

# 連続密度場における内部重力波の基本特性と 砕波に関する研究

STUDY ON CHARACTERISTICS OF INTERNAL GRAVITY WAVE  
AND ITS BREAKING IN CONTINUOUSLY STRATIFIED MEDIUM

室 田 明\*・平 田 健 正\*\*・吉 田 延 雄\*\*\*

By Akira MUROTA, Tatemasa HIRATA and Nobuo YOSHIDA

## 1. 緒 論

非乱流場からの乱れの発生機構として、あるいは波動場に付加されたエネルギー逸散過程の1つとして内部波の砕波機構が検討されている。一口に内部波といっても個々の研究者のとらえる視点により内部波の特性も異なり、砕波現象も同一視できない。すなわち、自然界で密度分布は tanh 型を呈することが多く、内部波の規模(波長)が躍層厚さに比し十分大きいときには二層界面波としての展開ができようし、他方、内部波の規模が躍層厚さと同程度かそれ以下のときには躍層近傍の密度分布形を考慮した解析が要求される<sup>2)</sup>。本論文は後者の立場を取り、全層にわたり密度勾配を一定とした波動場(以後、直線密度場と称する)を設定し、そこに生起する内部波の基本特性と砕波機構について考察する。

直線密度場については密度場の作製方法に若干の工夫を要するものの<sup>3)</sup>、理論展開の容易さという利点もあり、進行波<sup>4)</sup>および重複波<sup>5)</sup>いずれの場合にも砕波機構の基本的な知見を得る目的から多用されている。このうち、本論文では進行波を取り扱うが、実験の結果、外力周波数に調和した基本モードの内部波はもちろんのこと、外力周波数より低周波側に存在する内部波も生じ、砕波することが見出された。この低周波側に生起した内部波の発生機構について共鳴干渉による説明を試み、砕波機構を調べるところに本論文の主眼が置かれている。

Davis・Acrivos<sup>6)</sup> は不安定現象を励起させる要因として、非線形共鳴干渉の重要性を指摘した。彼らは二成層密度場で実験を行い、外力周波数より低周波側に共鳴波が発生することを明らかにし、また粘性の影響を加味して共鳴波の出現する限界振幅も評価したが、砕波現象に

関して何ら触れず検討の余地が残されている。その後、Martin・Simmons・Wunsch<sup>7)</sup> は直線密度場で1次モードと3次モードの内部波を用いて、共鳴干渉により数多くの波動が生起することを確認し、Davis・Acrivos の実験結果を補足した。他方、内部重複波についても McEwan<sup>8)</sup> は共鳴波の生起する不安定限界を示している。

しかしながら、実験が点計測中心であったり、共鳴波の励起される不安定限界そのものも実験値との比較までなされていない等、共鳴現象から砕波に至るまで統一的に記述された事例は数少ない。その意味で、本論文は進行波について共鳴干渉の生ずる不安定限界と共鳴波の砕波機構に実験・理論の両面から接近する。さらに、密度勾配一定の躍層を有する二成層場へと視点を移し、先に得た知見の適用性を検証して、より現実即した密度場における内部波の砕波現象について論じる。

## 2. 内部重力波の基本特性

### (1) 線形解

直線密度場における内部波の線形解を記述し、次章で行う共鳴理論適用の準備をしておく。

座標系は図-1のように、自由表面を  $x$  軸、鉛直上向きを  $z$  軸にとる。流れ関数  $\psi$  を設定し、ブーシネ近似を施すと渦度方程式と質量保存の式は次のとおりである。

$$-(\nabla^2 \psi)_t + \mathbf{J}(\nabla^2 \psi, \psi) = -\frac{\rho_x g}{\rho_0} \dots (1)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \dots (2)$$

ここに、 $t$  は時間、添字は各変数の偏微分値を表わし、水平方向水粒子速度  $u$ 、および鉛直方向

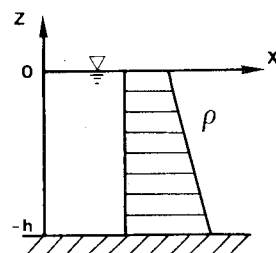


図-1 座 標 系

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 国立公害研究所研究員

\*\*\* 正会員 工修 建設省

水粒子速度  $w$  はそれぞれ  $(u, w) = (-\psi_z, \psi_x)$ ,  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ ,  $\mathbf{J}$  はヤコビアン行列,  $g$  は重力加速度, 密度  $\bar{\rho}$  は  $\bar{\rho} = \rho_0 + \rho$  で,  $\rho_0$  は静止状態の密度分布,  $\rho$  は波動が生じたことによる変動成分である. 式 (1) と式 (2) から  $\rho_x$  と  $\rho_t$  を消去すると次式の波動方程式が得られる.

$$\nabla^2(\psi)_{tt} + N^2\psi_{xx} = \mathbf{J}(\nabla^2\psi, \psi)_t + \frac{g}{\rho_0}\mathbf{J}(\psi, \rho)_x \dots\dots\dots (3)$$

ここに,  $N$  はブルント・バイサラ振動数で  $N^2 = -(g/\rho_0)(d\rho_0/dz)$  である. 密度分布が直線分布をするとき, ブルント・バイサラ振動数  $N$  は近似的に一定となり, 非線形項を省略すると, 解が容易に求まる. いま, 水平方向波数  $k$ , 周波数  $\sigma$  なる波動を仮定すると, 流れ関数  $\psi$  は式 (3) から

$$\psi = C_1 \exp i(kx + lz - \sigma t) + C_2 \exp i(kx - lz - \sigma t) \dots\dots\dots (4)$$

となる. ここに,  $C_1, C_2$  は定数で,  $l$  は鉛直方向波数である. 式 (4) 右辺第 1 項 (あるいは第 2 項) は波動が波数ベクトル  $\mathbf{k} = (k, l)$  の方向に伝播することを意味し<sup>9)</sup>, 本論文では波束構造を有する内部波 (ray wave) とよぶことにする.

自由表面と底面の境界条件 ( $\psi_x = 0$ ) を用いると, 式 (4) からモード構造を有する流れ関数  $\psi$  と分散関係がそれぞれ

$$\psi = A \sin lz \exp i(kx - \sigma t), \dots\dots\dots (5)$$

$$(\sigma/N)^2 = k^2/(k^2 + l^2), \quad l = n\pi/h \dots\dots\dots (6)$$

と求まる. ここに,  $A$  は定数,  $h$  は水深,  $n$  は整数でモード数を表す. さらに,  $z = -h/2$  での等密度変位  $\eta$  を  $\eta = a \exp i(kx - \sigma t)$  ( $a$  は振幅) とし, 運動学的条件 ( $\psi_x = \partial\eta/\partial t|_{z=-h/2}$ ) を使用すると奇数モードの流れ関数  $\psi$  が

$$\psi = \frac{a\sigma}{k} \left( \sin \frac{n\pi}{2} \right)^{-1} \sin lz \exp i(kx - \sigma t) \dots\dots (7)$$

と決定される.

次に, 1 次モードの内部波のエネルギー損失を求めてみよう. エネルギー損失  $\dot{E}$  ( $\dot{E} = dE/dt$  で  $E$  は波動の全エネルギー) は内部粘性 ( $E_{fi}$ ), 底面摩擦 ( $E_{fb}$ ) と側壁摩擦 ( $E_{fw}$ ) から成る. そして, 境界層摩擦によるエネルギー消費量は層流境界層内の水粒子速度分布を求め, shear-wave の 1 波長にわたって積分し見積ることとする<sup>10)</sup>. 結果は単位時間, 単位面積当たりのエネルギー消費量として項目別に

$$\left. \begin{aligned} E_{fi} &= -\mu \frac{h}{4} \left( \frac{a\sigma}{k} \right)^2 (k^2 + l^2)^2 \\ E_{fb} &= -\mu \frac{\beta}{2} \left( \frac{a\sigma}{k} \right)^2 l^2 \\ E_{fw} &= -\mu \frac{h}{4b} \beta \left( \frac{a\sigma}{k} \right)^2 (k^2 + l^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と表示される. ここに,  $\mu$  は分子粘性係数,  $\beta = \sqrt{\sigma/2\nu}$ ,  $\nu$  は動粘性係数,  $b$  は水路幅である. また, 本論文では進行波を扱っているため, エネルギーの時間消費量から  $d/dx = -ra$  で定義される振幅の距離減衰率  $r$  に換算すると

$$r = \frac{-1}{C_g} \cdot \frac{E_{fi} + E_{fb} + 2E_{fw}}{2E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(k^2 + l^2)^{3/2}}{Nl^2} \cdot \nu \left\{ (k^2 + l^2) + 2\beta \left( \frac{l^2}{k^2 + l^2} \cdot \frac{1}{h} + \frac{1}{b} \right) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

と計算される. ここに,  $C_g$  は群速度である.

(2) 実験装置と実験方法

実験には 図-2 に示す長さ 4.0 m, 深さ 0.5 m, 幅 0.15 m の直線水路を使用し, この水路内に全水深にわたり密度勾配一定の直線密度場を作製する. 密度場の作製方法について種々工夫されているが, 本実験では等密度変位の可視観測が容易にできるよう透明な塩水と染料 (ウラン+メチレンブルー) で着色した塩水を交互に入れる手法を採用した<sup>11)</sup>. その際, 透明な塩水層を 3 cm, 着色層を 1 cm とし, 合計 23 層密度の小さな流体から順次, わずかずつ密度の大きな流体を流入させる. 当初, 多段階成層であったのが, 12 時間程度放置すると分子拡散効果により滑らかな所定の密度分布が得られる. 図-3 はこのようにして作られた密度分布の一例であり, 十分な直線性が認められる.

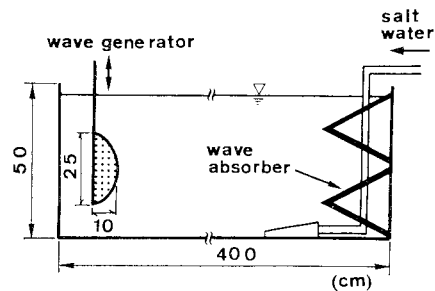


図-2 実験装置

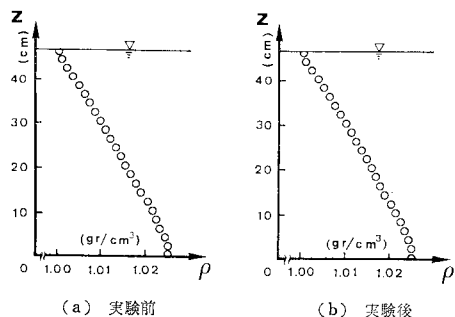


図-3 密度分布 (Case 1)

実験は水路の一方の端に長径 25 cm, 短径 20 cm の楕円を長径に沿って切断した半楕円形の造波板が設置されており, この造波板を上・下に単振動させて内部波を生起させる. 生じた内部波の可視化像はビデオ・システムで撮影・記録し, 再生画像から波長, 波高, 周期等の基本諸量を計測する. また, 反射波の影響を極力なくするため, 水路他端に水平方向と 30° の角度をなした斜面を設け, 消波工とした<sup>12)</sup>. 内部波の波高減衰については, ほぼ中間密度に調節したトレーサ (ノーマルヘキサン+ベンゼン) を水路長手方向に注入し, トレーサの描く振幅変化を目視により読み取り算出した.

実験条件は表-1 にあるとおり, プルント・バイサラ振動数は 4 種類である. なお, いずれの実験においても全層厚は 47 cm と一定であり, 実験資料はすべて表中にある表示法に従う.

**表-1 実験条件**  
(直線密度場)

Case	N	Symbol
1	0.82	○
2	0.74	▽
3	0.69	△
4	0.60	□

**(3) 実験結果**

ここでは, 先に述べた内部波の基本特性を実験的に調べ, 本研究で用いる内部波の検証を行う.

図-4 は鉛直方向に分布させたトレーサを追跡し, 各位置での 1 次モード波 (以後, 基本モード波と称する) の時間波形  $\eta$  を描いたものであり, 資料はすべて中央部 ( $z/h = -1/2$ ) の振幅  $a_{max}$  で正規化している. 併せて, Thorpe の 2 次近似解<sup>13)</sup>

$$\eta = a \sin(n\pi z/h) \cos(kx - \sigma t) + a^2 (n\pi/4h) \sin(2n\pi z/h) \cos 2(kx - \sigma t) \dots (10)$$

も載せている. 式 (10) からわかるように, 中央部では正弦波形となり, 上方あるいは下方に向かって波峰は平坦になっていくが, 実験値と理論値の整合性はきわめてよい.

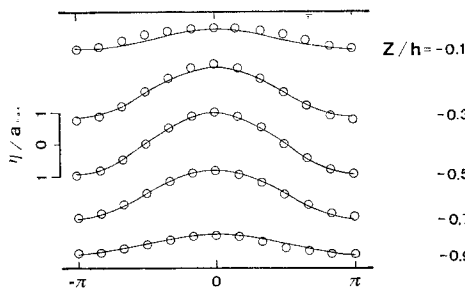
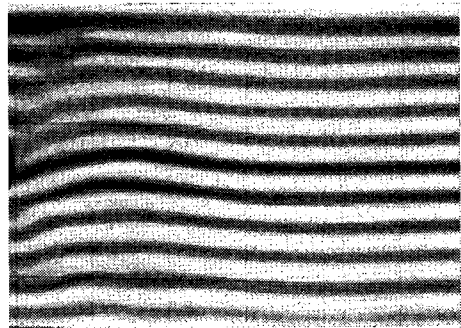
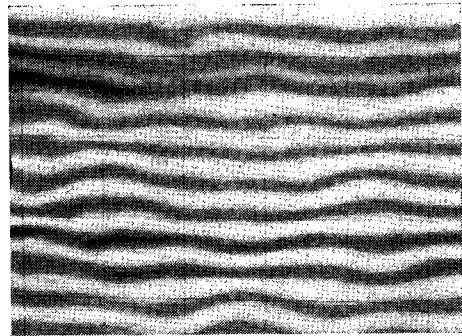


図-4 内部波の時間波形 (Case 1,  $\sigma/N = 0.95$ )

写真-1 は  $N = 0.82 \text{ s}^{-1}$  の密度場に内部波を生起させたとき, 外力周波数に対する密度場の応答特性の相違を



(a) 1st mode,  $\sigma/N = 0.90$



(b) 5th mode,  $\sigma/N = 0.61$

写真-1 内部波の可視化像 (Case 1)

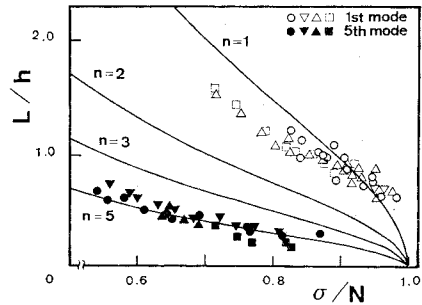


図-5 内部波波長

示したものである. 写真中, メッシュ間隔は 10 cm で, 写真左端に造波板がみえている. 本実験ではこれらの可視観測結果から,  $\sigma/N$  が 1.0 付近で基本モードの内部波が, 周波数の減少とともに 5 次モードの内部波が発生するようである. この結果を確認するために, 内部波の波長  $L (= 2\pi/k)$  について実験値と理論値を図-5 に比較している. 図中の曲線はモード数  $n$  を与えたとき, 式 (6) から求めた波長の理論値である. 同図から, 実験値は基本モードと 5 次モードの理論値とほぼ合致し, 可視観測結果が裏付けられる. ただし, 基本モードと 5 次モードの波動が混在する状態はみられたが, 本実験では 3 次モードの内部波は観測されなかった.

最後に, 波高の距離減衰率  $r$  の実験値と理論値を波数

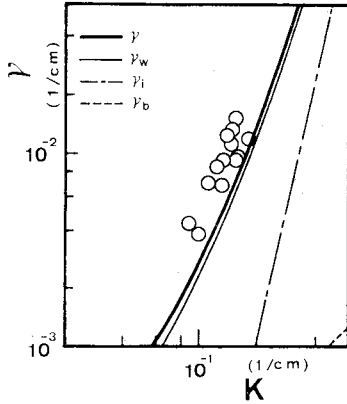


図-6 波高距離減衰率

$k$  に対して 図-6 にプロットしている。項目別理論値も載せているが、本実験のように形状比  $b/h$  が 0.3 程度では、側壁摩擦  $r_w$  が全減衰率の大半を占め、高波数領域で若干内部粘性  $r_i$  の効果が現われてくる。そして、実験値は最大 40% 程度理論値を上回っているものの両者はおおむね一致している。

### 3. 共鳴現象

#### (1) 現象の概要

基本モードの内部波のみ生起する周波数帯で、基本モード波の振幅がある程度増加するまで実験を継続すると (1~2 分間)、造波部近くにこぶ状の凸起が出現し、波束構造を有する ray wave へと発達していく。この様子を実験開始から 1 分間隔で 写真-2 に示す。写真-2 (a) では基本モードの内部波が形成され、2 分後には ray wave の発生が認められる。同写真では造波板の近く左上方から斜め下方へと伝播しているが、この角度は各実験においてほぼ一定値をとることから、ray wave はある単一の周波数成分を有すると推察される。さらに、ray wave の振幅は発達し、遂には碎波することが観察された。

最初に、基本モード波の周波数  $\sigma_1$  と ray wave の周波数  $\sigma_2$  の関係を示せば 図-7 のとおりである。両者に正の相関は認められるものの、 $\sigma_2$  は  $\sigma_1$  よりかなり小さく、ray wave は外力に応答して直

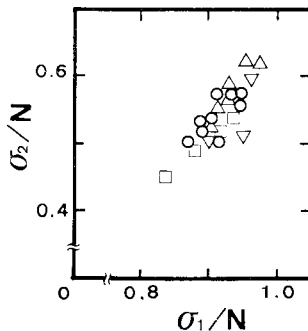
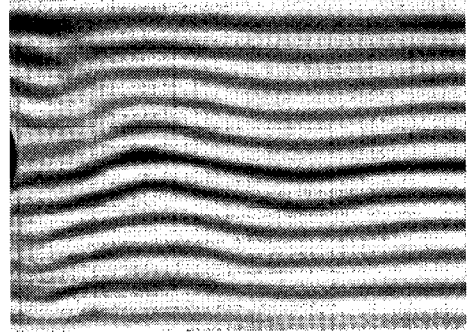
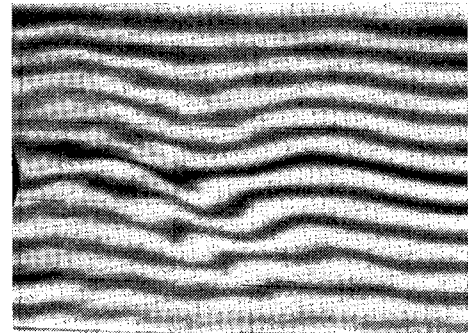


図-7 周波数の比較



(a) 1 min



(b) 2 min

写真-2 ray wave の発生 (Case 1,  $\sigma/N=0.94$ )

接発生したとは考えにくい。

ここで、ray wave の発生因について調べてみよう。まず、反射波について本実験条件下の内部波波速は 2.5~6.0 cm/s の範囲にあり、水路長が 4.0 m であることから 2 分程度の実験時間ではこの影響は現われない。次いで、造波部における乱れや局所的な不安定現象に起因するとも考えられるが、ray wave は卓越した周波数成分を有すること、および基本モード波の水粒子速度に基づく局所リチャードソン数  $R_i$  を計算したところ  $R_i$  数は 100 のオーダーとなり、いずれの仮定も退けられる。そこで、塩分濃

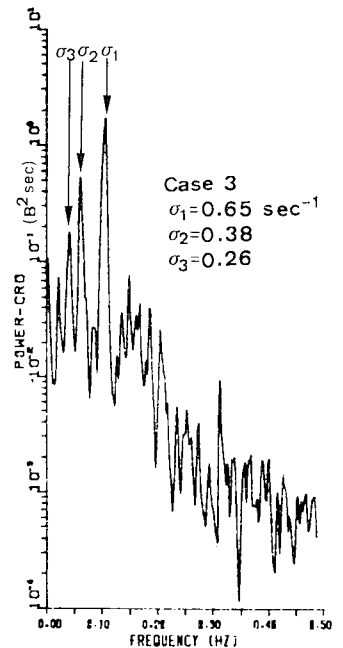


図-8 塩分濃度変動スペクトル

度変動を検出し、浮力  $B (B=g(\rho_a-\rho)/\rho)$  で、 $\rho_a$  は周囲流体の密度)の周波数解析をしたのが 図-8 である。なお、塩分濃度の測定位置は  $x/h=0.65$ ,  $z/h=-0.25$  で ( $x$  は造波板からの距離), スペクトルはデータ数 4096, サンプル間隔は 10 Hz で FFT 法によった。同図より、基本モード波の周波数  $\sigma_1$  で最大のピークが現われており、 $\sigma_1$  より低周波側にさらに 2 つのピークが存在している。このうち、高い方の周波数は可視観測から得られた ray wave の周波数  $\sigma_2$  に合致する。残されたいま一つの卓越周波数を  $\sigma_3$  とすれば三者の間に  $\sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_3$  の関係が成立することが理解されよう。すなわち、これは共鳴条件の 1 つを満たし、ray wave は基本モード波と background noise との非線形共鳴干渉<sup>1)</sup>によって励起されている可能性が強く示唆される。

(2) 共鳴理論の適用

ここでは共鳴理論を適用して、ray wave の発生機構に接近する。共鳴条件は式 (6) の分散関係

$$(\sigma_i/N)^2 = k_i^2 / (k_i^2 + l_i^2), \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots (11)$$

と

$$\sum_{i=1}^3 \sigma_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 k_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 l_i = 0 \dots\dots\dots (12)$$

であり、3つの波動が上式を満たすとき、これらの波動間でエネルギー交換が生じ、resonant triadを構成する。ここに、添数字 1, 2 はそれぞれ基本モード波と ray wave に、添数字 3 は resonant triad を組みする他のメンバーに対応する。 $\sigma_i, k_i, l_i$  のうち、 $\sigma_1$  と  $l_1$  は実験的に既知であり、したがって未知数は 7 個、方程式は式 (11) と式 (12) の合計 6 本となる。すなわち、モード数を規定する条件がなく、方程式が 1 本不足することになる。そこで、本論文では ray wave の波数  $k_2$  を実験値として与え、逐次個々の諸量を求める。このうち、ray wave の周波数について実験値  $\sigma_{2e}$  と計算値  $\sigma_{2t}$  を比較することにより共鳴理論の適用性を吟味する。結果は図

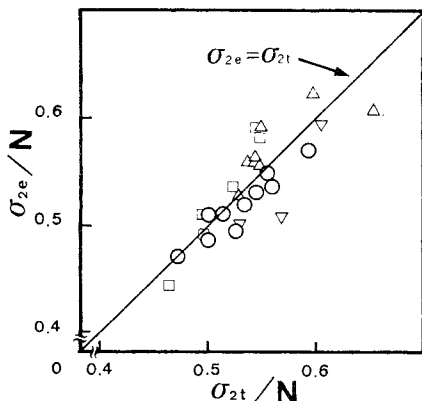


図-9 共鳴現象の検証 (直線密度場)

一9 にあるとおり、両者に良好な合致がみられ、本実験で観測された ray wave は非線形相互干渉、いわゆる共鳴干渉によって励起されているといつてよさそうだ。また、 $\sigma_1/k_1$  の符号を正にとると  $\sigma_2/k_2$  のそれも正となり、基本モード波と ray wave は同一方向に伝播することを意味し、可視観測でも確認している。他方、 $\sigma_3/k_3$  の符号は負となり、これらの波動と逆方向に進行することを表わす<sup>6)</sup>。この添数字 “3” の波動について、周波数スペクトルには明瞭に現われているが、可視化実験では他の波動と識別することはできなかった。

(3) 共鳴波の発生限界

基本モード波の振幅の経時変化を調べると、共鳴波の発生とほぼ同時に振幅は一定となり、基本モード波の発生に寄与するエネルギーのかかなりの部分が ray wave の発生に費やされていることがうかがえる。そこで、基本モード波の定常振幅、言い換えると ray wave の発生限界を振幅方程式を導き、波動の基本諸量を用いて評価しよう。

既往の研究に倣って<sup>6),7)</sup>,  $\psi$  および  $\rho$  を次のように展開する。

$$\psi = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \epsilon^{(r)} \psi_i^{(r)}, \quad \rho = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{i=1}^3 \epsilon^{(r)} \rho_i^{(r)} \dots (13)$$

ここに、 $\epsilon$  はせつ動パラメーターである。また、 $\psi$  の振幅すなわち波動の振幅  $a$  の時間変化は  $\epsilon$  のオーダーとする。式 (13) を式 (3) に代入し、0 次のオーダーのみ取り出せば線形解と一致する。そこで、可視観測結果に従い、 $\psi_1$  についてはモード波、 $\psi_2$  と  $\psi_3$  については波束構造を有する流れ関数

$$\left. \begin{aligned} \psi_1^{(0)} &= \frac{a_1 \sigma_1}{k_1} \sin l_1 z \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \alpha_1) \\ \psi_2^{(0)} &= -\frac{a_2 \sigma_2}{k_2} \cos(k_2 x + l_2 z - \sigma_2 t + \alpha_2) \\ \psi_3^{(0)} &= -\frac{a_3 \sigma_3}{k_3} \cos(k_3 x + l_3 z - \sigma_3 t + \alpha_3) \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

を設定すれば、密度変動  $\rho_i$  についても式 (2) から  $\psi_i$  に対応してそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \rho_1^{(0)} &= -\frac{\rho_0}{g} N^2 a_1 \sin l_1 z \cos(k_1 x - \sigma_1 t + \alpha_1) \\ \rho_2^{(0)} &= \frac{\rho_0}{g} N^2 a_2 \cos(k_2 x + l_2 z - \sigma_2 t + \alpha_2) \\ \rho_3^{(0)} &= \frac{\rho_0}{g} N^2 a_3 \cos(k_3 x + l_3 z - \sigma_3 t + \alpha_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

と求まる。ここに、 $\alpha_i$  は位相差である。

次に、1 次のオーダーについて考える。たとえば、 $\psi_2$  について若干の計算の後、式 (3) の右辺を整理すると

$$\left[ \mathbf{J}(\mathbf{P}^2 \psi_j^{(0)}, \psi_i^{(0)}) + \frac{g}{\rho_0} \mathbf{J}(\psi_j^{(0)}, \rho_i^{(0)}) \right]_{i,j=1,3}$$

$$= E_2 a_1 a_3 \cos(k_2 x + l_2 z - \sigma_2 t - \alpha_1 - \alpha_3) \dots (16)$$

ただし、

$$E_i = \frac{N^2 k_i}{4} \left\{ \frac{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}{N^2 k_i} \left( \frac{l_{i+1}}{k_{i+1}} - \frac{l_{i+2}}{k_{i+2}} \right) (k_{i+1}^2 + l_{i+1}^2 - k_{i+2}^2 - l_{i+2}^2) - \sigma_{i+1} l_{i+1} \left( \frac{k_{i+2}}{k_{i+1}} - \frac{l_{i+2}}{l_{i+1}} \right) - \sigma_{i+2} l_{i+2} \left( \frac{k_{i+1}}{k_{i+2}} - \frac{l_{i+1}}{l_{i+2}} \right) \right\}, \quad (i=2)$$

となり、結局

$$\frac{da_2}{dt} = S_2 a_1 a_3 \dots (17)$$

ただし、 $S_2 = E_2 / (2 k_2 N^2)$

が得られる。ここに、位相差  $\alpha_i$  は  $\alpha_i = -\pi/2$  である。

$\psi_3$  についても同様に

$$\frac{da_3}{dt} = S_3 a_1 a_2 \dots (18)$$

ただし、 $S_3 = E_3 / (2 k_3 N^2)$

となる。しかしながら、現実の流体は粘性を有しているため振幅の発達は抑制される。そこで、粘性を考慮し、共鳴現象が粘性に依存しないとすれば、振幅方程式 (17) と式 (18) はそれぞれ次のように書き直すことができる。

$$\frac{da_2}{dt} = S_2 a_1 a_3 - \lambda_2 a_2, \quad \frac{da_3}{dt} = S_3 a_1 a_2 - \lambda_3 a_3 \dots (19)$$

ここに、 $\lambda$  は振幅の時間減衰率である。

これらの振幅方程式から、Davis・Acrivos<sup>9)</sup> は次のように限界振幅を求めている。すなわち、 $a_1 = a_c$  ( $a_c$  は定数) とし、式 (19) をたとえば  $a_2$  について解くと、

$$a_2 \propto \exp \left\{ \frac{-(\lambda_2 + \lambda_3) \pm \sqrt{(\lambda_2 + \lambda_3)^2 - 4(\lambda_2 \lambda_3 - S_2 S_3 a_c^2)}}{2} \right\} t$$

となり、 $\{ \}$  の中が正となれば ray wave の振幅が増幅されていくことになるから、共鳴波の発生限界は

$$a_c = (\lambda_2 \cdot \lambda_3 / S_2 \cdot S_3)^{1/2} \dots (20)$$

と求まる。この結果を検証するため、先に得た波動エネルギーの時間消散量から計算される  $\lambda$  ( $\lambda = -\dot{E}/2E$ ) を用いて  $a_c$  を見積り、実験値  $a_0$  と図-10 に比較している (なお前章で求めたエネルギー消散率はモード波のそれであるが、本来モード波は ray wave が重ね合わされた波動であり、両者のエネルギー消散率は同一である)。実験的には基本モード波の振幅が定常になり、しかも共鳴波の発生した資料のうち最小の振幅を  $a_0$  としている。結果にばらつきは認められるものの、① 微妙に変化する現象であること、② 基本モード波と共鳴波の混在した波動場であり、計測上にも限界があること、等を考慮すれば、ある程度共鳴波の発生限界が評価されたといえる。

次に、限界振幅  $a_0/h$  と無次元周波数  $\sigma_1/N$  との関係を図-11 に示している。図中、共鳴現象の生起しない資料のうち最大の振幅も載せているが (黒いシンボ

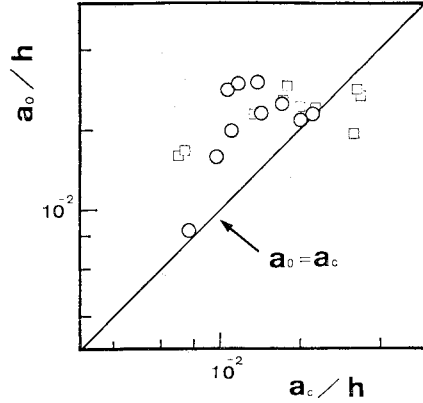


図-10 基本モード波の限界振幅

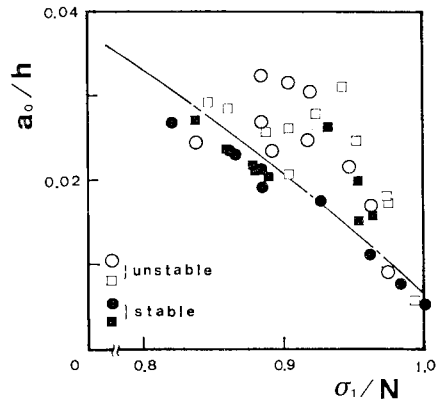


図-11 共鳴波の発生限界 (直線密度場)

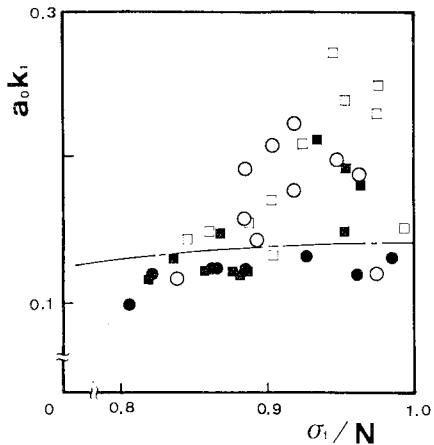


図-12 限界波形勾配と周波数の関係 (直線密度場)

ル)、両者はかなり明瞭に区別され (図中の一点鎖線)、限界振幅は周波数の減少とともに増加する。これは Davis・Acrivos の示唆した結果<sup>9)</sup> と合致する。また、限界振幅は式 (20) からわかるように波数と深くかかわっていることが予想され、波形勾配  $a_0 k_1$  の形でまとめると図-12 となる。限界波形勾配は周波数の増加に伴い若

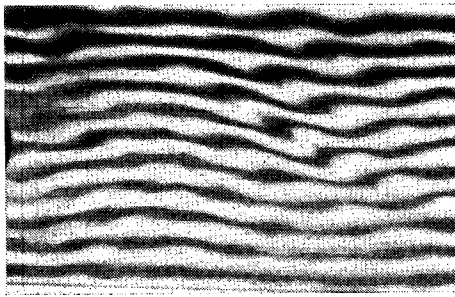


写真-3 共鳴波の砕波形態 (Case 1,  $\sigma/N=0.90$ )

干変化するものの、図-11 を反映してほぼ一定値とみなして差し支えないようである。

(4) 共鳴波の砕波限界

実験を観察する限り、共鳴波が発生すればその発達速度に差こそあれ、必ず砕波にまで至っている。したがって、見方を変えれば共鳴波の発生限界は砕波限界ともみなせるが、ここでは共鳴波そのものの砕波機構・砕波限界条件について調べることにする。

写真-3 は典型的な共鳴波の砕波形態を示したものであり、写真中央部に等密度線の overturn が認められる。本論文において、実験的にはこの overturn をもって砕波と定義する。同写真では写真-2 と同様斜め下方へと ray wave が形成されており、この場合には ray wave の波谷が前方へと巻き込み、波形全体が壊れる砕波形態を呈する。もう少し砕波時の前後を詳しくみると、① ray wave の波速は基本モード波のそれより小さいため基本モード波に追い越され、② 基本モード波の波峰から波谷に向かう間に overturn するケースが多いことに気付く。すなわち、基本モード波の波形、換言すると ray wave の生起している密度場のゆがみが ray wave の砕波を促進しているように見受けられる。このことは、ray wave の水平方向と成す角度が密度場のゆがみだけ減じられ、その分、水平方向の水粒子速度は大きく、また水平方向波速が小さくなることから推量される。

そこで、砕波限界として水平方向水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を考えてみる<sup>15)</sup>。図-13 は砕波時の内部波諸量を波形勾配  $a_2 k_2$  と無次元周波数  $\sigma_2/N$  の関係で示したものである。図中の曲線は、水平方向水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を与え、式(6)を書き直した

$$ak = (\sigma/N) / \{1 - (\sigma/N)^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (21)$$

であり、線形理論ではあるがどの程度実験値を支持するのか、目安として記している。

概して、実験値は理論値を下回っているものの、先の砕波限界条件を否定するものではない。なお、ray wave

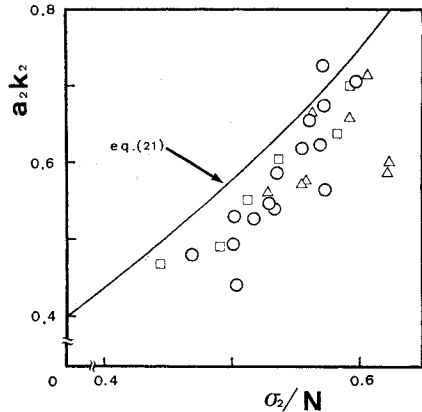


図-13 共鳴波の砕波限界 (直線密度場)

の水粒子運動に基づく  $R_i$  数は2程度であり、せん断不安定の生ずる可能性は少ない。事実、式(21)を使って  $R_i$  数を計算すると  $R_i = 1 + (k/l)^2 > 1.0$  となり<sup>16)</sup>、せん断不安定の発生する以前に、波動としての限界状態に達して砕波することが理解されよう。また、共鳴波の砕波による混合量は、図-3 の実験前、実験後の密度分布にあるように、両者に有意な差は認められず、きわめて少ないことが知れる。

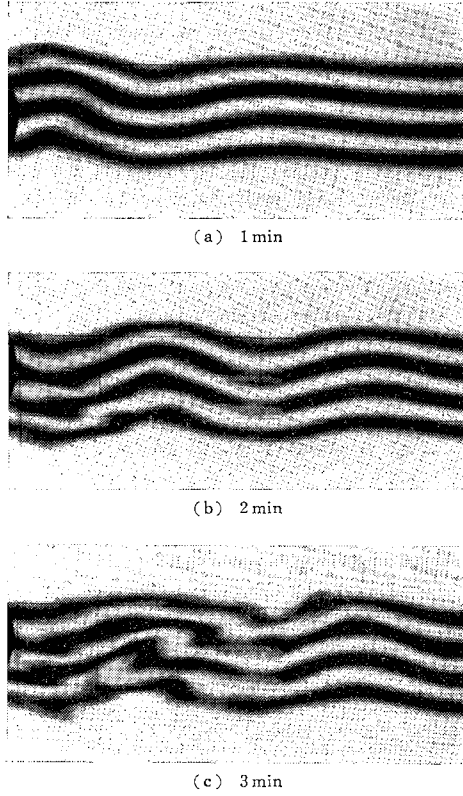
4. 二成層密度場への拡張

躍層規模に比し相対的に外力規模を大きくすること、および先に得た知見のより現実に即した密度場への応用を図るため、密度勾配一定の躍層を有する二成層密度場を作り、前章と同様の実験を行った。実験条件は表-2 に示す4ケース、表中  $\Delta\rho$  は上層と下層の密度差 ( $g/cm^3$ )、 $d$  は躍層厚さ (cm) を表わす。また、全水深は直線密度場と同じ 47 cm で、上層と下層は同水深としている。なお、二成層密度場では基本モードの内部波のみ生起し、3次と5次モードの内部波は観測されていない。

写真-4 は実験開始後1分間隔で躍層付近を中心に撮影した内部波の可視化像である。直線密度場と同様、2分程度で ray wave の発生がみられ、砕波へと発達していく様子が理解される。前章に倣って、ray wave の周波数について実験値と計算値を比較したのが図-14 であり、基本モード波と background noise との非線形

表-2 実験条件 (二成層密度場)

Case	$\Delta\rho$	$d$	$N$	Symbol
5	0.010	20	0.70	○
6	0.010	12	0.92	□
7	0.010	7	1.15	△
8	0.0075	17	0.70	▽



写真—4 ray wave の発生 (Case 8,  $\sigma/N=0.89$ )

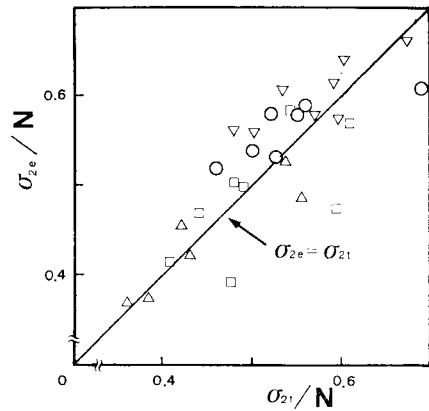
共鳴干渉によって ray wave が励起されていることが再認識される。

次いで、共鳴波の発生限界と共鳴波の砕波限界をそれぞれ 図—15、図—16 にまとめている。発生限界については 1 種類の資料であるが、周波数の減少に伴い境界振幅は増加し、また共鳴波の砕波限界は、水平方向の水粒子速度が水平方向流速と等しくなる条件をほぼ満たしている。以上のように、二成層密度場であっても非線形共鳴干渉により ray wave が発生し、砕波に至ることが明らかにされた。

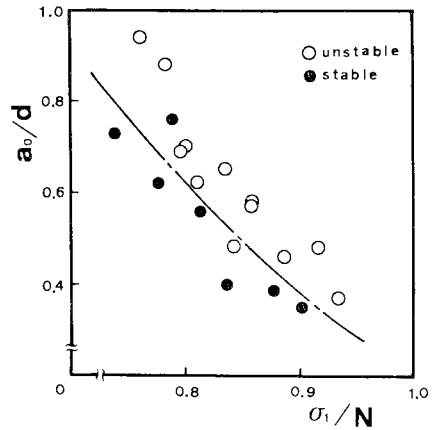
写真—4 からわかるように、共鳴波が砕波しても基本モード波自体の波形に大きなゆがみは認められない。ここで、強調すべき点は、基本モード波の諸量が砕波限界条件を下回っていても不安定現象が生じ、混合現象に寄与する可能性のあることを示唆したことにある。

### 5. 結 論

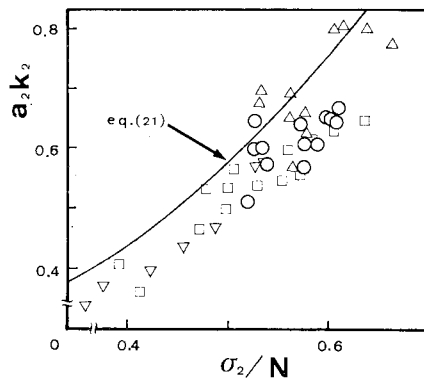
本論文は、全水深にわたって密度勾配一定の直線密度場に内部波を生起させ、直線密度場における内部波の基本特性、ならびに共鳴現象と共鳴波の砕波機構について考察した。さらに、直線密度場で得た知見のより現実に即した密度場への応用を目指して、躍層を有する二成層



図—14 共鳴現象の検証 (二成層密度場)



図—15 共鳴波の発生限界 (二成層密度場)



図—16 共鳴波の砕波限界 (二成層密度場)

密度場へと実験を拡張し、内部波の砕波機構を検討した。

本論文で得られた知見は以下のようにまとめられる。

- (1) 本実験において、外力周波数がブルント・パイサラ振動数付近で基本モードの内部波が、外力周波数の減少とともに、5次モードの内部波が生起する。このう



ち、基本モード波の波形、波速および振幅の距離減衰率について実験値と理論値に満足すべき合致が得られた。

(2) 基本モード波のみ生起する周波数帯で実験を継続すると波束構造を有する ray wave が発生し、しかも ray wave の周波数は基本モード波の周波数より小さいことが見出された。この ray wave の発生機構は、基本モード波と background noise との非線形共鳴干渉によって説明される。さらに、共鳴波の発生限界も振幅方程式を導き、内部波の基本諸量を用いて評価され、若干の実験結果と比較・検討された。

(3) 共鳴波は、振幅の発達とともにについては砕ける。この砕波限界は、水平方向の水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を満たし、線形理論ではあるが式(21)でおおむね評価されることが示された。

(4) 直線密度場で得た知見を検証する意味からも、躍層を有する二成層密度場へと視点を移し、先と同様の実験を行った。その結果、非線形共鳴干渉による共鳴波の発生、発達から砕波に至る過程が可視観測から明らかにされ、不安定現象を励起する要因として共鳴干渉の重要性が再認識された。

特に注目すべき結果は、基本波諸量が砕波限界条件を下回っていても、不安定現象が励起され、混合現象に寄与する可能性のあることを示唆した点にある。

#### 参 考 文 献

- 1) Benjamin, T.B. : Internal waves of finite amplitude and permanent form, *J. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp. 241~270, 1965.
- 2) Delisi, D.P. and I. Orlanski : On the role of density jumps in the reflexion and breaking of internal gravity waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 69, pp. 445~464, 1975.
- 3) たとえば, Oster, G. : Density gradients, *Scientific American*, Vol. 213, pp. 70~76, 1965.
- 4) Thorpe, S.A. : On internal gravity waves in an accelerating shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 88, pp. 623~639, 1978.
- 5) Orlanski, I. : On the breaking of standing internal gravity waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 54, pp. 577~598, 1972.
- 6) Davis, R.E. and A. Acrivos : The stability of oscillatory internal waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 723~736, 1967.
- 7) Martin, S., W. Simmons and C. Wunsch : The excitation of resonant triads by single internal waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 53, pp. 17~44, 1972.
- 8) McEwan, A.D. : Degeneration of resonantly-excited standing internal gravity waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 50, pp. 431~448, 1971.
- 9) 富永 : 海洋波動, 共立出版, pp. 528~536, 1976.
- 10) 石原 : 水工水理学, 丸善, pp. 500~506, 1972.
- 11) 室田・平田・吉田 : 連続密度場における内部重力波の特性について, 第36回土木学会年次学術講演会概要集 II, pp. 436~437, 1981.
- 12) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slope, *J. Fluid Mech.*, Vol. 35, pp. 131~144, 1969.
- 13) Thorpe, S.A. : On the shape of progressive internal waves, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, Vol. 263, pp. 563~614, 1968.
- 14) Phillips, O.M. : The dynamics of the upper ocean, 2nd edition, Cambridge University Press, pp. 217~232, 1977.
- 15) 室田・平田・道奥 : 内部重力波の基本特性と斜面上における砕波現象について, 土木学会論文報告集, 第301号, pp. 61~70, 1980.
- 16) Orlanski, I. and K. Bryan : Formation of the thermocline step structure by large-amplitude internal gravity waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 74, No. 28, pp. 6975~6983, 1969.

(1982.7.20・受付)