

強震記録の読み取り誤差が構造物の応答に 及ぼす影響の確率論的評価

ERRORS IN THE STRUCTURAL RESPONSE CAUSED BY THE
DIGITIZATION OF STRONG-MOTION ACCELEROGRAMS

馬場 俊介*・二宮 公紀**

By Shunsuke BABA and Kohki NINOMIYA

1. 序

過去に測定された強震計記録を用いて構造物の地震応答解析を行う場合には、地震計の器械的誤差、基線誤差に加えて、地震波の離散化に伴う読み取り誤差などが解析結果に影響を与える¹⁾。さらに、パワースペクトルを用いて振動特性を評価する場合には、FFTによるスペクトルの推定誤差、有限記録長さによる誤差なども解析結果に影響を与える²⁾。これらの誤差については、離散化にあたっての最適なサンプリング・タイムの推定^{3),4)}、SMAC型強震計の計器補正および低・高域遮断振動数の推定⁵⁾、強震計の読み取り誤差の評価⁶⁾など、詳しく検討されてきた。しかし、これらは地震波の離散化誤差についての検討であり、誤差を含んだ地震波が構造物の応答に与える影響については、あまり論じられていない^{7),8)}。文献8)は、地震波に含まれる読み取り誤差を直接用いる代わりに、擬似地震波の有効桁数の差を「誤差」とみなして、シミュレーションにより応答値への影響を調べたものである。本論文では、シミュレーションを行う代わりに、より定量的な評価を与えるべく、SMAC型強震計記録の読み取り誤差が、1質点系の加速度応答に及ぼす影響を確率論的手法により評価する。

一定時間間隔で、強震計記録から離散化データを読み取る際の誤差としては、基線が正しいとすれば、

- ① 離散点での読み取り値自体が、オペレーターの視差や手ぶれ、デジタル装置の機構に基づく誤差により上下にずれることによる誤差(タイプIの読み取り誤差)。
- ② 離散点での読み取り値自体は正しいのだが、連続波としての地震波を、一定時間間隔の階段状波としてとらえることによる誤差(タイプIIの読み取り誤

差)。

の2つが問題となる。ここでは、①を、(a)応答をエネルギー的にとらえた平均2乗値の誤差という立場と、(b)応答の大きさそのものを対象とした最大応答値の誤差という立場の2つから評価する。さらに、(a)については、El Centro地震の加速度波を用いて、有限記録長さとの関係を調べる。(b)については、地震の継続時間中に生ずるただ一つの最大応答値を用いる場合と、応答波の中から大きいもの上位10%の平均値をとった平均最大応答値を用いる場合とを比較する。一方、②では、El Centro地震波と同じスペクトル特性をもつ擬似地震波を用いて、地震波の不連続化による誤差を評価する。

誤差の基準としては、生起確率0.1%に相当する応答誤差を用いる。その理由は、応答誤差の分布が正規分布で表わせない場合(タイプIIの読み取り誤差)があるため、標準偏差を用いると誤差の数量的意味がはっきりしないからである。また、タイプIの読み取り誤差については、正規分布で表わされるので、生起確率と標準偏差とは互換性がある。たとえば、生起確率0.1%は、標準偏差の3.09倍に相当する。

2. タイプIの読み取り誤差が加速度応答の平均2乗値に及ぼす影響

序で述べたように、SMAC型強震計記録の読み取り誤差は、確率論的評価にあたってタイプI、IIに分離できる。この節で取り扱うタイプIは、一定時間間隔(Δt)で読み取り作業を行うときに、読み取り値自体が正しくないことによる誤差である。すなわち、この種の誤差は、読み取り作業を行う際の視差や手ぶれ、デジタル装置の機構による誤差のため、読み取り値が真の値の上下いずれかに移動することにより発生する。この場合、 Δt 間隔内($t-\Delta t/2, t+\Delta t/2$)では、読み取り値による地

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部地盤工学教室

** 正会員 工修 名古屋大学助手 工学部土木工学教室

震波は一定値 $\ddot{x}_i(t=idt)$ をとる。2. では、タイプIの誤差が1質点系の加速度応答に及ぼす影響を、平均2乗値 \bar{z}^2 への誤差という形でとらえる。 \bar{z}^2 の誤差は、平均2乗値が地震波の全継続時間にわたる積分で与えられるようなエネルギー的な量であるため、 \bar{z}^2 の大きさそのものにも従属する量となる。したがって、地震が巨大であるほど、そして、 \bar{z}^2 が大きいほど、 \bar{z}^2 の誤差も大きくなる。

継続時間 T 秒の加速度波を、サンプリング・タイム dt 秒間隔で読み取ると、 N 個の地震波データを得る。ここに、 $T=Ndt$ である。このとき、読み取り値を X_i ($i=1, 2, \dots, N$) とする。 X_i には偶然誤差としての読み取り誤差が含まれるが、その偶然誤差は個々の読み取り作業ごとに単独で生ずる性質のものであるから、相互に独立とみなし得る。したがって、 X_i は平均値 μ_i 、分散 σ^2 をもつそれぞれ独立な確率変数である。ここに、 μ_i は読み取り値である。 σ^2 が一定値なのは、各時間での読み取りに伴う偶然誤差が同程度と考えられるからである。

X_i の分布は、正規分布 $N(\mu_i, \sigma^2)$ に従うものと仮定する。それは、正規分布が誤差分布として一般的に用いられるのと、解析的取り扱いが容易という2つの理由によるものである。

加速度地震波を Fourier 級数に展開するときの係数 A_k, B_k ($k=1, 2, \dots, N/2+1$) は、 N 個の読み取り値 X_i を用いて、

$$\left. \begin{aligned} A_k(X) &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \cos \frac{2\pi k(i-1)}{N} X_i \\ B_k(X) &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \sin \frac{2\pi k(i-1)}{N} X_i \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

と与えられる。ここに、 $A_k(X), B_k(X)$ は、Fourier 係数が確率変数 X の関数であることを表現している。 A_k, B_k を用いて、パワースペクトル G_k は、周知のよりに、

$$G_k(X) = \frac{Ndt}{2} \{A_k^2(X) + B_k^2(X)\} \dots\dots(2)$$

と定義される。ただし、 $k=1, N/2+1$ のときは、係数 $(Ndt/2)$ の代わりに $(Ndt/4)$ とする(以後、このただし書きは省略する)。

一方、加速度応答の平均2乗値 \bar{z}^2 は、パワースペクトル G_k と周波数応答関数 W_k を用いて、次のように離散化表示することができる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}^2(X) &= \frac{1}{Ndt} \sum_{k=1}^{N/2+1} W_k G_k(X) \\ W_k &= \frac{1+4h^2r^2}{(1-r^2)^2+4h^2r^2}, r = \frac{kT_0}{Ndt} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここに、 T_0 は1質点系の固有周期(秒)、 h は減衰係数である。

式(3)の $\bar{z}^2(X)$ を個々の確率変数 X_i の平均値 μ_i のまわりで Taylor 展開して、第1項のみをとると、次のようになる。

$$\bar{z}^2(X) \approx \bar{z}^2(\mu) + \sum_{i=1}^N (X_i - \mu_i) \left\{ \frac{\partial}{\partial X_i} \bar{z}^2(X) \right\}_{X_i = \mu_i} \dots\dots(4)$$

ここで、 $\Delta \bar{z}^2(X) = \bar{z}^2(X) - \bar{z}^2(\mu)$ 、 $\Delta X_i = X_i - \mu_i$ ($\Delta X_i \in N(0, \sigma^2)$) とすると、式(4)は、

$$\Delta \bar{z}^2(X) = \sum_{i=1}^N \Delta X_i \left\{ \frac{\partial}{\partial X_i} \bar{z}^2(X) \right\}_{X_i = \mu_i} \dots\dots(5)$$

となる。式(5)に式(3)を代入し、 $\bar{z}^2(X)$ を $G_k(X)$ で表わし、さらに、式(2)を用いて $A_k(X), B_k(X)$ で表わし、最後に、式(1)により確率変数 X で表わすと、 $\Delta \bar{z}^2(X)$ は、次のような ΔX のみの関数となる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{z}^2(X) &= \sum_{i=1}^N a_i \Delta X_i, \\ a_i &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N/2+1} W_k \left[A_k(\mu) \cos \frac{2\pi k(i-1)}{N} \right. \\ &\quad \left. + B_k(\mu) \sin \frac{2\pi k(i-1)}{N} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

読み取り誤差に相当する確率変数 ΔX が $N(0, \sigma^2)$ に従うので、その和で表わされる $\Delta \bar{z}^2(X)$ も正規分布となり、

$$\Delta \bar{z}^2 \in N(0, \sigma^{*2}), \sigma^{*2} = \sigma^2 \sum_{i=1}^N a_i^2 \dots\dots(7)$$

と定まる。

<計算例>

文献6)によれば、SMAC-B型強震計の読み取り誤差の標準偏差として0.18mm、すなわち、2.2galを与えている。したがって、ここでも、タイプIの読み取り誤差 ΔX の標準偏差 σ として、 $\sigma=2.2$ を用いる。

地震波としては、El Centro地震の加速度波を用いる。Fourier 係数 A_k, B_k の計算に用いる地震データの長さ T としては、有限記録長さの影響を調べるため、 $T=14.4$ 秒、21.6 秒、28.8 秒の3つを比較する。また、読み取り時間間隔 dt と誤差との関係を調べる目的で、 $dt=0.02$ 秒、0.03 秒、0.04 秒の3つを比較する。地震波が作用するのは、減衰係数 $h=0.05$ の1質点系構造物とし、固有周期 T_0 が0.1秒から4秒($T=14.4$ 秒の場合)、あるいは、7秒($T=21.6, 28.8$ 秒の場合)の間を対象とする。

以上の3つ、すなわち、継続時間 T 、読み取り時間間隔 dt 、固有周期 T_0 をパラメーターとして、加速度応答の平均2乗値の誤差 $\Delta \bar{z}^2$ を式(7)により計算する。誤差の標値の基準としては、序で述べたように、上側生起確率0.1%の点を用いる。すなわち、

$$\Delta \bar{z}^2 = 3.09 \sigma \left(\sum_{i=1}^N a_i^2 \right)^{1/2}, \sigma = 2.2$$

により与えられる。

結果の図示にあたっては、横軸に T_0 をとり、縦軸には $\Delta\bar{z}^2$ の無次元化量 $(\Delta\bar{z}^2/\bar{z}^2) \times 100\%$ をとる。ここに、 \bar{z}^2 は、 $\Delta\bar{z}^2$ を求めたときの $T, \Delta t, T_0$ に相当する平均 2 乗値である。 $T=14.4, 21.6, 28.8$ 秒の場合を、それぞれ、図-1(a),(b),(c) に示す。

図-1 によれば、 $T, \Delta t$ の選び方に無関係に、固有周期 T_0 が大きいほどタイプ I の読み取り誤差の影響は大きくなる。また、同一の T, T_0 に対しては、概して読み取り時間間隔 Δt が大きい方が誤差は大きく出る。また、有限記録長さの違いによる影響は、 $T=14.4$ 秒の場合に誤差が大きめに出ること以外に、 $T=21.6, 28.8$ 秒の間で有意な差はない。今後の (3., 4. の) 計算には $T=21.6$ 秒を用いる。

3. タイプ I の読み取り誤差が最大加速度応答値に及ぼす影響

ここでは、タイプ I の読み取り誤差の 1 質点系加速度応答への影響を、2. とは別の観点からとらえる。すなわち、1 質点系の加速度応答値の最大値、もしくは、平均最大値への影響という形でとらえる。ここで、最大値 \bar{z}_{max} とは、加速度応答値が時間 T の間に示す絶対値最大の加速度値と定義する。また、平均最大値 \bar{z}_{max} とは、 Δt 秒間隔で求められる加速度応答値を、絶対値の大きい方から順番に並べていくときの上位 10% の個数 $(N/10)$ の平均値を意味する。いずれも、2. で用いた平均 2 乗値 \bar{z}^2 とは異なり、単なる一瞬における加速度値にすぎないことに注意する必要がある。

読み取り誤差 ΔX_i ($i=1, 2, \dots, N$) を考える。 ΔX_i は 2. の場合と同様に、独立な確率変数で、かつ、 $N(0, \sigma^2)$ に従うものと仮定する。加速度波 $\ddot{x}(t)$ による時刻 t における 1 質点系の加速度応答 $\ddot{z}(t)$ は、

$$\ddot{z}(t) = \omega_0 \int_0^t \ddot{x}(\xi) f(t-\xi) d\xi,$$

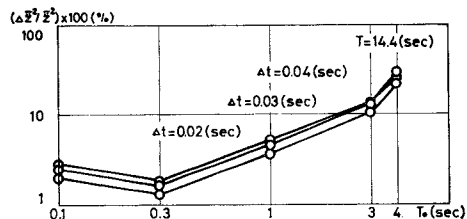
$$f(\xi) = \exp(-h\omega_0 \xi) \sin \omega_0 \xi, \quad \omega_0 = 2\pi/T_0$$

なる Duhamel 積分で与えられる。したがって、 $\ddot{x}(t)$ に $\Delta\ddot{x}(t)$ の誤差があるときの、加速度応答の誤差 $\Delta\ddot{z}(t)$ は、

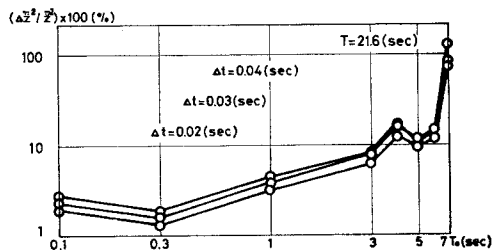
$$\Delta\ddot{z}(t) = \omega_0 \int_0^t \Delta\ddot{x}(\xi) f(t-\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。

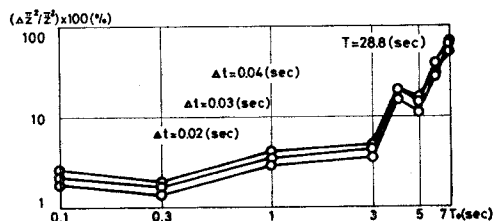
読み取り誤差 ΔX_i は、 Δt 間隔ごとにもまったく別の値をとる独立量である。したがって、地震開始後 $t = n\Delta t$ ($n=1, 2, \dots, N$) の時刻における誤差 $\Delta\ddot{z}(n\Delta t)$ は、 $0 \leq t \leq \Delta t$ 間で $\Delta\ddot{x}(t) = \Delta X_1$ なる誤差があるときの $\Delta\ddot{z}(n\Delta t)$ への影響、 $\Delta t \leq t \leq 2\Delta t$ 間で $\Delta\ddot{x}(t) = \Delta X_2$ なる



(a) 使用する地震波のデータ長さ $T=14.4$ 秒



(b) 使用する地震波のデータ長さ $T=21.6$ 秒



(c) 使用する地震波のデータ長さ $T=28.8$ 秒

図-1 タイプ I の読み取り誤差による加速度応答の平均 2 乗値の誤差 $\Delta\bar{z}^2$ と固有周期 T_0 の関係

誤差があるときの $\Delta\ddot{z}(n\Delta t)$ への影響などを、 $t = \Delta t$ から $t = n\Delta t$ まで集めたものである。すなわち、

$$\begin{aligned} \Delta\ddot{z}(n\Delta t) &= \omega_0 \int_0^{\Delta t} \Delta X_1 f(n\Delta t - \xi) d\xi \\ &+ \omega_0 \int_{\Delta t}^{2\Delta t} \Delta X_2 f(n\Delta t - \xi) d\xi + \dots \\ &+ \omega_0 \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} \Delta X_n f(n\Delta t - \xi) d\xi \\ &= \omega_0 \Delta X_1 \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} f(\eta) d\eta \\ &+ \omega_0 \Delta X_2 \int_{(n-2)\Delta t}^{(n-1)\Delta t} f(\eta) d\eta + \dots \\ &+ \omega_0 \Delta X_n \int_0^{\Delta t} f(\eta) d\eta \\ &= \omega_0 \sum_{i=1}^n \Delta X_{n-i+1} \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} f(\eta) d\eta \\ &= \sum_{i=1}^n a_i \Delta X_{n-i+1}, \quad a_i = \omega_0 \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} f(\eta) d\eta \\ &\dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

と変形できる。ここに、係数 a_i は質点系の固有周期 T_0 、減衰係数 h と時間間隔 Δt が決まると確定するの

で、一種の定数として取り扱うことができる。式(9)で独立な確率変数 $4X_{n-i+1}$ ($i=1, 2, \dots, n$) がすべて $N(0, \sigma^2)$ に従うので、 $4\ddot{z}(n\Delta t)$ は、 $N\left(0, \sigma^2 \sum_{i=1}^n a_i^2\right)$ に従う。

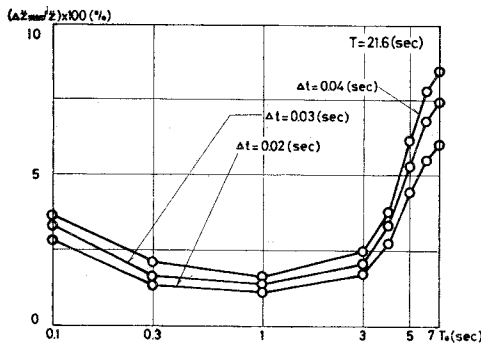
<計算例>

正規分布の標準偏差 σ としては、2. で用いたように、 $\sigma=2.2(\text{gal})$ とする。また、地震継続時間(計算に用いるデータ長さ) $T=21.6$ 秒とする。読み取り時間間隔 $\Delta t=0.02, 0.03, 0.04$ 秒の3種類、そして、1質点系の固有周期 $T_0=0.1$ 秒~7秒について、応答加速度の誤差 $4\ddot{z}(t)$ を式(9)により計算する。 $4\ddot{z}(t)$ の上側生起確率 0.1% 点の値、すなわち、

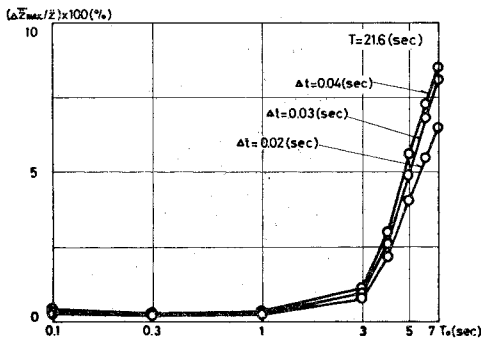
$$4\ddot{z}(n\Delta t) = 3.09 \sigma \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{1/2}, \quad \sigma=2.2$$

を $n=1 \sim T/\Delta t$ ($t=\Delta t \sim T$) まで変えながら計算していき、その中で絶対値最大となる値を選んで $4\ddot{z}_{\max}$ とする。また、 $4\ddot{z}(n\Delta t)$ を大きい方から順に並べたとき、上から $N/10$ 個(データ数の10%)の平均値を求めて、平均最大値の誤差 $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ とする。

結果の図示にあたっては、横軸に T_0 を、縦軸には $4\ddot{z}_{\max}$ の無次元化量 $(4\ddot{z}_{\max}/\ddot{z}_{\max}) \times 100\%$ をとる。



(a) 加速度応答値の最大値の誤差 $4\ddot{z}_{\max}$



(b) 加速度応答値の平均最大値の誤差 $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$

図-2 タイプ I の読み取り誤差による最大加速度応答値の誤差 $4\ddot{z}_{\max}$ 、 $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ と固有周期 T_0 の関係

$4\ddot{z}_{\max}$ の場合も同様である。ここに、 \ddot{z}_{\max} 、 $\bar{\ddot{z}}_{\max}$ は、それぞれの誤差の計算で用いた Δt 、 T_0 に対応する最大応答加速度値、平均最大応答加速度値である。図-2(a)に $4\ddot{z}_{\max}$ を、図-2(b)に $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ を示す。

図-2 によれば、 $4\ddot{z}_{\max}$ 、 $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ とともに、固有周期 T_0 が大きくなるほど、タイプ I の誤差の影響は大きくなる。そして、時間間隔 Δt が大きいほど誤差も大きくなる。これらの結果は、図-1 に示される平均 2乗値の誤差 $4\bar{\ddot{z}}^2$ と類似である。ただし、誤差の絶対量では、図-1の方が図-2よりはるかに大きい。これは先に述べたように、図-1 は全エネルギー的な性格をもつ \ddot{z}^2 に対する誤差、図-2 は単独の応答値 \ddot{z}_{\max} に対する誤差であり、両者はもともと別の次元の量であるからにすぎない。

$4\ddot{z}_{\max}$ と $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ との相違は、 $T_0=1$ 秒以下の短周期域でみられる。いずれにせよ、誤差自体は小さいものであるから、 $4\ddot{z}_{\max}$ と $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ とを区別する必要はないと思われる。逆に、 $4\ddot{z}_{\max}$ でも $4\bar{\ddot{z}}_{\max}$ でも同じように長周期構造物での大きな誤差を示唆していることの方が重要である。

4. タイプ II の読み取り誤差が最大加速度応答値に及ぼす影響

2., 3. では、タイプ I の読み取り誤差が1質点系の加速度応答に与える影響を論じた。この節で取り扱うタイプ II の誤差は、離散点での読み取り値自体は正確でも、本来連続量であるべき地震波を、一定時間間隔(Δt)で階段状に変化する読み取り波としてしか評価できないことによる誤差である。すなわち、地震波を Δt 秒間隔で読み取ってデジタル・データとすると、たとえ読み取り作業に誤差が含まれなくても、読み取り値の前後 $\pm \Delta t/2$ 秒の間で非一様な地震波と、一定値をとる読み取り波とは一致せず、これが離散化による誤差となる。

実際の地震波は「数式」として表わせないので、それに代わるものとして擬似地震波を用いる。擬似地震波としては、パワースペクトルの大きさに準じて周波数成分を配合する方式⁹⁾を用いる。すなわち、地震波は sine 波の合成波として、次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}(t) &= \sum_{k=1}^{N/2+1} c_k e(t) \sin(\omega_k t + \varphi_k) \\ c_k &= (2 G_k/T)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 G_k はパワースペクトルであり、 $\omega_k=2\pi k/T$ 、また、 φ_k は位相差で $0 \sim 2\pi$ の一様乱数とする。さらに、 $e(t)$ は地震波の時間経過に伴う強度変化を規定する包絡線であり、具体的形状は個々の地震波によって異なる。

式 (10) を連続地震波と考え、ここから dt 秒間隔で代表値を抽出し、デジタル・データ $\ddot{x}^*(t)$ とする。数式表示すると、任意の時刻 nDt における離散化地震波は、次のようになる。

$$\ddot{x}^*(t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N/2+1} c_k e(o) \sin(\omega_k o Dt + \varphi_k) & \left(0 \leq t \leq \frac{Dt}{2}\right) \\ \sum_{k=1}^{N/2+1} c_k e(mDt) \sin(\omega_k mDt + \varphi_k) & \left(mDt - \frac{Dt}{2} \leq t \leq mDt + \frac{Dt}{2}\right) \\ & (m=1, 2, \dots, n-1) \\ \sum_{k=1}^{N/2+1} c_k e(nDt) \sin(\omega_k nDt + \varphi_k) & \left(nDt - \frac{Dt}{2} \leq t \leq nDt\right) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{cases} \quad (11)$$

式 (10) と式 (11) の差が離散化による誤差である。加速度応答への影響を調べるために、式 (10) で表わされる $\ddot{x}(t)$ と、式 (11) の $\ddot{x}^*(t)$ を 1 質点系に作用させるときの応答 $\ddot{z}(t)$ 、 $\ddot{z}^*(t)$ を求める。

$x(t)$ による加速度応答 $\ddot{z}(t)$ のうち、 k 番目の成分をもつ sine 波 ($\sin(\omega_k t + \varphi_k)$ に関するもの) によるものを $\ddot{z}_k(t)$ とする。時刻 $t=nDt$ における $\ddot{z}_k(nDt)$ は、Duhamel 積分により、次のように表わされる。

$$\ddot{z}_k(nDt) = c_k \omega_0 \int_0^{nDt} e(\zeta) \sin\left(2\pi \frac{k\zeta}{NDt} + \varphi_k\right) \times f(nDt - \zeta) d\zeta \quad (12)$$

同様に、 $\ddot{x}^*(t)$ による加速度応答 $\ddot{z}^*(t)$ のうち、 k 番目の成分をもつ sine 波による $\ddot{z}_k^*(t)$ の $t=nDt$ における値 $\ddot{z}_k^*(nDt)$ は、次のようになる。

$$\ddot{z}_k^*(nDt) = c_k \omega_0 \int_0^{nDt} e(mDt) \sin(\omega_k mDt + \varphi_k) \times f(nDt - \zeta) d\zeta \quad (13 \cdot a)$$

ここに、式 (13・a) の sine 波は、式 (11) に示されたような区間パラメーター m によって異なる離散量であるが、表示を簡単にするため場合分けを省略して示す。sine 波が一定時間間隔で異なる式をとるので、式 (13・a) の積分区間を分割し、適当な変換を施すと、 $\ddot{z}_k^*(nDt)$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{z}_k^*(nDt) &= c_k \omega_0 e(o) \sin \varphi_k \int_{nDt-Dt/2}^{nDt} f(\eta) d\eta \\ &+ c_k \omega_0 \sum_{m=1}^{n-1} e(mDt) \sin(\omega_k mDt + \varphi_k) \\ &\times \int_{(n-m)Dt-Dt/2}^{(n-m)Dt+Dt/2} f(\eta) d\eta + c_k \omega_0 e(nDt) \\ &\times \sin(\omega_k nDt + \varphi_k) \int_0^{Dt/2} f(\eta) d\eta \quad \dots (13 \cdot b) \end{aligned}$$

ここで便宜的に $n-m=m^*$ とおき、さらに h, T_0, dt が与えられると決まる定数 a_m^* を次のように定義すると、

$$a_0^* = \int_0^{Dt/2} f(\eta) d\eta, \quad a_m^* = \int_{m^*Dt-Dt/2}^{m^*Dt+Dt/2} f(\eta) d\eta, \\ a_n^* = \int_{nDt-Dt/2}^{nDt} f(\eta) d\eta$$

$\ddot{z}_k^*(nDt)$ は結局、次のように表わされる。

$$\ddot{z}_k^*(nDt) = c_k \omega_0 \sum_{m^*=0}^n a_m^* e\{(n-m^*)Dt\} \times \sin\{\omega_k(n-m^*)Dt + \varphi_k\} \quad \dots (13 \cdot c)$$

離散化による加速度応答の誤差は、式 (12) と式 (13・c) の差として定義できる。すなわち、

$$\Delta \ddot{z}_k(nDt) = \ddot{z}_k(nDt) - \ddot{z}_k^*(nDt) \quad (14)$$

である。しかるに、式 (14) の $\Delta \ddot{z}_k(nDt)$ は確率変数 $\varphi_k (0 \sim 2\pi)$ を含む確率量であり、 $\Delta \ddot{z}_k(nDt)$ の値のとり頻度 (確率) 分布 $f_{\Delta \ddot{z}_k(nDt)}(\xi)$ は、すべて同一の生起確率をもつ φ_k に対して計算される $\Delta \ddot{z}_k(nDt)$ の頻度を求めることで得られる。このようにして得られる誤差分布は k 番目の成分についてのものであり、 $k=1, 2, \dots, N/2+1$ の全成分による応答誤差は、

$$\Delta \ddot{z}(nDt) = \sum_{k=1}^{N/2+1} \Delta \ddot{z}_k(nDt) \quad (15)$$

により与えられる。 $\Delta \ddot{z}(nDt)$ の分布 $f_{\Delta \ddot{z}(nDt)}(\eta)$ は、おのおのが $f_{\Delta \ddot{z}_k(nDt)}(\xi_k)$ に従う独立確率変数 $\Delta \ddot{z}_k(nDt) (k=1, 2, \dots, N/2+1)$ の $(N/2+1)$ 重のたたみ込みにより、次のように求められる。

$$f_{\Delta \ddot{z}(nDt)}(\eta) = f_{\Delta \ddot{z}_1(nDt)}(\xi_1) * f_{\Delta \ddot{z}_2(nDt)}(\xi_2) * \dots * \left(\prod_{k=1}^{N/2+1} f_{\Delta \ddot{z}_k(nDt)}(\xi_k)\right) \quad (16)$$

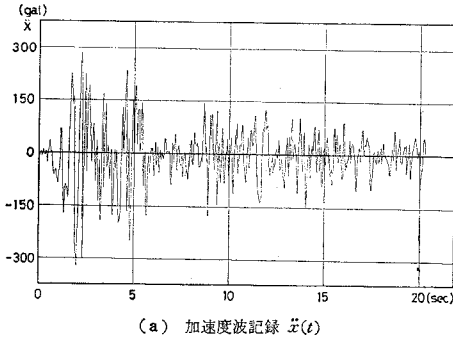
<計算例>

El Centro 地震波を想定するときの地震波の時間軸に関する強度変化を表わす $e(t)$ を、近似的に次式のように表わす。

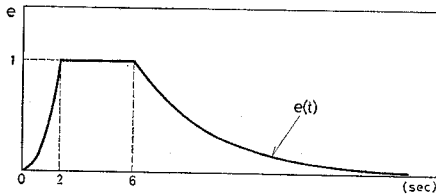
$$e(t) = \begin{cases} \{e^{-3}/(1-e^{-3})\} (e^{3t/2} - 1) & (0 \leq t \leq 2) \\ 1 & (2 \leq t \leq 6) \\ e^{-(t-6)/4} & (6 \leq t) \end{cases}$$

$e(t)$ は指数関数となるように選ばれているが、これは式 (12) の積分を解析的に行いやすくするためにすぎない。地震波と $e(t)$ の形状を 図-3 に示す。また、擬似地震波の発生に用いるパワースペクトルは、精度上から、できる限り小さい時間間隔のデータを用いるのが望ましいので、ここでは $dt=0.02$ 秒のデータを使用する ($T=21.6$ 秒とする)。

例として、 $dt=0.02$ 秒、 $T_0=0.1$ 秒 ($h=0.05$) の場合について、 $\Delta \ddot{z}_k(t, \varphi_k)$ 、 $\Delta \ddot{z}(t)$ の計算法を 図-4 を用いて説明しよう。いま、 $\Delta \ddot{z}_k(nDt, \varphi_k)$ として、 $k=50$ の成分波、 $n=242$ ($t=nDt=4.84$ 秒) を選ぶ [この n の値は、結果的には、たまたま $\Delta \ddot{z}$ の最大値を与える時刻に相当している。もちろんこの時点では、どの n が最大値を与えるかは不明であるから、 $n=1 \sim N$ まですべて



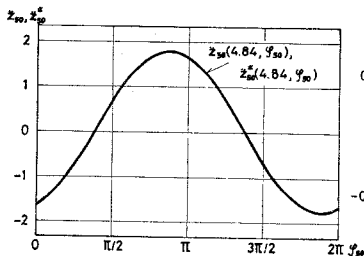
(a) 加速度波記録 $\bar{x}(t)$



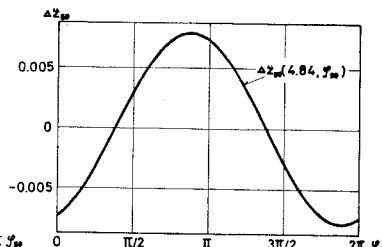
(b) 包絡線 $e(t)$

図-3 El Centro 地震波(加速度)とその包絡線 $e(t)$

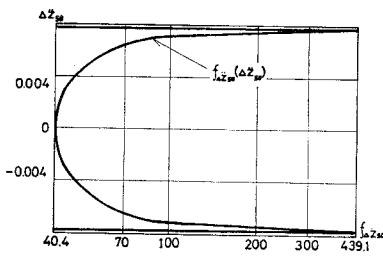
の場合を計算しなくてはならない]. さて、時刻 $t=4.84$ 秒における擬似地震波による応答値 $\ddot{z}_{50}(4.84, \varphi_{50})$ と、その離散化波による応答値 $\ddot{z}_{50}^*(4.84, \varphi_{50})$ とを、確率変数 φ_{50} を横軸にして描くと 図-4(a) のようになる. 両者の差 $\Delta\ddot{z}_{50}(4.84, \varphi_{50})$ は、したがって 図-4(b) のように求まる. ここで、 $\Delta\ddot{z}_{50}(4.84, \varphi_{50})$ は位相差 $\varphi_{50}(0 \sim 2\pi)$ によってその値を変えるから、 $\Delta\ddot{z}_{50}$ の頻度分布



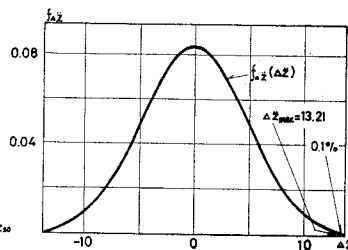
(a) 位相差 φ_{50} の確率関数としての応答値 \ddot{z}_{50} と \ddot{z}_{50}^*



(b) 位相差 φ_{50} の確率関数としての応答値の誤差 $\Delta\ddot{z}_{50}$



(c) 応答値の誤差 $\Delta\ddot{z}_{50}$ の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}_{50}}$



(d) 全成分波の応答誤差 $\Delta\ddot{z}$ の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}}$

図-4 タイプ II の読み取り誤差による加速度応答値の誤差 $\Delta\ddot{z}$ の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}}$ の誘導

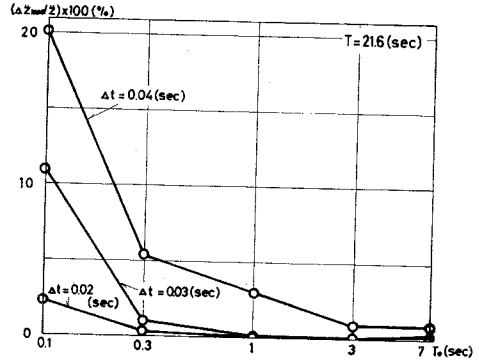


図-5 タイプ II の読み取り誤差による最大加速度応答値の誤差 $\Delta\ddot{z}_{\max}$ と固有周期 T_0 の関係

を計算すると 図-4(c) の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}_{50}}(\Delta\ddot{z}_{50})$ を得る. このようにして、すべての成分波 ($k=1, 2, \dots, N/2+1$) に対して $\Delta\ddot{z}_k(4.84)$ の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}_k}$ が得られると、式 (16) の合積計算により、 $\Delta\ddot{z}(4.84)$ の確率密度 $f_{\Delta\ddot{z}}(\Delta\ddot{z})$ を得る (図-4(d)). $\Delta\ddot{z}(4.84)$ の上側 0.1% 確率値を求め、 $\Delta\ddot{z}_{\max}(4.84)$ とする. 時刻 t を $t=\Delta t \sim T(N\Delta t)$ まで変えながら $\Delta\ddot{z}_{\max}(t)$ を計算し、その中の最大値を $\Delta\ddot{z}_{\max}$ とする. この場合、先に述べたように、 $t=4.84$ 秒のときに $\Delta\ddot{z}_{\max}(t)$ が最大値をとる.

読み取り時間間隔 $\Delta t=0.02, 0.03, 0.04$ 秒の 3 種類、そして、固有周期 $T_0=0.1 \sim 7$ 秒について、最大加速度応答値の誤差 $\Delta\ddot{z}_{\max}$ を 図-5 に示す. 図-5 の縦軸は、 $(\Delta\ddot{z}_{\max}/\ddot{z}_{\max}) \times 100\%$ にとる. ここに、 \ddot{z}_{\max} は 3. 同様に、相当する $\Delta t, T_0$ における最大加速度応答値である.

図-5 によれば、タイプ II の誤差が発生させる誤差 $\Delta\ddot{z}_{\max}$ は、固有周期 T_0 が短いほど大きく、特に、 $T_0=0.1$ 秒で顕著である. また、読み取り間隔 Δt が大きいと、誤差も極端に大きくなる.

5. 結 論

SMAC 型強震計記録から地震波を読み取る際に、離散化データに含まれる読み取り誤差が、1 質点系の加速度応答に及ぼす影響を確率的に評価した. 読み取り誤差は、

タイプ I : 離散点での読み取り値が、オペレーターあるいは数字化装置に起因する過誤により、上下にずれて推定されることによる誤差.

タイプ II : 離散点での読み取り

値は正しいのだが、本来連続波である地震波を、一定時間間隔の階段状波に置き換えてしまうことによる誤差。

という2つのタイプに分離した。タイプIでは上下にずれる量が確率変数となり、この確率変数が独立な正規確率変数と仮定することにより加速度応答に及ぼす影響を求めた。加速度応答に及ぼす影響は、地震継続全時間にわたっての積分量である応答加速度の平均2乗値の誤差 $4\bar{z}^2$ と、継続時間中の一瞬の応答値としての最大加速度応答値 $4\bar{z}_{\max}$ (あるいは、平均最大応答値 $4\bar{z}_{\max}$) という2つの観点から評価した。一方、タイプIIでは連続波の代用として用いた擬似地震波の位相差が確率変数となり、この確率変数が $0 \sim 2\pi$ 間で一様分布に従うことから加速度応答に及ぼす影響を求めた。

El Centro 地震を想定し、固有周期 $T_0=0.1 \sim 7$ 秒の1質点系 (減衰係数 $h=0.05$) の加速度応答について、上述の評価法を用いて読み取り誤差を求めた。その結果、まずタイプIの読み取り誤差について、以下の結論を得た。

① 加速度応答に生ずる誤差は、固有周期が長いほど、相対的に顕著となる。換言すれば、固有周期の長い構造物の場合、タイプIの読み取り誤差は、加速度応答値に大きな誤差を発生させる。特に固有周期 $T_0=5$ 秒以上でこの傾向は強い。

② 平均2乗値の誤差 $4\bar{z}^2$ と、最大値の誤差 $4\bar{z}_{\max}$ ($4\bar{z}_{\max}$) の両者について、①の結論は成り立つ。ただし、誤差量そのものは $4\bar{z}^2$ の方が大きい。それは、 $4\bar{z}^2$ が継続時間全体にわたっての誤差の積分量であるのに対して、 $4\bar{z}_{\max}$ が1点での値にすぎないからである。

③ 読み取り時間間隔 Δt が大きいほど誤差も大きくなるが、その程度は緩やかである。すなわち、 $\Delta t=0.02$ 秒が 0.04 秒と2倍になっても、誤差の増加は1.5倍程度である。

④ 平均2乗値の誤差 $4\bar{z}^2$ について、有限長さの継続時間 T と誤差との関係を見ると、地震波の振れの大きい部分だけを用いた $T=14.4$ 秒と、より長い継続時間をとった $T=21.6, 28.8$ 秒とを比較すると、前者の誤差の方が大きい。

⑤ 最大応答値の誤差 $4\bar{z}_{\max}$ 、 $4\bar{z}_{\max}$ について、単一の最大値と平均最大値を用いるかによる差は少ない。ただ、固有周期 $T_0=1$ 秒以下の構造物に対しては、 $4\bar{z}_{\max}$ の方が誤差を大きめに推定する。

次に、タイプIIの読み取り誤差については、次のような結果を得た。

① 加速度応答に生ずる誤差は、固有周期が短いほど相対的に顕著となる。これは、タイプIの場合とまったく逆の結果である。たとえば、 $4\bar{z}_{\max}$ について比較す

ると、 $\Delta t=0.02$ 秒のとき、タイプIでは、 $T_0=0.1$ 秒のとき $4\bar{z}_{\max}/\bar{z}_{\max}$ が2.8%、 $T_0=7$ 秒のとき6.0%であるのに対し、タイプIIでは、それぞれ、2.4%と0.1%となる。この傾向は $\Delta t=0.04$ 秒のときより鮮明となり、タイプIのときが3.6%と8.5%、タイプIIで20.1%と0.9%というように、タイプIIの場合、その応答値への影響は短周期構造物で非常に大きい。

② 読み取り時間間隔 Δt が大きいほど誤差も大きくなり、その程度はタイプIに比べても、より加速度的である。

以上の結果を踏まえて、SMAC型強震計記録の読み取り誤差が構造物の加速度応答に及ぼす影響に関して、以下のような結論が得られよう。

① タイプIの読み取り誤差は、長周期構造物の加速度応答に重大な誤差を発生させる。この傾向は以前から知られていることではあるが、ここでは、平均2乗値と最大加速度という2つの量を用いて、定量的な裏付けを与えた。El Centro 地震以外の地震に対しても、式(7)あるいは式(9)を用いて、簡単に誤差を推定することができる。

② タイプIIの読み取り誤差は、短周期構造物の加速度応答に重大な誤差を発生させる。しかし、一般の土木構造物の固有周期レベルでは、ほとんど無視できるほど誤差量は小さい。特に、長周期構造物に対しては、この種の誤差はまったく無視してよい。

③ パワースペクトルなどを求めるときの有限長さの地震継続時間は、地震波の大きい部分だけを含むように設定すると誤差が大きくなる。ただし、ある程度以上長くすると、誤差の面からみる限り継続時間による相違はみられない。

なお、数値計算にあたっては、名古屋大学大型計算機センターのM200を使用した。

参考文献

- 1) 久保慶三郎・佐藤暢彦：地震観測記録から変位波に変換する方法，第4回日本地震工学シンポジウム講演集，pp. 249~256, 1975.
- 2) 力石国男・光易 恒：スペクトル計算法と有限フーリエ級数，九州大学応用力学研究所報，39, pp. 77~104, 1973.
- 3) Trifunac, M.D., F.E. Udvardia and A.G. Brady: Analysis of Errors in Digitized Strong-Motion Accelerograms, Bull. Seismological Society of America, Vol. 63, pp. 157~187, 1973.
- 4) Bahar, L.Y.: Optimal Digitization of Earthquake Records, Nuclear Engineering and Design, Vol. 44, pp. 263~267, 1977.
- 5) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人：デジタルフィルターによるSMAC-2加速度計記録の補正について，土木学会論文報告集，第277号，pp. 57~69, 1978.
- 6) 井合 進・倉田栄一・土田 肇：強震記録のデジタル化と補正，港湾技術資料，286, 56 p., 1978.
- 7) 浅野幸一郎：弾塑性構造物のランダム応答に関する解析

- 的研究，京都大学提出学位論文，176 p., 1978.
- 8) 伯野元彦・松井芳彦・藤野陽三：強震記録による長周期
構造物応答計算の精度，土木学会論文報告集，第 275 号，
pp. 127~130, 1978.
- 9) 片山恒雄：擬似地震動の特性に関する研究，土木学会論
文報告集，第 162 号，pp. 1~10, 1969.
- (1983.1.21・受付)
-