曲げモーメント  $M_n = \int_A \sigma_r s dA = 0$  の条件より次式を得る。

$$N = -\sigma_0 b t + \frac{1}{2}(\sigma_Y + \sigma_0) \beta b t + \frac{1}{2}(\alpha \sigma_Y + \sigma_0) r b t = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$M_n = -\frac{1}{2}(\sigma_Y + \sigma_0) \beta b t \left( \frac{1}{2} - \frac{\beta}{3} \right) b + \frac{1}{2}(\alpha \sigma_Y + \sigma_0) r b t \left( \frac{1}{2} - \frac{r}{3} \right) b = 0 \quad \dots\dots (13)$$

式 (12) および (13) の連立方程式を, 図-3 に示す  $\beta$  および  $r$  について解くと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{3 \alpha \sigma_Y - \sigma_0}{2(1 - \alpha) \sigma_Y} \left\{ \sqrt{\frac{(\alpha \sigma_Y + \sigma_0)(3 \sigma_Y - \sigma_0)}{(\sigma_Y + \sigma_0)(3 \alpha \sigma_Y - \sigma_0)}} - 1 \right\} \\ r &= \frac{2 \sigma_0}{\alpha \sigma_Y + \sigma_0} - \frac{\sigma_Y + \sigma_0}{\alpha \sigma_Y + \sigma_0} \beta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

なお, 厚さ方向の残留応力の変化を無視すると  $s$  軸まわりの曲げモーメントは常に零である。

図-3 に示す残留応力分布を有する薄板要素を組み立てた任意形状の薄肉断面に対して残留応力のなす断面力を求めると次式となる。

$$N_r = \int_A \sigma_r dA = \sum_{i=1}^n \int \sigma_r dA_i = \sum_{i=1}^n N_i = 0 \quad \dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} M_{xr} &= \int_A \sigma_r y dA = \sum_{i=1}^n \left( -\mu_i \int \sigma_r s_i dA_i + C_i \int \sigma_r dA_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n (-\mu_i M_{ni} + C_i N_i) = 0 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{yr} &= \int_A \sigma_r x dA = \sum_{i=1}^n \left( \lambda_i \int \sigma_r s_i dA_i + C_i \int \sigma_r dA_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n (\lambda_i M_{ni} + C_i N_i) = 0 \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\omega r} &= \int_A \sigma_r \omega_n dA = \sum_{i=1}^n \left( A_i \int \sigma_r s_i dA_i + B_i \int \sigma_r dA_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n (A_i M_{ni} + B_i N_i) = 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここに,  $\lambda_i, \mu_i, A_i, B_i$  および  $C_i$  は  $x, y$  および  $\omega_n$  座標を  $i$  番目要素の  $(S_i, n_i)$  座標に変換する際の座標変換係数である。上式より, 溶接組立断面部材の各薄板要素に対して 図-3 の分布形を仮定すれば式 (6)~(9) の残留応力の自己つり合い条件式を常に満足する。次に, 溶接組立断面部材の残留応力測定値を用いて, 図-3 の  $\alpha$  および  $\sigma_0$  値を推定する。残留応力値の推定にあたって, 薄板要素の一端がガス切断, 他端が溶接の場合をパターン (A) とし, 両端ともに溶接の場合をパターン (B) とする。なお, 以下の図において黒く塗りつづしたデータは文献 6) の測定値を示す。

図-4 は平均圧縮残留応力<sup>3)</sup>  $\sigma_0/\sigma_Y$  と幅厚比  $b/t$  の関係を表わす。図より, パターン (A) の場合 (○印), 圧縮残留応力は  $b/t$  の増加とともにほぼ直線的に減少し, パターン (B) の場合 (△印) はほぼ一定値となることからわかる。図-5 および 6 はガス切断部および溶接部の引張残留応力と幅厚比の関係を表わし, 引張残留応力は  $b/t$  の増加とともにほぼ直線的に増加する。図-4 および 5 より,  $\alpha$  および  $\sigma_0$  の推定式として実測値分布を直線近似した次式を用いる。

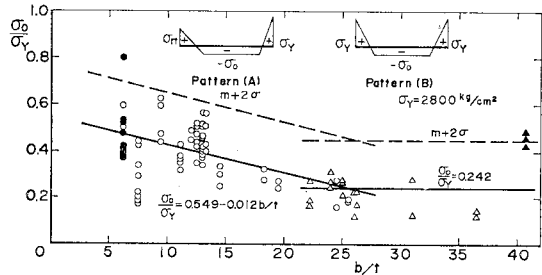


図-4 平均圧縮残留応力と幅厚比の関係

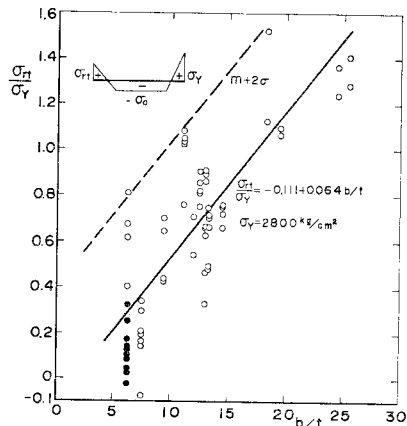


図-5 ガス切断部の引張残留応力と幅厚比の関係

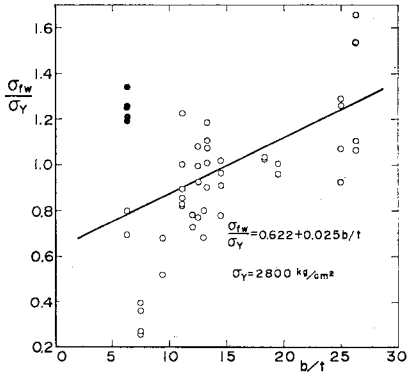


図-6 溶接部の引張残留応力と幅厚比の関係

$$\sigma_{rt} = \alpha \sigma_Y = \left( -0.111 + 0.064 \frac{b}{t} \right) \sigma_Y \dots \dots \dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \left( 0.549 - 0.012 \frac{b}{t} \right) \sigma_Y && \text{パターン (A)} \\ \sigma_0 &= 0.242 \sigma_Y && \text{パターン (B)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

なお、 $\sigma_{rw}/\sigma_Y$  値がばらつきの大きいのは隅角部の残留応力測定が難しいためである。また、全体の平均値がほぼ1.0となることより、溶接部の引張残留応力として  $\sigma_{fw} = \sigma_Y$  を用いる。

図-2の実線は  $\alpha$  および  $\sigma_0$  の推定式と 図-3 の残留応力分布パターンを用いて求めた残留応力分布図を表わす。図より、実測残留応力 (●印) と推定した残留応力分布が比較的良好に対応していることがわかる。なお、 $b/t$  の小さい場合は必ずしも対応せず、より多くのデータより推定する必要がある。

### 5. 残留応力分布パターンのねじり座屈強度への影響

数値計算に用いられる残留応力分布パターンは1軸あるいは2軸対称断面に関するものが多く、この断面形に対する式(9)の値は断面の対称性より常に零となる。このため、残留応力のそりに関する条件 ( $M_{wr} = 0$ ) の重要性が認識されなかった。

図-7は式(21)を用いて求めた軸圧縮力を受ける両端ヒンジの溶接Z形断面柱のねじり座屈強度曲線を表わ

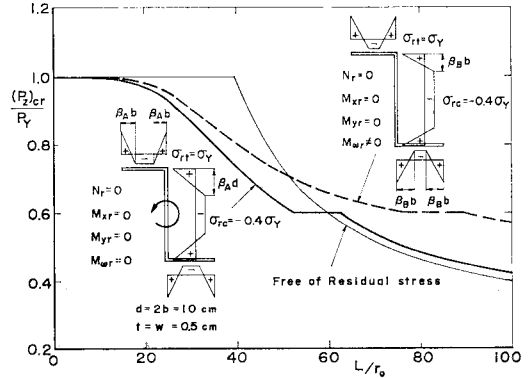


図-7 ねじり座屈強度曲線(残留応力分布パターンの影響)

す<sup>2)</sup>。

$$L_{cr} = \pi \sqrt{\frac{EI_w}{\int \sigma(x^2 + y^2) dA - GK_T}} \dots \dots \dots (21)$$

図中の実線は式(6)~(9)のすべてのつり合い条件を満足する残留応力を有する場合のねじり座屈強度曲線を示し、点線は、式(9)のみを満足しない場合のねじり座屈強度曲線を示す。両者の強度差は直接的には式(10)の  $\bar{K}_r$  値によるものであるが、 $M_{wr} = 0$  を満足させた方が、満足させない場合より、安全側の値となる。

#### 参考文献

- 1) George C. Lee, Dah Sheng Fine and William R. Hastreiter : Inelastic Torsional Buckling of H-Columns, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST 5, pp. 295~307, October, 1967.
- 2) Nishino, F. : A Discussion to Ref. 1. Proc. of ASCE, Vol. 94, No. ST6, pp. 1643~1646, June, 1968.
- 3) 近藤明雅・日浦隆丈・菊地洋一：溶接I形断面部材の残留応力の推定に関する研究，土木学会論文報告集，No. 288, pp. 1~11, 1979年8月。
- 4) Herzog, M. : Die Größe der Eigenspannungen in Walz- und Schweißprofilen nach Messungen, Der. Stahlbau 46, Heft 9, s. 283~287, 1977.
- 5) 西野文雄・倉方慶夫・長谷川彰夫・奥村敏恵：軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材，土木学会論文報告集，No. 225, pp. 1~15, 1974年5月。
- 6) Fukumoto, Y. and S. Nishida, : Ultimate Load Behavior of Curved I-Beams, Proc. of ASCE, Vol. 107, No. EM 2, pp. 367~385, April, 1981.

(1983.6.2・受付)