

## 堤頂越流の流線特性

STREAMLINE CHARACTERISTICS OF THE FLOW  
OVER SPILLWAYS

赤司信義\*・斎藤隆\*\*

By Nobuyoshi AKASHI and Takashi SAITO

## 1. ま え が き

堤頂を越える流れにおいて、流線の曲がりによる遠心力の作用が大きいため、支配断面の生じる堤頂近傍での流線形状は越流量や堤体面圧力などに大きく影響するものであるが、堤頂近傍における流線形状についての研究はほとんどみあたらない。これを簡便に把握する方法を確立することは類似した流れの解析を容易にし、工学上重要な意義をもつものと考えられる。

ポテンシャル流の流線観察法として狭い平行板内の流れが用いられていることより、この方法を越流流れの流線観察へ適用できるのではないかと考えた。この場合、どの程度まで平行板間隔を狭めて二次元越流を近似することができるのかを検討し、これに基づいて実験を行い二次元標準越流堤頂近傍における流れの流線特性を明らかにした。

## 2. 平行板間隔についての考察

平行板内の堤頂越流を円筒座標系による次の基礎式をもとにして検討する。

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u^2}{r} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right) \dots (1)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv}{r} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} \right) \dots (2)$$

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \dots (3)$$

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \theta} + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots (4)$$

$v, u, w$  はそれぞれ  $r, \theta, z$  方向の速度成分である。平行板間隔が十分小さいとき、 $w$  は十分小さくこれを無視できる。また、このとき式 (1), (2) 中の粘性項の中で最大のものは  $\nu \partial^2 v / \partial z^2, \nu \partial^2 u / \partial z^2$  である。他の粘性項を無視すると各上式はそれぞれ次式となる。

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \dots (5)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \dots (7)$$

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0 \dots (8)$$

$u$  の大きさを  $U$ ,  $v$  の大きさを  $\delta U$  とすると  $\partial u / \partial \theta$  は連続の式より  $\delta U$  の大きさとなる。式 (5) における  $u^2/r$  と  $g \cos \theta$  は同オーダーであるのでこれを 1 として式 (5), (6) の粘性項を次式で評価してみる。

$$\alpha_r = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} / g \cos \theta \sim \nu \frac{\delta U}{b^2} / g = \frac{\nu}{b \sqrt{gh}} \cdot \frac{h}{b} \delta \dots (9)$$

$$\alpha_\theta = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} / g \cos \theta \sim \nu \frac{U}{b^2} / g = \frac{\nu}{b \sqrt{gh}} \cdot \frac{h}{b} \dots (10)$$

ここに  $b$  は平行板間隔、 $h$  は堤頂水深である。上式より明らかなように粘性項の大きさは  $b^2$  に逆比例して増大する。後述する堤頂の水面勾配の実験値 (図-5) から求められる  $\delta$  を用いて、 $b=0.5, 1, 2 \text{ mm}$  の場合につ

\* 正会員 工修 西日本工業大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 山口大学教授 工学部土木工学科

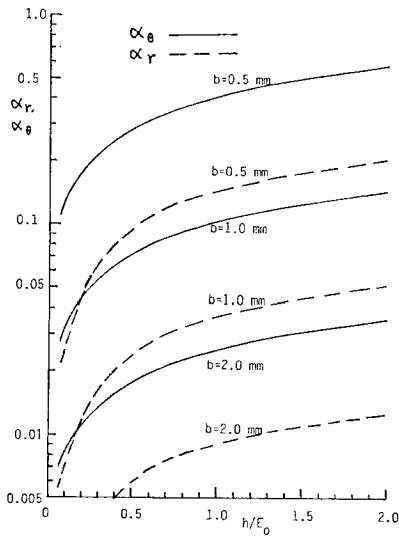


図-1 平行板間隔に対する粘性項の大きさ

いての  $\alpha_r$ ,  $\alpha_g$  を示したものが図-1である。同図より  $b=1\text{ mm}$  の場合、式 (5), (6) 中の粘性項は式 (5) 中の重力項に対して設計水頭の 1.5 倍の水深のときそれぞれ 0.05, 0.12 程度であるので、これらの粘性項を無視することができる。

### 3. 実験装置およびその方法

実験装置は図-2に示すように  $500 \times 700\text{ mm}$  の垂直に立てた厚さ  $10\text{ mm}$  の平行ガラス板間に標準型堤頂であるランドルフ形状の模型（設計水頭  $E_0$  は  $10\text{ cm}$ ）を設置したものである。平行板間隔は前節の考察に基づいて  $1\text{ mm}$  とした。前面ガラス内部に  $1\text{ cm}$  間隔のメッシュを入れ、両面のガラス粗度を同一にするため厚さ  $0.1\text{ mm}$  のアクリルシートを内面にはりつけてある。平行板入口形状は流入部損失をできるだけ小さくするためベルマウス形状とした。ベルマウス側壁に  $1\text{ cm}$  間隔に  $\phi 1\text{ mm}$  の色素注入孔を設けている。色素は過マンガン酸カリ溶液であり、注入量は色素タンクと注入孔をつないであるビニール管のピンチコックによって調節した。

実験にあたっては、注入孔すべてから色素を注入すると個々の流線の読み取りが行いにくいので適当な間隔の  $3 \sim 4$  点から色素を流して撮影し、これを  $2 \sim 3$  回繰り返して所定の越流水頭で  $7 \sim 12$  本の流線を測定した。その際、できるだけメニスカスの幅を小さくするため中性洗剤を上流水槽の水表面から流した。

撮影は接写レンズを取り付けた  $35\text{ mm}$  カメラによって行われ、流線形状は写真を  $1\text{ mm}$  方眼紙上に拡大し色素広がり幅の中心値をもって読み取られた。観察された

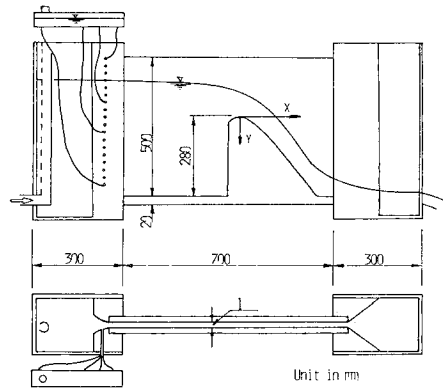


図-2 実験装置

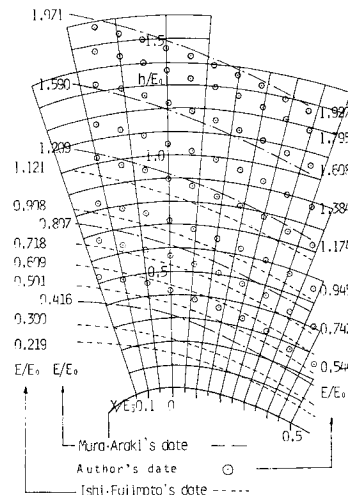


図-3 水面形状

堤頂水深と上流水槽水位の関係は従来知られている堤頂水深と越流水頭との関係に合致していたことより上流水槽水位を越流水頭として評価した。

なお平行板間隔を  $2\text{ mm}$  にした実験も行ったが、色素の広がりが大きく流線の決定精度が著しく低下することが認められた。

### 4. 実験結果

水面形状を示したものが図-3である。同図には村・荒木および石井・藤本による二次元模型実験結果をも示している。本実験結果は両者の結果とよく一致していることから内部流線形状も二次元流れのそれとほとんど変わらないと考えられる。図-4~10は  $X/E_0 = -0.3$  より  $0.6$  までの区間で  $0.1$  間隔で読み取られた個々の流線形状を二次曲線近似して求められた流線特性量を示している。

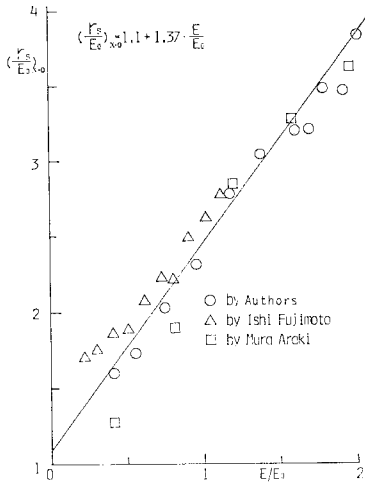


図-4 堤頂での水面曲率半径と越流水頭との関係

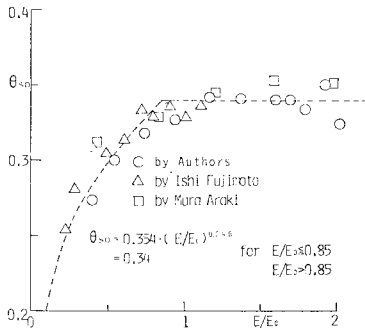


図-5 堤頂での水面傾角と越流水頭との関係

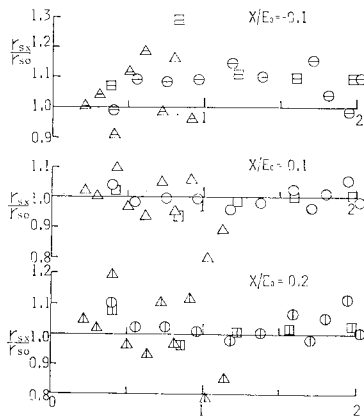


図-6 水面曲率半径の変化率

図-4~7 は水表面流線に関するものであって、それぞれの図に村・荒木および石井・藤本の実験結果から求められる値をも示している。前者の水面データは文献1) 中の 図-9-A をもとに  $X/E_0 = -0.4 \sim 0.4$  の区間を 0.1 間隔で 9 点読み取られたものであり、後者の水面データは文献 2) 中の表 4 をもとに  $X/E_0 = -0.4 \sim 0.4$

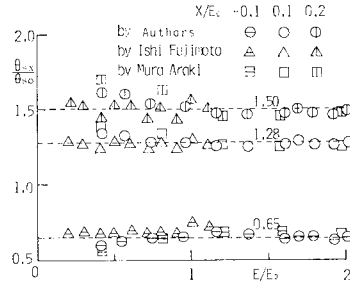


図-7 水面傾角の変化率

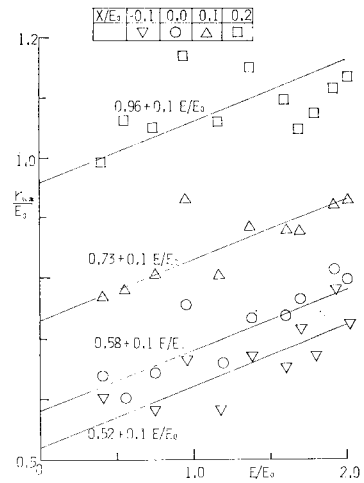


図-8 仮想底面曲率半径

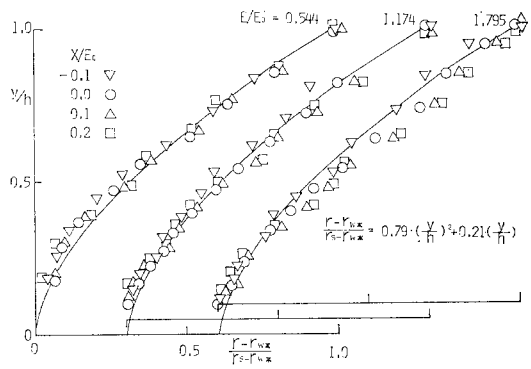


図-9 流線曲率半径分布

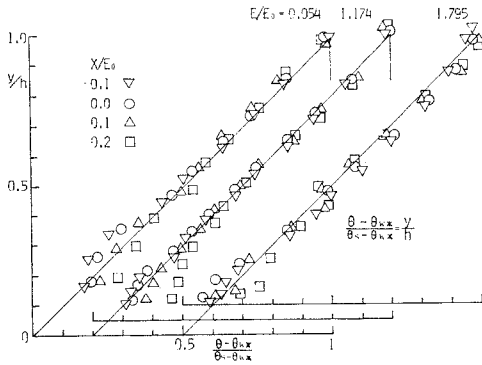
の区間で 8 点とられたものである。図-4, 5 より堤頂での水面曲率半径および水面の接線と水平線とのなす傾角を実験式として示せばそれぞれ次式となる。

$$\frac{r_{s0}}{E_0} = 1.1 + 1.37 \frac{E}{E_0} \dots\dots\dots(11)$$

$$\theta_{s0} = 0.354 \left( \frac{E}{E_0} \right)^{0.246} \dots\dots\dots E/E_0 \leq 0.85$$

$$\theta_{s0} = 0.34 \dots\dots\dots E/E_0 > 0.85 \dots\dots\dots(12)$$

図-6 は水面曲率半径の場所的変化を示したもので、



図一10 流線傾角分布

1割程度のばらつきはあるがほとんど一定とみられる。図一7は水面傾角を示したもので、両図より実験式としてまとめると次式と示される。

$$r_{sx} = r_{s0} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\theta_{sx}}{\theta_{s0}} = -3.33 \left( \frac{X}{E_0} \right)^2 + 3.17 \frac{X}{E_0} + 1.0 \dots\dots (14)$$

底面に垂直な断面での流線の曲率半径分布から外挿された底面曲率半径を示したものが図一8であり、実験式としてまとめると次式となる。

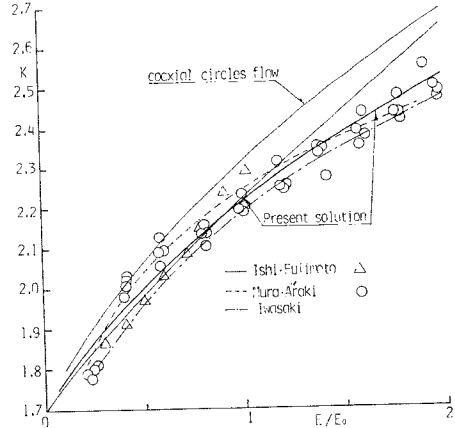
$$\frac{r_{w*}}{E_0} = \left\{ 4.5 \left( \frac{X}{E_0} \right)^2 + 1.05 \left( \frac{X}{E_0} \right) + 0.58 \right\} + 0.1 \frac{E}{E_0} \dots\dots\dots (15)$$

傾角分布から外挿された底面での値は底面曲線から求められるものとほとんど一致していた。曲率半径および傾角の分布を規格化するため水面での値と底面での外挿値を規準値として無次元化したものが図一9, 10であり、両図より次の分布形が示される。

$$\frac{r - r_{w*}}{r_{sx} - r_{w*}} = 0.79 \left( \frac{y}{h} \right)^2 + 0.21 \left( \frac{y}{h} \right) \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\theta - \theta_w}{\theta_{sx} - \theta_w} = \frac{y}{h} \dots\dots\dots (17)$$

上述の実験式によって底面に垂直な断面で次々と変化する曲率半径および遠心力作用方向が表わされたので、流線に垂直な方向の力のつり合い式を底面に垂直な軸に沿って求めることができる。この式と比エネルギー条件式とから導かれる速度分布を用いて二次元越流を簡単に



図一11 流量係数

解析できる。図一11は流量係数の解析結果を示したものである。同図には底面曲率半径を式(15)で与え、流線が同心円にあるとして求めた結果も示してあるが、流線の曲がりを適切に評価すれば、十分精度よく二次元越流を検討できることがわかる。

5. あとがき

二次元標準越流頂近傍の流線観察結果より、底面に垂直な断面での流線の曲率半径は二次曲線分布を、また傾角は直線分布を示すことを見出した。

ここに示した流線観察法は、平行板間隔に対する粘性項と重力項の評価を適切に行えば、類似の流れに対しても適用することが可能である。

おわりに実験に熱心に協力いただいた高橋修三、岡田武司、丸毛裕治君に厚く感謝の意を表するものである。

参考文献

- 1) 村 幸雄・荒木正夫：ダム溢流部形状に関する実験的研究，土木研究所報告，No. 93, 1955.
- 2) 石井文雄・藤本 成：越流型余水吐の水利機能に関する研究(1)，土木研究所報告，No. 127, 1966.
- 3) 岩崎敏夫：越流頂余水吐きの流量係数について，土木学会論文集，Vol. 43, 1957.

(1982.10.4・受付)