

管軸方向に地盤変形を受ける埋設管路の 弾塑性解析に関する一考察

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF BURIED PIPELINES
UNDER AXIAL GROUND DEFORMATION

佐藤 紘志*・石川 信隆**

By Hiroshi SATO and Nobutaka ISHIKAWA

1. 緒 言

地中埋設管は、一般に地表近くの地盤中に細長く連続したマスの小さい線状構造物であるため、その地震時挙動は周辺地盤の振動特性に大きく支配され、管路は地盤の変形に追随した挙動を示すと考えられている。したがって、現在の埋設管路に対する地震応答解析法は、地震時外力として地盤変形を考え、地盤ばねを介して管路に作用させるといふいわゆる擬似静的な応答変位法が多く用いられている。

従来、このような応答変位法に基づく埋設管路の耐震性についての研究が数多くなされてきた。たとえば、桜井¹⁾は、管軸方向に正弦波状の地盤変位を与えたときの管路の挙動を、弾塑性型の地盤ばねをもつはりの問題として剛性法により解析し、また管路端に伸縮継手をもつ場合も検討している。次に北出²⁾は、上記と同じモデルを用いて管路に対して斜めにせん断波が入射する場合を解析しており、また曲管部や固定端部に伸縮継手をもつ場合の応力の緩和についても考察している。また宮島・宮内³⁾は、地盤と管との相対変位による付着応力度を完全弾塑性モデルと仮定して、管路の応力を厳密計算法により求めた。一方、高田⁴⁾は、埋設管路-地盤系の復元力特性を実験的に求め、これをある関数形に近似して管の軸ひずみを解析的に算定している。さらに高田⁵⁾は、伝達マトリックス法を用いて硬質塩化ビニル管と鋳鉄管の地震時挙動を比較検討している。また鶴飼⁶⁾は、軸方向すべりを考慮した場合の地震時応答計算法を提案している。

上記の諸研究^{1)~6)}は、いずれも管体を弾性体、地盤を弾塑性型のばねモデルとして取り扱い、与えられた地盤変形のもとで管路に発生する応力やひずみを算定したも

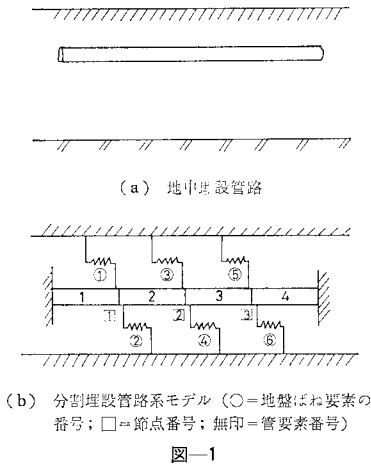
のである。しかしながら、最近の配管材料の進歩や実験データの蓄積から、管体に弾性限度を越えた変形やひずみを許す方向になってきており、その1つの現われとして、ガス導管耐震設計指針⁷⁾(以下ガス導管指針とよぶ)では、高圧ガス導管に対しひずみ1%を基準とした設計法が提示されている。設計面では、このように管体の塑性変形を容認する方向に向かっているが、解析面ではこれを考慮した埋設管路系の弾塑性解析法がまだ確立されていないように思われる。たとえば、構造物(マンホールなど)に固定された埋設管路では、地震時に構造物の変位によって管体に大きな塑性ひずみが生じることも予想される。

本研究は、上記のような観点から、埋設管路の耐震性評価に対する基礎的資料を得るために、従来の地上構造物および地盤上のはりに対する弾塑性解析法^{8),9)}を拡張して、応答変位法に基づく埋設管路系の効率的な弾塑性解析法の開発を試みたものである。

本論文では、まず基礎的段階として直線鋼管路を取り上げ、管軸方向に地盤の強制変形を与えたときの管路-地盤系の初期降伏から系全体としての耐力が最大に達するまでのいわゆる弾塑性挙動を線形計画法(LP)を用いて逐次追跡するものである。すなわち、その手法は、まず実際の埋設管路系を棒要素とばね要素に分割した構造モデルに置換したうえで、マトリックス法を用いて弾塑性解析に必要なつり合い条件、適合条件、降伏条件および塑性流れ条件を求め、それらを制約条件とし、要素に降伏が起こるまでの各段階の地盤変位増分を目的関数として、これを最大にするようなLP問題として定式化した。解法に際しては、LPを利用した一連の増分解析となるが、管路-地盤系の崩壊モードが形成され、最大地盤変位が得られるまで行うこととした。本法の妥当性と適用性を検討するため、数値計算例により、(i)地盤変位モード、(ii)管と地盤との間の限界相対すべり変位、(iii)管路両端における継手あるいは構造物(マンホー

* 正会員 工修 防衛大学校助教授 土木工学教室

** 正会員 工博 防衛大学校教授 土木工学教室



ルなど)の存在が,埋設管路系の崩壊モードおよび最大地盤変位に与える影響を考察した。

なお,解析にあたっては,慣用の応答変位法と単純塑性理論の仮定に従うほか,次の仮定を用いる。

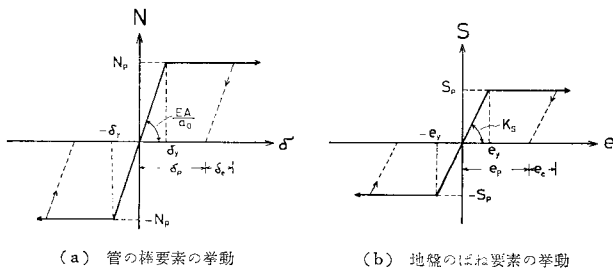
(1) 図-1(a)のような埋設管路は,図-1(b)のように管を“棒要素”,地盤を“ばね要素”に分割した構造モデルに置換できるものとする。

(2) 管の棒要素は,図-2(a)に示すような完全弾塑性型の軸力 N -伸縮変形 δ 関係をもち,また地盤のばね要素は,図-2(b)に示すような完全弾塑性型の摩擦力 S -相対すべり変位 e 関係をもつものとする。ここで,摩擦力とは管と地盤との間の摩擦抵抗力を指し,相対すべり変位とは管と地盤との間の軸方向の相対変位をいい,それぞれ弾性部分と塑性部分からなっている。

2. 線形計画法(LP)による埋設管路の弾塑性解析

(1) マトリックス法による弾性解析

いま,図-1(a)のような地中埋設管路を,図-1(b)のように一連の地盤ばねで拘束した棒要素とばね要素に分割した有限要素の構造モデルに置換すれば,各節点における独立なつり合い条件式は図-3を参照して次のよ



うにマトリックス表示される。

$$C_N^T \cdot N + C_S^T \cdot S = F \dots \dots \dots (1)$$

ただし, N =管要素の軸力ベクトルで,引張を正とする; S =地盤ばね要素の摩擦力ベクトルで,要素端に作用し,右向きを正とする; F =節点に作用する摩擦力以外の外力ベクトル(たとえば,温度応力などを想定するが,ここでは0); C_N =管要素に関する適合マトリックス; C_S =地盤ばね要素に関する適合マトリックス。なお肩字 T は転置マトリックスを示す。図-3の場合,これらは次の内容となる。

$$N^T = \{N_1, N_2, N_3, N_4\}, S^T = \{S_1, S_2, \dots, S_6\}$$

$$F^T = \{F_1, F_2, F_3\}$$

$$C_N^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C_S^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

次に,管要素の軸変位ベクトル δ と節点変位ベクトル u は幾何学的に結合しなければならないという適合条件より,図-4の記号表示を参照して次式が得られる。

$$\delta = C_N \cdot u \dots \dots \dots (2)$$

ただし, $\delta^T = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$, $u^T = \{u_1, u_2, u_3\}$

また,地盤ばね要素の相対すべり変位ベクトル e は,節点の相対すべり変位ベクトル $(u - u_S)$ と幾何学的に次のように結合している。ここに, u_S は各節点に与えられる強制地盤変位ベクトルである。

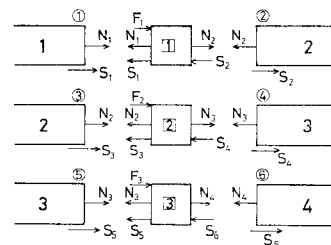
$$e = C_S(u - u_S) \dots \dots \dots (3)$$

ただし, $e^T = \{e_1, e_2, \dots, e_6\}$, $u_S^T = \{u_{S1}, u_{S2}, u_{S3}\}$

さらに,管要素の軸力ベクトル N と軸変位ベクトル δ との関係は,フックの法則を用いて次式のように表わされる。

$$N = k_N \cdot \delta \dots \dots \dots (4)$$

ただし, k_N =管要素の集合剛性マトリックスで,図-1(b)の例では, E をヤング率, A を管断面積, a_0 を管要素の分割長として次の内容となる。



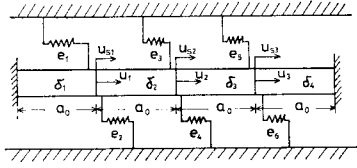


図-4 変位量の記号表示

$$k_N = \frac{EA}{a_0} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

また、地盤ばね要素の摩擦力ベクトル S は、相対すべり変位ベクトル e と弾性範囲内では次のように線形な関係にある。

$$S = k_S \cdot e \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 k_S は地盤ばね要素の集合剛性マトリックスで、図-1 (b) の例では次のような内容となる。

$$k_S = \frac{K_S a_0}{2} \begin{bmatrix} 2 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 2 \end{bmatrix}$$

ただし、 K_S は地盤ばね要素の単位長さ当たりの軸方向ばね定数。ここで、地盤と管との間の相対すべり変位によって生ずる分布摩擦力は、管要素端の集中摩擦力に置換できるものとし、管要素の中央で分割してそれぞれ両端に振り分けている。なお、管路両端の要素に作用する摩擦力は1本のばねで受けもつものとした。

以上より、埋設管路の弾性解析に必要な基本的条件は式 (1)～式 (5) の5個となる。

式 (4)、(5) より δ 、 e を求め、これらを式 (2)、(3) に代入して式 (1) を併用すれば、応力法の基本式が次のように得られる。

$$C_N^T \cdot N + C_S^T \cdot S = F \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$C_N \cdot u - k_N^{-1} \cdot N = 0 \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

$$C_S \cdot u - k_S^{-1} \cdot S = C_S \cdot u_S \dots\dots\dots (6 \cdot c)$$

ただし、 k_N^{-1} は管要素の集合柔性マトリックス； k_S^{-1} は地盤ばね要素の集合柔性マトリックス。これらを連立に解けば、軸力 N 、摩擦力 S 、節点変位 u を同時に求めることができる。

逆に、式 (2)、(3) を式 (4)、(5) に代入したうえで、これらを式 (1) に代入すれば、変形法の基本式が次のように導かれる。

$$(K_N + K_S)u = K_S \cdot u_S + F \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $K_N = C_N^T \cdot k_N \cdot C_N$ 、 $K_S = C_S^T \cdot k_S \cdot C_S$

(2) マトリックス法による弾塑性増分解析

2.(1) で導いた弾性解析の基本式を拡張して、以下に弾塑性増分解析の基本式を導く。ここでいう弾塑性増分解析とは、埋設管路に地盤変位増分 Δu_S (ただし、 Δu

= 地盤変位係数増分、 u_S = 与えられた一定の強制地盤変位) が作用したときの各応力増分、変形増分をそれぞれ求め、前段階の量に加算して、各要素の降伏を逐次追跡していく手法である。

まず、式 (1)～式 (5) をある地盤変位増分 Δu_S の間の増分形式で表わせば、弾塑性増分解析に必要なつり合い条件、変形適合条件および力と変形との関係式がそれぞれ次式のようになる。

$$C_N^T \cdot \Delta N + C_S^T \cdot \Delta S = \Delta F \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

$$C_N \cdot \Delta u = \Delta \delta \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

$$C_S (\Delta u - \Delta u_S) = \Delta e \dots\dots\dots (8 \cdot c)$$

$$\Delta N = k_N \cdot \Delta \delta_e \dots\dots\dots (8 \cdot d)$$

$$\Delta S = k_S \cdot \Delta e_e \dots\dots\dots (8 \cdot e)$$

ただし、 ΔN = 管要素の軸力増分ベクトル； ΔS = 地盤ばね要素の摩擦力増分ベクトル； ΔF = 摩擦力以外の外力増分ベクトル； Δu = 節点変位増分ベクトル； $\Delta \delta$ 、 $\Delta \delta_e$ = 管要素の軸方向変形増分ベクトルおよび軸方向弾性変形増分ベクトル； Δe 、 Δe_e = 地盤ばね要素の相対すべり変位増分ベクトルおよび相対すべり弾性変位増分ベクトル。

ここで注目すべき点は、式 (8-d)、式 (8-e) の力と変形との関係式が弾性範囲のみに成立し、式 (8-b)、式 (8-c) の変形適合条件は弾性および塑性範囲のいかんを問わず成立することである。したがって、式 (8-b) の $\Delta \delta$ と式 (8-c) の Δe はひずみ増分理論^{10),11)}に基づき、弾性変形増分と塑性変形増分との和で表わされ、それぞれ次式のようになる。

$$\Delta \delta = \Delta \delta_e + \Delta \delta_p \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$\Delta e = \Delta e_e + \Delta e_p \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

ここに、 $\Delta \delta_p$ 、 Δe_p は管要素の軸方向塑性変形増分ベクトルおよび地盤ばね要素の相対すべり塑性変位増分ベクトルで、塑性流れ法則^{10),11)}より、それぞれ次式のように表わされる。

$$\Delta \delta_p = L_N \cdot \Delta \lambda_N \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$\Delta e_p = L_S \cdot \Delta \lambda_S \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

ただし、 L_N 、 L_S は管要素および地盤ばね要素の降伏線の単位外向き法線マトリックスで、たとえば、図-2 (a)、(b) に対しては次のような値をもつ。

$$L_N = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & & 1 & -1 & \\ & & & & 1 & -1 \\ & & & & & & 1 & -1 \end{bmatrix}_{4 \times 8} \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$L_S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & & 1 & -1 & \\ & & & & & & & & 1 & -1 \end{bmatrix}_{6 \times 12} \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

また、 $\Delta \lambda_N$ 、 $\Delta \lambda_S$ はそれぞれ管要素および地盤ばね要素

の塑性乗数増分ベクトルで、たとえば、図-1 (b) では次のような未知の変数となる。

$$\Delta\lambda_N = \begin{bmatrix} \Delta\delta_{p1}^+ \\ \Delta\delta_{p1}^- \\ \vdots \\ \Delta\delta_{pj}^+ \\ \Delta\delta_{pj}^- \end{bmatrix}_{8 \times 1}, \Delta\lambda_S = \begin{bmatrix} \Delta e_{p6}^+ \\ \Delta e_{p1}^- \\ \vdots \\ \Delta e_{p6}^+ \\ \Delta e_{p6}^- \end{bmatrix}_{12 \times 1} \dots\dots\dots (12 \cdot a, b)$$

ただし、 $\Delta\delta_{p1}^+, \Delta\delta_{p1}^-$ =管要素 l の正側および負側の軸方向塑性変形増分で、 $\Delta\delta_{p1}^+ \geq 0, \Delta\delta_{p1}^- \geq 0; \Delta e_{pj}^+, \Delta e_{pj}^-$ =地盤ばね要素 j の正側および負側の相対すべり塑性変位増分で、 $\Delta e_{pj}^+ \geq 0, \Delta e_{pj}^- \geq 0$ 。

この新たに生じた塑性変形(変位)増分を求めるためには、以下に述べる降伏条件と塑性流れ条件が必要である。

(i) 降伏条件

各要素の挙動を図-2 (a), (b) の弾塑性モデルと仮定すれば、ある応力増分に対して、管要素および地盤ばね要素の降伏関数 ϕ_N と ϕ_S は常に 0 (降伏した状態) か負(弾性状態)のいずれかでなければならない。すなわち、

$$\phi_N = \bar{\phi}_N + \Delta\phi_N \leq 0 \dots\dots\dots (13 \cdot a)$$

$$\phi_S = \bar{\phi}_S + \Delta\phi_S \leq 0 \dots\dots\dots (13 \cdot b)$$

ここに、 $\phi_N, \bar{\phi}_N, \Delta\phi_N$ =それぞれ管要素の現段階、前段階および増分量を示す降伏関数ベクトル； $\phi_S, \bar{\phi}_S, \Delta\phi_S$ =それぞれ地盤ばね要素の現段階、前段階および増分量を示す降伏関数ベクトル。ここで、 $\bar{\phi}_N, \Delta\phi_N$ および $\bar{\phi}_S, \Delta\phi_S$ はそれぞれ図-2 (a), (b) および式(11 \cdot a), (11 \cdot b) を用いて次式のように表わされる。

$$\bar{\phi}_N = L_N^T \cdot \bar{N} - N_p; \Delta\phi_N = L_N^T \cdot \Delta N \dots\dots (14 \cdot a)$$

$$\bar{\phi}_S = L_S^T \cdot \bar{S} - S_p; \Delta\phi_S = L_S^T \cdot \Delta S \dots\dots (14 \cdot b)$$

ただし、 \bar{N}, \bar{S} =前段階での管要素の軸力ベクトルおよび地盤ばね要素の摩擦力ベクトル； N_p, S_p =管要素の降伏軸力ベクトルおよび地盤ばね要素の限界摩擦力ベクトル。

(ii) 塑性流れ条件

たとえば、管要素 1 が降伏に達したとき ($\bar{\phi}_{N1}^+ = 0$) には次の地盤変位増分に対しては塑性変形が生じる ($\Delta\delta_{p1}^+ > 0$) が、まだ弾性範囲にあるとき ($\bar{\phi}_{N1}^+ < 0$) は塑性変形を生じない ($\Delta\delta_{p1}^+ = 0$)。すなわち、管要素 1 では常に次式が成立する必要がある。

$$\bar{\phi}_{N1}^+ \cdot \Delta\delta_{p1}^+ = 0, \bar{\phi}_{N1}^- \cdot \Delta\delta_{p1}^- = 0 \dots\dots (15 \cdot a, b)$$

また、地盤変位増分の間、ある降伏している要素がそのまま降伏線上にあるときは ($\Delta\phi_{N1}^+ = 0$)、引き続き塑性変形が発生する ($\Delta\delta_{p1}^+ > 0$)。しかし、降伏線以下になるとときには ($\Delta\phi_{N1}^+ < 0$)、塑性変形は生じない ($\Delta\delta_{p1}^+ = 0$)。これはいったん降伏した要素が再び弾性状態に戻

るという図-2 (a), (b) の点線のような除荷が生ずることを示している。よって、管要素 1 では、常に次式が成立することになる。

$$\Delta\phi_{N1}^+ \cdot \Delta\delta_{p1}^+ = 0, \Delta\phi_{N1}^- \cdot \Delta\delta_{p1}^- = 0 \dots\dots (16 \cdot a, b)$$

式(15 \cdot a, b)と式(16 \cdot a, b)は、すべての管要素および地盤ばね要素に対しても成り立つので、構造系全体では次のようにマトリックス表示される。

$$\bar{\phi}_N^T \cdot \Delta\lambda_N = 0, \bar{\phi}_S^T \cdot \Delta\lambda_S = 0 \dots\dots\dots (17 \cdot a, b)$$

$$\Delta\phi_N^T \cdot \Delta\lambda_N = 0, \Delta\phi_S^T \cdot \Delta\lambda_S = 0 \dots\dots\dots (18 \cdot a, b)$$

以上をまとめると、弾塑性増分解析に必要な基本的条件が次に示す式(19 \cdot b)~式(19 \cdot l)として得られる。これらはある地盤変位増分 $\Delta\alpha u_S$ ($\Delta\alpha \leq \Delta\alpha_p$: ある要素が降伏してから次のどこかの要素が降伏するまでの地盤変位係数増分)に対して成立するので、 $\Delta\alpha$ を最大化させることによって、各要素間の降伏を追跡することが可能となる ($\Delta\alpha_p = \max \Delta\alpha$)。すなわち、埋設管路の弾塑性増分解析の基本式は次のような LP 問題として定式化される。

既知数： $C_N, C_S, L_N, L_S, N_p, S_p, k_N^{-1}, k_S^{-1}, u_S, \bar{N}, \bar{S}$

未知数： $\Delta N, \Delta S, \Delta u, \Delta\lambda_N, \Delta\lambda_S, \phi_N, \phi_S$

目的関数： $\Delta\alpha \rightarrow \max \dots\dots\dots (19 \cdot a)$

制約条件： $C_N^T \cdot \Delta N + C_S^T \cdot \Delta S = 0 \dots\dots\dots (19 \cdot b)$

$$L_N \cdot \Delta\lambda_N + k_N^{-1} \cdot \Delta N - C_N \cdot \Delta u = 0 \dots\dots\dots (19 \cdot c)$$

$$L_S \cdot \Delta\lambda_S + k_S^{-1} \cdot \Delta S - C_S (\Delta u - \Delta\alpha u_S) = 0 \dots\dots\dots (19 \cdot d)$$

$$L_N \cdot \Delta N + (-\phi_N) = L_N^T \cdot \bar{N} - N_p, -\phi_N \geq 0 \dots\dots\dots (19 \cdot e)$$

$$L_S \cdot \Delta S + (-\phi_S) = L_S^T \cdot \bar{S} - S_p, -\phi_S \geq 0 \dots\dots\dots (19 \cdot f)$$

$$(L_N^T \cdot \bar{N} - N_p)^T \cdot \Delta\lambda_N = 0,$$

$$(L_S^T \cdot \bar{S} - S_p)^T \cdot \Delta\lambda_S = 0 \dots\dots\dots (19 \cdot g, h)$$

$$(L_N^T \cdot \Delta N)^T \cdot \Delta\lambda_N = 0,$$

$$(L_S^T \cdot \Delta S)^T \cdot \Delta\lambda_S = 0 \dots\dots\dots (19 \cdot i, j)$$

$$\Delta\lambda_N \geq 0, \Delta\lambda_S \geq 0 \dots\dots\dots (19 \cdot k, l)$$

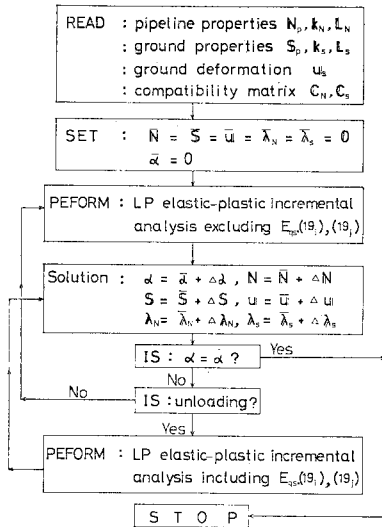
上式は、LP のシンプレックス法を用いて解かれるが、現段階における値は、ここで得た増分量に前段階の値を加算することにより次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} N &= \bar{N} + \Delta N, S = \bar{S} + \Delta S \\ u &= \bar{u} + \Delta u, \alpha = \bar{\alpha} + \Delta\alpha \\ \lambda_N &= \bar{\lambda}_N + \Delta\lambda_N, \lambda_S = \bar{\lambda}_S + \Delta\lambda_S \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 $\bar{N}, \bar{S}, \bar{u}, \bar{\alpha}, \bar{\lambda}_N, \bar{\lambda}_S$ は前段階での値を示す。

なお、式(7)と同様に変形法に基づく弾塑性増分解析の基本式も誘導可能であるが⁹⁾、ここでは省略する。

(3) 埋設管路の弾塑性解析法



図一五 弾塑性増分解析の計算フローチャート

式 (19) を用いた弾塑性解析手順をまとめると、図一五に示すようなフローチャートになる。すなわち、インプットデータとして管の諸元を示す N_p, k_N, L_N と地盤ばねの諸元を示す S_p, k_S, L_S 、地盤変位モード u_S 、適合マトリックス C_N, C_S を与え、当初 \bar{N}, \bar{S} などと 0 としたうえで、式 (19) を LP のシンプレックス法で解く。本法によれば、まず始めに弾性限界、すなわち管路系の要素の中で第 1 番目に降伏する要素が決定され、同時にそのときの地盤変位係数 α および応力状態 N, S 、変形状態 u (当初は $\Delta\lambda_N = \Delta\lambda_S = 0$) がすべて得られる。次に、これらの値を前段階の値として、再び式 (19) を解くと、第 2 番目に降伏する要素が得られ、そのときの α と応力および変形状態が同時に求められる。この過程を逐次繰り返し、 $\Delta\alpha = 0$ となったとき計算を終了する。なお、式 (19) を LP で解く際には、除荷の影響を考慮した式 (19・i, j) において、当初 $\Delta N, \Delta\lambda_N, \Delta S, \Delta\lambda_S$ が未知数であるので、まずこの両式を除いた LP 問題として解くこととする (通常の荷重状態では除荷は生じないので)。しかし、ある要素に除荷が生じるような場合には (たとえば、数値計算上 $\Delta\delta_p < 0$ となる)、その要素の塑性変形増分を 0 としたうえで ($\Delta\delta_p = 0$)、 $\Delta N, \Delta S$ を未知数とする式 (19・i, j) を考慮した LP 問題として解く手法をとる。

3. 数値計算例および考察

ここでは、2. で提案した埋設管路の弾塑性解析手法を利用して、標準的な直線管路の弾塑性挙動を検討した。まず文献との比較を行って本法の妥当性と適用性を確認するとともに、継手の有無

表一 管の諸元

($2.1 \times 10^8 \text{ kgf/cm}^2 = 206 \text{ GN/m}^2$, $4100 \text{ kgf/cm}^2 = 402 \text{ MN/m}^2$, $2300 \text{ kgf/cm}^2 = 225 \text{ MN/m}^2$)

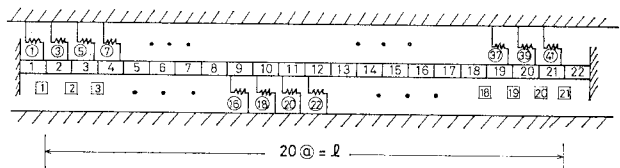
管種	STPY 41
外径 D (cm)	40.64
肉厚 t (cm)	0.79
断面積 A (cm ²)	98.9
弾性係数 E (kgf/cm ²)	2.1×10^8
引張強さ σ_u (kgf/cm ²)	4100
降伏点応力 σ_y (kgf/cm ²)	2300
降伏軸力 N_p (kgf)	227 470
管路長 l (m)	100(111.5)

が管路の弾塑性挙動に与える影響、さらに管路の両端が構造物に固定された場合の各要素のひずみの挙動などを考察した。なお、数値計算では系全体が極限状態に達するときの崩壊モードと最大地盤変位係数 (α_{max}) を求めたが、この α_{max} は埋設管路全体として、耐力および変形性能にある強制地盤変位モード (通常最大振幅を 1.0 cm とする) の何倍まで耐えられるかを示すパラメータである。

なお、ここでいう崩壊モードとは、解析上の極限状態を示すもので、管体が降伏することにより管路系に崩壊メカニズムが形成される場合と、管体は弾性状態でも地盤ばねのみの降伏により系全体として管の滑りが生じる場合のいずれかの状態を意味する。

数値計算用モデルには、ガス導管指針⁷⁾の計算例¹²⁾との比較を行うことを考えて、表一に示すような STPY 41 とよばれる配管用アーク溶接炭素鋼鋼管¹³⁾を用いた。また地盤ばね要素に関するデータのうち、管表面単位面積当たりの管軸方向地盤ばね係数には、 $k_S = 0.6 \text{ kgf/cm}^3$ (5.9 MN/m^3) を採用した。構造系は、図一六に示すような管路を 20 等分した有限要素にモデル化した。ただし、計算上は 22 要素とし、両端の 2 要素の強度、剛性やその部分の地盤ばねの限界摩擦力の値を調節することにより、管路の境界条件 (たとえば、伸縮継手を設ける場合や他の構造物に連結する場合など) に対応させた。管軸方向の強制地盤変形としては、正弦波状の変位を仮定し、管路に対し 1 波長および半波長の 2 種類の地盤変位モードを用いた。

(1) 計算例 1: ガス導管指針⁷⁾の計算例との比較



図一六 数値計算に用いた埋設管路系モデル

まず、本法の妥当性を検証するため、ガス導管指針にあるモデル¹²⁾と同じ管を用い、同一の地盤条件および地盤変位モードのもとで解析を行った。同指針では無限長の管路を対象にしているが、軸方向の地盤変位モードとしてガス導管指針のような正弦波を用い、その変位モードのノード間の管を取り出して考える場合には、対称性と原点の連続条件より両端固定の管路として取り扱っても差し支えなく、ここでは、地盤変位モードの半波長分の長さ ($l=111.5\text{ m}$) を対象として弾塑性解析を行った。地盤ばね要素に関するデータとしては、 $k_s=0.6\text{ kgf/cm}^3$ (5.9 MN/m^3) および限界せん断応力 $\tau_{cr}=0.1\text{ kgf/cm}^2$ (9.8 kN/m^2) を用いた。なお、1個の地盤ばね要素の限界摩擦力は $S_p=\pi \cdot D \cdot a_0 \cdot \tau_{cr}/2$ (D =管の外径; a_0 =要素長) によって計算できる。

図-7 は、正弦波の半波長 ($u_s=\sin \pi x/l$) の地盤変位を受ける両端固定埋設管路の弾塑性解析の結果を図示したもので、黒塗りした要素の数字は降伏した順番を示している。この管路系は、地盤ばね要素のみの降伏によって極限状態に達しており、そのときの最大地盤変位係数は $\alpha_{\max}=2.264$ である。このことは、地盤変位が

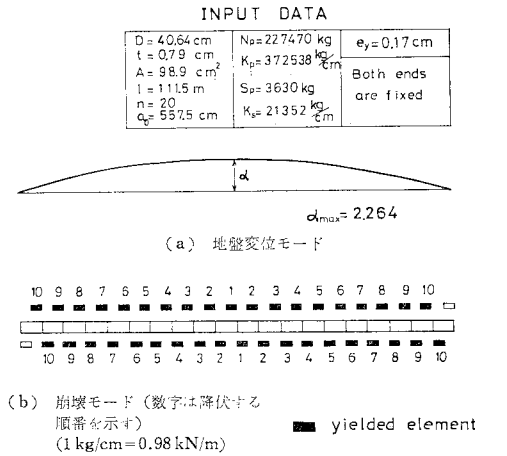


図-7 計算例 1：ガス導管指針にある管路モデル ($l=111.5\text{ m}$)

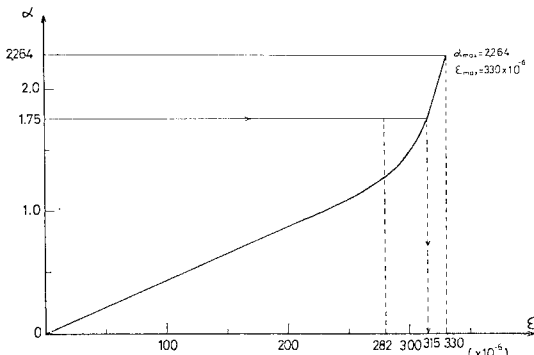


図-8 計算例 1：地盤変位係数 (α) ~ 管の軸ひずみ (ϵ) 関係

$\alpha_{\max} \cdot u_s = 2.264 \sin \pi x/l\text{ cm}$ になったとき、この系全体が崩壊モード (管体はまだ弾性状態にあっても) に達することを意味している。

図-8 は、縦軸に地盤変位係数 α を、横軸に管の右端部の軸ひずみ ϵ (この状態の管路中の最大ひずみ) をとって、初期降伏状態から最終極限状態までをプロットしたものである。 $\alpha_{\max}=2.264$ のときの管の最大ひずみは $\epsilon_{\max}=330 \times 10^{-6}$ であり、この管の降伏ひずみ $\epsilon_y=1100 \times 10^{-6}$ までには、まだ十分余裕のあることが認められる。また計算例における設計地盤変位振幅 $u_h=1.75\text{ cm}$ に対し、本法では $\epsilon=315 \times 10^{-6}$ であり、同指針にある結果 $\epsilon=282 \times 10^{-6}$ に比し、やや大きめの値が得られているが、ほぼ本法の妥当性が認められる。

(2) 計算例 2：継手の有無による影響

ここでは、長さ 100 m の標準管路を対象として、管路両端に継手を考慮した場合と考慮しない場合の計算を行い、継手の有無が管路の弾塑性挙動に与える影響を考察した。図-6 のモデルにおいて、両端に継手を考慮するには、数値計算上、管路両端部の要素の降伏軸力 N_p を他の要素の 1/1000 (たとえば、ドレッサー形のような継手を想定) とし、またその部分の地盤の影響を除去するため、該当する地盤ばね要素の限界摩擦力 S_p も他の 1/1000 の値を用いた。

また、限界相対すべり変位を $e_y=0.1\text{ cm}$ と 0.3 cm 、地盤変位モードを管路に対して 1 波長と半波長の 2 種類用いて数値計算を行った。ここでは結果の一部を整理して図示した。

図-9 (a), (b) は、両端固定の場合における $e_y=0.3\text{ cm}$ について、1 波長および半波長の地盤変位モードに対する最大地盤変位係数 α_{\max} と崩壊モードを示したものである。これらの 2 種類の地盤変位モードに対しては、いずれも地盤ばねのみの降伏によって極限状態に達していることがわかる。図-10 は、同じ条件のもとでの管路に対し管路両端に継手を設けたときの結果を示したものである。図-9 の継手のない場合に比し、降伏する順序がやや異なり、 α_{\max} は継手の影響により大きくなっている。しかし、崩壊モードはこの場合も地盤ばねのみの降伏によって形成されており、全般的には図-9 (b) と図-10 (b) のようにやや異なる程度である。また、表-2 は地盤変位モード、継手の有無および限界相対すべり変位の各組合せに対して得られた結果のうち、最大地盤変位係数 α_{\max} と最大ひずみ ϵ_{\max} について整理したものである。

図-11 は、1 波長の地盤変位モードの場合について、継手の影響を調べるため、縦軸に α を、横軸に管路中の最大ひずみ ϵ_{\max} をとって、継手をもつときとたない

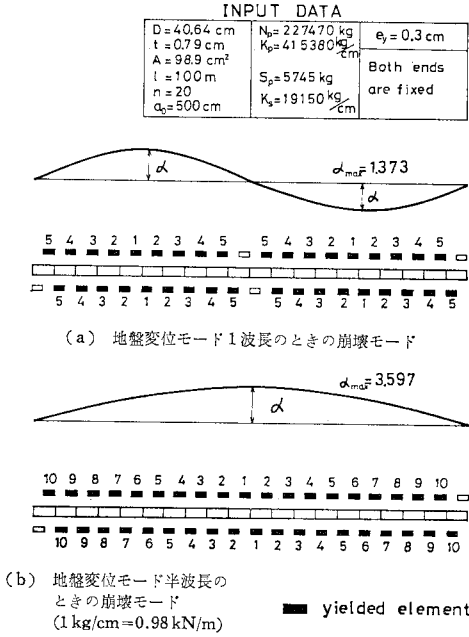


図-9 計算例 2：標準管路 (l=100 m)

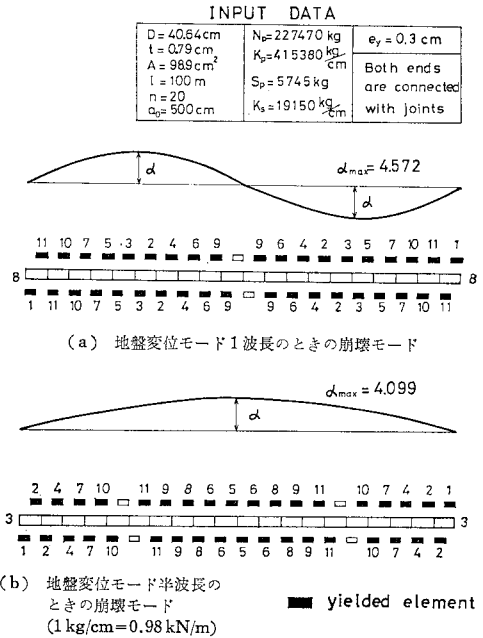


図-10 計算例 2：両端に継手をもつ管路 (l=100 m)

ときのそれぞれの α - ϵ_{max} 関係を示したものである。これより管の最大ひずみは、継手を設けることにより緩和されず逆に大きな値になっていることがわかる。このことは、1 波長の地盤変位モードに対して継手を設けた場合、管路中央を境に左右の部分がそれぞれ反対の方向に動きやすくなり、その結果として管路中央部に応力の集中が生じるためと考えられる。一方、図-12 は半波長の地盤変位モードに対する α - ϵ_{max} 関係を示したもので、継手を設けることによりひずみが最大となる位置は固定端から 1/4 点近傍に移動しており、しかもひずみの最大値は約 1/2 に小さくなっていることがわかる。これは継手をばね拘束としてモデル化したことおよび地盤変位を半波長として取り扱ったためと思われる。しかし、これらの条件下で生ずる管のひずみはせいぜい 500×10^{-6} 程度であり、降伏ひずみ $\epsilon_y \approx 1100 \times 10^{-6}$ に対し、まだかなりの余裕をもっていることが認められる。また、表-2 より α_{max} および ϵ_{max} とも e_y に比例していることがわかる。たとえば、1 波長の地盤変位モードの場合、 $e_y = 0.1$ cm のとき $\alpha_{max} = 0.458$ 、 $\epsilon_{max} = 82 \times 10^{-6}$ であり、 $e_y = 0.3$ cm では $\alpha_{max} = 1.373$ 、 $\epsilon_{max} = 248 \times 10^{-6}$ とちょうど 3 倍になっている。これは系の極限状態が地盤ばねのみの降伏により起こっていることに起因している。すなわち、このような極限状態では、管路系への外力は、地盤ばねの限界摩擦力 S_p で決まってしまう、 $S_p = (k_s \cdot \pi \cdot D \cdot \alpha_0 / 2) \cdot e_y$ であることから一定の k_s に対しては

表-2 計算例 2：最大地盤変位係数 (α_{max}) と管の最大軸ひずみ (ϵ_{max})

地盤変位モード	継手	限界相対すべり変位 e_y	
		0.1 cm	0.3 cm
1 波長 (図-11 参照)	無	α_{max}	0.458
		ϵ_{max}	82×10^{-6}
	有	α_{max}	1.519
		ϵ_{max}	156×10^{-6}
半波長 (図-12 参照)	無	α_{max}	1.198
		ϵ_{max}	174×10^{-6}
	有	α_{max}	1.329
		ϵ_{max}	84×10^{-6}

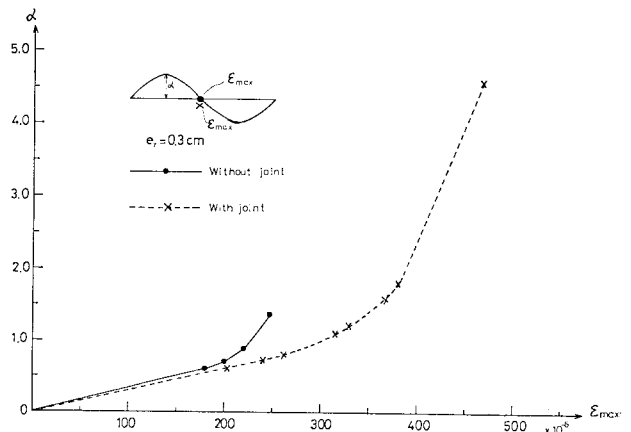


図-11 計算例 2：地盤変位モード1波長のときの継手の影響； α - ϵ_{max} 関係

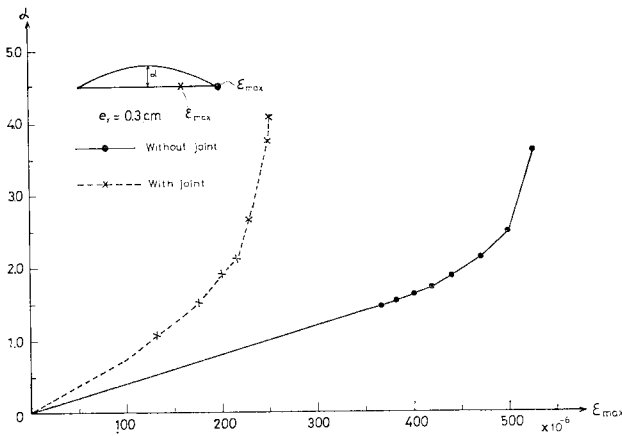


図-12 計算例 2：地盤変位モード半波長のときの継手の影響； α - ϵ_{max} 関係

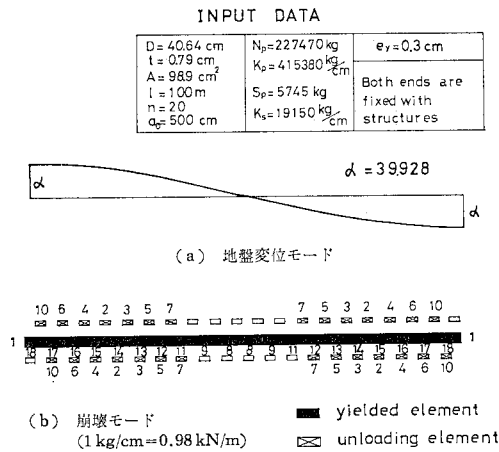


図-13 計算例 3：両端が異種構造物に固定された管路

S_p が e_y の大きさに比例するためである。

以上のように、埋設管路系全体の挙動からみると、管路に継手を設けることの影響は一様ではない。すなわち、1 波長の地盤変位モードに対しては、継手を設けることによりかえって管路中の最大ひずみを増大させており（図-11 参照）、また半波長の場合には、ひずみの緩和に大きな効果を挙げている（図-12 参照）。

したがって、実際問題としては、管路に設ける継手の種類やその配置などの検討が重要であり、そのためにも種々のパラメーターと境界条件を考慮できる本解析手法が有用になるものと思われる。

(3) 計算例 3：両端が異種構造物に固定された管路

ここでは、直線管路の両端が建物やマンホール

などマスの大きな構造物に固定されている場合を取り扱う。このような管路の地震時の挙動を検討するため、管路端の構造物は周辺地盤と同一の動きをするものとみなして解析する。数値計算上は、計算例 2 の両端に継手をもつ管路と同じモデルを用い、両端を地盤の動きに固定するように、その部分の地盤ばね係数と限界摩擦力にきわめて大きな値を与えることで操作した（ここでは、他の要素の 1000 倍を用いる）。また系全体に作用させる地盤変位モードとしては、より厳しい条件を与えるように正弦波の位相を 90° ずらせた波形を用いた（これは、たとえば管路両端に剛結している構造物（マンホールなど）が地震時に左右に移動したことにより生ずる強制変位などに相当する）。

図-13 は、この地盤変位モードに対する最大地盤変位係数および崩壊モードに至るまでの降伏過程を示したものである。この場合、系は管体の降伏によって極限状態に達しており、いわゆる管路の崩壊状態になっている。この系の降伏過程では、まず初めに地盤ばねが降伏し、その後管体の降伏が中央部から始まり、しだいに管の降伏が進むと、それまですでに降伏して一定の摩擦力を保っていた地盤ばねの摩擦力が弾性範囲内に戻り（ただし、前段階までの地盤ばね要素の相対すべり塑性変位量は残留したままで）、いわゆる除荷現象が起こっている。この現象は、管路中央部の管要素が降伏すると、以後の増分解析ではその管要素の抵抗力がなくなるため（ $\Delta N=0$ ）、いままでも降伏していた地盤ばね要素の摩擦力の向きが系全体のつり合いを保つ必要上逆向きになる（図-2 (b) の点線）ことから理解できる。したがって、管要素の降伏が進行すると、それに伴いその近傍の地盤ばねの摩擦力は消失し、最終的に管路全体が降伏すると

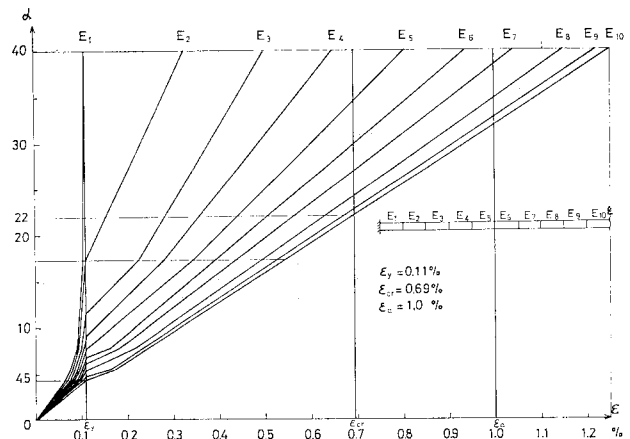


図-14 計算例 3：地盤変位係数 (α)～各要素のひずみ (ϵ) 関係

系のすべての摩擦力は0となる。

図—14は、管体各要素のひずみの挙動を、系の初期降伏から最終崩壊に至るまで追跡したものである。図中の ε_y ($\equiv 0.11\%$)はこの管体の降伏ひずみであり、また ε_{cr} ($=35t/(D-t)=0.69\%$)と ε_a ($=1.0\%$)は、それぞれガス導管指針¹⁴⁾に規定されている圧縮側および引張側の許容ひずみである。よってこの管の許容ひずみは ε_{cr} ($\equiv 0.69\%$)で決まり、そのときの地盤変位係数は $\alpha \equiv 22$ である。また全断面がまだ弾性範囲内にある状態、いわゆる弾性限界での地盤変位係数は $\alpha \equiv 4.5$ である。すなわち、この管路の両端にそれぞれ22cmおよび4.5cmの強制変位を与えたとき、管路の最大ひずみがそれぞれ ε_{cr} と ε_y に達することを示している。

なお、実際問題としては、このような管路の場合、応力やひずみを緩和させるため、たとえば継手を入れるなどの適当な処置を講ずるものと思われる。

4. 結 言

本研究は、管路のひずみに着目した埋設管路系の耐震性評価のための弾塑性解析手法の確立を企図し、その第1段階として埋設管路の軸方向変形問題を取り上げたものである。本研究の成果と問題点を列挙すれば以下のようになる。

(1) 埋設管路に強制的な軸方向地盤変位を与えたときの効率的な弾塑性解析手法を確立できた。

(2) 本法によれば、埋設管路系に地盤ばねのみの降伏によって系全体の極限状態に達する場合と、一部地盤ばねが降伏しても系全体としては管体の降伏によって極限状態に達する場合の2種類の極限状態があることが判明した。

(3) 本法は、管体の降伏条件と塑性流れ条件を新たに加えたため、管路の軸ひずみを塑性域まで正しく評価でき、将来、管のひずみを基準とした埋設管路系の耐震性評価に有用な情報を提供できるものと思われる。

(4) 管路端部に継手を設けることが管路の応力状態へ与える影響など実際的な問題も、計算例2で示したように管路端部の要素剛性を小さくするというモデル計算によって考察することが可能である。

(5) 計算例3で示したように、管路の端部が異種構造物に固定されているような場合には、地震時に大きな塑性ひずみが生ずる可能性があること、また管体要素の降伏の進行によりそれまで降伏して一定の摩擦力を保っていた地盤ばねに除荷という特異な現象が起こることが認められた。

(6) また、本法は管軸直角方向の問題や平面配管系へも、さらには、たとえば断層による地盤のずれなど大

きな地盤変位に対する埋設管路系の挙動の解析にも適用可能と思われる、これら応用面での多様性もまた本法の利点として挙げることができる。

本論文は、管路-地盤系のパラメーターを定数として系が極限状態に達するときの地盤変位($\alpha_{max}us$)を求めるといった解析的な面に主眼を置いたものであるが、一方、この問題を設計という立場から見れば、与えられた外力(地盤変位)に対して最適な管路形状や断面諸量などを求める最適設計法の問題にも応用できるものと思われる。

なお、ここでは主として弾塑性解析手法の開発に力点を置いたので、数値計算に用いたインプットデータに対する詳細な吟味は別途¹⁵⁾行い予定である。

謝 辞：本研究を行うにあたり、東北大学 佐武正雄教授から有益なご指導・ご助言を得た。東京ガス株式会社技術研究所の導管研究室 西尾宣明室長からは、ガス導管の実践的な問題に関する貴重なご意見を含めて資料の提供など種々のご援助を受けた。また、計算には防衛大学校共同利用計算機 HITAC M-200 H を使用したことを付記し、謝意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 桜井彰雄・高橋 忠・栗原千鶴子・矢島 浩：地震時土の歪より見た埋設パイプラインの耐震性，電力中央研究所技術研究所報告，No. 69087，pp. 1~58，1970年4月。
- 2) 北出浩三・白木万博・福沢 清：地中埋設管の耐震強度，三菱重工技報，Vol. 11，No. 4，pp. 490~506，1974年7月。
- 3) 宮島信雄・宮内二郎：静的摩擦に基づく埋設管の地震時応力計算法，埋設管に関するシンポジウム論文集(土質工学会)，pp. 57~60，昭和50年9月。
- 4) 高田至郎：埋設管路-地盤系の復元力特性と地震応答解析，土木学会論文報告集，第249号，pp. 1~11，1976年5月。
- 5) 高田至郎・高橋俊二・山部泰男：硬質塩化ビニル管の地震時挙動シミュレーション，水道協会雑誌，第547号，pp. 27~39，昭和54年4月。
- 6) 鶴飼恵三：軸方向すべりを考慮した場合の地中埋設管の震動応答解析，土木学会論文報告集，第272号，pp. 27~37，1978年4月。
- 7) 日本ガス協会：ガス導管耐震設計指針，昭和57年3月。
- 8) Ishikawa, N.: Load-Deformation Analysis of Elastic-Plastic Frames by Linear Programming, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 23, Univ. of Tokyo Press, pp. 413~425, 1975.
- 9) 石川信隆・谷中弘行・鯉淵芳伸：地盤-構造系の弾塑性解析に関する一考察，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集，I-47，pp. 93~94，昭和56年10月。
Ishikawa, N. et al.: Elastic-Plastic Analysis of Beams on Elastic-Plastic Foundation by Linear Programming, Memoirs of the National Defense Academy, Japan, Vol. 22, No. 4, pp. 21~41, 1982.
- 10) Grierson, D.E.: Deformation Analysis at Plastic Collapse, Engineering Plasticity by Mathematical Programming, edited by Cohn and Maier, Pergamon

- Press, pp. 351~366, 1979.
- 11) Cohn, M.Z. and A. Franchi : STRUPL : A Computer System for Structural Plasticity, Engineering Plasticity by Mathematical Programming, edited by Cohn and Maier, Pergamon Press, pp. 577~605, 1979.
 - 12) 前出 7), pp. 477~485.
 - 13) 日本工業規格 : 配管用 アーク溶接炭素鋼鋼管, JIS G 3457-1976, 1976.
 - 14) 前出 7), p. 31.
 - 15) たとえば, 佐藤紘志 : ダクタイル管メカニカル継手の軸方向変形特性について, 土木学会第 37 回年次学術講演会講演概要集, I-305, pp. 609~610, 昭和 57 年 10 月.
佐藤紘志 : ダクタイル管メカニカル継手の変形特性について, 防衛大学校理工学研究報告, 第 20 巻, 第 3 号, pp. 17~30, 昭和 57 年 9 月.

(1982.12.16・受付)
