土木学会論文報告集
第337号・1983年9月
【論　　文】

道路の最適供給に関する一般均衡論的モデル

GENERAL EQUILIBRIUM MODEL OF OPTIMAL ROAD SUPPLY

近　藤　勝　直*
By Katsunao KONDO

1. はじめに

道路の最適供給量と混雑料金について一般均衡的に論じたものにストロッツ・モデル[1)]がある．本稿では，このモデルを，無料一般道路と有料高速道路が競存するケースへと拡張し，交通工学的な観点を織り混ぜて，両道路の最適供給と料金水準について考察する．モデルのフレームはおおむねストロッツのそれに準じているが，以下の諸点について改良と拡張を試みている．① 交通需要を派生需要として扱う，② タイム・バジェットを導入する，③ 効用関数と混雑関数を特定のタイプに想定するケースについても検討を加える，などである．本稿で提案するモデルは，複数の交通手段が競存するケースへと容易に拡張し得るが，紙数制約のため，機会を改めるものとする．

2. 家計部門モデル

ストロッツ・モデルでは，個人（または家計）の効用水準が，合成された私的財の消費量，自動車による交通回数，その1回当たり走行時間によって影響を受けるとし，前2者はその増大，後1者はその減少がそれぞれ効用水準を高めるものと仮定されている．しかし，一般的に移動そのものが目的とされる一部の交通を除けば，他の大部分の交通は，本源的な需要からの派生需要とみられるゆえ，モデルの適用範囲が限定されるのではないかという疑問が生ずる．非日常的に生起する交通目的には，社交・娯楽・買物・観光などがあるが，そのいずれも交通量としては，交通施設供給や混雑料金の議論をするほどには多くない．結局，日常的に毎日反復的に生起し，かつ移動自体が目的とならない通勤・通学・日常的買物目的などのトリップが，数量的には支配的であることに注意しなければならない．さらに，これらのトリップは，いずれも，その生起時刻・目的地・交通手段選択などにおいて自由度が少なく，そのトリップ回数を増加させることはあまり意味がない．すなわち，それらの交通回数の変更は効用水準の増減とは独立であると考えられる．したがって，以下のモデルでは，家計 i の交通需要 Q_i は，変数としてではなく与件として扱われる．そして，いま簡単のため交通手段としては自家用車だけを考えるものとし，どのトリップもルート選択肢として無料一般道路と有料高速道路に直面しているものとする．また，目的地での駐車コスト，走行コストも両ルートに共通のため考慮に入れない[注1)]．

家計 i の効用水準 u^i は，合成財（合成された私的財）の消費量 x_i と，余暇時間 L_i とから影響を受け，この両者が効用水準を高めるものとする．一方，家計の可処分所得 I_i は合成財消費支出 πx_i（π：合成財1単位の価格）と高速道路料金支出 τT_i（τ：高速道路料金，T_i：高速道路利用回数）にふりむけられる．また，全交通需要は家庭からの往復トリップとして定義している．

さらに可処分時間 K_i なるものを考え，それは余暇時間 L_i，一般道利用時間 lt_i（l：一般道走行時間，t_i：一般道利用回数），高速道利用時間 rT_i（r：高速道走行時間，ただし $l>r$）から構成される．いわゆるタイム・バジェットである．すなわち，効用水準を高めるところの余暇時間のより多い創出のために，応分の料金を支払い高速道路を利用するという行動パターンを想定しているのである．なお，トリップ1回当たりの走行時間 l と r については，価格パラメーター的機能をもたせる．すなわち，トリップメーカーが直面している両ルートの走行時間 l, r は，彼にとっては所与であり，個人が影響を及ぼし得ないものとみなされる．

注 1) 自家用車以外の公共交通手段等が競存するケースについては，本稿で提案したモデルを基本として拡張する形で機会を改めて展開する予定である．

* 正会員　工博　福山大学助教授　工学部土木工学科

そして，いますべての家庭は1点に集中して存在し，目的地もある1点に集中して存在するという設定をしておく．

以上の家計行動のモデルは以下のように定式化される注2)．

$$\text{Max.}\quad u^i = u^i(x_i, L_i) \cdots\cdots (1)$$
$$\text{sub. to}\quad Q_i = t_i + T_i \cdots\cdots (2)$$
$$I_i = \pi x_i + \tau T_i \cdots\cdots (3)$$
$$K_i = L_i + lt_i + rT_i \cdots\cdots (4)$$

式 (2), (3), (4) に対するラグランジェの未定乗数をそれぞれ α, β, γ とし，ラグランジアンを

$$\mathcal{L} = u^i(x_i, L_i) + \alpha(Q_i - t_i - T_i) + \beta(I_i - \pi x_i - \tau T_i) + \gamma(K_i - L_i - lt_i - rT_i)$$

と構成すれば，最大化の1階の条件は

$$\partial\mathcal{L}/\partial x_i = u_x{}^i - \beta\pi = 0 \quad (u_x{}^i = \partial u^i/\partial x_i,\ \text{以下同様})$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial L_i = u_L{}^i - \gamma = 0$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial t_i = -\alpha - \gamma l = 0$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial T_i = -\alpha - \beta\tau - \gamma r = 0$$

であるから，以上の4式から未定乗数を消去すると，最終的に次式が得られる．

$$\frac{u_L{}^i}{u_x{}^i} = \frac{\tau/(l-r)}{\pi} \cdots\cdots (5)$$

すなわち，余暇と合成財についての限界代替率，言い換えると効用水準を一定に保ちつつ余暇時間を合成財に置き換える率（＝余暇時間を1単位増加させるために犠牲にすべき合成財の消費量）が，右辺で表わされるところの，高速道利用に伴って生ずる単位節約時間当たりの道路料金と，合成財1単位の価格との比に一致することを要請しているのである．また，式 (5) 右辺分子はその性格からみて，単位節約時間の金銭的価値に相当する．

以上の最大化問題においては，交通需要の派生需要的性格を明らかにする意味から余暇時間 L_i を明示的に取り扱ったわけであるが，(2), (4) の関係式に注目すると，問題は以下のように，x_i と T_i に関するより簡単な形に変形し得る．式 (2), (4) から t_i を消去すると，L_i は

$$L_i = K_i - lQ_i + (l-r)T_i \cdots\cdots (6)$$

と表わされるので，これを目的関数 u^i に代入してやれば，上記の最大化問題は，制御可能な変数 x_i と T_i に関して

$$\left.\begin{array}{l}\text{Max.}\quad u^i = u^i(x_i, T_i)\\ \text{sub. to}\quad (3)\end{array}\right\} \cdots\cdots (7)$$

と書き直されることになる．この問題の最大化の1階の条件は，整理したのち，次式にまとめられる．

$$u_T{}^i/u_x{}^i = \tau/\pi \cdots\cdots (8)$$

効用水準を一定に保ちつつ，高速道路利用を合成財に置き換える率，すなわち限界代替率が，社会の構成員全員について一律に τ/π なる価格比に等しくなることを要請している．なお，均衡点におけるパラメーターの微小変化を問題にする場合には，式 (1), (7) の効用関数はいずれも2回連続微分可能，かつ強い準凹 (quasi-concave) という条件が局所的に満足されていればよい．

3. 合成財生産部門モデル

合成財生産部門のモデルはストロッツのそれとまったく同じであり，行動原理として利潤極大化を仮定する．

生産関数（需給均衡式）を

$$X = f(E_0),\ f\ \text{は凹関数} \cdots\cdots (9)$$

とする．ここに $X(=\sum x_i)$ は合成財生産量，E_0 は投入資源量（ここでは労働投入量に限定）である．資源1単位の価格を w とすると，生産部門の利潤は

$$\Pi = \pi X - wE_0 = \pi f(E_0) - wE_0 \cdots\cdots (10)$$

と表わせるから，利潤極大化条件 $d\Pi/dE_0 = 0$ より，周知の生産効率条件

$$f' = w/\pi \cdots\cdots (11)$$

を得る．

4. 政府部門モデル

政府は家計から徴収する税と高速道路の料金収入を財源とし，必要な資源（＝労働）を購入し，道路サービスのみを生産する主体としよう．政府の目的関数はストロッツと同じく社会的厚生関数

$$W = \sum \lambda^i u^i \quad (\lambda^i: \text{個人のウェイト}) \cdots\cdots (12)$$

を最大化するような道路供給を行うものとする．政府の行動原理としては，上記のような社会的厚生関数最大化のほかに，社会的余剰最大化の観点[2]もある．後者の場合，道路の需要関数ないし逆需要関数の存在が前提となることに加え，目的関数が異なるので，経済厚生上の含意が前者のそれとは異なってくることはいうまでもない．

さて $\sum \lambda^i u^i$ を最大化することと，他の人びとの効用

注 2) トリップ回数 Q_i, t_i, T_i などは本来整数として扱うべきであるが，いま，効用指標ならびに制約条件の定義期間としては1日ではなく，1か月ないし1年間程度を想定してモデルを展開しているので，必ずしも整数ということにこだわる必要はなく，連続量として取り扱っても支障はないと思われる．

また，可処分所得は合成財と交通に支出されると仮定している点については，通勤交通費はわが国では勤務先から支給されるという特殊事情が形式的には存在するが，実質的には，通勤交通費は可処分所得的な意味をもった使われ方をされている面も多くあり，かつ通学交通や買物交通にかかる費用は可処分所得から支出されているので，式(3)のような表現となっている．

水準を一定に保ちつつ第 i 個人の効用水準を最大化すること，すなわち

$$\text{Max. } \{u^i\} \text{ sub. to } u^j=\bar{u}^j(\text{const.}) \text{ for } j \neq i$$
$$=\text{Max. } \{u^i+\sum_{j\neq i}\lambda^j(u^j-\bar{u}^j)\}$$

（λ^j：ラグランジェの未定乗数）

という最大化問題とは手法的に等価であることから，この場合に導かれる最適条件は，社会的な資源のパレート的効率配分の条件となっている．

政府は，一般道路に E_1，高速道路に E_2 なる資源を投入し，次のような混雑関数で定義されるところの2種類の走行時間を“生産”（交通工学的には「制御」）することになる．

$$l=g(\sum t_i, E_1) \text{ ただし } g_{\sum t}>0,\ g_{E_1}<0 \quad\cdots(13)$$
$$r=h(\sum T_i, E_2) \text{ ただし } h_{\sum T}>0,\ h_{E_2}<0 \quad\cdots(14)$$

ここに $\sum t_i$, $\sum T_i$ は各道路の全交通量である．この混雑関数（交通工学的には走行時間関数）は，走行時間が交通量の増加につれ，資源投入量の減少につれ（幅員が減少することによる容量低下を介して），増大するという現象を勘案している．

一方，社会に存在する総資源量を R とすると，それは合成財生産部門と政府部門で使用される合計に等しいから

$$E_0+E_1+E_2=R \quad\cdots(15)$$

が成立する．もし資源を労働とみる場合には完全雇用の仮定に等しい．式 (15) を勘案すると，先述の合成財の需給均衡式，すなわち式 (9) は次のように書き直される．

$$\sum x_i=f(R-E_1-E_2) \quad\cdots(16)$$

以上の式 (13)，(14)，(16) を制約条件として，式 (12) の社会的厚生関数を最大化するのが政府の問題である．なお，式 (12) に現われる家計の効用関数は式 (7) のものを用いるのであるが，いまや走行時間 l, r が変数として扱われるのであるから，この2変数を明示化して，効用関数は

$$u^i=u^i(x_i, T_i, l, r) \quad\cdots(17)$$

と記述されることになる．

政府の最大化問題のラグランジアンは，式 (13)，(14)，(16) に対する未定乗数を $\delta, \theta_1, \theta_2$ として

$$\mathcal{L}=\sum\lambda^i u^i(x_i, T_i, l, r)+\delta\{\sum x_i-f(R-E_1-E_2)\}$$
$$+\theta_1\{l-g(\sum t_i, E_1)\}+\theta_2\{r-h(\sum T_i, E_2)\}$$

と構成されるから，最大化の1階の条件は

$$\partial\mathcal{L}/\partial x_i=\lambda^i u_x{}^i+\delta=0 \quad\cdots(18)$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial T_i=\lambda^i u_T{}^i+\theta_1 g_{\sum t}-\theta_2 h_{\sum T}=0 \quad\cdots(19)$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial l=\lambda^i u_l{}^i+\theta_1=0 \quad\cdots(20)$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial r=\lambda^i u_r{}^i+\theta_2=0 \quad\cdots(21)$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial E_1=\delta f'-\theta_1 g_{E_1}=0 \quad\cdots(22)$$
$$\partial\mathcal{L}/\partial E_2=\delta f'-\theta_2 h_{E_2}=0 \quad\cdots(23)$$

と得られる．まず式 (20)～(23) より $\lambda^i, \theta_1, \theta_2, \delta$ を消去すると

$$u_l{}^i/u_r{}^i=h_{E_2}/g_{E_1} \quad\cdots(24)$$

を得，次いで式 (18)，(19)，(22)，(23) より，同じく

$$\frac{u_T{}^i}{u_x{}^i}=\left(\frac{g_{\sum t}}{g_{E_1}}-\frac{h_{\sum T}}{h_{E_2}}\right)f' \quad\cdots(25)$$

を得る．先述の合成財生産部門の生産効率条件式 (11) より $f'=w/\pi$ を式 (25) 右辺に代入し，さらに同じく，先述の家計部門の主体的均衡の条件式 (8) より $u_T{}^i/u_x{}^i=\tau/\pi$ なる値を式 (25) 左辺と置換すれば次式を得る．

$$\left(\frac{g_{\sum t}}{g_{E_1}}-\frac{h_{\sum T}}{h_{E_2}}\right)w=\tau \quad\cdots(26)$$

合成財市場，言い換えると通常の私的消費財の市場において完全競争均衡が達成されているときにのみ，式 (26) が意味をもつのであり，もし現実がそれに近似し得るならば，式 (26) 左辺を構成する諸量を現実世界のデータから決定し，資源価格 w を所与として，最適道路料金 τ を計算することができることになる．

式 (26) 左辺括弧内は，一般道路の交通量と資源投入量の間の限界代替率と，高速道路のそれとの差を表わしている．すなわち，$g_{\sum t}/g_{E_1}$ ないし $h_{\sum T}/h_{E_2}$ は，それぞれ，走行時間を一定に保つため，言い換えると，交通量の単位量増加に伴う走行時間の増分を相殺するのに必要な，追加的な資源の投入量を表わしている．したがって左辺全体としては，両道路の走行時間を一定の (l, r) 水準に保つために必要な，追加的な投資額の差を表わしており，これに等しく高速道路料金を設定せよというのが，式 (26) のもっている意味である．交通経済学でいうところの限界費用価格形成原理（Marginal-Cost Pricing Principle）に相当する．

5．政府の収支バランス

上記政府部門モデルにおける収支バランスを検討してみよう．政府の収入は，いま企業からの税収を考えていないゆえ，家計からの税収合計と高速道路の料金収入総額の合計である．いま家計 i が政府に支払う税を H_i，家計 i の保有する資源量を R_i とすると，家計 i の所得 wR_i から税を差し引いた残りが可処分所得 I_i となる．すなわち

$$I_i=wR_i-H_i \quad\cdots(27)$$

の関係が成立している．家計はその保有する資源（＝労働）R_i を提供して，その対価として wR_i なる所得を得ているのである．資源を労働とみる場合には w は賃金率に相当する．

したがって，政府の収入は $\sum H_i+\tau\sum T_i$ となる．一

方，政府の支出は $w(E_1+E_2)$ である．ゆえに均衡財政下では収入＝支出の関係，すなわち

$$\sum H_i+\tau\sum T_i=w(E_1+E_2) \quad\cdots\cdots(28)$$

が成立していなければならない．そこで式（28）が成立するか否かを検討してみよう．

先述の式（15）より次式が成立する．

$$E_1+E_2=R-E_0=\sum R_i-E_0 \quad\cdots\cdots(29)$$

さらに式（3），（27）より

$$R_i=(\tau T_i+\pi x_i+H_i)/w$$

を得て，これを式（29）に代入し，若干の整理をすると

$$w(E_1+E_2)=\sum H_i+\tau\sum T_i+(\pi\sum x_i-wE_0) \quad\cdots\cdots(30)$$

が導かれる．ところが，右辺第3項の括弧内は合成財生産部門の超過利潤を表わしており，これは仮定によりゼロである．これは，合成財市場において完全競争の条件が満足されているときにのみ成立する[3]．したがって，式（28）が成立することになる．すなわち政府部門は均衡財政である．この性質は一般均衡理論においてワルラス法則とよばれている有名な法則にほかならない．n 部門から成る経済において，$(n-1)$ 部門において均衡が成立すれば，残る1部門においても自動的に均衡が成立するという法則である[4]．

6．効用関数の特定化

以上の分析においては，効用関数と混雑関数（＝走行時間関数）の形については検討してこなかった．そこで本節と次節ではこれら2つの関数に対し特定の関数形を想定することにより，モデルから導かれる結論を吟味することにしよう．

ところで，交通決定問題に対し効用関数を適用する場合，Beckmann などによって繰り返し主張されているように，CES 関数（Constant Elasticity of Substitution Function）が有効である．Beckmann, Golob (1971) は CES 関数を用いた効用理論から，重力モデルを導出するという重要な貢献を残しているし[5]，最近でも Golob, Beckmann, Zahavi (1981) による実際的な研究がある[6]．CES 関数は加法性で特徴づけられ，一般的には，効用関数を構成する変量を $x_1, x_2, \cdots$ とするとき

$$u=u(x_1, x_2, \cdots)=\phi_1(x_1)+\phi_2(x_2)+\cdots \quad\cdots\cdots(31)$$

と表わされる．ϕ としては対数がよく用いられる．

ここでは，効用関数として次のようなコブ＝ダグラス型1次同次関数を想定してみよう．この関数は両辺の対数をとれば線形結合に変換し得るから，CES 関数の1つなのである（なお簡単のため以下では個人の添字を省略している）．

$$u=x^{\alpha}L^{1-\alpha}\quad(1>\alpha>0) \quad\cdots\cdots(32)$$

ラグランジアンを

$$\mathcal{L}=u+\beta(Q-t-T)+\gamma(I-\tau T-\pi x)+\delta(K-L-lt-rT)$$

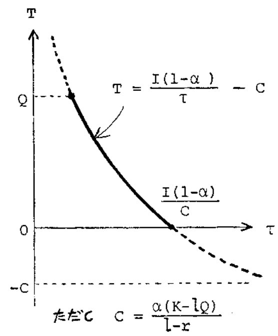
とし，1階の最適条件を導くと，変数 t, T, x, L に関する以下の4本の方程式を得る．

$$Q=t+T,$$
$$I=\tau T+\pi x,$$
$$K=L+lt+rT,$$
$$0=x-\theta L \quad ただし\quad \theta=\frac{\tau\alpha}{\pi(l-r)(1-\alpha)}.$$

この連立1次方程式の解は，たとえば高速道路利用回数 T については

$$T=\frac{I(1-\alpha)}{\tau}-\frac{\alpha(K-lQ)}{l-r} \quad\cdots\cdots(33)$$

と求められる．高速道路利用回数は，可処分所得 I の増加，道路料金 τ の下落，一般道路との走行時間差 $l-r$ の増大などに伴って増加するというきわめて合理的な解となっている．式（33）を需要曲線として描けば，図―1 のように直角双曲線の一部分として表現されることになる．このような個人の需要曲線を，社会の構成員全員について集計すれば，高速道路に対する社会の需要曲線が構成される．集計化にはいくつかの方法があり得るが，特定の OD ペアに対しては (τ, l, r) を所与とできるので，(I, K, Q) の分布関数が知れれば集計可能となるであろう．ただ式（33）から通常の意味での高速道路への転換率を導くことは容易ではない．なぜなら，転換率は T/Q で定義されるが，式（33）右辺から明らかなように Q が消去できない．すなわち，家計の交通需要 Q に依存した形をとるためである．このことは，通常の転換率の適用にあたっては交通需要量の異なる家計を同列に扱い得ないことを示唆しているのである．

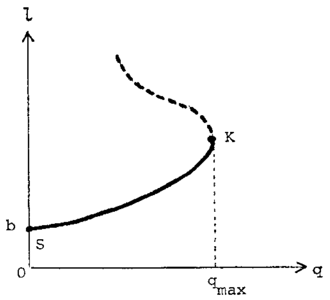


図―1 高速道路の需要曲線（個人の場合）

7．混雑関数の特定化

交通工学において通常用いられるところの走行時間と交通量の関係は図―2 のように描くことができる．ここで，走行時間 l は特定のリンクを定常走行した場合の所要時間，交通量 q は当該リンクの単位時間当たり通過交通量（台/時 または 台/日）である．$q_{\max}$ は当該リンクの交通容量であり，単位時間内に流し得る最大の交通量である．交通量がしだいに増加してくると，単位時間内

にリンクを通過してゆく台数は増加し，同時にリンク通過に要する時間もしだいに増大してゆく．この現象は図の実線部分 $\widehat{SK}$ において見受けられる．通過交通量がさらに増加し，当該リンクで流し得る最大の値，すなわち容量に達すると，これ以上の通過台数をさばくことができなくなる．ところが，リンクに入ろうとする車がなおも増え続けるとすると，車頭間隔がつまってくるので，刻々においてリンク上に存在する全台数は増大してゆくものの，単位時間当たりの通過台数の方は，走行速度が低下してくることにより，逆に減少に転ずることになる．この現象が図の破線部分に相当する．通常，後方反転（backward bending）とよばれている現象である．なおも交通が増えてくると，渋滞し，ついには数珠つなぎの停滞に至ることになる．このとき，単位時間当たりの通過台数は0に近づくと同時に，走行時間は無限大に向かって立ち上がることになろう．しかし通常の自然渋滞は延々と続くことはなく，一定時間後に解消してゆくので，破線部分の大半は観測し得ない．



図—2 リンクの走行時間-交通量の関係

交通量配分（Route Assignment）において通常用いられるのは，この曲線のうち実線部分 $\widehat{SK}$ であり，容量以下で道路交通を流すという道路計画の趣旨に基づいている．この $\widehat{SK}$ 部分に対し高次の曲線を想定することもあるが，一般には $\widehat{SK}$ 部分を線形近似したところの

$$l=aq+b \quad \cdots\cdots(34)$$

という交通量に関する線形の走行時間関数がよく用いられる．ここに b は交通量 $q=0$ のときの当該リンクの走行時間，a は道路の規格を表現するパラメーターであり，主として幅員ないし車線数から決まってくるものである．したがって，当該リンクに追加的な投資を行う場合，b を不変と仮定すれば，投資による効果はパラメーター a に反映されることになる．すなわち，拡幅ないし車線数増加という形で投資額が具体化されるのであるから，パラメーター a は，通常の都市域にあっては，規模の不経済性が働くものとすれば，投資額の減少関数として設定することが考えられる．

そこで，いま走行時間関数として，次のような“一種の”零次同次関数を想定してみる．

$$l=g(\sum t,\ E_1)=a_1\sum t/E_1+b_1 \quad \cdots\cdots(35)$$

$$r=h(\sum T,\ E_2)=a_2\sum T/E_2+b_2 \quad \cdots\cdots(36)$$

ただし $a_1<a_2,\ b_1>b_2$.

このとき式（26）は

$$\tau=w\left(\frac{g_{\Sigma t}}{g_{E_1}}-\frac{h_{\Sigma T}}{h_{E_2}}\right)$$
$$=w\left(\frac{a_1/E_1}{-a_1\sum t/E_1^2}-\frac{a_2/E_2}{-a_2\sum T/E_2^2}\right)$$
$$=\frac{wE_2}{\sum T}-\frac{wE_1}{\sum t} \quad \cdots\cdots(37)$$

となる．すなわち，高速道路の利用車1台当たりの投資額と，一般道路の利用車1台当たりの投資額の差に等しく料金を設定すべしという，きわめて明解な結論が導かれたことになる．この場合は平均費用価格づけ（Average-Cost Pricing あるいは Full-Cost Pricing）とよばれているものに対応していることになる．

より一般的には a，b をともに資源投入量の関数として

$$l=a_1(E_1)\cdot\sum t+b_1(E_1)$$
$$r=a_2(E_1)\cdot\sum T+b_2(E_2)$$

と書けば

$$\tau=w\left(\frac{a_1}{a_1'\sum t+b_1'}-\frac{a_2}{a_2'\sum T+b_2'}\right)$$

となる．

8. 特定の関数を用いる場合の一般均衡解

ここでの問題は **4.** で展開した政府部門モデルを特定の効用関数と混雑関数のもとで解くことである．効用関数を **6.** 同様コブ=ダグラス型に想定し，混雑関数を **7.** の式（35），（36）に想定するケースについて求解してみる．家計部門の主体的均衡解はすでに **6.** で導出済みであるので，ここでの関心は政府の道路投資 E_1，E_2 の決定にある．

いま家計の効用関数は

$$u^i=x_i^{\alpha}L_i^{1-\alpha}=x_i^{\alpha}\{K_i-lQ_i+(l-r)T_i\}^{1-\alpha}$$

であるから，まず式（24）左辺は上の効用関数を用いて

$$\frac{u_l^i}{u_r^i}=\frac{Q_i-T_i}{T_i}=\frac{t_i}{T_i} \quad \cdots\cdots(38)$$

と求められる．同じく式（24）右辺は式（35），（36）を用いて

$$\frac{h_{E_2}}{g_{E_1}}=\frac{a_2\sum T/E_2^2}{a_1\sum t/E_1^2} \quad \cdots\cdots(39)$$

と求められる．結局式（38），（39）より

$$\frac{t_i}{T_i}=\frac{a_2\sum T/E_2^2}{a_1\sum t/E_1^2} \quad \cdots\cdots(40)$$

が成立することになるが，式（40）は「加比の理」を用いてさらに

$$\frac{\sum t_i}{\sum T_i}=\frac{a_2\sum T_i/E_2^2}{a_1\sum t_i/E_1^2} \quad \cdots\cdots(41)$$

と書き直すことができる．式（41）はさらに

$$a_1(\sum t/E_1)^2=a_2(\sum T/E_2)^2$$

となるが，両辺の括弧内はそれぞれ正であるから，結局

$$\sqrt{a_1}(E_2/\sum T)=\sqrt{a_2}(E_1/\sum t) \quad\cdots\cdots(42)$$

を得る．式 (42) と式 (37) とから

$$E_1/\sum t=\frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}\cdot\frac{\tau}{w} \quad\cdots\cdots(43)$$

$$E_2/\sum T=\frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1}}\cdot\frac{\tau}{w} \quad\cdots\cdots(44)$$

が得られる．

さらに，政府が一定にすべき一般道時間 l と高速道時間 r の値が設定されれば，それを用いて家計部門の道路別交通需要が式 (33) などによって定まるから，それらを集計したのちに再度式 (43)，(44) に代入してやれば，両道路への投資 E_1, E_2 を最終的に決定することができる．結果だけを示すと以下のようである．

$$l=\sqrt{a_1}(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w/\tau+b_1 \quad\cdots\cdots(45)$$

$$r=\sqrt{a_2}(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w/\tau+b_2 \quad\cdots\cdots(46)$$

式 (33) より

$$T_i=\frac{1-\alpha}{\tau}I_i-\frac{\alpha}{l-r}K_i+\frac{\alpha l}{l-r}Q_i$$

が成立しているから，

$$\left.\begin{aligned}&\sum T_i=\frac{1-\alpha}{\tau}\sum I_i-\frac{\alpha}{l-r}\sum K_i+\frac{\alpha l}{l-r}\sum Q_i\\&\sum t_i=\sum Q_i-\sum T_i\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(47)$$

したがって式 (44)，(43) より

$$\begin{aligned}E_2&=\frac{\sqrt{a_2}\tau}{(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w}\sum T_i\\&=\frac{\sqrt{a_2}\tau}{(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w}\left(\frac{1-\alpha}{\tau}\sum I_i-\frac{\alpha}{l-r}\sum K_i\right.\\&\qquad\left.+\frac{\alpha l}{l-r}\sum Q_i\right) \quad\cdots\cdots(48)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E_1&=\frac{\sqrt{a_1}\tau}{(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w}\sum t_i\\&=\frac{\sqrt{a_1}\tau}{(\sqrt{a_2}-\sqrt{a_1})w}\left(-\frac{1-\alpha}{\tau}\sum I_i+\frac{\alpha}{l-r}\sum K_i\right.\\&\qquad\left.+\frac{l-\alpha l-r}{l-r}\sum Q_i\right) \quad\cdots\cdots(49)\end{aligned}$$

式 (47) からわかるように，高速道の交通需要は，可処分所得合計と全交通需要の増加につれて増大し，可処分時間合計が増せば減少するという性格をもつ．したがって，高速道の交通需要に比例して高速道路投資額を増すべきことを式 (48) は教えている．

9. おわりに

本稿では，ストロッツの提案した1本の道路の最適供給と混雑料金に関する一般均衡モデルを，一般道路と高速道路が競存するケースへと拡張する1つの試論を展開した．交通工学的な知見を織り混ぜてモデルが構成されたが，まだ幾多の抽象ならびに割愛が存在するので，今後実証可能な形態への変身を目指して改良を重ねてゆきたい．

なお，本モデルの今後の可能な拡張として以下の諸点が挙げられるであろう．

（1） 交通手段を自動車に限定せず，複数の交通手段が競存する場合の最適 modal mix 問題[7] へと拡張することが考えられる．この場合には，今回考慮しなかった走行コストやマストラの混雑関数を導入して，一般均衡的総合交通バランスが論じられることになろう．

（2） 本モデルでは，簡単のため，企業活動に伴う業務交通を無視したが，現実には昼間の交通量の大半を占める業務交通を内包するモデルへと発展させる必要がある．

（3） 本モデルでは交通需要を与件とし，かつホーム・ベースのものに限定したが，(1) とも関連して，世帯構成員の行動パターンならびにその連携プレイを説明するサブ・モデルを作成し，それと本モデルをドッキングすることが考えられる．昨今注目をあびている行動パターンモデル[8] の分野との連携が強く望まれる新しい研究テーマである．

参考文献

1) Strotz, R.H. : Urban Transportation Parables, in Margolis J. ed., *The Public Economy of Urban Communities*, The Johns Hopkins Press, 1965.

2) 山田浩之：都市高速道路の最適規模と料金水準，高速道路と自動車，No. 9, 1968 年9月.

3) 今井賢一，ほか：価格理論 I，岩波書店，p. 168, 1971 年.

4) Henderson, J.M. and R.E. Quandt : *Microeconomic Theory : A Mathematical Approach, Third Edition*, McGraw-Hill, pp. 235〜236, 1980.

5) Beckmann, M.J. and T.F. Golob : A Critique of Entropy and Gravity in Travel Forecasting, in Newell G.F. ed., *Traffic Flow and Transportation*, American Elsevier, New York, 1972.

6) Golob, T.F., et al. : A Utility-Theory Travel Demand Model Incorporating Travel Budgets, *Transpn. Res.*, **15 B-6** 1981.

7) Goodwin, P.B. : Travel by a Combination of Modes, in Buckley D.J. ed., *Transportation and Traffic Theory*, A.H. & A.W. REED, 1974.

8) 当分野の内外の文献をレビューしたものとしては 拙稿：交通需要分析とアクティビティ・アプローチ，六甲台論集，神戸大学，第 28 巻，第2号，1981 年7月．新しい方法論については 拙稿：交通需要分析の新展開，交通学研究・1981 年研究年報，日本交通学会，1982 年4月．Adler, T. and M. Ben-Akiva : A Theoretical and Empirical Model of Trip chaining Behavior, *Transpn. Res.*, **13 B-3**, 1979. Jones, P.M. : The Practical Application of Activity-Based Approaches in Transport Planning, *Proc. of the Intl. Conf. on Travel Demand Analysis : Activity-Based and Other New Approaches*, TSU Oxford, July 9〜11, 1981.

(1982.4.15・受付)