

コンクリート舗装の構造解析における 有限要素法の適用性について

ADAPTABILITY OF THE FINITE ELEMENT METHOD FOR STRUCTURAL ANALYSIS OF CONCRETE PAVEMENTS

西 沢 辰 男*・松 野 三 朗**

By Tatsuo NISHIZAWA and Saburo MATSUNO

1. ま え が き

コンクリート舗装版の設計の際に必要な応力およびたわみの計算は、地盤をモデル化した平板問題の解に基づいて行われている。その代表的なものが Westergaard が導いた公式である¹⁾。彼は地盤をウィンクラー基礎 (Winkler foundation) に仮定して平板の微分方程式を解いている。ウィンクラー基礎は地盤をばねの集合と考え、地盤のある点の反力はその点の変位のみ比例し、他の点の変位がその点での反力に影響することはないとするものである。すなわち地盤自体がもつ荷重の分散能力を無視していることになる。しかし、実際の地盤はある程度の荷重分散能力を有しており、そのことを考慮に入れたモデルがより妥当であると考えられる。このような地盤の荷重分散能力を考慮したモデルは弾性基礎 (elastic foundation) とよばれ、その数学的な記述は Boussinesq の解として知られている。弾性基礎を仮定して平板の微分方程式を解いたのは Hogg²⁾ であり、彼はコンクリート版の中央に荷重が作用した場合の応力およびたわみを求めている。また Pickett や Ray³⁾ は、任意の分布形や任意の数の荷重によるコンクリート版のモーメントおよびたわみを計算できるように一連の影響図を作成した。

また舗装構造を水平方向に無限に広がるいくつかの弾性層にモデル化し、軸対称問題として取り扱う多層弾性理論がある。この理論解は Burmister⁴⁾ によって解かれたもので、アスファルト舗装の構造解析に広く用いられている。この解はコンクリート舗装にも応用させることができ、その数値解は、先に述べた Hogg の解とほぼ同一になる。軸対称性を前提としたこの理論は、きわめて単純な載荷条件すなわち中央載荷のみしか取り扱うこと

ができないが、路盤内の任意の点の応力および変形を知ることができるという大きな利点を有している。

以上の方法はすべて微分方程式の理論解に基づくもので、コンクリート舗装に特有な目地などの不連続な構造条件や、目地付近に荷重が作用する場合のような荷重条件を考慮することは困難であるかまたは不可能に近い。従来このような特殊な条件下のコンクリート版の応力やたわみを求めるのは、おもに実物大の載荷試験によっていた。しかし今日の大規模電子計算機のめざましい進歩により、複雑な数値計算がきわめて容易に行えるようになってきた。このような状況のもとで、大型電子計算機を用いた構造解析手法が急速に発展し、複雑な構造物の挙動の解析に有効な手段を提供している。その代表的なものが有限要素法であり、目地などの構造条件を含めてコンクリート舗装版を解析する手段として有効であると考えられる。

有限要素法によるコンクリート舗装版の解析モデルは以下の 4 つに分類される⁵⁾。

- (i) 平面ひずみモデル
- (ii) 軸対称モデル
- (iii) 平板モデル
- (iv) 三次元モデル

(i) の平面ひずみモデルは、よく知られた平面ひずみの条件のもとで問題を取り扱うもので、長手方向の一律な連続性を原則とする。(ii) の軸対称モデルは、荷重および構造条件の軸対称性を考慮して、円柱座標系を用いることによって問題を解く。この両者のモデルによるプログラムは比較的簡便であり、おもに舗装の層構造の応力解析に広く利用されている。しかし、両者ともコンクリート舗装版の隅角部に荷重が作用するような載荷条件や、目地などの不連続な構造条件を取り扱えないという欠点をもつ。その点 (iv) の三次元モデルは、原理的にあらゆる載荷条件、構造条件をも取り扱うことができるが、計算に多大な記憶容量と計算時間を要し、経済性と

* 正会員 工修 金沢大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木工学科

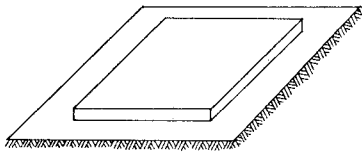


図-1 平板モデル

いう面から現在のところその実用性には限界がある⁷⁾。(iii)の平板モデルは、古典的な平板理論に基づいており、地盤反力を外力と考えることによってコンクリート舗装をモデル化するものである。このモデルは比較的容易に特殊な載荷条件および構造条件を組み込むことができるので、コンクリート舗装版の解析に最も適しており、本研究ではこの平板モデルを採用することにした(図-1)。

米国においてはすでにこの平板モデルによるコンピュータープログラムが開発され、若干の例について計算が行われている⁸⁾⁷⁾。わが国においても港湾技術研究所で独自にプログラムを開発し、空港の舗装について計算を行っているが⁹⁾、道路舗装について行った計算例はまだ見当たらない。

本研究では、ウィンクラー基礎および弾性基礎上のコンクリート舗装版の力学的挙動を平板モデルによって解析するコンピュータープログラムを作製し、過去に行われた道路のコンクリート舗装の実験データ¹⁰⁾を例に計算を行い、その妥当性について検討を加えた。

2. 解析方法

(1) 平板モデル

本研究で用いた平板モデルは、以下に述べる古典的な平板の曲げ問題の仮定に基づいている⁹⁾。

- (i) 板のたわみは微小である。
- (ii) 変形前の中央面に対する法線は、変形後も直線を保つ。
- (iii) 中央面に垂直な応力は、荷重に関係なく無視できる。

これらの仮定を用いると、平板問題は二次元問題にな

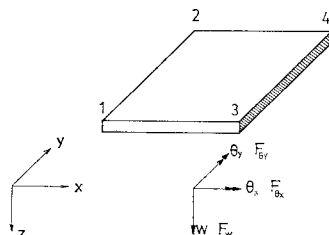


図-2 長方形要素

る。したがって要素分割は平面方向にだけ行えばよく、板厚方向に行く必要はない。

本研究では、図-2に示すような4つの節点をもつ長方形要素を考える。それぞれの節点は3つの節点変位(z方向のたわみ w , x軸まわりのたわみ角 θ_x , y軸まわりのたわみ角 θ_y)と、これに対応する3つの節点力(鉛直力 F_w , x軸まわりのモーメント F_{θ_x} , y軸まわりのモーメント F_{θ_y})をもつものとする。

地盤の反力を考慮に入れたコンクリート舗装版の剛性方程式は次のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \dots & H_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} \dots (1)$$

ここに、 $\{f_i\}$ は外力ベクトル、 $[K_{ij}]$ は板の剛性マトリックス、 $[H_{ij}]$ は地盤の剛性マトリックス、 $\{d_i\}$ は変位ベクトルである。さらに、 $f_i = \langle F_{wi}, F_{\theta_xi}, F_{\theta_yi} \rangle^T$, $d_i = \langle w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi} \rangle^T$ であり、 K_{ij} および H_{ij} は3行3列のサブマトリックスである。なお $\langle \rangle$ は行ベクトルを示し、添字 T はマトリックスの転置記号である。

板の剛性マトリックスの内容は通常の参考書に示されている¹⁰⁾。ここで問題になるのは、地盤のモデル化による地盤の剛性マトリックス H_{ij} の数学的記述についてである。その内容を、ウィンクラー基礎の場合と弾性基礎の場合について、以下で具体的に説明する。

(2) ウィンクラー基礎

図-3に示すように、ウィンクラー基礎は地盤をばね支承にモデル化したものであり、その剛性は地盤の支持力係数 k で表わすことができる。すなわち節点での反力はその節点の鉛直変位に比例するという考え方である。このモデルでは1つの節点による反力は他の節点の変位の影響を受けることがなく、したがって地盤自体の荷重分散効果は無視していることになる。

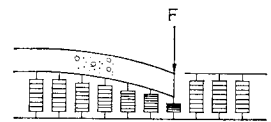


図-3 ウィンクラー基礎

ウィンクラー基礎の場合、式(1)の地盤の剛性マトリックスにおけるサブマトリックスは、地盤の支持力係数 k を用いて次のように表わすことができる。

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} kA_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots (2)$$

ここに A_i は、その節点を共有する要素の面積の和の 4 分の 1 である。

この場合、地盤の剛性マトリックス $[H_{ij}]$ は、節点間の連成がないためマトリックスの対角項のみに値をもつ。したがって、板の剛性マトリックスを加え合わせた構造全体の剛性マトリックス $[[K_{ij}] + [H_{ij}]]$ は、対角項を中心にある幅の中に非ゼロ要素が集中するバンドマトリックスとなるので、計算量を減らすことができる。

(3) 弾性基礎

弾性基礎は、図-4 に示すように地盤を等方等質な半無限弾性体と仮定する。その剛性は地盤の弾性係数 E_b とポアソン比 μ_b により

表われ、その数学的記述は Boussinesq の解として知られている。この場合、1つの節点に作用

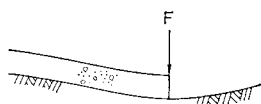


図-4 弾性基礎

する力はその節点に変位を生じさせるばかりでなく、ほかの節点にも変位を生じさせ、逆にほかの節点の変位はその節点の反力に影響を及ぼすことになる。したがって、地盤自体に荷伝達能力を期待することができる。

ある節点 j に集中荷重 F_{wj} が作用したときの節点 i でのたわみ w_{ij} は次のように表わすことができる。

$$w_{ij} = \frac{(1-\mu_b^2)}{\pi E_b r_{ij}} \cdot F_{wj} = \alpha_{ij} F_{wj} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 r_{ij} は節点 i と節点 j との距離である。ただし、 $r_{ij}=0$ のとき、すなわち荷重直下のたわみは無限大に発散する。この場合は、 F_{wj} を図-5 のような分布荷重に置き換えることにより荷重直下のたわみを計算することができる。Cheung らは長方形分布荷重に対するたわみを次式のように算定している¹³⁾。

$$w_{ii} = \frac{F_{wi}}{\sum_{m=1}^4 a_m b_m} \cdot \sum_{m=1}^4 \frac{b_m(1-\mu_b^2)}{\pi E_b} \left\{ B_m \sinh^{-1} \frac{1}{B_m} + \sinh^{-1} B_m \right\} = \alpha_{ii} F_{wi} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $B_m = a_m/b_m$ である。節点集中荷重の分布範囲は次のようにして定めた。すなわち式 (4) の分母 $\sum_{m=1}^4 a_m \cdot b_m$ に η ($0 < \eta \leq 1$) なるパラメーターを乗じ、中央載荷の場合について η を変化させて平板モデルにより計算

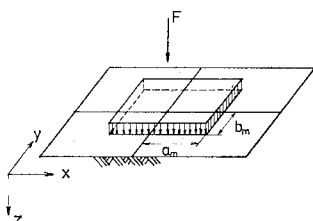


図-5 節点荷重の分布荷重への変換

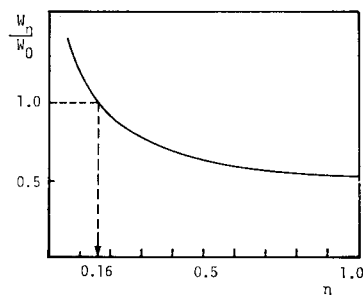


図-6 節点集中荷重の分布範囲の決定

を行った。図-6 は η の変化による荷重直下のたわみ w_η の変化を示している。縦軸の分母 w_0 は同じ条件による BISAR の計算値である。 $w_\eta/w_0=1$ となる η を図より求め $\eta=0.16$ として以後の計算を行った。

以上の式を用いて、地盤の剛性関係は以下のように表わすことができる。

$$\{w_i\} = [\alpha_{ij}] \{F_{wj}\} \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を荷重について解くと次式を得る。

$$\{F_{wi}\} = [\alpha_{ij}]^{-1} \{w_i\} = [\beta_{ij}] \{w_i\} \dots\dots\dots (6)$$

よって、弾性地盤の場合、式 (1) の地盤の剛性マトリックスにおけるサブマトリックスは次のようになる。

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} \beta_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ウインクラー基礎の剛性マトリックスと異なるのは、節点が互いに連成するため、非ゼロ要素が剛性マトリックス全体に分散するという点である。したがって、板と地盤の構造全体の剛性マトリックスはバンドマトリックスとはならず、弾性基礎を仮定した場合、その計算量が膨大なものになるのは避け得ない。

しかし、モデルの妥当性という点からは、弾性基礎の方が地盤の荷重分散能力を考慮に入れることができるため優れている。両者のモデルを組み込んだ平板モデルを用いて求められたコンクリート舗装版の挙動の相違について調べてみるのはいへん興味深い。この相違についてはのちの計算結果の項で述べることにする。

(4) 目地部の考え方

コンクリート舗装を平板モデルによって解析する際に必要となるのは目地部のモデル化であり、その考え方は非常に重要である。この目地部の影響を考慮できるのは有限要素法の大きな特色なので、以下で詳述する。

コンクリート舗装では縦目地と横目地が施工される。縦目地は車線を区分する位置に設けられ、そり応力を軽減し、縦方向のひびわれの発生の防止を目的としており、またある程度の荷重伝達能力も期待されている。しかし本研究ではスリップバーの荷重伝達機能の解析を目

的とするため、計算にあたっては縦目地による荷重伝達は無視することにし、解析範囲は1車線幅とした。横目地はコンクリートの温度応力を軽減

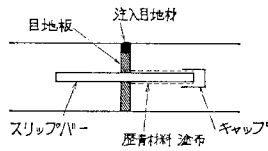


図-7 膨張目地の構造

するために適当な間隔で設けられ、目地を通しての荷重伝達機能をもつようにスリッパを用いて施工される。

本研究で問題とするのは、図-7 に示すような膨張目地による荷重の伝達能力であり、その有限要素法への定式化の過程を以下に説明する⁹⁾。

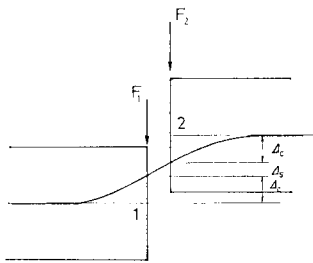


図-8 スリッパの荷重伝達

図-8 はスリッパによる目地部の荷重伝達の様子を模式的に示したものである。この図より節点1のたわみ w_1 と節点2のたわみ w_2 の差は次式で示される。

$$w_1 - w_2 = d = d_s + 2d_c \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 d_c はスリッパによるコンクリートの変形、 d_s はスリッパのせん断変形で次のように表わされる。

$$d_s = \frac{d}{GA} (F_1 - F_2) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 d はジョイントの開き、 G はスリッパのせん断弾性係数、 A はスリッパの断面積、 F_1, F_2 はそれぞれ節点1と節点2の鉛直節点力である。また Timoshenko の解析によると¹³⁾、スリッパの上下のコンクリートの変形は次式のように表わせる。

$$d_c = \frac{F_1 - F_2}{4\beta^2 EI} (2 + \beta d) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\beta = \{Kb/(4EI)\}^{1/4}$ 、 K はコンクリートの支圧係数、 b はスリッパの直径、 E はスリッパの弾性係数、 I はスリッパの断面2次モーメントである。

通常、 $d_s \ll d_c$ であるため、 d_s は無視することができる。したがって、式(8)は次式のようになる。

$$w_1 - w_2 = 2d_c = \frac{F_1 - F_2}{2\beta^2 EI} (2 + \beta d) \dots\dots\dots (11)$$

式(11)はスリッパが、コンクリートの支圧によりせん断力のみを伝達することを示している。

次に、式(11)を基礎として、目地要素の剛性マトリ

ックスを誘導する。

仮想仕事の式より、

$$\delta w_1 \cdot F_1 + \delta w_2 \cdot F_2 = \delta (w_1 - w_2) \cdot (F_1 - F_2) \\ = \delta (w_1 - w_2) \cdot (w_1 - w_2) \frac{2\beta^2 EI}{2 + \beta d} \dots\dots\dots (12)$$

となる。式中、 δ は仮想変位であることを示す。この式をマトリックス表示すると、

$$\langle \delta w_1 \delta w_2 \rangle \cdot \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \frac{2\beta^2 EI}{2 + \beta d} \langle \delta w_1 \delta w_2 \rangle \\ \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

となる。 $\langle \delta w_1 \delta w_2 \rangle$ は任意の仮想変位であるから、

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \frac{2\beta^2 EI}{2 + \beta d} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

を得る。式(14)は次のような節点1および節点2をもつ目地要素に書き改められる。

$$\begin{Bmatrix} F_{w_1} \\ F_{\theta_{x_1}} \\ F_{\theta_{y_1}} \\ F_{w_2} \\ F_{\theta_{x_2}} \\ F_{\theta_{y_2}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_j & 0 & 0 & -k_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & k_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x_1} \\ \theta_{y_1} \\ w_2 \\ \theta_{x_2} \\ \theta_{y_2} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $k_j = 2\beta^3 EI / (2 + \beta d)$ である。この式中のコンクリートの支圧係数 K の具体的な値が問題となる。Yoder や Witezak¹⁴⁾ は、この値は 81 000 MPa/m (8 300 kg/cm³) から 405 000 MPa/m (41 500 kg/cm³) の間にあり、405 000 MPa/m (41 500 kg/cm³) がより適切であることを述べている。本研究では、この報告に基づき、 K の値を 405 000 MPa/m (41 500 kg/cm³) として以下の計算を行った。

なお、このモデルにおいては、目地を通しての荷重伝達がスリッパのみによってなされるとしている。この仮定は、コンクリート版が収縮して膨張目地が開いたときには妥当である。しかしながら、コンクリート版が伸張して膨張目地が閉じた場合や、めくら目地等、コンクリートのかみ合わせが無視し得ない場合にはこのモデルの適用性には問題があり、その点については今後検討していく必要がある。

(5) 要素分割と目地要素の配置

先に述べた膨張目地を考慮する場合、目地要素とスリッパの位置を一致させなければならないので、全体の要素分割はスリッパの配置に支配される。その上荷重の作用する位置や分布範囲を考えた場合、その要素数はかなり増大する。そこで本研究では、スリッパの配置にとらわれないで要素分割を行い、スリッパの位置と目地要素の位置が一致しない場合は、図-9 に

示すように式 (15) の k_j の値を調節することにより要素分割の簡略化を図った。

このような簡略化の影響をみるために、図-10 (a) に示すスリッパの配置について、3 種類の異なる要素分割を行い、同じ荷重条件で計算を行った。Type 1 はスリッパの配置に従って要素分割を行ったもの、Type 2 はスリッパの配置にこだわらず、先に述べた簡略化を行ったもの、Type 3 はさらに分割を荒くしたものである。図に示すA点とB点の変位成分のタイプ別の計算結果が表-1 である。三者の計算結果の差はわずかであり、このような要素分割の簡略化には問題がないと考えられる。以下の計算においてはこの要素分割の簡略化を行っている。

3. 数値計算モデル

先の項で説明した平板モデルの実際問題への適用性を検討するため、建設省土木研究所において実施されたコンクリート舗装実験の結果¹⁵⁾を用いた。この実験は、おもにコンクリート舗装版に生ずる温度応力と輪荷重応力について、それらの値を実験的に追求したものである。そこで得られた結果は、現在の「セメントコンクリート舗装要綱」¹²⁾の構造設計の基礎をなしている。

本研究の数値計算モデルは、この実験に用いられたコ

表-1 要素分割の簡略による影響

位置 変位成分 分割 のタイプ	A 点			B 点		
	W (cm)	θ_x ($\times 10^{-3}$)	θ_y ($\times 10^{-3}$)	W (cm)	θ_x ($\times 10^{-3}$)	θ_y ($\times 10^{-3}$)
1	0.106 38	0.639 55	0.379 92	0.060 758	0.195 45	-0.408 58
2	0.107 68	0.653 91	0.397 85	0.062 286	0.196 63	-0.426 30
3	0.106 09	0.621 78	0.384 38	0.061 234	0.212 62	-0.419 84

ンクリート舗装版に基づいており、用いた諸定数の値は表-2 に示すとおりである。実験では、目的に応じて第1から第4舗装まで施工され、静的な載荷試験は第3および第4舗装で行われている。表では第3および第4舗装からモデルを選びそれぞれ Case I および Case II としてある。また実験においては、地盤の支持力係数は測定されているが、地盤の弾性係数およびポアソン比は測定されていない。ウィンクラー基礎と弾性基礎の計算結果を比較するためには、ある地盤について地盤の支持力

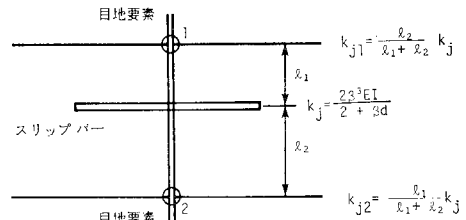
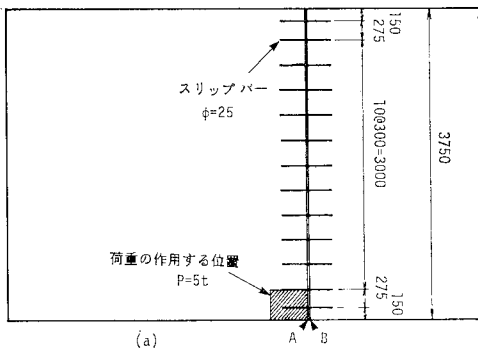
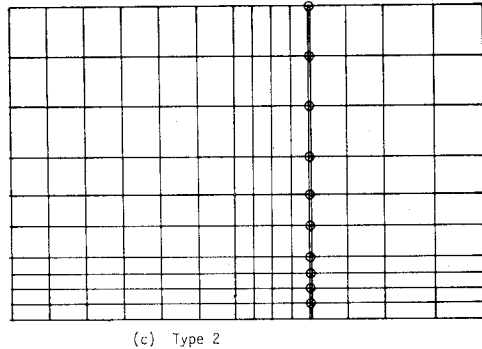


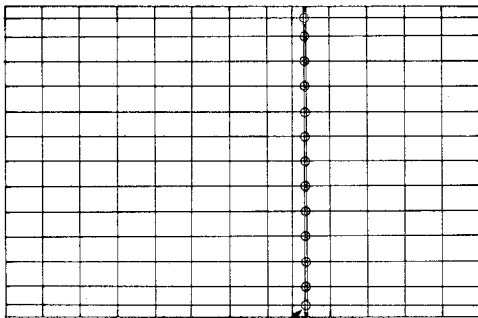
図-9 スリッパと目地要素



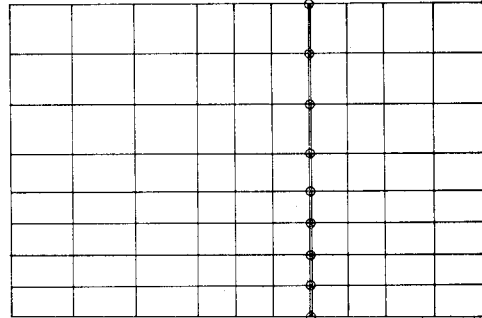
(a)



(c) Type 2



(b) Type 1



(d) Type 3

図-10 要素分割の簡略化

表-2 計算に用いた数値

		CASE I (第3試験舗装)	CASE II (第4試験舗装)
地盤	支持力係数 (MPa/m)	33.3	33.3
	弾性係数 (MPa)	46.8	54.7
	ポアソン比	0.5	0.5
コンクリート	厚さ (m)	0.199	0.239
	弾性係数 (MPa)	3.33×10^4	3.63×10^4
	ポアソン比	0.27	0.25
荷重	荷重 (N)	4.9×10^4	7.8×10^4
	荷版直径 (m)	0.30	0.40
スリップパー	弾性係数 (MPa)	2.11×10^5	2.11×10^5
	直径 (m)	0.0248	0.0248
	配置間隔 (m)	0.30	0.30
	目地幅 (m)	0.02	0.02

係数と、地盤の弾性係数およびポアソン比との関係を明らかにしておかなければならない。それらの関係は現在のところ必ずしも明確ではないが、本研究では S. Vesic¹⁶⁾の報告に基づき以下の関係を用いることにした。

$$k = 0.91 \frac{1}{h} \left\{ \frac{1 - \mu_c^2}{(1 - \mu_b^2)^4} \right\}^{1/3} \left(\frac{E_b^4}{E_c} \right)^{1/3} \dots (16)$$

ここに、 k は地盤の支持力係数、 h はコンクリート版の厚さ、 E_c 、 μ_c はそれぞれコンクリートの弾性係数およびポアソン比、また E_b 、 μ_b はそれぞれ地盤の弾性係数およびポアソン比である。

実験においては、地盤の支持力係数のみが測定されているので、本研究では地盤を完全弾性体と考え、ポアソン比を0.5と仮定して式(16)より地盤の弾性係数を求めた。

4. 計算結果と考察

中央荷荷の場合について計算を行った結果を図

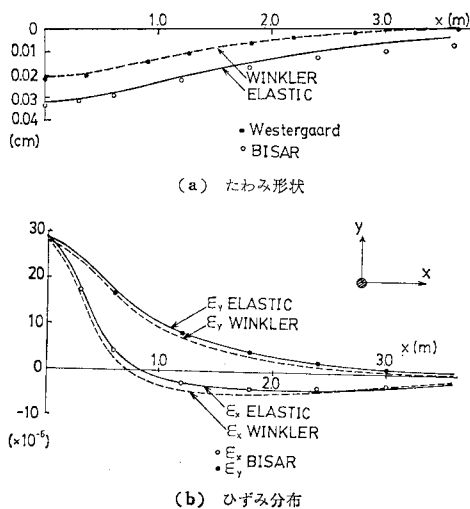


図-11 中央荷荷の場合 (CASE I)

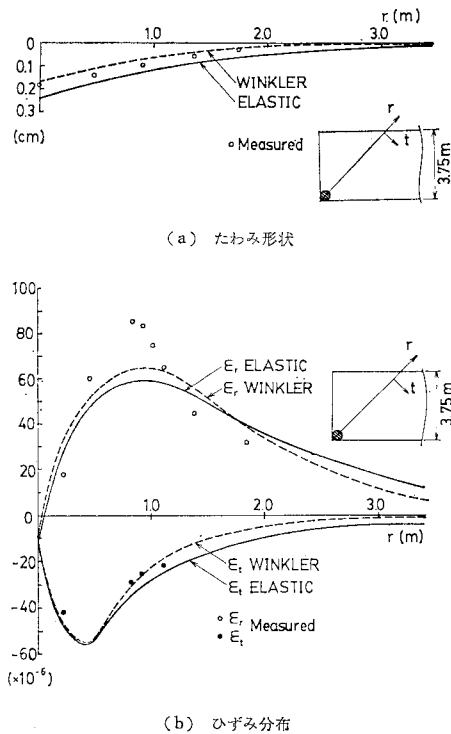


図-12 自由縁隅角部荷荷の場合 (CASE I)

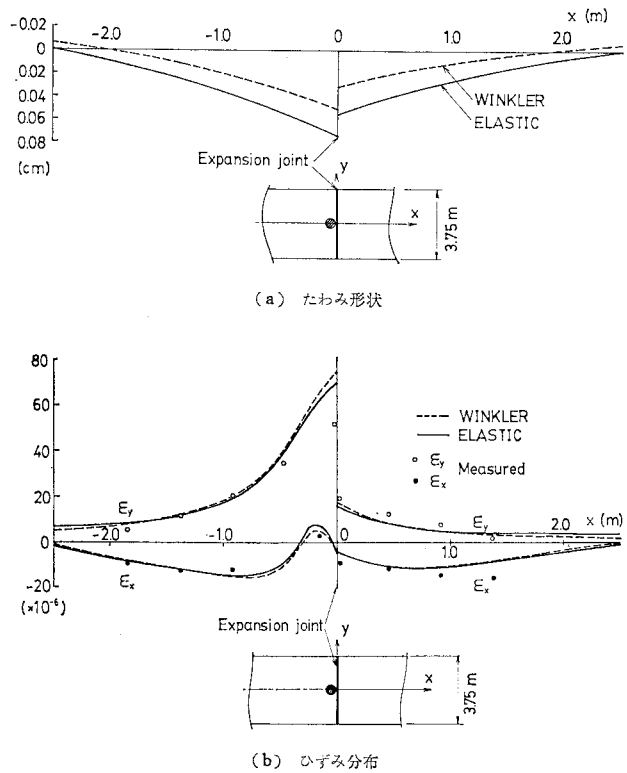
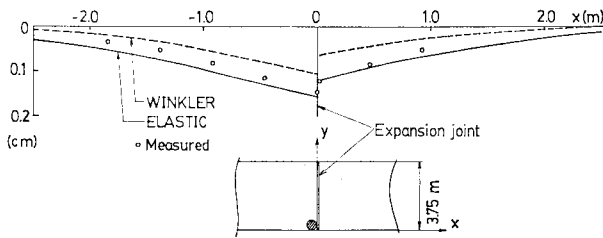
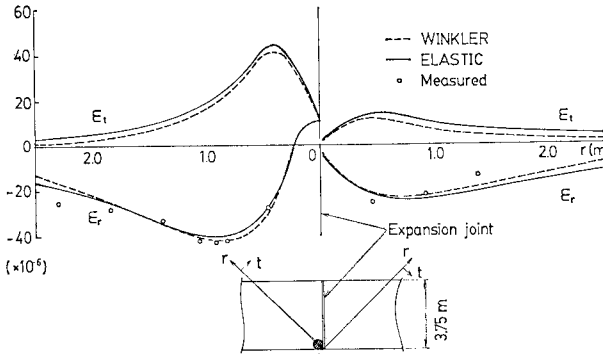


図-13 膨張目地縁部荷荷の場合 (CASE I)



(a) たわみ形状



(b) ひずみ分布

図-14 膨張目地隅角部載荷の場合 (CASE I)

—11 に示す。この図にはウィンクラー基礎と弾性基礎の計算結果のほか、理論的検討のために、Westergaard による理論解（この解はウィンクラー基礎の仮定のもとに解かれている）と、シェル研究所のコンピュータプログラム BISAR（このプログラムは多層弾性理論に基づいている）¹⁷⁾ による計算結果もプロットしてある。BISAR は水平方向に無限に広がる等方等質の複数の弾性体層を考え、荷重によって発生する層内の応力や変形を計算するプログラムであり、弾性基礎とその理論的前提はほぼ同一で、しかもその信頼性はすでに十分実証されている。これらの理論解と本研究の計算結果は、それぞれの地盤のモデルのもとでよい一致を示しており、プログラムの計算過程には問題がないといってよい。ウィンクラー基礎と弾性基礎を比較した場合、たわみはウィンクラー基礎の方が小さいが、ひずみについては両者にほとんど差はない。

自由縁隅角部に荷重が作用した場合の計算結果が 図-12 である。たわみはやはりウィンクラー基礎の方が小さいが、ひずみはほぼ等しい。○印で示しているのは実測値である。たわみの実測値は、2つの地盤モデルによる計算値の中間にある。ひずみの実測値は半径方向では最大値の付近で計算値をかなり上回っているものの、接線方向のひずみは計算値ときわめてよく一致している。

次に、目地を考慮した場合の計算結果を 図-13 と 図-14 に示す。図-13 (a) は、膨張目地縁部に荷重が作用した場合のたわみ形状を示している。ここでもウィンクラー基礎の方が小さな値を示すが、形状的には弾性基礎と大差ない。しかしウィンクラー基礎の場合、荷重作用点から離れた地点において版の浮き上がりが生ずる。図-13 (b) はそのときのひずみ分布を示す。ひずみはウィンクラー基礎と弾性基礎の計算結果はほぼ等しい。さらに実測値と比較すると、荷重作用点付近で差を生じているものの全体としてよい一致を示している。

図-14 (a) は膨張目地隅角部に荷重が作用した場合のたわみ形状を示している。実測値はウィンクラー基礎の場合と弾性基礎の場合の中間にあるが、

表-3 たわみの伝達率

CASE		CASE I				CASE II			
荷重条件		膨張目地縁部		膨張目地隅角部		膨張目地縁部		膨張目地隅角部	
地盤モデル		たわみ (cm)	e_d (%)	たわみ (cm)	e_d (%)	たわみ (cm)	e_d (%)	たわみ (cm)	e_d (%)
ウィンクラー基礎	載荷版	0.0505	77	0.1053	76	0.0616	76	0.1268	75
	非載荷版	0.0315		0.0641		0.0377		0.0765	
弾性基礎	載荷版	0.0735	86	0.1591	85	0.0866	87	0.1835	88
	非載荷版	0.0558		0.1180		0.0665		0.1432	
実験	載荷版	0.058	94	0.145	92	—	—	0.16	90
	非載荷版	0.051		0.123		—		0.13	

表-4 各載荷条件のもとでの最大応力および応力の伝達率 (単位: MPa)

CASE I									
荷重条件	自由縁部		膨張目地縁部			膨張目地隅角部			e_s (%)
	自由縁部	自由縁部	載荷版	非載荷版	e_s (%)	載荷版	非載荷版	e_s (%)	
ウィンクラー基礎	3.22	-2.11	2.67	0.59	36	-1.33	-0.78	74	
弾性基礎	2.92	-1.91	2.49	0.55	36	-1.23	-0.78	78	
実験	2.73	-2.84	1.90	0.61	49	-1.76	—	—	
CASE II									
荷重条件	自由縁部		膨張目地縁部			膨張目地隅角部			e_s (%)
	自由縁部	自由縁部	載荷版	非載荷版	e_s (%)	載荷版	非載荷版	e_s (%)	
ウィンクラー基礎	3.41	-2.23	2.76	0.41	26	-1.53	-0.79	68	
弾性基礎	3.12	-1.87	2.60	0.38	26	-1.22	-0.77	77	
実験	2.94	-2.55	—	—	—	-1.47	—	—	

荷重作用点付近では弾性基礎の計算値に近く、それから離れるに従いウィンクラー基礎の計算値に近づいていく傾向がある。図-14 (b) はそのときのひずみ分布を示す。ひずみについては、全般的に実測値と計算値がよく一致していることがわかる。

ここでたわみの伝達率として次式のようなものを考えてみる。

$$e_d = \frac{2w_2}{w_1 + w_2} \times 100 (\%) \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 e_d はたわみの伝達率、 w_1 は載荷側の版の最大たわみ、 w_2 は非載荷側の版の最大たわみである。この式で、 $w_1 = w_2$ 、すなわち目地の両側のたわみが等しいとき、 $e_d = 100\%$ となり伝達が完全であることを示す。また $w_2 = 0$ 、すなわち非載荷側の版が全然変形しないとき、 $e_d = 0\%$ となりまったく伝達が行われていないことを示す。この e_d を CASE I と CASE II について、計算値と実測値から求めた値をまとめたのが表-3 である。 e_d はウィンクラー基礎の場合で 76% 前後と最も低く、弾性基礎の場合で 85~88% であり、実測値から求めた値が 90% 以上と最も大きい。ウィンクラー基礎より弾性基礎の方が大きな値を示すのは、目地を通しての荷重伝達がスリッパのみによるものばかりでなく、地盤自体の荷重伝達能力の影響が無視し得ないことを示す。またそれ以上に実測値からの値が大きいのは、目地のモデル化の際に用いたコンクリートの支圧係数 K の評価に問題があるためと考えられる。すなわち本研究では Yoder らの提案に基づき K の値を 405 000 MPa/m (41 500 kg/cm³) としたが、この値がやや低めの評価になっているためと考えられ、今後の検討事項である。

表-4 は、各種の載荷条件のもとでの最大応力を計算値および実測値についてまとめたものである。計算値と実測値は、自由縁隅角部や、膨張目地隅角部に載荷した場合に大きな差を示す。これは計算における要素分割の関係上、計算される点が必ずしも最大応力となる点と一致しなかったためである。

ここでたわみの伝達率と同様に応力の伝達率を次式のように定める。

$$e_s = \frac{2s_2}{s_1 + s_2} \times 100 (\%) \dots \dots \dots (18)$$

ここに e_s は応力の伝達率、 s_1 は載荷側の版の最大応力、 s_2 は非載荷側の版の最大応力である。それぞれの場合の e_s が表-4 の中に示してある。 e_s の値は e_d の値ほどウィンクラー基礎と弾性基礎の場合で差がない。表-3 と比べると、明らかに e_s と e_d の値は等しくなく、特に e_s は載荷条件によって大きく異なる。このことはたわみの伝達から応力の伝達を推定することができないことを示している。

5. 結 論

コンクリート舗装版の挙動を、ウィンクラー基礎と弾性基礎で地盤をモデル化した平板モデルを用いて解析するコンピュータプログラムを作製して、過去のコンクリート舗装版の実験モデルに基づいて数値計算を行った。それらの計算結果と実測値の比較より明らかになった結論をまとめると以下ようになる。

(1) ウィンクラー基礎と弾性基礎の計算結果は、地盤の支持力係数 k と地盤の弾性係数 E_b およびポアソン比 μ_b との関係が式 (16) で表わされる場合、たわみはウィンクラー基礎の方が小さいが、ひずみおよび応力について両者には差がない。

(2) 膨張目地を通してのたわみの伝達率 e_d は弾性基礎の方が高い。

(3) 膨張目地を通しての応力の伝達率 e_s は弾性基礎の方が高いが、たわみの伝達率 e_d ほどその差は顕著ではない。

(4) 膨張目地を通してのたわみの伝達率 e_d と応力の伝達率 e_s は一致しない。

(5) 実測値と計算値を比較すると、たわみに関して実測値はウィンクラー基礎と弾性基礎の中間にある。しかし、ひずみは荷重付近で計算値とやや差を生じているものの全体としてはよい一致をみた。

(6) 膨張目地を通してのたわみの伝達率は実測値の方が高い。このことは目地部のモデル化におけるコンクリートの支圧係数 K の評価にまだ問題が残されていることを示す。

(7) ウィンクラー基礎と弾性基礎の計算値の差は実測値との差に比べてわずかであり、本報告ではこれらの比較から両者のモデルの優劣を結論づけることはできなかった。ウィンクラー基礎は計算に要する時間、記憶容量ともに少なくすみ、経済性という点において優れている。したがって、路盤に構造的な役割をあまりもたせないコンクリート舗装の設計においてはこのモデルが有効であろう。一方、弾性基礎は地盤の物理性状を正確に反映することができるため、路盤に構造的な役割を期待する場合（リーンコンクリート路盤、複合コンクリート舗装等）の解析には、このモデルを適用する必要があると考えられ、今後さらに研究を進めたい。

謝 辞：本論文中の数値計算は金沢大学計算機センターの FACOM M-170 F によった。また BISAR の計算にあたっては建設省土木研究所のお世話になったことをここに記してお礼を申し上げる。最後にプログラムの作製にあたり貴重な助言を賜った金沢大学工学部教

授 吉田 博先生, 運輸省港湾技術研究所の福手 勤氏, さらに計算や図面の作成に協力いただいた金沢大学大学院生 田井伸治君, 同学部生 石倉裕明君に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Westergaard, H.M. : Computation of Stresses in Concrete Roads, Proc. of HRB, Vol. 5, pp. 90~112, 1925.
- 2) Hogg, A.H.A. : Equilibrium of a Thin Plate, Symmetrically Loaded, Resting on a Elastic Foundation of Infinite Depth, Philosophical Magazine, Series 7, Vol. 25, pp. 576~582, 1938.
- 3) Pickett, G. and G.K. Ray : Influence Charts for Concrete Pavements, Trans. of ASCE, Vol. 116, pp. 49~73, 1951.
- 4) Burmister, D.M. : The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Soil System I, J. Appl. Phys., Vol. 16, No. 2, pp. 89~96, 1945.
- 5) 福手 勤 : コンクリート舗装の解析法に関する最近の進歩, 道路とコンクリート, No. 57, pp. 25~30, 1982.
- 6) Chou, Y.T. and Y.H. Hung : A Computer Program for Slabs with Discontinuities on Layered Elastic Solids, Proc. 2nd International Conference on Concrete pavement Design, pp. 79~85, 1981.
- 7) Majidzadah, K., G.J. Ilves and R. McComb : Mechanistic Design of Rigid Pavements, Proc. 2nd International Conference on Concrete Pavement Design, pp. 87~96, 1981.
- 8) 福手 勤・八谷好高・山崎英男 : コンクリート舗装版の目地部における荷重伝達機能, 港湾技術研究所報告, 第21巻, 第2号, 1982.
- 9) Timoshenko, S. and S. Woinowsky-Krieger : Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, 2nd ed., 1959.
- 10) 小堀為雄・吉田 博著 : 有限要素法による構造解析プログラム, 丸善, 1980.
- 11) Cheung, Y.K. and D.K. Nay : Plates and Beams on Elastic Foundations-Linear and Nonlinear Behavior, Geotechnique, No. 18, pp. 250~260, 1968.
- 12) 日本道路協会 : セメントコンクリート舗装要綱, 丸善, 1980.
- 13) Timoshenko, S. and J.M. Lessels : Applied Elasticity, Westinghouse Technical Night School Press, Pittsburgh, Pennsylvania, 1925.
- 14) Yoder, E.J. and M.W. Witzczak : Principles of Pavement Design, 2nd ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, 1975.
- 15) 岩間 滋 : コンクリート舗装構造設計に関する実験的研究, 1963.
- 16) Vesic, A.S. and S.K. Saxena : Analysis of Structural Behavior of AASHO Road Test Rigid Pavements, N.C.H.R.P. Report 97, 1970.
- 17) de Jong, D.L., M.G.F. Peutz and A.R. Korswagen : Computer Program BISAR, Shell Research B.V., 1973.

(1983.1.29・受付)