

構造異方性をもつ砂の三次元強度特性

THREE-DIMENSIONAL STRENGTH OF SAND WITH ANISOTROPIC FABRIC

落合 英俊*・棚橋 由彦**

By Hidetoshi OCHIAI and Yoshihiko TANABASHI

1. はじめに

河川、砂浜、砂丘などの自然の砂地盤は粒子長軸の定方向配列による構造異方性を有している¹⁾。このような構造異方性は砂の強度・変形特性に大きな影響を及ぼすことが実験的に明らかにされ^{1)~18)}、その土質工学的意義が重要視されている。

砂のせん断強度は、砂の堆積面とせん断面とのなす角によって異なることがせん断箱を用いた試験により、Phillips と May²⁾ によって報告され、その後、Arthur と Menzies³⁾ は砂の堆積面と最大主応力方向のなす角を変えた三軸圧縮試験により、構造異方性が砂の強度や応力・ひずみ関係に大きく影響することを明らかにしている。さらに、Dunstan⁷⁾ は粒度が異方的な構造をもつ砂の強度に影響を与える実験結果を示している。

わが国では、小田ら^{3), 5), 6)} によって、砂粒子の定方向配列による構造異方性が強度および変形特性に影響を及ぼすことが指摘され、また、供試体作製法によって砂のせん断特性は異なることが明らかにされて以来、供試体の初期構造異方性の重要性が認識されるようになった。以後、砂供試体の構造異方性を堆積面内で等方な二軸直交異方性とみなした実験的研究が精力的に行われており、国外におけるおもな研究も含めてそれらは次の2つに大別できる。① 異方性の主軸（堆積面の軸）と主応力軸とのなす角を変えた三軸圧縮および平面ひずみ試験^{1), 3), 5), 9)~12), 15), 18)}。② 異方性の主軸と主応力軸を一致させた三主応力制御試験^{13), 15), 17)}。①の研究によって、強度および変形特性は主応力軸と異方性の主軸のなす角によって異なること、構造異方性の影響は三軸圧縮試験よりも平面ひずみ試験において顕著に認められること、強度の異方性は粒子形状、密度、拘束圧力の影響

を受けることなどが明らかにされている。相異なる三主応力状態における②の研究は、応力制御方式で行われているために破壊時の応力状態が必ずしも明確ではないが、強度・変形特性は中間主応力の大きさによって異なり、また、異方性の主軸が最大、中間および最小主応力軸に一致した場合でそれぞれ異なることが示されている。

これらの実験的研究は、砂のせん断特性がその構造異方性と密接な関係にあることを明らかにし、多くの貴重なデータを与えているが、次のような点を指摘することができる。③ 供試体作製法は示されているが、その構造特性が確認されていない。④ 軸対称三軸あるいは平面ひずみ試験に限定され、一般的な三次元応力状態ではない。⑤ 応力制御方式で行われているため、破壊時の応力が必ずしも明確でない。

本論文は以上の点を考慮して、顕著な構造異方性をもつ砂供試体の三次元応力下におけるせん断挙動を実験的に調べ、主として、その強度特性について検討したものである。供試体は水平面内で等方な二軸直交異方性をもつように作製された立方体供試体で、試験装置へのセットを容易にし、また、所望の方向から応力を載荷できるようにするために一時凍結させたものである。試験は、主応力軸と異方性の主軸を一致させ、通常の三軸圧縮試験装置、平面ひずみ試験装置および三主応力制御試験装置を用いて行われた。

2. 試料、供試体およびその構造特性

用いた試料は粒径 0.84~2.00 mm の水洗いした川砂である。この砂は顕著な構造異方性をもつ供試体をつくるために選定したもので、その三次元的な形状を次のようにして観察した。すなわち、砂粒子を最も安定した状態でテーブルの上に置き、2台の顕微鏡（倍率 20 倍）を用いて垂直および水平方向からその長さ、幅および高

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科

** 正会員 長崎大学助手 工学部土木工学科

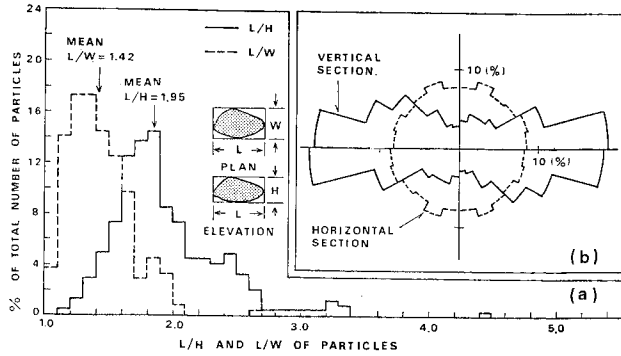


図-1 粒子の三次元形状 (a) と供試体の構造特性 (b)

さを測定した。図-1(a)は無作為に抽出した250個の粒子の測定結果を示しており、この砂はいくぶん長めで扁平であるといえる。なお、小田ら³⁾によれば、自然の砂粒子の細長比は0.5~0.7の範囲にある(この値は図-1(a)のW/LおよびH/Lの両方の値を含んでいると考えられる)。また、この砂の比重は2.708、最大および最小間隙比はそれぞれ0.80および0.51である。

供試体はすべて7.6×7.6×7.6cmの立方体であり、特別に製作したモールド内に試料をpouringとshakingを併用して詰め込み、一晚冷凍庫の中で凍結させることによって作製した。モールドは4枚の側壁と上ぶたが表面をニス加工した木製合板、底板が銅板によって作られており、ボルトによって自由に組み立て分解できるようになっている。銅板の熱伝導率は合板のそれに比べて非常に大きいので、モールド内の水の凍結は下部から上部へと一次的に進行し、凍結による過剰水は上ぶた中央の排水孔から排出されることになる。これによって凍結中の供試体の体積膨脹や構造の乱れを防ぐことができる。モールドの内寸法は供試体寸法と同じで、次のようにして試料を詰めた。まず、脱気水を入れたモールド内にふるいを通して約20cmの高さから供試体重量の約1/10の試料を自由落下によって詰め、次いで、小型振動台の上でモールドを約1分間、円周方向にshakingした。このような方法によって、10層で所定重量の試料をモールドに詰めた。この方法で得られた間隙比は0.53~0.54で、相対密度は93~90%である。

以上の方法で準備した供試体の構造特性を調べるために、供試体中央部分の水平および鉛直断面の写真撮影を行い、拡大写真によって粒子長軸の方向を測定した。なお、供試体中央部分を選んだのは、表面ではモールド側壁の影響があると考えられたためであり、水平断面の撮影は供試体作製中に、鉛直断面の撮影は凍結供試体を融解させて行った。図-1(b)は各断面でそれぞれ任意に抽出した280個の粒子についての測定結果をローズ図

として示したものである。これによると、鉛直断面では粒子の顕著な定方向配列があり、水平断面ではほぼランダムな粒子配列となっていることがわかる。すなわち、本供試体は水平面内で等方な二軸直交異方性体とみなすことができる。

3. 応力およびひずみの表示と試験方法

以下、図-2(a)に示すように、X軸をpouring方向と一致させた三次元直交座標軸(X, Y, Z)を用いる。各軸方向の応力およびひずみ成分をそれぞれ $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 、また、体積ひずみを ϵ_v と表わし、すべて圧縮を正とする。なお、本文で用いる応力はすべて有効応力を意味している。

三次元応力下における中間主応力 σ_2 の相対的な大きさを表わすために、次の2つのパラメーターを用いる。

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{\sigma_y - \sigma_z}{(\sigma_x - \sigma_y) + (\sigma_x - \sigma_z)} \dots\dots\dots (2)$$

θ は図-2(b), (c)に示すように、応力経路を正八面体面に投影したとき、X軸から反時計回りに測った角度である。bは正八面体面上の各60°の放射部分で定義されており、軸対称三軸圧縮($\sigma_2 = \sigma_3$)で0、軸対称三軸伸張($\sigma_2 = \sigma_1$)で1.0となる。

なお、図-2を参照して、 θ に関して次の3つの領域を規定しておく。

領域I : $\theta = 0^\circ \sim 60^\circ$ ($\sigma_x = \sigma_1, \sigma_y = \sigma_2, \sigma_z = \sigma_3$)

領域II : $\theta = 60^\circ \sim 120^\circ$ ($\sigma_x = \sigma_2, \sigma_y = \sigma_1, \sigma_z = \sigma_3$)

領域III : $120^\circ \sim 180^\circ$ ($\sigma_x = \sigma_3, \sigma_y = \sigma_1, \sigma_z = \sigma_2$)

試験は、通常の三軸試験装置、平面ひずみ試験装置および三主応力制御試験装置を用いて、一定バックプレッシャー、一定セル圧(σ_3)のもとで、排水試験を行った。また、試験はすべて最大主ひずみ方向の変位速度が約0.065 mm/minのひずみ制御方式である。すべての試験において、まず、凍結供試体を所定の位置にセットした後、バックプレッシャー σ_B とセル圧 $\sigma_{3,0} = \sigma_B + 0.2$

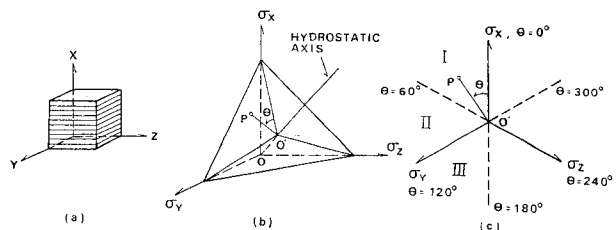


図-2 座標系の説明図

(kgf/cm²)を一昼夜加えることによって解凍させ、ついで、飽和度をチェックするためB値 ($B = \Delta u / \Delta \sigma_3$)を測定した。B値の測定値はすべての試験で0.93~0.98の範囲にあり、ほぼ完全飽和とみなすことができる。一連の三主応力制御試験は、 $\sigma_3 = \text{一定}$ 、 $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3) = \text{一定}$ の条件を保つように中間主応力を制御して行われた。なお、本研究で用いた試験装置はすべて鉛直方向が最大主応力方向に一致しており、したがって、 $60^\circ < \theta \leq 180^\circ$ の試験では凍結供試体を適宜 90° 回転させてセットすることによって所望の試験を実施した。また、図-2(a)に示すような二軸直交異方性体の挙動はX軸に関して対称になると考えられるので、試験は $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲で行った。

4. 試験装置の概要

(1) 平面ひずみ試験装置

通常の三軸試験装置に浮動タイプの水平方向荷重測定装置を取り付けたものである。水平方向荷重測定装置は2枚の剛板(アクリル製)を、中央部に長さ6.0cmのアルミニウム製中空円筒を取り付けた4本の鋼棒で連結したものである。中空円筒には曲げおよび温度の影響をなくすようにフルブリッジに組まれたストレインゲージが貼ってあり、また、各連結棒の荷重100kgf当たりの伸びは約0.02mmとなるように設計してある。

(2) 三主応力制御試験装置

この試験装置の詳細はLadeによって文献19)に述べてある。立方供試体は底板、キャップおよびゴムスリーブで囲まれており、3つの主応力はそれぞれ載荷ピストン、水平方向載荷装置およびセル圧によって任意に負荷することができる。

(3) 端面摩擦の軽減

供試体と載荷板との間にせん断力が発生するのを防ぎ、また供試体の不均一な変形を減ずるために、剛板を用いたすべての境界面では摩擦の軽減を図っている。底板とキャップに対してはシリコングリスを塗布した2枚のゴム膜を用い、水平方向載荷板に対しては1枚のゴム膜を使用した。この摩擦軽減のためのゴム膜に対する補正は鉛直および水平軸差応力方向の変位と体積変化に対して行った。また、載荷板と供試体境界面における自由な変形を許すために、供試体断面よりも大きな寸法の載荷板を用いた。

(4) 変位の測定

変位の測定はすべてクリップゲージを用いて行った。クリップゲージはストレインゲージを貼ったベリリウムコッパーバンドでつくられており、非常に良好な線形応力ひずみ特性をもっている。

なお、平面ひずみ試験を除いて、3方向の変位および体積変化量をすべての試験で測定し、以下、それらの値を用いている。

5. 試験結果とその考察

(1) 主ひずみと体積ひずみの関係

供試体の変形が一様な場合、3つの主ひずみ $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$ と体積ひずみ ϵ_V との間には次式が成立する。

$$\epsilon_V = 1 - (1 - \epsilon_X)(1 - \epsilon_Y)(1 - \epsilon_Z) \dots\dots\dots (3)$$

微小ひずみの場合には近似的に次のように表わされる。

$$\epsilon_V = \epsilon_X + \epsilon_Y + \epsilon_Z \dots\dots\dots (4)$$

図-3は、 $\theta = 0^\circ$ の三軸圧縮試験における実測値 $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z, \epsilon_V$ を用いて、式(3)、(4)を検討した結果である。近似式(4)による誤差はピーク応力に近づくにつれて急激に増大し、しかもその変化には一定の傾向がある。この結果のみから判断すると、供試体変形が一様でなく bulging が起こっているのか、あるいはひずみの測定に系統的な問題があるのかのように考えられる。しかし、原式(3)によればその誤差はかなり小さくなり、しかもその変化には一定の傾向もみられない。このことは、本試験における端面摩擦軽減がうまく行われ、一様な供試体変形のもとで試験が行われたことを示しているとともに、近似式(4)を無批判に使用すべきでないことを示している。

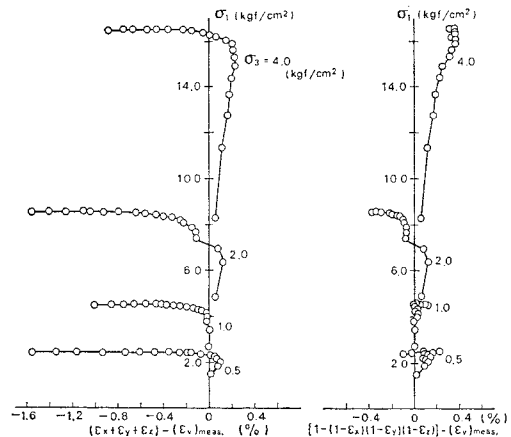


図-3 主ひずみと体積ひずみの関係
(1 kgf/cm² = 98 kN/m²)

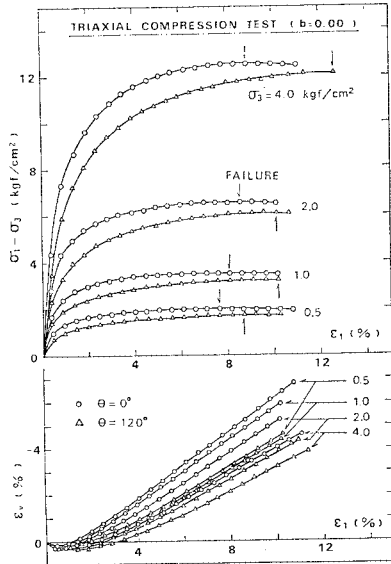


図-4 三軸圧縮試験 ($b=0.00$) における応力・ひずみ・体積変化曲線 ($1 \text{ kgf/cm}^2=98 \text{ kN/m}^2$)

(2) 三軸圧縮試験 ($b=0.00$)

図-4 は $b=0.00$ の三軸圧縮試験における応力・ひずみ・体積変化曲線である。初期構造異方性の影響を受けて $\theta=0^\circ (\sigma_x > \sigma_y = \sigma_z)$ と $\theta=120^\circ (\sigma_y > \sigma_z = \sigma_x)$ の試験では、すべての拘束圧力 σ_3 において、その挙動は明らかに異なり、ある軸差応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ に対して、最大主ひずみ ϵ_1 は粒子長軸に垂直な方向 ($\theta=0^\circ$) の場合が平行な方向 ($\theta=120^\circ$) の場合に比べてはるかに小さい。しかし、ひずみが増大し、破壊状態（ピーク応力状態）に近づくにつれて応力・ひずみ曲線は互いに接近する傾向にあり、摩擦角 $\phi (= \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\})$ で表わした強度の差は、 $\sigma_3=0.50 \text{ kgf/cm}^2$ の場合で約 2° 、 $\sigma_3=4.00 \text{ kgf/cm}^2$ の場合には約 0.5° にすぎない。これは、せん断変形の進行に伴って供試体内で粒子の再配列が起こり、初期の構造異方性の影響がしだいに消滅していくためと考えられる。端面摩擦を軽減し、一様な供試体変形のもとで試験を行えば、たとえ密な供試体であっても応力のピーク値はかなり大きなひずみで現われ、その結果として、強度の差が顕著に現われてこないと考えられる。なお、すべての拘束圧力 σ_3 において、 $\theta=0^\circ$ の場合が $\theta=120^\circ$ の場合に比べて、破壊に至るまでのひずみは小さく、体積膨張量およびその変化割合は大きい。

小田ら¹⁾は、 $\theta=0^\circ$ と $\theta=120^\circ$ の試験において破壊時の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ の比で定義した強度比は粒子の細長比によって異なることを示している。彼らのいう細長比は供試体のある断面における粒子のみかけの短軸と長

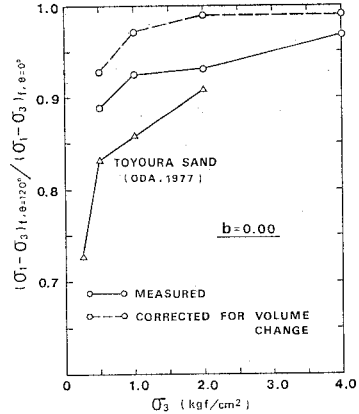


図-5 三軸圧縮試験 ($b=0.00$) における強度比と拘束圧力の関係 ($1 \text{ kgf/cm}^2=98 \text{ kN/m}^2$)

軸の長さの比であり、2. でも述べたように、図-1(a)の W/L および H/L の両方の値を含んでいると考えられる。簡単に、図-1(a)の W/L と H/L の平均値の相加平均を細長比と考えれば、ここで用いた砂の細長比は約 0.61 となり、豊浦砂の $0.605^{1)}$ とほぼ等しい。図-5 は $\theta=0^\circ$ と $\theta=120^\circ$ の試験における強度比と拘束圧力との関係を示しており、比較のために小田ら¹⁾による豊浦砂の結果も示してある。強度比は拘束圧力によって異なり、 $\sigma_3=4.00 \text{ kgf/cm}^2$ の場合にはその値は 0.97 であり、大きなひずみで破壊に至るときには初期構造異方性の影響は無視できるといえる。図中の破線は、(5)で述べるダイレイタンスー補正を行った強度比であり、体積変化に対して強度の補正を行えば、拘束圧力が小さい場合でも初期構造異方性の影響はほぼ無視できると結論できよう。なお、小田らによる豊浦砂の結果との相違は、細長比の求め方にもよるが、破壊に至るまでのひずみが異なり、本実験によるそれが小田らの結果に比べてかなり大きいためと考えられる。

(3) 相異なる三主応力試験

$\sigma_3=$ 一定 ($=1.00 \text{ kgf/cm}^2$)、 $b=$ 一定の三主応力試験、および $\sigma_3=$ 一定 ($=2.00 \text{ kgf/cm}^2$) の平面ひずみ試験結果を図-6 に示す。比較のため、 $\sigma_3=1.00 \text{ kgf/cm}^2$ の三軸圧縮試験結果 ($b=0.00$) も示してある。また、三主応力試験と平面ひずみ試験では σ_3 の値が異なるので、正規化した応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ を用いている。なお、図中 (b), (f) の体積変化のデータがプロットされていないのは、バルブ操作の遅れによってマンメーターオイルの先端が体積変化測定用スケールの範囲外にでたためである。試験自体には問題がなく、また、その後の体積変化挙動は測定されているので、それらが破線で示されている。 $b=0.00$ の三軸圧縮試験の場合と同様に、応力・ひずみ・体積変化挙動は初期構造異方性の影響を受け

て、 θ の各 60° の範囲 (領域 I, II, III) でかなり異なる。各 b 値とある応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$ に対して、領域 I の場合が最大主ひずみ ϵ_1 は最も小さく、体積膨張率 $-d\epsilon_v / d\epsilon_1$ は最も大きい。領域 III の場合がその逆になる。破壊時の応力差は、すべての b 値において、一貫して、領域 I, II, III の順に大きい。しかし、 $b=0.00$ の試験と同様に、初期構造異方性の影響は破壊前の挙動に比べると、特に破壊に至るまでのひずみが多い場合には、強度に対して顕著に現われてこないようである。破壊に至るまでのひずみは、 b 値が小さいときには必ずしもそうではないが、かなり明確な応力のピーク点が現われる大きな b 値の場合には、領域 I, II, III の順に大き

くなる。なお、平面ひずみ試験では、 b 値は試験中一定ではないが、その強度・変形挙動の様子は $b=$ 一定の試験と同じであるとみなせる。

(4) $\phi \sim b$ 関係と破壊規準

砂の強度を摩擦角 $\phi = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)\}$ で表わし、 θ の各 60° の3つの範囲に対して、 b 値との関係を示したのが 図-7 の実線である。各範囲において、 ϕ の値は $b=0.00$ で最も小さく、 b 値がほぼ 0.50 から 0.75 になるまで中間主応力の増加とともに大きくなり、そして、 $b=1.00$ に近づくにつれてわずかに減少する傾向がすべての場合に認められる。また、 θ の3つの範囲

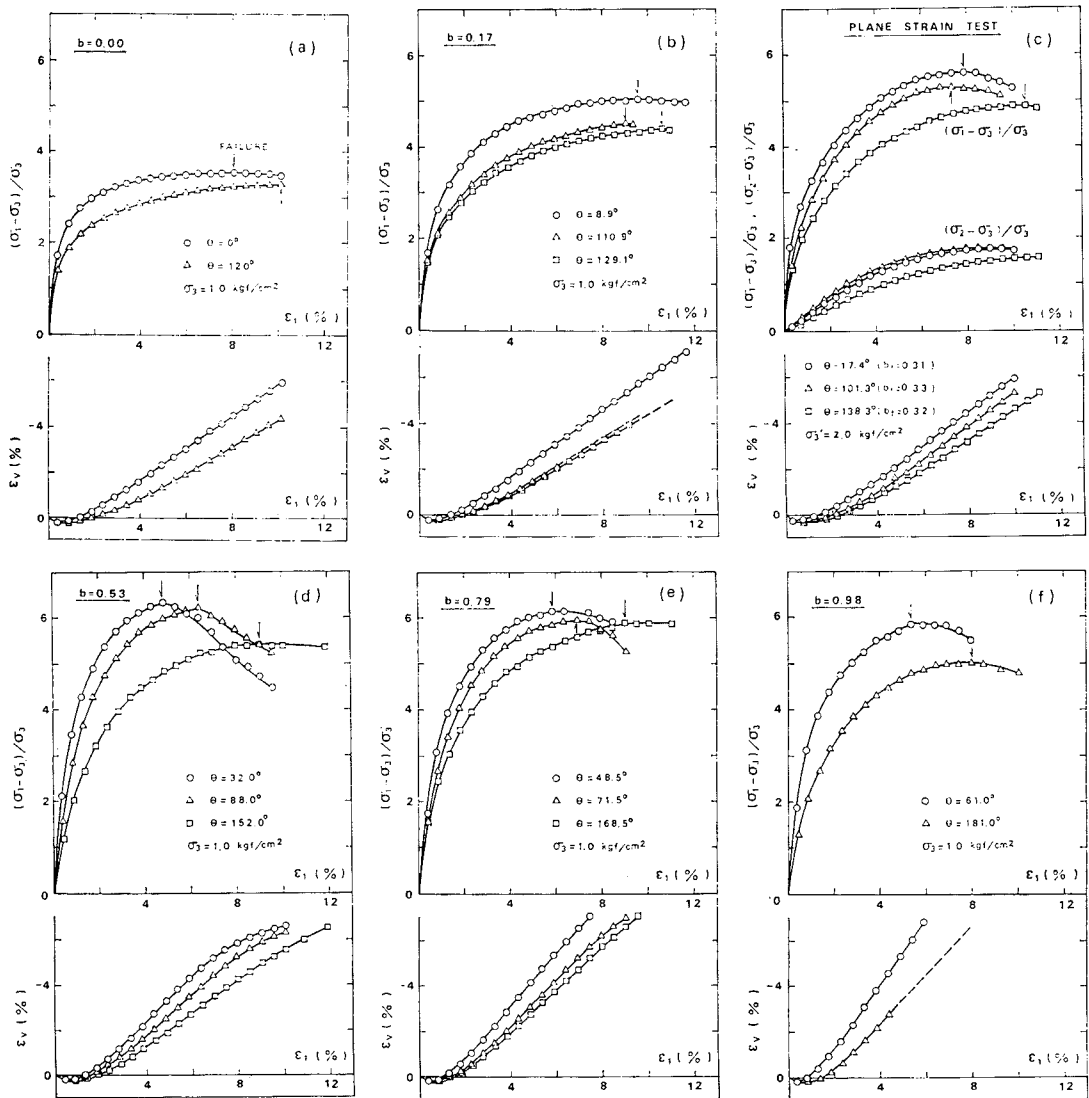
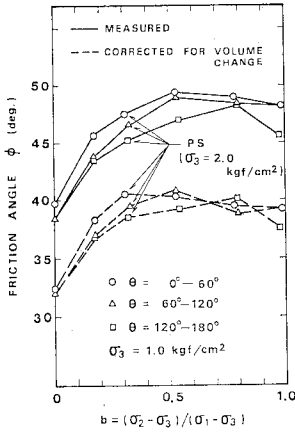


図-6 相異なる三主応力試験における応力・ひずみ・体積変化曲線 (1kgf/cm²=98kN/m²)



図一7 $\phi \sim b$ 関係 ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kN/m}^2$)

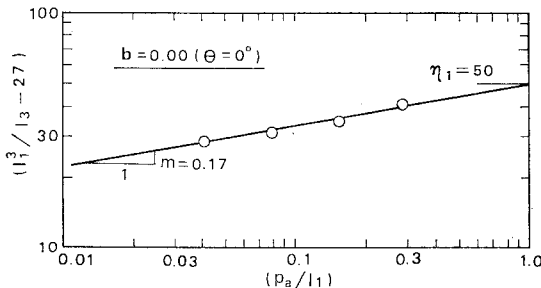
線はダイレイタンス補正した値によるものであるが、この点については(5)で述べる。

ところで、土の破壊規準として広く用いられているモール・クーロンの規準は中間主応力を考慮しておらず、したがって、摩擦角 ϕ が b 値によって異なるという実験事実(図一7)を説明できない。中間主応力を考慮し、応力の不変量で表示された破壊規準の代表的なものとして、松岡・中井²⁰⁾と Lade²¹⁾の式がある。

$$\text{松岡・中井} : I_1 \cdot I_2 / I_3 = \kappa_1 \dots \dots \dots (5)$$

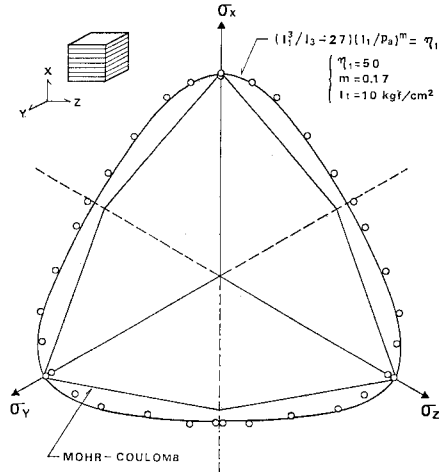
$$\text{Lade} : (I_1^3 / I_3 - 27) (I_1 / p_a)^m = \eta_1 \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 I_1, I_2, I_3 はそれぞれ主応力で表わされた1次、2次および3次の不変量、 p_a は応力と同じ単位で表わした大気圧、 κ_1, m, η_1 は定数である。式(5)と式(6)の最も大きな相違点は $b=1.00$ における摩擦角 ϕ の値である。すなわち、 ϕ の値は、式(5)によれば $b=0.00$ と $b=1.00$ で常に等しくなるが、式(6)によれば $b=1.00$ の場合が $b=0.00$ の場合よりも常に大きくなる。図一7の結果からみて、式(6)がその挙動をうまく説明できると考えられ、以下、式(6)と実験結果との比較を行う。なお、松岡ら¹⁹⁾は式(5)を異方性土に対して拡張しているが、異方性パラメータの決め方が必ずしも明確でなく、ここでは省略する。



図一8 式(6)における定数 m, η_1 の求め方

間では、 ϕ の値は一貫して領域 I, II, III の順になるが、一般にその差は小さく、 $b=1.00$ における $\Delta\phi = 2.6^\circ$ が最大である。しかし、小さなひずみで破壊に至る場合には、せん断変形の進行に伴う粒子再配列の度合いが小さく、初期の構造異方性がまだ保存され、その差はもっと大きくなることが予想される。なお、図中の破



図一9 正八面体面 ($I_1 = 10 \text{ kgf/cm}^2$) に投影した実験結果と式(6)の比較 ($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kN/m}^2$)

式(6)の定数 m と η_1 は $\theta=0^\circ$ の通常の三軸圧縮試験からのみ定められる。図一8に示すように、 $\theta=0^\circ$ の試験における破壊時の $(I_1^3 / I_3 - 27)$ と (p_a / I_1) の値を両対数紙上にプロットして得られる直線の勾配として m の値を、 $(p_a / I_1) = 1$ における切片の値として η_1 の値が求められる。本実験の場合、 $m=0.17, \eta_1=50$ であった。図一9は、 $I_1=10 \text{ kgf/cm}^2$ の正八面体面に投影した実験結果と $m=0.17, \eta_1=50$ とした式(6)である。なお、YZ面で等方な二軸直交異方性の場合にはX軸に関して対称となるので、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の実験結果が $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ の範囲にもプロットされており、また、 $\theta=0^\circ$ の試験に対応するモール・クーロンの規準も示されている。式(6)と実験結果はほぼ良好な一致をみており、その差が最も大きくなるのは $\theta=60^\circ (\theta=300^\circ)$ の場合で、その値は ϕ にして約 3° であり、構造異方性をもつ砂の三次元強度は式(6)によってほぼ表わすことができる。

(5) 体積変化とダイレイタンス補正

図一4, 6にみられるように、初期構造異方性の影響は体積変化特性に対しても顕著に現われ、しかも応力の場合とは異なり、ひずみが大きくなってその影響はなくなる。図一10は破壊時の体積膨張率 $-(d\varepsilon_v / d\varepsilon_1)_f$ を θ の各 60° の3つの範囲に対して示したものである(平面ひずみの試験結果は σ_3 の値が異なるので省いてある)。破壊時の体積膨張率は、 θ の各範囲において、中間主応力の大きさとともに単調に増加し、また、 θ の各範囲間では、強度の場合と同様に、一貫して領域 I, II, III の順に大きい。

ところで、排水せん断試験では、せん断変形とともに

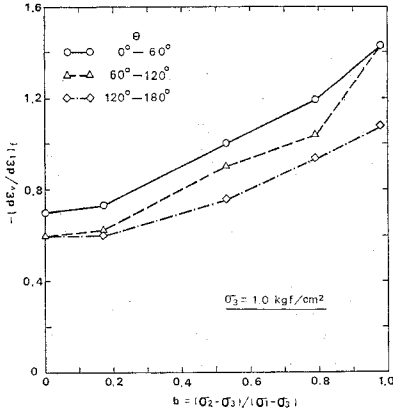


図-10 破壊時の体積膨張率と b 値の関係
($1 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kN/m}^2$)

体積変化(ダイレイタンス)が生じ、供試体に加えられた軸差応力の一部分は拘束圧力に抗して供試体の体積を変化させるために消費されていると考えられる。この体積変化のための仕事量に対する補正、すなわち、ダイレイタンス補正式を三次元応力状態について求め、補正後の強度について検討する。なお、3つの主ひずみ $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ と体積ひずみ ϵ_v との関係は、(1)で述べたように、一般には3次の項まで含めた式(3)を用いるべきであるが、ひずみ増分についてはその近似式($d\epsilon_v = d\epsilon_x + d\epsilon_y + d\epsilon_z$)が成り立つものとする。

供試体に外力 σ_{ij} が作用し、ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ を生じるとき、供試体を受けるエネルギー増分 dE は次式で表わされる。

$$dE = \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} = \sigma_m \cdot d\epsilon_v + S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\sigma_m, d\epsilon_v$ は平均有効主応力および体積ひずみ増分、また、 $S_{ij}, d\epsilon_{ij}$ は偏差応力テンソルおよび偏差ひずみ増分テンソルである。

ひずみ増分は回復性の弾性成分と非回復な塑性成分とに分けられるとすれば、

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_v &= d\epsilon_v^e + d\epsilon_v^p \\ d\epsilon_{ij} &= d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と表わせ、式(7)は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} dE &= (\sigma_m \cdot d\epsilon_v^e + S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^e) \\ &+ (\sigma_m \cdot d\epsilon_v^p + S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^p) \\ &= dE_e + dE_p \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

式(9)において、 dE_e は構造骨格の弾性的変形に消散されるエネルギー増分、 dE_p は粒子間のすべりに消散される非回復なエネルギー増分とみなすことができよう。式(7)と式(9)より、 dE_p は次のように表わされる。

$$dE_p = S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} + \sigma_m \cdot d\epsilon_v - dE_e \dots\dots\dots (10)$$

ここで、粒子間のすべりを引き起こす応力は偏差応力であり、この応力を $(S_{ij})_r$ とし、次式で表わされると仮

定する。

$$(S_{ij})_r = dE_p / d\epsilon_{ij} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)を用いると、式(10)は次のように表わされる。

$$(S_{ij})_r \cdot d\epsilon_{ij} = S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} + \sigma_m \cdot d\epsilon_v - dE_e \dots (12)$$

砂の場合、破壊時においては弾性的変形は無視できると考えられ、 $dE_e = 0$ とみなすことができよう。したがって、式(12)は次のように表わされる。

$$(S_{ij})_r \cdot d\epsilon_{ij} = (S_{ij})_f \cdot d\epsilon_{ij} + \sigma_m \cdot d\epsilon_v \dots\dots (13)$$

ここで、式(1)で定義した $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ を用い、主応力軸と主ひずみ増分軸が一致するとして、それらの軸に関して $S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}$ の項を書き改めると、

$$\begin{aligned} S_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} &= S_{11} \cdot d\epsilon_{11} + S_{22} \cdot d\epsilon_{22} + S_{33} \cdot d\epsilon_{33} \\ &= \{(\sigma_1 - \sigma_3) + S_{33}\} \cdot d\epsilon_{11} \\ &+ \{(\sigma_2 - \sigma_3) + S_{33}\} \cdot d\epsilon_{22} + S_{33} \cdot d\epsilon_{33} \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot d\epsilon_{11} + (\sigma_2 - \sigma_3) \cdot d\epsilon_{22} \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3) (d\epsilon_{11} + b \cdot d\epsilon_{22}) \dots\dots (14 \cdot a) \\ &= (\sigma_2 - \sigma_3) \left(d\epsilon_{22} + \frac{1}{b} \cdot d\epsilon_{11} \right) \dots (14 \cdot b) \end{aligned}$$

式(14.a)を用いると、式(13)は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3)_r &= (\sigma_1 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_{11} + b \cdot d\epsilon_{22}} \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3)_f + \\ &\sigma_m \cdot \frac{(\sigma_{\epsilon v} / d\epsilon_1)}{1 - \frac{1}{3} (d\epsilon_v / d\epsilon_1) + b \left\{ (d\epsilon_2 / d\epsilon_1) - \frac{1}{3} (d\epsilon_v / d\epsilon_1) \right\}} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式(14.b)を用いると

$$\begin{aligned} (\sigma_2 - \sigma_3)_r &= (\sigma_2 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_{22} + \frac{1}{b} \cdot d\epsilon_{11}} \\ &= (\sigma_2 - \sigma_3)_f + \\ &\sigma_m \cdot \frac{(d\epsilon_v / d\epsilon_1)}{(d\epsilon_2 / d\epsilon_1) - \frac{1}{3} (d\epsilon_v / d\epsilon_1) + \frac{1}{b} \left\{ 1 - \frac{1}{3} (d\epsilon_v / d\epsilon_1) \right\}} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

式(15),(16)より、 $\sigma_3 = \text{一定}$ 、 $b = \text{一定}$ の試験におけるダイレイタンス補正した $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ 、 $(\sigma_2 - \sigma_3)_r$ の値が算定できる。また、 $\sigma_2 = \sigma_3$ の通常の三軸圧縮試験 ($b = 0$) の場合には、式(15)は

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3)_r &= (\sigma_1 - \sigma_3)_f + \sigma_m \cdot \frac{(d\epsilon_v / d\epsilon_1)}{1 - \frac{1}{3} (d\epsilon_v / d\epsilon_1)} \\ &\dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となり、Poorooshasb らの式²²⁾と一致する。

図-5の破線は、式(15)を用いてダイレイタンス補正した強度比であり、(2)でも述べたように、体積変化に対して強度の補正を行えば、 $b = 0.00$ の三軸圧縮試験では初期構造異方性の影響はほぼ無視できる。図-7の破線は、図-10の $-(d\epsilon_v / d\epsilon_1)_f$ および $\epsilon_1 \sim \epsilon_2$ 関係

図(図省略)の破壊時の勾配より求めた $d\epsilon_2/d\epsilon_1$ の値を用い、式(15)によって $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ を算定し、 $\phi = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}_r$ を計算した結果である。この図からわかるように、 θ の各 60° の範囲において、 $\phi \sim b$ 関係の様子はダイレイタンスー補正前とほぼ同じであり、 $b=1.00$ における値は $b=0.00$ における値よりも常に大きい。また、ある b 値に対する θ の各範囲間の ϕ の差はダイレイタンスー補正前に比べて小さくなり、その大小関係が逆転する場合もみられる。これらのことより、ダイレイタンスー補正した強度は、実用上、初期構造異方性の影響を受けないと考えてよいであろう。

6. ま と め

水平面内で等方な二軸直交異方性をもつ密な砂供試体について、主応力軸と異方性の主軸を一致させた状態で、三軸圧縮、平面ひずみおよび三主応力制御試験を行った。その際、要素試験としての供試体変形の一様性に特に留意し、載荷板と供試体境界面における摩擦を軽減し、自由な変形を許すために、シリコングリースを塗布したゴム膜の使用に加えて、供試体断面より大きな寸法の載荷板を用いた。一連の実験結果より、初期の構造異方性の影響は破壊前の挙動において顕著に認められるが、破壊時のひずみが大きい場合には、強度にはさほど認められないことが明らかになった。このことは、せん断変形が大きくなるにつれて初期の構造異方性を消滅させる方向に作用する粒子再配列の度合いが増大していくためと考えられる。また、体積変化の挙動にはひずみが大きくなっても初期構造異方性の影響がそのまま認められ、この体積変化のための仕事量に対する補正(ダイレイタンスー補正)を行った強度についてみると、初期構造異方性の影響はさらに小さくなり、実用上、無視できることがわかった。

最後に、本実験は第一著者が昭和56年度文部省在学研究員としてカリフォルニア大学ロスアンゼルス校(UCLA)に滞在中に行ったものである。UCLAのLade教授にはいろいろと便宜をはかっていただくとともに、有益な助言をいただいた。ここに厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 小田匡寛・小石川功：砂地盤の異方性と土質工学的意義，土木学会論文報告集，第273号，pp. 111~120, 1978.
- 2) Phillips, A.B. and P.H. May: A form of anisotropy in granular media, Special Task Report, Dept. of Civ. & Munic. Engng., University College, London, 1967. (4)による)
- 3) 小田匡寛・風間秀彦：砂の異方性に関する研究，土と基礎，第18巻，第9号，pp. 15~21, 1970.
- 4) Arthur, J.R.F. and B.K. Menzies: Inherent anisotropy in a sand, Geotechnique, Vol. 22, No. 1, pp. 115~128, 1972.
- 5) Oda, M.: Initial fabric and their relations to mechanical properties of granular materials, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 1, pp. 17~36, 1972.
- 6) Oda, M.: The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 2, pp. 1~18, 1972.
- 7) Dunstan, T.: The influence of grading on the anisotropic strength of sand, Geotechnique, Vol. 23, No. 3, pp. 529~532, 1973.
- 8) El-Sohby, M.A. and K.Z. Andrawes: Experimental examination of sand anisotropy, Proc. 8th ICSMFE, Vol. 1, 1, pp. 103~109, 1973.
- 9) Green, G.E. and D.W. Reades: Boundary conditions, anisotropy and sample shape effects on the stress strain behaviour of sand in triaxial compression and plane strain, Geotechnique, Vol. 25, No. 2, pp. 333~356, 1975.
- 10) Arthur, J.R.F. and A.B. Phillips: Homogeneous and layered sand in triaxial compression, Geotechnique, Vol. 25, No. 4, pp. 799~815, 1975.
- 11) Oda, M. and I. Koishigawa: Anisotropic fabric in sands, Proc. 9th ICSMFE, Vol. 1, pp. 235~238, 1977.
- 12) Oda, M., I. Koishigawa and T. Higuchi: Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 1, pp. 25~38, 1978.
- 13) Yamada, Y. and K. Ishihara: Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 2, pp. 79~94, 1979.
- 14) 松岡 元・中井照夫・石崎 仁：空間滑動面に基づいた異方性土の応力・ひずみ関係，土木学会論文報告集，第304号，pp. 105~111, 1980.
- 15) Matsuoka, H. and H. Ishizaki: Deformation and strength of anisotropic soil, Proc. 10th ICSMFE, Vol. 1, pp. 699~702, 1981.
- 16) Oda, M.: Anisotropic strength of cohesionless sands, Jour. of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107, No. GT 9, pp. 1219~1231, 1981.
- 17) Haruyama, M.: Anisotropic deformation strength characteristics of an assembly of spherical particles under three dimensional stresses, Soils and Foundations, Vol. 21, No. 4, pp. 41~55, 1981.
- 18) 木村 孟・齊藤邦夫・日下部治・司代 明：砂地盤の支持力および変形性状に対する異方性の影響について，土木学会論文報告集，第319号，pp. 105~113, 1982.
- 19) Lade, P.V.: Cubical triaxial apparatus for soil testing, Geotechnical Testing Journal, Vol. 1, No. 2, pp. 93~101, 1978.
- 20) Matsuoka, H. and T. Nakai: Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, 土木学会論文報告集，No. 232, pp. 59~70, 1974.
- 21) Lade, P.V.: Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces, Int. J. Solids and Structures, Vol. 13, pp. 1019~1035, 1977.
- 22) Poorooshasb, H.B. and K.H. Roscoe: The correlation of the results of shear tests with varying degree of dilation, Proc. 5th ICSMFE, Vol. 1, pp. 297~304, 1961.