

長期流出系のエントロピーモデル*

LONG TERM RUNOFF SYSTEM MODEL BASED ON ASSUMPTION
OF MAXIMUM ACQUIRED INFORMATION CONTENT

高 棹 琢 馬**・池 淵 周 一***・寒 川 典 昭****

By Takuma TAKASAO, Shuichi IKEBUCHI and Noriaki SŌGAWA

1. はじめに

流出モデル、特に長期流出モデルの主要な目的は、欠測流量を補充すること、および模擬降水の発生によって将来長期間にわたる流出形態を量的に把握・予測することにあるから、降水系列と流量系列を別個に扱うのではなく、両者の相互関係を考察することによって流出系を正確に理解していく必要がある。

ところで、長期流出は非常に多くの水文サイクルを対象としなければならず、一つのサイクル内の流出現象でもきわめて複雑であることを考えると、長期流出系のモデル化には確率論的な考え方が不可欠である。

ところが、こうした確率論的な方法論そのものの展開においても、従来、流出モデルの展開が降雨は確率論的、変換系は決定論的な取扱いでなされることがほとんどである。もちろん、最近では変換系を表現するのに種々のパラメーターを内蔵する構造式を構成し、降雨と流量の観測系列からある評価基準のもとで最適なパラメーターを決定するという手順がとられることが多いが、これとても最終的には変換系を決定論的立場で眺めているといえよう。

ここでは具体的に流出変換構造を説明、記述するモデル構成あるいはシステム方程式の構成およびそのパラメーター同定を図らないで、変換系そのものを確率論的に扱った場合、その確率構造を探ることができるか、その方法論は、といった問題を研究の対象とした。もちろん、精度的にみれば現在種々提案されている長期流出モデルで十分な場合が多いが、あえてここでは長期流出系の不確定性を積極的に利用する立場でモデル化を図り、

従来と違った立場でどの程度実現象に迫ることができるかを検討したといえよう。

2. 長期流出系のエントロピー的解釈

(1) エントロピーの定義式

いま、2つの確率事象 x および y を考えると、5種類の確率分布 $P(x)$ 、 $P(y)$ 、 $P(x, y)$ 、 $P_x(y)$ 、 $P_y(x)$ が存在し、おのおのに対するエントロピーが次のように定義される¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} H(x) &= -\sum_x P(x) \cdot \log P(x) \\ H(y) &= -\sum_y P(y) \cdot \log P(y) \\ H(x, y) &= -\sum_{x,y} P(x, y) \cdot \log P(x, y) \\ H_x(y) &= -\sum_{x,y} P(x, y) \cdot \log P_x(y) \\ H_y(x) &= -\sum_{x,y} P(x, y) \cdot \log P_y(x) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

なお、これらのエントロピーの間には、上記確率分布の相互関係から次の関係式がある。

$$\left. \begin{aligned} H(x) + H(y) &\geq H(x, y) = H(x) + H_x(y) \\ &= H(y) + H_y(x) \\ H(x) &\geq H_y(x), H(y) \geq H_x(y) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

不等号の等式は、 x と y が独立な事象の場合のみ成立する。

(2) 確率過程の変換

次に、時間 t をパラメーターとする確率関数の集合を確率過程と考え、しかも定常性、エルゴード性が仮定できるとき、確率過程のエントロピーも同様に定義できる。

いま確率過程 $X(t)$ が変換システムによって確率過程 $Y(t)$ になる場合、 T を決定論的なものとみなす

* 本論文は、文献4)を発展させ、一部追加したものである。

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

**** 正会員 工修 信州大学助手 工学部土木工学教室

か、確率論的なものであるとみなすかによって立場は大きく異なる。著者らは以下のような理由から、後者の立場をとることにした。すなわち、流出現象の解明ならびにモデル化においては可能な限り、決定論的に定まる物理的メカニズムを取り込み、その残差系列に確率論的アプローチを適用すべきであろう。しかし、ここで対象とする長期流出現象は非常に多くの水文サイクルを含み、確定的成分としての性格が強い洪水流出を除くと（長期流出からみると洪水流出は低確率群に属する）、その変換はかなり確率的な性格をもつものと考えることができる。さらに、流出現象のモデル化となれば、ランピングスケールの問題とも関連するが、その詳細な分布特性を完全に取り込むわけにはいかず、おのずと確率・統計的アプローチを不可欠にする。

このように考えると、長期流出のモデル化にあたっては変換システムそのものが確率的であるとして理論構成を図ることも一考に値しよう。こうした変換システムにおいては前述のエントロピーの定義式から導かれる最も重要な量 $R(X, Y)$ が以下のように定義され、相互情報量とよばれる²⁾。

$$\begin{aligned} R(X, Y) &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \\ &= H(X) - H_{Y}(X) = H(Y) - H_{X}(Y) \\ &\dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

この関係は、サブシステム X と Y のエントロピーの和と、 X と Y の対応関係を示すエントロピーの差を示すものであって、いわば X と Y から構成されるトータルシステムの組織の程度を表すものと考えてよい。言い換えれば、 $R(X, Y)$ を最大にすれば、トータルシステムの不確定さが最小になることを意味する。そのことは、 X と Y の対応を考える場合、 $R(X, Y)$ を最大にするような確率（通常は遷移確率）を求めれば、それが X と Y の対応を最も適切に示すことになる。すなわち、 X と Y の間の確率的内部構造が規定されるわけである（別の言葉でいえば、最も実現しやすい、生じしやすい確率的変換構造をわれわれが構成しようとしている）。さらには式 (3) から、 $R(X, Y)$ は X （または Y ）に関する不確実さから Y （または X ）を知ったうえで X （または Y ）の不確実さの差を示す量、すなわち、獲得情報量を示すものとも解釈でき、その対応性から X と Y の間の平均相互情報量といわれることもある。したがって、この場合にも $R(X, Y)$ を最大にするように X と Y 間の確率的構造を定めることは自然であろう。通常は、 X と Y の間に物理的、社会的、経済的制約条件が付き、それらの制約条件のもとで $R(X, Y)$ を最大にする確率構造を求めるのが普通であるが、いずれにしても、上述したところから $R(X, Y)$ を最大にする意義は理解できるはずである³⁾。

いま少し変換システムを考えよう。変換システムは入力と出力の対応関係を記述するものであるから、以下の2つの関数で表現できる。

$$\left. \begin{aligned} y_t &= f(x_t, \beta_t) \\ \beta_{t+1} &= g(x_t, \beta_t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

すなわち、変換システムにはいくつかの内部状態 $\beta_i (i=1, 2, \dots)$ があって、いま内部状態が β_t の場合、入力 x_t が入ってきたとき、出力 y_t が生じたとするわけである。ただし、 β_{t+1} は次の時刻 $t+1$ における内部状態である。しかも、変換システムそのものが確率的に定まるということは、変換システムの状態が β_t であり、入力が x_t であるという条件のもとで、出力が y_t で、状態が β_{t+1} に移行するという条件付き確率 $P(y_t, \beta_{t+1}|x_t, \beta_t)$ を考えることを意味している。

(3) 長期流出系への適用

さて、降雨・流出変換過程を対象とすると、式 (4) は次式のように表記される。

$$Q_t = f(R_t, S_t), S_{t+1} = g(R_t, S_t) \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 R_t, Q_t, S_t はそれぞれ時間 t における降雨、流量および系の内部状態、具体的には流域の貯留状態を意味する。

ところで、 R_t, Q_t, S_t の間で連続式が成立すると考えると、流量 Q_t は

$$Q_t = S_t + R_t - S_{t+1} \dots\dots\dots(6)$$

で与えられることになる。問題は式 (5) 中の

$$S_{t+1} = g(R_t, S_t)$$

の状態遷移である。われわれはこの状態遷移の確率的構造解明に、相互情報量概念を適用しようとするものである。

さて、内部状態いわゆる貯留状態の遷移に関して、相互情報量は次式で表現される。

$$R(S_t, R_t, S_{t+1}) = H(S_{t+1}) - H_{S_t, R_t}(S_{t+1}) \dots\dots\dots(7)$$

いま、系の定常化が図られているとすると、その期間内では上式は

$$R = - \sum_j P_j \ln P_j + \sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) \ln P_{is}(j) \dots\dots\dots(8)$$

で与えられる。ここに、 Q_s は $R_t = s$ なる降雨確率、 P_i は $S_t = i$ なる状態確率、 P_j は $S_{t+1} = j$ なる状態確率、 $P_{is}(j)$ は $S_t = i, R_t = s$ なる条件のもとで $S_{t+1} = j$ になる条件付き、あるいは遷移確率である。なお、式 (8) の誘導においては、降雨確率がそのときの貯留状態とは無関係であると仮定している。

次に、 $S_t = i, R_t = s$ なる条件のもとで $S_{t+1} = j$ に遷移するには、その遷移の抵抗（しやすさ）を実現するある特性値が課される、あるいはもたらされると考える。

具体的には流出系は遅れ系であるので、ある種の遅れ時間に関連する特性値である。イメージとしては、図-1に示したように、1つの貯留状態にある水分子が、それよりも低い他の状態に遷移するとき、一定時間内にそれらの状態を通過した水分子の数と考えるとよからう（評価方法は後述する）。したがって、代表的な、あるいは平均的な遷移は、この特性値によって規定され、われわれはこの特性値のまわりの遷移構造を議論することになる。いま、それを l_{ijs} と表記すると、単位特性値当たりの相互情報量あるいは獲得情報量（情報理論では伝送速度ともよばれている）は、

$$I' = R/L = (-\sum_j P_j \ln P_j + \sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) \cdot \ln P_{is}(j)) / \sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) \cdot l_{ijs} \dots (9)$$

で与えられる。

3. エントロピーモデル—状態遷移確率法

(1) 最適化問題の構成

われわれの次のステップとしては、式(9)をある制約条件あるいは規格化条件のもとで最大にする方法を展開することである。式(9)を最大にするということは先にも述べたように、この場合には状態遷移の確率構造を規定せんとしているわけであり、われわれにとっては獲得情報量を最大にせんとする行為である。別の言葉でいえば、状態の遷移は特性値 l_{ijs} のみを唯一の足がかりとして、それ以外はまったくランダムに（最大のあいまいさをもって）行動している現象とみなすのが最も実現しやすい、生起しやすい状況であるということを訴えているわけである。

このように考えると、この問題は次のように定式化される。

目的関数; $\max I' = \max R/L \dots (10)$

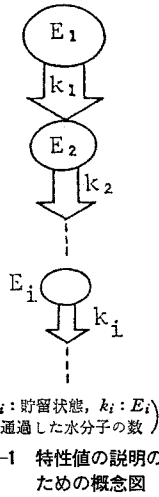
制約条件; $\sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) = P_j \dots (11)$

$\sum_i P_i = 1$ あるいは $\sum_j P_j = 1 \dots (12)$

$\sum_s Q_s = 1 \dots (13)$

$\sum_j P_{is}(j) = 1 \dots (14)$

ここに、式(11)はエルゴード性の制約条件、(12),



(13), (14) はいずれも確率の規格化条件である。

(2) 状態遷移確率の算定法

式(10)~(14)で与えられる問題は一種の最適化問題であり、Lagrangeの未定乗数法によって解かれる。ここで、状態確率 P_i および状態遷移確率 $P_{is}(j)$ は未知変数であり、降雨確率 Q_s も流域面積降雨と考えれば、決定すべき未知変数となる。

この問題の Lagrange 関数 L_1 は、

$$L_1 = I' + \nu (\sum_i P_i - 1) + \xi (\sum_s Q_s - 1) + \sum_j \theta_j (\sum_{is} P_i Q_s P_{is}(j) - P_j) + \sum_{ijs} \pi_{is} (\sum_j P_{is}(j) - 1) \dots (15)$$

と書かれる。ここに、 ν, ξ, θ_j および π_{is} は未定乗数である。

さて、式(15)を $P_{is}(j), P_i$ および Q_s で微分して、0とおくと

$$\frac{\partial L_1}{\partial P_{is}(j)} = \frac{P_i \cdot Q_s (1 + \ln P_{is}(j))}{m} - \frac{C \cdot P_i \cdot Q_s \cdot l_{ijs}}{m} + \theta_j P_i Q_s + \pi_{is} = 0 \dots (16)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial P_i} = \frac{-(1 + \ln P_i) + \sum_{js} Q_s \cdot P_{is}(j) \cdot \ln P_{is}(j)}{m} - \frac{C \sum_{js} Q_s \cdot P_{is}(j) \cdot l_{ijs}}{m} + \nu + \sum_{js} \theta_j \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) - \theta_i = 0 \dots (17)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial Q_s} = \frac{\sum_{ij} P_i \cdot P_{is}(j) \cdot \ln P_{is}(j)}{m} - \frac{C \sum_{ij} P_i \cdot P_{is}(j) \cdot l_{ijs}}{m} + \xi + \sum_{ij} \theta_j \cdot P_i \cdot P_{is}(j) = 0 \dots (18)$$

ここに、 I' の最大値を C と書き、式(9)の分母を m と表わしている。

さて、いま未知変数は $P_i, Q_s, P_{is}(j), \nu, \xi, \theta_i, \pi_{is}$ であり、それを決定するための方程式は式(11)~(14), (16)~(18)となり、両者の数は一致して、 l_{ijs} をこれらの方程式から決定することは不可能である。一方、 l_{ijs} を未知変数とみなして方程式を追加することもできるが、特性値に対する制約条件を課さなければならず、現在のところそのような条件を考えることが難しい。したがって、われわれは l_{ijs} をデータから決定される既知量とみなすことにする。そこで、式(16)より $P_{is}(j)$ を求め、それを式(14)に代入して π_{is} を消去し整理すると、 $P_{is}(j)$ は、

$$P_{is}(j) = \frac{\exp(-m \cdot \theta_j + C \cdot l_{ijs})}{\sum_j \exp(-m \cdot \theta_j + C \cdot l_{ijs})} \dots (19)$$

と求まる。ここで $V_j = \exp(-m \cdot \theta_j)$ とおくと、上式は

$$P_{is}(j) = \frac{V_j \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j V_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \dots\dots\dots(20)$$

と書き換えられる。さらに、上式を式 (11) に代入して、次式を得る。

$$V_j \sum_{is} \left\{ \frac{P_i \cdot Q_s \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j V_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \right\} = P_j \dots\dots\dots(21)$$

上式が、 V_j が満足しなければならない方程式である。一方、式 (18) に Q_s を乗じ、 s について加えて整理すると、

$$\sum_i P_i (\ln P_i / m + \theta_i + \xi) = 0 \dots\dots\dots(22)$$

なる式が得られ、上式を満足する1つの解(特殊解)は $\ln P_i / m + \theta_i + \xi = 0 \dots\dots\dots(23)$

である。そこで、式 (23) から θ_i を求め式 (19) に代入すると、

$$P_{is}(j) = \frac{P_j \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j P_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \dots\dots\dots(24)$$

が求まる。これを式 (11) に代入すると

$$\sum_{is} \left\{ \frac{P_i \cdot Q_s \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j P_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \right\} = 1 \dots\dots\dots(25)$$

となり、未知数 C を決定する1つの方程式を与える⁴⁾。

次に、一つの近似解としてエルゴード性の制約条件式 (11) を取り除き、式 (12)~(14) を制約条件として式 (10) を最大にする状態遷移確率 $P_{is}(j)$ を求めてみる。このとき Lagrange 関数は、

$$L_2 = P + \rho (\sum_i P_i - 1) + \sigma (\sum_s Q_s - 1) + \sum_{is} \tau_{is} (\sum_j P_{is}(j) - 1) \dots\dots\dots(26)$$

で与えられ、 $P_{is}(j)$ は、

$$P_{is}(j) = \frac{\exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \dots\dots\dots(27)$$

と求まる。ここで、上式に含まれる C は、取り除いた制約条件式 (11) を満足すること、つまり、

$$\sum_{is} \left\{ \frac{P_i \cdot Q_s \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \right\} = P_j \dots\dots\dots(28)$$

より決定される。

実際の計算では P_i, Q_s は貯留状態および降水規模を層別化あるいは量子化して取り扱っており、データ数も幾分豊富にあることから $P_{is}(j)$ よりも高い精度で評価することができるので、既知量と考え、未知量 $P_{is}(j)$ を決定している。

このようにして、いったん状態遷移確率 $P_{is}(j)$ が求められると、貯留状態から流量への変換は前述の式 (6) からわかるように、 $k = i + s - j$ として確率的に評価できる。すなわち、 $P_i, P_{is}(j)$ が算定されると、降雨 $R_t = s$ のときに流量 $Q_t = k$ となる確率は、

$$P(Q_t = k) = \sum_{\{i+s-j=k\}} P_i \cdot Q_s \cdot P_{is}(j) \dots\dots\dots(29)$$

として算定できる。ここに、 $\{i+s-j=k\}$ は $i+s-j=k$ を満足するすべての要素集合 (i, j, s) を意味している。

また、われわれはこれらの算定された確率 $P_i, P_{is}(j)$ を用いて流量系列をシミュレートすることができる。こうしたシミュレーション法は、降雨シミュレーション法を介さない直接的な流況シミュレーション法を構成している。

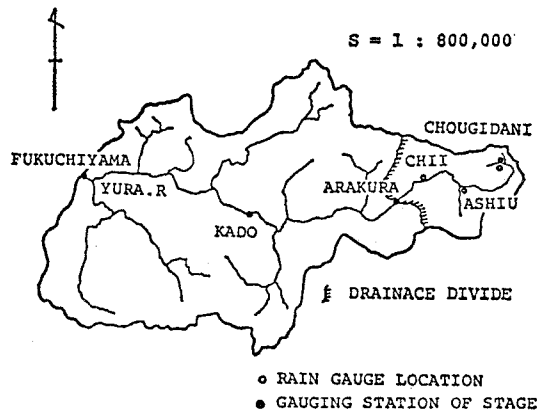
4. 実流域への適用と考察

ここでは、前述のエントロピーモデル—状態遷移確率法を由良川流域に適用し、結果について考察する。

(1) 由良川流域の概況と水文資料

由良川は三国岳(標高 959 m)にその源流を成し、東西に走る大小支流を合流しながら西流して丹波高原を東西に貫流し、福知山付近で北東に流路を変え、由良において宮津湾に注ぐ、流域面積 1 882 km²、流路延長 140 km の中河川である。その流域は、山地が 89%、平地が 11% の典型的な山地河川となっている。本研究の対象とするのは荒倉流域のみであるが、図—2には、荒倉流域を含む福知山地点までの流域概況図を示した。

次に水文資料としては、以下のものを使用した。まず系への入力である上記流域の日平均面積降水量は昭和 28 年~35 年の各月と 36 年~48 年の 6 月~10 月は芦生(支配率: 0.616)、知井(0.353)、平屋(0.031)の地点雨量から Thiessen 法により導出されたものを用いた。また、昭和 36 年~48 年の 1 月~5 月、および 11 月~12 月については、支配率の大きい芦生で代表させることにした。系の出力である日平均流量は、関西電力が観測した資料を昭和 28 年~48 年にわたり用いた。最後に、蒸発散関係の資料は、京都大学農学部附属芦生演習林で観測されている Pan による蒸発散量を上記期間に



図—2 由良川流域概況図

わたって使用した。

(2) 降雨・流出変換系の状態遷移にかかわる
パラメーターの設定

a) 系の定常化

本流域では冬期に降雪があるので遷移確率の定常性を確保するために、対象を各年6月1日から10月31日までの降雨期に限定している。

b) 降雨の層別化

降雨規模の層別化は、有効降雨の概念を導入して、有効降雨とそれに対応する度数との積の累積値を適切な値で仕切るという手法を採用した。有効降雨とは実測降雨から蒸発散量を差し引いた量であり、

$$R_e = R_a - W \cdot P \dots \dots \dots (30)$$

と定義する。上式で、 R_e は有効降雨、 R_a は実測降雨、 W は昭和29年11月8日から昭和42年10月13日の間（以下この期間を解析の対象とする）で水収支が成立するように決定した係数、 P は Pan による蒸発散量である。実流域の適用にあたっては表-1のように6層に層別化して得られた図-3の降雨確率を採用する。もちろんこの場合においても Q_s は降雨期について算定されたものである。

表-1
降雨の層別化

R_s	降雨量 (mm)
R_1	~ -1
R_2	0 ~ 15
R_3	16 ~ 30
R_4	31 ~ 55
R_5	56 ~ 111
R_6	112 ~

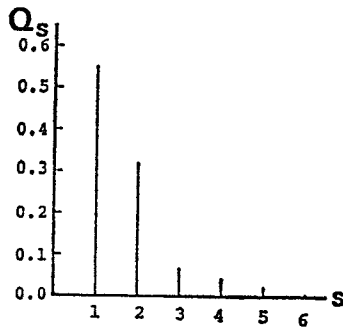


図-3 降雨確率 Q_s

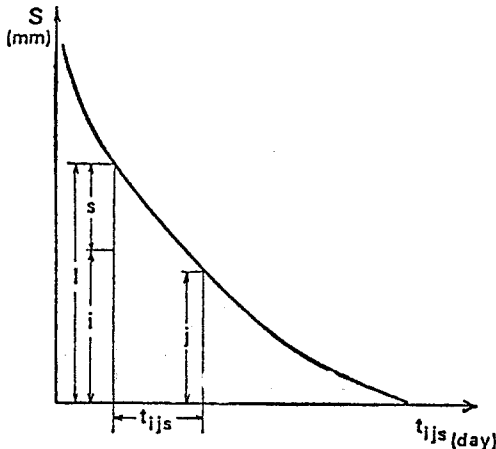


図-4 貯留量通減曲線

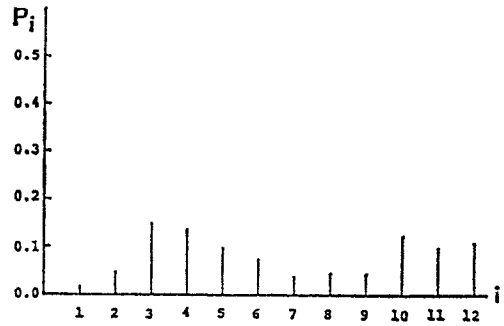


図-5 状態(貯留量)確率

c) 貯留量の層別化

図-4 は、式(6)に示した降雨、流量、貯留量の連続式から前述の降雨期において無降雨期間を取り出し流量の自然通減曲線を得ると同様な方法で得た貯留量の自然通減曲線の模式図である。この曲線を貯留量の層別化の指標として、一定の時間間隔で仕切るという層別化の手法を採用する。表-2 は、このようにして12層に層別化された貯留量の値であり、図-5 はその状態確率である。実流域への適用には、この値を用いた。

表-2
貯留量(貯留高)の層別化

E_i	貯留量 (mm)
E_1	35
E_2	36 ~ 78
E_3	79 ~ 125
E_4	126 ~ 172
E_5	173 ~ 218
E_6	219 ~ 266
E_7	267 ~ 316
E_8	317 ~ 368
E_9	369 ~ 420
E_{10}	421 ~ 476
E_{11}	477 ~ 549
E_{12}	550 ~

ここで、降雨および貯留量の仕切り方は、実測遷移確率に影響を与えるが、これは、 Q_s 、 P_i および次に述べる t_{ijs} を介して理論遷移確率にも同様な影響を与えることになり、仕切り方が変化しても両者の適合度が大きく変わることはないといえよう。

d) 特性値の定義と評価法

いま、特性値 t_{ijs} なる量を考え、計量可能で、しかも物理的な意味のある状態間の到達時間で定義する。すなわち、図-4 の貯留量の自然通減曲線の模式図において、貯留状態 i のところに、有効降雨 s が作用して、貯留状態が $l(i=i+s)$ になったとすると、この l の状態から j の状態に遷移するのに要する時間を状態間の到達時間 t_{ijs} とする。表-3 は、 $R_s=R_3$ の場合の t_{ijs} を記載している。

次に、特性値 t_{ijs} は具体的には貯留状態 i に降雨 s が入力されて得られた $l(i=i+s)$ という貯留状態から j という貯留状態へ特定期間内にもたらされた水分子の量に比例した変数であると考えられる。したがって、任意の一つの l という状態から、これより1ランク小さい状態へ遷移するのに要する特性値として単位“1”を採用すると、他の状態へもたらされる水分子の量は前述の遷移のしにくさを表現するパラメーター t_{ijs} に反比例す

ると考えられるから、 l_{ijs} は

$$l_{ijs} = 10/t_{ijs} \dots\dots\dots(31)$$

なる関係式で定義される(こうした特性値の与え方は式(20)にみられるように C が正であるので l_{ijs} が大きいほど遷移しやすい。すなわち、 $P_{is}(j)$ の値を大きくするということから好都合である)。表-4 は、このようにして得られた l_{ijs} の値を記載したものである。

(3) 算定過程

① P_i, Q_s, l_{ijs} を 4.(2) のようにして算出する。

表-3 特性値 t_{ijs} (R_s の場合)

$E_i \backslash E_j$	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	...
E_1	10	5						
E_2	20	10	5					
E_3	20	10	5					
E_4	30	20	10	5				
E_5	50	40	30	20	10	5		
E_6	50	40	30	20	10	5		
E_7	60	50	40	30	20	20	5	
⋮								

E_i : 遷移前の状態, E_j : 遷移後の状態

表-4 特性値 l_{ijs} (R_s の場合)

$E_i \backslash E_j$	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	...
E_1	1.000	2.000						
E_2	0.500	1.000	2.000					
E_3	0.500	1.000	2.000					
E_4	0.333	0.500	1.000	2.000				
E_5	0.200	0.250	0.333	0.500	1.000	2.000		
E_6	0.200	0.250	0.333	0.500	1.000	2.000		
E_7	0.167	0.200	0.250	0.333	0.500	1.000	2.000	
⋮								

② ① で求めた P_i, Q_s, l_{ijs} を使用して式 (25) を満足する 12 個の C の値を求め、その平均値を C_m とする。

③ C_m を初期値として、目的関数を式 (10)、制約条件を式 (21)、 $V_j \geq 0$ として、式 (10) を最大にするような V_j の組とその最大値 $C = \max I'$ をサブルーチン COMPLEX (京都大学大型計算機センターで開発された不等号制約条件下における多変数非線形関数の最大値を直接探索するためのプログラム) を使って求める。

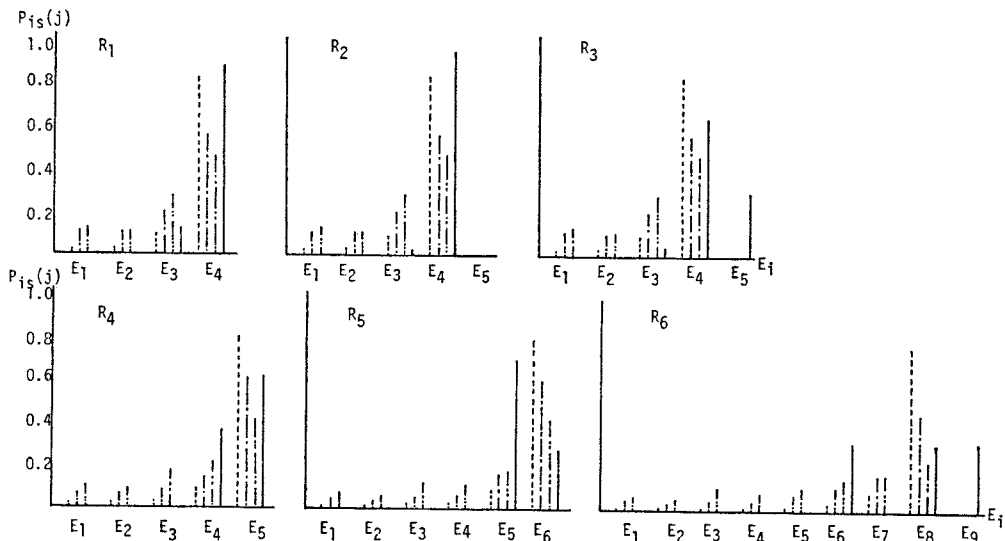
④ 求めた C, V_j より $P_{is}(j)$ を算出する。

(4) 算定結果および考察

以上のようにして算定された結果の一例が図-6 である。ここに、実測値は昭和 29 年から 43 年までの 13 年間の降雨期において、有効降雨系列、貯留量系列から算定された $P_{is}(j)$ の値である。また、Case I は式 (27), (28) で得られる近似解、Case II は ② で評価された値 $C=2.94$ を初期値として $I'(=C)$ を計算し、その C とエルゴード性の制約条件を満足する V_j とから得られた $P_{is}(j)$ である。ここで、 C の初期値として、厳密解を導出するとき得られた特殊解を用いていること、および使用された C が最大値であることより、この解の妥当性が認められる。また、 I' と C は一致すべきであるという安定性の立場から ③ の計算を繰り返し安定した C を用いた解が Case III である。

他の結果ともあわせて考察すると以下のようである。

(1) 実測値と厳密解を比較すると、厳密解の $P_{is}(j)$ には分散傾向があり、グラフは実測値より全体に偏平化されているが、全般的に実測値の傾向をよく説明してい



実線: 実測値, 点線: 近似解 Case I, 一点鎖線: 厳密解 Case II, 二点鎖線: 厳密解 Case III

図-6 計算結果の比較 ($S_t = E_4$ の場合)

る。

(2) 厳密解 Case II と Case III による $P_{is}(j)$ は本来等しくなるはずであるが、エルゴード性の制約条件式をある範囲内で満足するように書き換えているために一致せず、Case III の方が Case II よりも幾分散傾向が強くなっている。

(3) 近似解 Case I は相対的に $P_{is}(j)$ のあるクラスへの集中化をもたらしており、このことは結果的には降雨規模 R_s が小さい領域では実測値との適合がよい。

(4) 降雨規模の大きい領域あるいは貯留状態の大きい領域はおのずとデータ数が少ないので、実測値と理論値の比較が難しい。この領域は長期流出を対象とする場合、低確率群に属する現象で、その比較を強調することはなからう。

(5) 特性値が与えられていないところでは、理論値は遷移しない結果になるが、実測値ではある程度の大きさの遷移がみられることがあるので、これを評価できるように特性値の改善が必要であろう。

5. おわりに

本研究は、長期流出系に相互情報量あるいは獲得情報量最大仮説をおくことによって、貯留状態の遷移確率構

造を探ったものである。変換システムそのものを確率的とみなすこと、複雑な構造式を組み立てずに最小の情報、具体的には特性値のみでその確率構造を定めること、さらには Data depend を可能なかぎり脱却したいとの願望がこめられていること、など従来にないくつの特徴をもっているが、本方法の実流域への適用結果では十分な機能を発揮しているとはいいがたい部分もある。特に、特性値 l_{ijs} については、本研究での評価方法さらには、こうした唯一の特性値だけでよいかどうかという問題も含めて検討すべきであろう。しかし、現象の不確定さを積極的に利用する立場のエントロピー概念が水文現象の不確定構造に関しても適用できる方向性は示唆し得たものと確信する。今後ともこうした理論展開をいっそうきわめるとともに、多くの実流域への適用を図って精度の向上を図っていきたい。

参考文献

- 1) たとえば、大泉充郎・野口正一・本多波雄：情報理論，オーム社，pp. 48～50，昭 37.12.
- 2) 前出 1，pp. 50～56.
- 3) 高棟琢馬：情報エントロピーと水文事象，土木学会誌，Vol. 62，No. 4，pp. 16～19，昭 52.4.
- 4) 高棟琢馬・池淵周一・寒川典昭：エントロピー・モデルに関する 2, 3 の考察，京都大学防災研究所年報，第 24 号，B-2，pp. 143～158，昭 56.4.

(1982.10.25・受付)