

## ボックスモデルを用いた水質予測方式に関する研究

## STUDY ON WATER QUALITY PREDICTION BY BOX MODEL

村岡浩爾\*・福島武彦\*\*

By Kohji MURAOKA and Takehiko FUKUSHIMA

## 1. 緒 論

湖沼、内湾等の閉鎖性の強い水域においては周辺地域の人口増加、産業活動の活発化に伴い流入汚濁物質量が増加し、このため水質の悪化が激しくなっている。特に霞ヶ浦、諏訪湖など水深の浅い湖沼では藍藻類の大発生、東京湾などの内湾では赤潮に代表されるような富栄養化現象が進み、水源あるいはレクリエーションの場としての価値の低下が目立っている。このため流入汚濁物質量の削減など種々の対策が講じられようとしているが、このとき各種対策案の効果を予測する水質予測モデルが必要となる。すなわち水域の水質管理、水質の長期予測に適合したモデル化方式の確立が重要な課題となっている。

水質予測モデルには各種の方式が提案され、実水域に適用された例も多い。モデルにおける変数の空間分布表現方法で整理するならば、任意空間の平均化により集中定数化を行うボックスモデル<sup>1)</sup>、空間偏微分を差分法、有限要素法等の離散化手法を用いて処理するモデル<sup>2)</sup>、あるいは定常状態を仮定し空間方向の常微分方程式を解くモデルなどが挙げられよう<sup>3)</sup>。さらに変数の変化する空間次元から水平・鉛直一次元、水平二次元、三次元モデルのような分類も可能である。それぞれのモデル化方法はその特性により長所、短所を有するが、この中でボックスモデルは一般に空間代表点の数が少なく、多種の水質項目の長期予測、諸係数、入力データの空間分布特性の把握、横流入等の境界条件の処理の簡便さなどの観点から利用されることが多く、今後も有力な水質モデル化手法と考えられる。しかし同時にその空間平均化方式による誤差が大きい手法といえる。

以上の観点を考慮し、ここではボックスモデルを用い

る水質予測方法を取り上げ、その問題点を基本モデル湖で明らかにし、それをふまえて実際の水域に適用を行う際の方法論を確立することを目的とした。またその方法論を霞ヶ浦（西浦）に適用した結果もあわせて報告する。なおここでは霞ヶ浦等の浅い湖沼に対する適用を目的としたため鉛直方向に平均化した量を扱う水平ボックスモデルを考案対象としたが、鉛直方向にボックス化を行う多層モデルにおいても、横流入流出のウェイトが大きい点等を考慮すれば同様な理論的検討は可能と考えられる。

## 2. ボックスモデルを用いた水質予測方式の検討

## (1) 基本方程式

水域における水理、水質の基礎方程式は連続式、運動量方程式、物質保存式であるが、そのうち連続式、物質保存式は以下のとおりである。なおここで対象とする水質とは湖沼、内湾での水環境を想起し、理化学項目としては金属イオン濃度、電気伝導度、水質汚濁関連項目としては懸濁態物質量、BOD、COD、富栄養化関連項目としては各種栄養塩濃度、生物量等を念頭に置いている。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \dots\dots\dots (1) \\ \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + (w - w_p) \frac{\partial C}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_L \frac{\partial C}{\partial y} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_Z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + (g_1 - g_2) C \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 $x, y$  は水平座標軸、 $z$  は鉛直座標軸、 $u, v, w$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の平均流速成分、 $C$  は物質濃度、 $D_L$  は水平、 $D_Z$  は鉛直渦動拡散係数、 $w_p$  は沈降速度である。また  $g_1, g_2$  はそれぞれ物質の増加、減少速

\* 正会員 工博 国立公害研究所水質土壌環境部室長

\*\* 正会員 工修 国立公害研究所水質土壌環境部研究員

度係数であり、 $C$ 等の関数として与えられる。

式(1),(2)ならびに運動量方程式を与えられた境界条件,初期条件のもとに長期にわたり解を求めることは実水域では難しい。このため以上の方程式を水域の特性,予測の時間スケールを考慮して簡易化する必要がある。すなわち,ここでは水深の浅い水域,水質の季節変動程度の長周期変動予測を対象としているので,以下のような条件を考える。

a) 鉛直混合の時間スケールが水平混合のそれと比べ圧倒的に小さくなり鉛直一層化が可能となる水域を対象とする。

b)  $w_p$  による沈降現象が鉛直混合に比べ小さい水質を対象とする。すなわち沈降現象により生じる物質の鉛直濃度分布の変化は小さいと仮定する。

c) 流動に起因する水面勾配による水位変化量は水深に比べさらに小さいとする。

d) 水域に生じる長波振動たとえばセイシュの周期は水質変動時間スケールに比べ短いものとする。c),d)より水位変化は全水域で一定とみなすことができる。

e) 水質変動時間スケール程度の時間平均化を行うため,式(2)中の  $u, v$  は流入河川水量による押し出し流れ,恒流等により表わされ,吹送流,潮流等の短い時間変動を有する現象は一種の乱れとして  $D_L$  により表現される。

以上の条件 a)~d) を式で表わせれば式(3)~(7)となる。

$$a) L^2/D_L \gg H^2/D_z \dots\dots\dots(3)$$

$$b) H/w_p \gg H^2/D_z \dots\dots\dots(4)$$

$$c) H/L \gg \tau_{wind}/\rho g H \dots\dots\dots(5)$$

$$H/L \gg \tau_b/\rho g H \approx (Q/A_L)^2 n^2 / H^{4/3} \dots\dots\dots(6)$$

$$d) 1/g_1, 1/g_2 \gg 2L/\sqrt{gH} \dots\dots\dots(7)$$

ここに  $L, H, A_L$  は水域の水平,鉛直,流軸直角方向の断面積の代表スケール,  $\rho$  は水の密度,  $g$  は重力加速度,  $\tau_{wind}, \tau_b$  は風による水面せん断力,流れによる底面せん断力の大きさ,  $Q$  は流入水量,  $n$  はマニング粗度係数である。式(3),(4),(7)は各種現象の時間スケールの比として与えられ,式(5),(6)は風,流れによる水位変化量を水深と比較したものである。これらの条件はここで念頭に置いた水質ならびに霞ヶ浦等の水域で十分に満足されることが確認されている。なお以上の条件により特に流入流出軸方向の水平次元モデルの場合,運動量方程式は  $D_L$  等の決定を除き不要となる。

この結果式(1),(2)を全水深にわたり積分することにより鉛直平均水質濃度  $\bar{C}$  に関する方程式が得られる。 $w_p$  による底面へのフラックスは  $g_1, g_2$  とあわせて,新たな係数  $k$  を用いて以下のような変化項にまとめられる。

$$\{(g_1 - g_2) - w_p/H\} \bar{C} = -k \bar{C} \dots\dots\dots(8)$$

鉛直平均量に関する方程式を任意の水平空間に關し積分して,その未知量,フラックスを空間平均値で表現できればボックスモデルが完成する。一般にボックス分割は水平二次元的に行うことが可能である。しかし水域の形状あるいは流入,流出河川の位置が特殊な場合を除くと,水域における水質の空間的变化はおもに流入流下軸方向に生じる。さらにボックスモデルとは可能な限り少ないボックス数で水域の水質変化の特性を表現しようとするモデル化であることを考慮して,ここでは主たる流入河川の流下軸に沿うような次元モデルを対象とすることにする。上述のような次元化は横断方向の混合時間スケールが対象とする時間スケールならびに次元軸方向の混合時間スケールに比べ短い場合に成立するが,このような仮定の成り立たない場合には後の霞ヶ浦への適用例で用いる分岐等の水域分割を考えなくてはならない。式(1),(2)はまず次元移流分散方程式として次のように書きかえることができる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(A\bar{u})}{\partial x} = q_{in} \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\partial(A\bar{C})}{\partial t} + \frac{\partial(A\bar{u}\bar{C})}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AE_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) - kA\bar{C} + q_{in}\bar{C}_{in} \dots\dots\dots(10)$$

ここに  $A$  は流軸方向の断面積,  $\bar{u}(\geq 0)$ ,  $\bar{C}$  は断面平均流速と断面平均濃度,  $q_{in}$  は単位長さ当たりの横流入量,  $C_{in}$  はその濃度,  $E_x$  は次元化による移流分散係数である。いま図-1に示すように水域を  $N$  分割するモデルを考える。式(9),(10)を  $i$  番目のボックスの両端  $x=x_j, x_{j+1}$  ( $j=i-1/2$ ) の区間で積分すればボックス平均濃度  $\hat{C}_i$  に関する方程式となるが,式(10)中の移流項,分散項は  $x=x_j, x_{j+1}$  でのフラックスの形のままである。すなわちこの二項を  $\hat{C}_i$  を用いて表現するためには  $\bar{C}$  の  $x$  方向変化特性に関する情報が必要となる。しかし  $\bar{C}$  の変化は式(10)の解であり,移流項と分散項の比,  $k$  の大きさ,流入条件により当然変化する。このため移流,分散フラックスを  $\hat{C}_i$  を用いて表現するために以下の方式を用いることにする。すなわち移流現象あるいは分散現象が卓越する場合に,それぞれのフラックスが  $\hat{C}_i$  を用いて正しく表現されるように両フラックスの表式を選ぶことを必要条件と考え,このよう

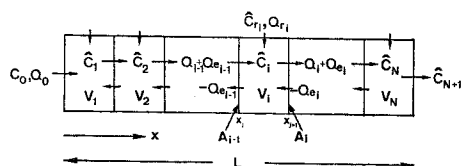


図-1 ボックス分割諸元

な条件のもとで表式を決定することにする。移流現象と分散現象が同程度に存在する場合、変化項が存在する場合等においては  $\hat{C}_i$  を用いて表現された移流、分散フラックスは式 (10) におけるそれぞれのフラックスと一致しないが、この問題は後に詳述するようにボックスモデルの解と式 (10) の解の比較すなわち誤差の問題として取り扱う。

まず移流フラックス  $(A\bar{u}\bar{C})_{x_j}$  等を考える。( )<sub>a</sub> は  $x=a$  における値を示す。ボックス間断面における流量すなわち  $(A\bar{u})_{x_j}$  は式 (9) を解くことにより得られる。問題は  $(\bar{C})_{x_j}$  を  $\hat{C}_i$  等を用いてどのような形で表現するかであるが、移流フラックスのみ存在の条件だけでは定まらない。このためここでは横流入による濃度変化を適切に表現することならびに一般的に使用されていることを考慮して、以下のように  $(d\bar{C}/dx)_{x_j}$  の表現に対して後退差分的表現  $((d\bar{C}/dx)_{x_j}$  を  $(\bar{C})_{x_j} - (\bar{C})_{x_{j-1}} / (x_j - x_{j-1})$  )としてボックスで積分したものに对应している。以降後退差分形と略す) を考える。

$$(A\bar{u}\bar{C})_{x_{j+1}} - (A\bar{u}\bar{C})_{x_j} = (A\bar{u})_{x_{j+1}}\hat{C}_i - (A\bar{u})_{x_j}\hat{C}_{i-1} \dots\dots\dots(11)$$

中央差分形等においては横流入が存在する場合に上流ボックス濃度が下流ボックス濃度の影響を受けるため、横流入条件によっては濃度が負となる危険性を有している。なお中央差分形などにおける一次元移流分散方程式とボックスモデル式の解の比較は後に示すように交換流量の変化に置き換えての解析が可能である。

次に分散フラックスは以下のように集中定数化される。分散現象が卓越し分散フラックス  $F_d$  が一定とみなすことができるとすると  $\bar{C}$  は求まり、分散フラックスは次のように書きかえられる。

$$\left( AE_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{x_j} = \{ \bar{C}(x_j + \Delta l_2) - \bar{C}(x_j - \Delta l_1) \} / \int_{x_j - \Delta l_1}^{x_j + \Delta l_2} \frac{1}{A(x)E_x(x)} dx = F_d \dots\dots\dots(12)$$

ここで  $\Delta l_1, \Delta l_2$  を適当にとれば  $\bar{C}(x_j + \Delta l_2) = \hat{C}_i, \bar{C}(x_j - \Delta l_1) = \hat{C}_{i-1}$  とすることができる。ここで

$$\bar{C}(x) = F_d \int_{x_j}^x (1/A(x_1)E_x(x_1)) dx_1 + \bar{C}(x_j)$$

を考慮すれば  $\Delta l_1, \Delta l_2$  等は求まる。たとえば  $\Delta l_2$  は次式より決定される。

$$\int_{x_j}^{x_j + \Delta l_2} \frac{1}{A(x)E_x(x)} dx = \int_{x_j}^{x_{j+1}} A(x) \left( \int_{x_j}^x \frac{1}{A(x_1)E_x(x_1)} dx_1 \right) dx / \int_{x_j}^{x_{j+1}} A(x) dx \dots\dots\dots(13)$$

$x_{j+1}$  における分散フラックスも式 (12) と同様に求まる。この結果式 (11), (12) を用いれば一次元水域のボックスモデルは以下のようにまとめられる。

$$\frac{dV_i}{dt} + Q_i - Q_{i-1} - Q_{ri} = 0 \dots\dots\dots(14)$$

$$\frac{dV_i \hat{C}_i}{dt} + Q_i \hat{C}_i - Q_{i-1} \hat{C}_{i-1} = Q_{ei}(\hat{C}_{i+1} - \hat{C}_i) + Q_{ei-1}(\hat{C}_{i-1} - \hat{C}_i) - kV_i \hat{C}_i + Q_{ri} \hat{C}_{ri} \dots\dots\dots(15)$$

ここに  $V_i$  は  $x=x_j, x_{j+1}$  間の容積である。 $Q_{i-1}, Q_{ei-1}, Q_{ri}$  等は次式により与えられる。また  $\hat{C}_{ri}$  は横流入水の平均濃度である。

$$\left. \begin{aligned} Q_{i-1} &= (A\bar{u})_{x_j} \\ Q_{ei-1} &= 1 / \int_{x_j - \Delta l_1}^{x_j + \Delta l_2} (1/A(x)E_x(x)) dx \\ Q_{ri} &= \int_{x_j}^{x_{j+1}} q_{in} dx \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

図-1 に示すように  $i=1 \sim N$  は水域内、 $i=0$  は上流の流入部分、 $i=N+1$  は下流の流出部分にあたる。式 (10), (15) の水域始端 ( $x=0$ )、終端 ( $x=L$ ) での境界条件はそれぞれ次のように表わすことができる。 $\hat{C}_0$  は始端より上流側の水域での平均濃度を表わす。

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ で } E_x(\partial \bar{C} / \partial x) - \bar{u}\bar{C} &= -\bar{u}C_0 \\ x=L \text{ で } E_x(\partial \bar{C} / \partial x) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{始端要素で } Q_{e0}(\hat{C}_1 - \hat{C}_0) - Q_0\hat{C}_0 &= -Q_0C_0 \\ \text{終端要素で } Q_{eN}(\hat{C}_{N+1} - \hat{C}_N) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

なお式 (17)  $x=0$  における境界条件に関しては、沈殿池の解析において高松ら<sup>9)</sup>は  $\bar{C}(x=0) = C_0$  の形を用いているが、ここでは拡散型で流入する成分も考慮して上式の形とした。また  $x=L$  での境界条件はこの断面でのフラックスが移流フラックスのみで表現されることを表わし、下流水域の影響を受けないことを意味する。

式 (16) より  $Q$  は押し出し流量に相当し、 $Q_e$  はボックス間にネットの水量輸送なしに交換する流量であることがわかる。以後  $Q$  を移流量、 $Q_e$  を交換流量とよぶことにする。 $Q_e$  はその定義式から明らかなように断面積、移流分散係数が増加すれば増大し、ボックスの流下軸方向長さの増加により減少する。このため同一断面においてもボックス分割法により  $Q_e$  は異なる。また  $E_x=0$  となる断面を有する場合には  $Q_e=0$  となることがわかる。断面を実際に相互に通過する流量を通過流量  $Q_t$  とよぶことにすれば  $Q_t$  は断面積、移流分散係数に関係するが、ボックス長には依存しない。 $Q_e$  とは  $Q_t$  のうちで特にボックス平均濃度に影響を及ぼす成分を意味していると考えられる。 $Q_e/Q_t$  は湾口等で報告されている交換率の概念と近い。以上の定式化は水平二次元の場合も同様に行うことができるがここでは省略する。

先にも述べたように  $Q, Q_e$  を式 (16) の形で定義する場合、式 (15) の解は誤差を有している。このため、水質モデル化を対象に、そのボックス分割数、ボックス

分割方法等を合理的に与える方式を確立することが必要であり、以下のような理論的検討を行った。すなわち式(10)と(15)の解の比較を①  $k$  すなわち変化項の表現, ②  $k=0$  の場合の非定常応答特性, ③ 各ボックス内で定常濃度分布の有する誤差の特性の観点より検討を行い, ボックスモデルの特性, 問題点を順次以下にまとめるように明らかにした。なお以下の解析では式(9), (14)の連続方程式は定常流状態を仮定し,  $Q, Q_e, Q_r$  を一定値とする。また変化項は濃度に関し線形とし, さらに  $k$  は時間的, 空間的に変化しないものとする。実水域においては各項の比, 流入条件等が各種にまた時間的にも変動する。しかしここでは上述のような単純な条件設定時での解の変化特性, 一次元移流分散方程式に対する誤差特性を明白にすることによりボックスモデルという手法を有効に利用する基本的条件についての検討を行うものである。

(2) 変化項の表現

a) 断面が一様な水域における等分割モデル

図-1のような水域に関して一様横断面,  $E_x$  一定, 横流入のない定常流の場合を考える。水域の全容積を  $V$  とすれば  $N$  等分割した場合には  $V_i=V/N$  であり, また定常流であるから次式が成立する。

$$Q_i=Q=\bar{u}A, \quad NQ_{ei}=NQ_e=NAE_x/L \quad \left. \right\} \dots(19)$$

( $i=1 \sim N-1$ )

ここで  $Q_e$  の左上つきの  $N$  は分割数を表わす。このとき上流端で一定濃度  $C_0$  の連続投入がある場合の式(10)の定常解は次のように求まる。すなわち式(10)は2階の線形常微分方程式であるためその特性方程式の根により解の形が3通りとなるが, そのうち  $\lambda=(\bar{u}^2+4E_xk) > 0$  の場合のみを示すと以下のとおりである。

$$\bar{C}(x) = b_1 \exp\{(\bar{u} + \sqrt{\lambda})x/2E_x\} + b_2 \exp\{(\bar{u} - \sqrt{\lambda})x/2E_x\}, \quad \lambda > 0$$

.....(20)

特に  $E_x=0$  (すなわち  $NQ_e=0$ ) の場合には次式となる。

$$\bar{C}(x) = C_0 \exp(-kx/\bar{u}) \dots(21)$$

ここに

$$b_1 = 2\bar{u}C_0 \{(\sqrt{\lambda} - \bar{u}) \exp(-\sqrt{\lambda}L/E_x)\} / \{(\sqrt{\lambda} + \bar{u})^2 - (\sqrt{\lambda} - \bar{u})^2 \exp(-\sqrt{\lambda}L/E_x)\}$$

$$b_2 = 2\bar{u}C_0 (\sqrt{\lambda} + \bar{u}) / \{(\sqrt{\lambda} + \bar{u})^2 - (\sqrt{\lambda} - \bar{u})^2 \exp(-\sqrt{\lambda}L/E_x)\}$$

である。

次にボックスモデル式(15)において流出水濃度  $\hat{C}_{N+1}$  ( $=\hat{C}_N$ ) は分割数  $N$  によって次式のように与えられる。

$$N=1 \text{ の場合} \quad \left. \right\}$$

$$\hat{C}_{N+1} = QC_0 / (Q + Vk)$$

$$N=2 \text{ の場合} \quad \left. \right\}$$

$$\hat{C}_{N+1} = Qa_1C_0 / \{a_2^2 - 2Q_ea_1\}$$

$N \geq 3$  の場合

$$\hat{C}_{N+1} = \frac{-a_3(\xi\eta)^{N-2}(\xi-\eta)QC_0}{a_1(\xi^{N-2}-\eta^{N-2})+a_2(\eta^{N-1}-\xi^{N-1})+NQ_e\xi\eta(\xi^{N-2}-\eta^{N-2})+a_3NQ_e\xi\eta(\eta^{N-3}-\xi^{N-3})}$$

.....(22)

ここに  $a_1=Q+NQ_e, a_2=Q+NQ_e+Vk/N, a_3=a_1/a_2, \xi, \eta$  は  $x$  の2次方程式  $NQ_e x^2 - (a_2 + NQ_e)x + a_1 = 0$  の2根である。特に  $NQ_e=0$  (したがって  $E_x=0$ ) の場合には

$$\hat{C}_{N+1} = C_0 \left\{ \frac{1}{1+(Vk/QN)} \right\}^N \dots(23)$$

となる。

ここで移流項と分散項の比ならびに変化項と移流項の比を無次元数として次のように定義する。

$$P_e = \frac{\bar{u}L}{E_x} = \frac{Q}{NQ_e} = \frac{QN}{Q_e}$$

$$P_k = \frac{kL}{\bar{u}} = \frac{Vk}{Q}$$

.....(24)

$P_e$  はペクレ数であり,  $P_k$  は水域での増減度を示す無次元数である。式(20)では  $\lambda > 0$  の場合のみを示したが,  $\lambda \leq 0$  の場合を含めて  $\bar{C}(L)$  の値は  $P_e, P_k$  を用いて図-2のように表現できる。すなわち図中の各領域は同じく図中の各近似式で近似し得る領域を示すが, 特に(i)~(iv)の領域は遷移条件の10倍でその区間を表示してある。図中で  $P_k > 0$  ならびに  $P_k < 0$  の(v)の線より上の領域が  $\lambda > 0$  に, (v)の直線が  $\lambda = 0$ , (v)の線より下の領域が  $\lambda < 0$  の振動領域に対応している。 $P_k > 0$  では  $P_k/P_e, P_e P_k$  の値より(i)~(iv)の領域に分けられるが, (iii)と(iv)はあわせて  $1/(1+P_k)$  で表現できる。(vi)は  $\bar{C}(x) \leq 0 (0 \leq x \leq L)$  となるもので定常解を有しない領域である。また式(22)などボックスモデルの  $\hat{C}_{N+1}$  も  $N, P_e, P_k$  を用いて書きかえられるがその結果は省略する。

$\bar{C}(L)$  と  $\hat{C}_{N+1}$  の大きさはたとえば  $k > 0$  の減衰変化の場合には  $\bar{C}(E_x=0) < \bar{C}(E_x > 0), \bar{C}(E_x=0) < \hat{C}$

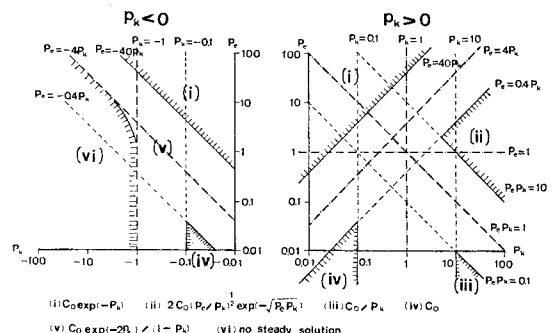


図-2 変化項が存在する場合の一次元移流分散方程式の解の特性

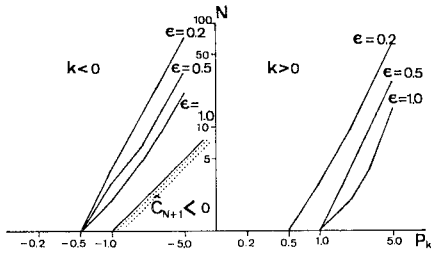


図-3  $P_e \gg 1$  の場合の  $P_k, \epsilon$  による  
最小ボックス分割数

( $Q_e=0$ ),  $\bar{C} < \hat{C}_{N+1} < \hat{C}_{M+1} (M < N)$  等の特性を有している。また  $\bar{C}(L)$  と  $\hat{C}_{N+1}$  を比較すると 図-2 中 (iii), (iv) 領域のように分散項  $\gg$  変換項, 移流項の場合にはよく一致し, また (ii) 領域では  $\bar{C}(L), \hat{C}_{N+1} \approx 0$  となるため, (i) 領域すなわち移流項, 変換項  $\gg$  分散項の場合に差異が著しいことがわかる。このため式 (21), (23) を用いて  $\bar{C}(L), \hat{C}_{N+1}$  の比ならびに領域内での変化量の比を考える。誤差率を  $\epsilon$  として次の不等式の成立する  $N$  の範囲を考えることにする。 $P_e \gg 1$  の場合に  $P_k$  に対して  $N$  の値をプロットしたのが 図-3 である。

$$\left. \begin{aligned} 1 - \epsilon < \hat{C}_{N+1} / \bar{C}(L) < 1 + \epsilon \\ 1 - \epsilon < |1 - \hat{C}_{N+1} / C_0| / |1 - \bar{C}(L) / C_0| < 1 + \epsilon \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

この図に  $P_k$  ならびに許容限度の  $\epsilon$  を与えて, ボックスモデル化を行う際の最小ボックス数  $N$  を求めることができる。 $P_e \approx 1, P_e \ll 1$  の場合にも式 (20), (22) を直接比較する方式で  $N$  を与える図を作成できるが, 上述の理論から明らかなように  $\epsilon, P_k$  が等しいときに  $N$  の値は 図-3 より小さくなる。

なお (1) にも記したように移流フラックスの表現には後退差分形を用いたボックスモデル化を考え, ここでは基本式として式 (15) を対象とした。中央差分形の場合には  $Q_{ei-1}$  から  $Q/2, Q_{ei}$  から  $(Q+Q_r)/2$  を差し引くことにより上述の展開と同様な評価が可能となる。 $P_e \gg 1$  のとき生じるボックスモデルの上述の形で表現される誤差は中央差分形の方がかなり小さくなるが, この方式では式 (11) 導入の際にも述べたように  $P_e \gg 1$  においても  $Q_e$  が存在することになり, 横流入が存在する場合には上流ボックス濃度が下流ボックスへの横流入濃度の影響を受ける等の誤差を生じる。後退差分形の場合にはこうした誤差を有しないため, 以降もこの差分形を対象とする。

b) 水域が一様でない場合あるいは非等分割モデル

a) では一様水域における等分割モデルを対象としたが, 水域における  $A, E_x$  が流軸方向に変化する場合あるいは分割が不均一である場合のボックスモデル解  $\hat{C}_{N+1}$  を一般的に示すことは難しい。ここでは  $N \leq 3$  の場合

を例として示せば以下ようになる。記号は 図-1 に示すとおりで  $Q_r=0$  とした。

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_{N+1} &= \frac{C_0}{1 + V_k/Q}, N=1 \\ \hat{C}_{N+1} &= \frac{C_0}{\{1 + V_k/Q + (1 + Q_{e1}/Q)k^2 T_1 T_2\}}, N=2 \\ \hat{C}_{N+1} &= \frac{C_0}{\{1 + V_k/Q + (1 + Q_{e1}/Q + Q_{e2}/Q) \cdot k^2 (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1 + k T_1 T_2 T_3)\}} \end{aligned} \right\} N=3 \dots\dots\dots (26)$$

ここに  $N=2$  では  $T_1 = V_1/(Q+Q_{e1}), T_2 = V_2/(Q+Q_{e1}), N=3$  では  $T_1 = V_1/(Q+Q_{e1}), T_2 = V_2/(Q+Q_{e1} + Q_{e2}), T_3 = V_3/(Q+Q_{e2})$  であり, 各分割水域における交換流量も含めた滞留時間にあたる。式 (26) より明らかなように, ある一つのボックスの滞留時間を他のそれに比べ極端に小さくとるとそのボックス分割方式での  $\hat{C}_{N+1}$  は  $N$  が一つ少ないボックス分割方式に近づくことがわかる。一般に式 (15) は定常状態, 横流入が存在しない場合には次のように変形することができる。

$$\frac{1}{T} \hat{C}_{i-1} + \frac{Q_{ei}}{V_i} (\hat{C}_{i+1} - \hat{C}_{i-1}) - \left( \frac{1}{T} + k \right) \hat{C}_i = 0 \quad (i=2 \sim N-1) \dots\dots\dots (27)$$

ここに  $T = V_i/(Q+Q_{ei-1}+Q_{ei})$  である。 $N$  を大きくしたときには  $\hat{C}_{i-1} \gg |\hat{C}_{i+1} - \hat{C}_{i-1}|$  であることを考慮すれば

$$\hat{C}_i \approx \frac{1}{1 + Tk} \hat{C}_{i-1} \dots\dots\dots (28)$$

が得られる。上式はボックス内での水質変化が  $kT$  すなわち交換流量も含めた滞留時間と  $k$  の積のみに関係することを表わす。このことは逆に  $Tk$  を水域内で均一となるようにボックス分割を行えば, 各ボックスにおける水質変化の割合を等しくすることができることを意味する。

(3) 非定常特性

$k=0$  とおいた場合の一次元移流分散方程式, ボックスモデルそれぞれの解に対して  $C_0$  すなわち入力フラックスを変動させたときの周波数応答特性を調べることにより非定常特性を調べる。 $k \neq 0$  の場合には (2), a) で述べたような誤差が加わるが, 周波数応答特性の大略には変化がないためここでは  $k=0$  の場合を対象とする。周波数応答特性とは周波数を  $\omega$  とし入力を  $e^{i\omega t}$  とおいたときの応答特性であり伝達関数をラプラス変換したものを  $F(s)$  とすれば, 出力  $y(t)$  は

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= F(i\omega) e^{i\omega t} = |F(i\omega)| e^{i(\phi + \omega t)} \\ |F(i\omega)| &= \{R_e^2[F(i\omega)] + I_m^2[F(i\omega)]\}^{1/2} = G(\omega) \\ \phi &= \tan^{-1}\{I_m[F(i\omega)]/R_e[F(i\omega)]\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

で表現できる。ここに  $R_e, I_m$  は実数部, 虚数部を表わ

し、 $i$  は虚数単位である。横流入の存在しない場合には一次元移流分散方程式において  $G(\omega)$  は次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} P_e \gg 1 \text{ の場合 } & G(\omega) = 1 \\ P_e \ll 1 \text{ の場合 } & G(\omega) = \frac{1}{\{1 + (V/Q)\omega^2\}^{1/2}} \\ & \omega \ll \frac{E_x}{L^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

ここに  $P_e \ll 1$  の場合で  $\omega \gg E_x/L^2$  のときには  $G(\omega)$  は複雑な関数形となるため省略するが、上述の  $\omega \ll E_x/L^2$  のときの  $G(\omega)$  と異なる。

次に任意の大ききで分割したボックスモデルでの  $G(\omega)$  を考える。 $Q_e$  が存在する場合には多ボックスでは計算が複雑となること、ならびに実用面から可能な限りボックス数を少なくしたいことを考慮してここでは (2) の **b)** と同じく  $N \leq 3$  を考える。 $G$  の下添字でボックス数を示す。記号は (2) と同じである。

$$\left. \begin{aligned} G_1(\omega) &= \frac{1}{\{1 + (V/Q)^2\omega^2\}^{1/2}} \\ G_2(\omega) &= \frac{1}{[\{1 - T_1 T_2 (Q + Q_{e1})\omega^2/Q\}^2 + (V/Q)^2\omega^2]^{1/2}} \\ G_3(\omega) &= \{[(V/Q) - T_1 T_2 T_3 (Q + Q_{e1} + Q_{e2}) \\ & \quad \cdot (\omega^2/Q)]^2\omega^2 + \{1 - (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_3 T_1) \\ & \quad \cdot (Q + Q_{e1} + Q_{e2}) (\omega^2/Q)\}^2\}^{-1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

特に  $Q_e = 0$  の場合には  $G_N(\omega)$  は次のように求まる。

$$G_N(\omega) = \prod_{i=1}^N G_{1,i}(\omega) \dots\dots\dots(32)$$

ここに  $G_{1,i}$  は  $V_i$  を有するボックスの  $G_i$  を表わし、 $\prod_{i=1}^N$  は 1~ $N$  までの積和である。式 (30), (31), (32) を比較すればボックスモデルの非定常特性は次のようにまとめられる。

- a)  $P_e \ll 1$  の場合には多ボックスでも 1 ボックスの特性とほとんど変わらず、また  $\omega < E_x/L^2$  の低周波域において一次元移流分散方程式の特性ともほぼ一致する。
- b)  $P_e \gg 1$  の場合にはボックスモデルの特性は式 (32) に漸近する。このとき各ボックスの滞留時間を等しくし、さらに  $N$  を増加させることにより  $\omega < Q/V$  の低周波域において一次元移流分散方程式の応答特性に近づけることができる。
- c)  $P_e \approx 1$  の場合には (2) の **b)** と同じく各分割水域で滞留時間を均等に選ぶことにより  $\omega = 1/T$  より低周波域の  $G$  を一次元移流分散方程式の  $G$  に近づけることができる。
- d)  $\omega > 1/T$  より高周波側の入力変動をボックスモデルにおいて、一次元移流分散方程式と等しく表現することはできない。

(4) 各ボックス内で定常濃度分布の有する誤差の特性

(2), **a)** では流出水濃度の誤差、式 (11) により  $P_e \ll 1$  の場合の横流入濃度の適切な表現に関する誤差、(3) では非定常入力変動の流出水濃度変動に関する誤差を論じてきた。最後にボックスモデルにおいてはボックス内で濃度が一定と扱っているが、このことより生じる各ボックス中での誤差についての検討を行う。

$N$  を十分に大きく選べば流出水濃度の誤差は減少する。しかし各ボックス内ではボックス始端と終端 ( $x = x_j, x_{j+1}$ ) において一般に濃度差が存在し、この大ききは (2), **b)** に示した式 (28) を用いて  $(\bar{C}_{i-1} - \bar{C}_i)$  により近似できる。このため各ボックス平均濃度に対するボックス始端、終端の濃度偏差の比は  $|(\bar{C}_{i-1} - \bar{C}_i)/2\bar{C}_i| \approx Tk/2$  と表わすことができる。 $k$  が水域内一定の場合には交換流量を含めた滞留時間を均等に選ぶことにより各ボックス内での平均濃度に対するボックス始端、終端濃度の偏差の比を全水域で均等にすることが可能となる。

次に分割したボックス内で流軸方向に断面積、移流分散係数が変化している場合の濃度分布により生じる誤差を検討する。この問題は流軸方向に分散に伴う混合度が不均一であるため生じる問題であるので、 $P_e \ll 1$  の場合を対象を考える。こうしたケースは横流入が存在し、その濃度が水域始端への流入水濃度と異なるときなどに生じる。 $k = 0$  の場合を考え、分散フラックスを  $F_l(x)$  とすれば、そのときの濃度分布は次式で記述できる。

$$\bar{C}(x) = \int_0^x \frac{F_l(x_1)}{A(x_1)E_x(x_1)} dx_1 + \bar{C}(0) \dots\dots\dots(33)$$

このため  $F_l/A \cdot E_x$  の変化により模式的に示すと 図-4 のような濃度分布をもつものと考えられる。このときボックス数を同一として図中にハッチで示したような誤差を最小とするようなボックス分割法とは、濃度分布の大きい部分すなわち  $F_l/A \cdot E_x$  の大きい断面で分割を行う

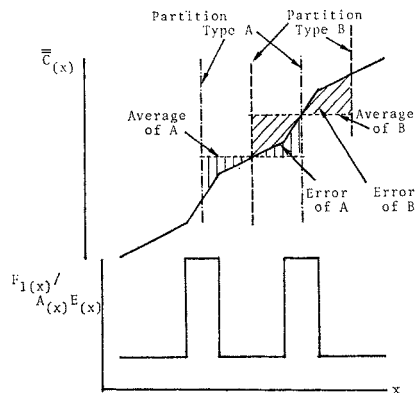


図-4 分割法の違いによる誤差の大きさ

方法であることは明らかである。すなわち水域での環流の生じ方、あるいは狭窄部の存在等により  $AE_x$  が流軸方向に変化を有する場合には、 $AE_x$  の小さい断面で分割を行わなければならない。

以上 (2), (3), (4) で得られたボックスモデルの特性をまとめると、水域でのボックスモデル化の際の水域分割方式として次の点を考慮しなければならない。まず水域の分割数は変化項の適切な表現という観点から式 (20), (22) 等の比較より決定できる。次に水域分割は  $F_i/A \cdot E_x$  の大きい断面を選び、さらに各ボックスの交換流量を含めた滞留時間を均等に選ぶことが望ましい。

### 3. 対象水域へのボックスモデルの適用

#### (1) 対象水域の特性量

ボックス分割方式の検討対象水域として 図-5 に示す霞ヶ浦西浦（以降西浦を省略）を選んだ。霞ヶ浦は面積  $171 \text{ km}^2$ 、容積  $662 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、平均水深  $3.87 \text{ m}$  を有し、日本における浅くて富栄養化の進んだ水域の代表的存在といえる。既往の水理、水質観測結果より得られた水理、水質現象の大きさは表-1 のようにまとめられる<sup>9)</sup>。ここで 2. (2) で述べた無次元数  $P_e, P_k$  のオーダーを湖全体の平均として求めてみる。霞ヶ浦は 図-5 に示すように土浦入、高浜入、湖心域の3水域に分岐して流入河川は二十数河川を数えるが、流出河川は常陸利根川のみであり、ここでは土浦—牛堀間を一次元水域と考え特性量を算出する。湖の長さスケール  $L$  は  $26 \text{ km}$  である。 $\bar{u}$  は年間平均総流入河川水量を平均断面積で除すことにより  $0.17 \text{ cm/s}$  程度となるが、月変動として最大で数割の変動を有している。 $E_x$  は後述する各断面での平均的な値として約  $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  となる。風により生じる湖内での循環流が分散現象を支配しているが、月平均程度の時間スケールで見ると風特性の変動は小さい

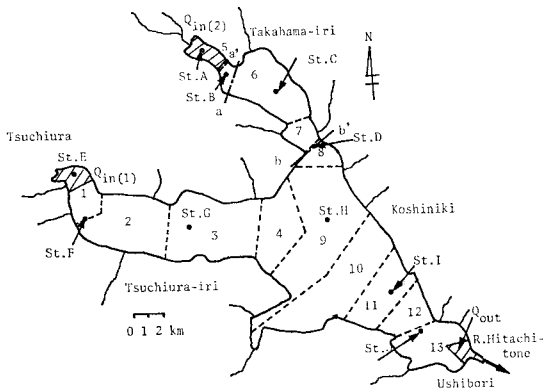


図-5 霞ヶ浦の小水域分割ならびに水質測定地点

表-1 霞ヶ浦における水理、水質現象の大きさ

現象	項目	特性量	その大きさ
水理にかかわる現象	セイシュ	周流動の大きさ	約 141 分 0~2 cm/s
	吹送流	表面循環流速	0~20 cm/s 0~10 cm/s
	流入河川流	滞留時間 流動の大きさ	約 6 か月 0.01~0.5 cm/s
水質にかかわる現象	鉛直混合	鉛直拡散係数 鉛直混合に要す時間	1~10 cm <sup>2</sup> /s 数時間
	水平混合	鉛直流速分布による分散係数 水平循環流による分散係数 水平混合に要す時間	約 10 <sup>8</sup> cm <sup>2</sup> /s 10 <sup>5</sup> ~10 <sup>6</sup> cm <sup>2</sup> /s 数日~数十日
	沈降	沈降速度 沈降に要す時間	10~50 cm/d 数日~数十日
	増殖・分解	速度係数	-0.1~0.1 d <sup>-1</sup>

め、 $E_x$  の季節的变化は少ないと考えられる。最後に  $k$  は全窒素、全リンの霞ヶ浦物質収支で得られる減衰項を年平均した値のオーダーであり  $k=0.01 \text{ d}^{-1}$  となる<sup>9)</sup>。物質収支演算より求まる数値であるため、沈降等で底泥へ移行するものから溶出等で湖水中へ回帰するものを差し引いた速度となっている。この値は季節的にみると約 1~2 倍の変動幅を有している。以上の  $L, \bar{u}, E_x, k$  の年平均的な値を用いると  $P_e \approx 0.44, P_k \approx 1.8$  が得られる。すなわち移流に比較して分散による混合が大きく、また  $P_k > 1$  より湖内での水質の変化がかなり大きいことが予想される。同様にもう一つの分岐である高浜入奥部—牛堀間に対して  $P_e, P_k$  を算出したが、その値は土浦—牛堀間のものと大差なかった。

#### (2) 水域分割数

(1) で霞ヶ浦の平均的な  $P_k$  の値は 1.8 程度と記したが、先にも述べたように  $k, \bar{u}$  が対象とする水質項目、季節、気象状態等により変化し、この結果  $P_k$  は数倍程度変動することが予想される。ここでは安全度を考え、 $P_k=10$  としてその場合の望ましい水域分割数を 2. (2) で考えた基本モデル湖での特性を参考に考えることにする。 $P_e \approx 1$  であるので式 (20), (22) より  $\bar{C}(L), \hat{C}_{N+1}$  を求め両者の比較を行う。計算の結果  $P_k=10$  では  $\bar{C}(L)/C_0=0.052, \hat{C}_{N+1}/C_0$  の値は  $N=1$  で 0.091,  $N=2$  で 0.061,  $N=3$  で 0.058,  $N=4$  で 0.056,  $N=10$  で 0.052 等が得られる。許容誤差にもよるが  $N \geq 3$  で約 10% 以下の誤差となり十分な分割数といえる。

#### (3) 交換流量

分割水域間の交換流量は式 (16) に示されるように、水域の分割方法が定まれば各水域の諸元すなわち一次元軸に対する横断面積、長さ、ならびに一次元分散係数の

分布を得ることにより決定される。この中で推定の困難なものとしては一次元分散係数  $E_x$  である。断面における分散現象は水平、鉛直流速分布により生じ、また実水域においてはこれらの流速成分は非定常と考えられる。霞ヶ浦等の浅い湖沼を例にとれば、こうした水域においては流動の風の吹送により支配されている<sup>9)</sup>。このため定常状態時の吹送流の水平、鉛直流速分布特性ならびに風の非定常吹送に伴うセイシュ等の流動が一次元軸方向の分散に大きく影響していると考えられる。しかしこうした流速分布特性、流速変動特性をもとに分散係数を推定する方法はおもに河川を対象に Fischer<sup>7)</sup> らより提出されているが、その方法を湖沼等の閉水域に適用することには一次元軸方向に多くの横断面で流速分布が必要となる等の問題点が多い。また水域を巨視的にみて、そこに生じる循環流の大きさを分散係数と結びつける方法は玉井により瀬戸内海に適用されているが<sup>8)</sup>、こうした観点と水域を細分化してそれぞれの分散係数の差異を明らかにして水域分割を行おうとする立場は場のスケールのとらえ方が異なっている。

以上の問題点を考慮してここでは流動ならびに拡散の数値シミュレーション結果を利用することにした。詳細な説明は省略するがその内容は以下のとおりである。すなわち霞ヶ浦を対象とすればその流動は風に支配され、また一次元軸方向の分散係数は水深が浅いため水平方向の流速分布により決定されると考えられる。また風の変動による非定常流動の分散への寄与率を霞ヶ浦における風変化特性、非定常風条件での拡散数値シミュレーションをもとに定常流速成分によるものと比較した結果、前者は後者に比べ同等以下であるため今回は無視する。この結果水平二次元モデルにより定常風に対する定常流速分布を計算し、これを流動条件としてさらに水域の両端に流入、流出を与えて、そのときの定常状態濃度分布を得れば、次式から水域間の交換流量が求まる。このとき  $E_x$  は式 (16) 等を用いて  $Q_e$  より逆算される。

$$F'_i(t) = Q_{e,i-1}(\hat{C}_{i-1} - \hat{C}_i) + Q\hat{C}_{i-1} \dots\dots\dots(34)$$

ここに  $F'_i(t)$  は  $i-1$  と  $i$  ボックス間の濃度フラックスであり、この場合流入、流出軸方向に一定である。なお計算は  $Q=0$  として行ったが、移流量  $Q$  が存在する場合には移流項の表現形式により式 (34) から求まる交換流量の値が変わる。 $Q=0$  として求まるものが式 (16) の  $Q_e$  に対応し、 $Q$  が存在する場合に求まるものは移流項の表現形式に伴う擬似分散も含めた  $Q_e$  を与え、これを用いれば 2. (2), a) に示したような誤差も減ずる。今回の計算では、 $Q$  存在の場合には定常問題として濃度分布が存在するような条件設定が難しいこと等を考慮して  $Q=0$  として  $Q_e$  の算定を行ったが、このことは  $Q_e$  の算定の際に注意しなければならない。

流動、拡散数値計算は霞ヶ浦を 60 要素、239 節点に分割して 4 角形 8 節点要素の有限要素法を用いて行った。有限要素法による誤差は分割要素数も多く、ボックスモデルの誤差と比較して格段に小さいためここではそれに関する議論を省略する。

まず全域を一定濃度として計算を開始する。この初期濃度は変化項を有しない拡散方程式すなわち線形方程式を対象としているため任意の値としてよいがここでは一応 1000 ppm とした。この初期状態に対して以下のような条件を与えて拡散計算を進め、全域で濃度の時間的な変化が生じない状態すなわち定常状態時の濃度分布を求める。このときの条件とは 図-5 中  $Q_{out}$  要素を流出要素として、 $Q_{in}(1)$ ,  $Q_{in}(2)$  要素(斜線領域)それぞれを流入要素とする 2 ケースの計算を行う。 $Q_{in}(1)$  は土浦入への流入、 $Q_{in}(2)$  は高浜入への流入であり、後にも述べるように両分岐水域を独立に考慮するためである。このとき流入、流出量は等しく 1 kg/s としたが、この数値も先の初期濃度と同じく任意に与えてよいことは式 (34) より明らかである。流入流出量が等しいため、定常状態時の物質質量(濃度×容積)は初期状態と変わりなく、流入要素近傍で初期濃度より高く、流出要素近傍で低くなる。ここでは 図-5 中の 13 分割水域での定常状態時平均濃度から、この中で両分岐接合水域である 9 の水域の濃度を差し引き、その結果を定常状態濃度として表-2 にまとめる。なお流動条件としては春の代表的風パターンである風向 南、風速 4.95 m/s を用いたが他の季節でもほぼ同様の分布を得ている。また現地観測によって電気伝導度の約 1 年の収支より、 図-5 断面 a-a', b-b' でそれぞれ 1~3 m<sup>3</sup>/s, 3~10 m<sup>3</sup>/s を得ているが、表-2 より式 (34) を用いて求まるこの断面での  $Q_e$  はそれぞれ 2.2, 5.5 m<sup>3</sup>/s となりほぼ一致している。

(4) 水域分割方法

霞ヶ浦は複雑な形状を有する水域であるが、この場合

表-2 霞ヶ浦の小分割水域の特性量

要素 No.	容積 V (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Q <sub>r</sub> (m <sup>3</sup> /s)	定常状態濃度 (ppm)	
			Q <sub>in</sub> (1)	Q <sub>in</sub> (2)
1	10.7	5.93	59.4	0.0
2	46.9	1.05	21.7	0.0
3	96.0	0.54	15.4	0.0
4	89.4	0.0	9.9	0.0
5	5.2	3.92	0.0	641.4
6	33.9	1.62	0.0	194.9
7	7.5	0.95	0.0	140.2
8	3.6	0.0	0.0	32.3
9	149.9	0.59	0.0	0.0
10	101.0	1.76	- 2.4	- 2.5
11	65.6	0.0	- 3.9	- 3.4
12	26.8	0.0	- 5.7	- 5.4
13	25.8	4.73	-30.4	-30.4



にも 2. でまとめた基本モデル湖における水域分割方法が適用し得ると考えられる。すなわち各分割水域における交換流量を含めた滞留時間を均等に選ぶことにより、水域全体としての誤差の低下、非定常特性の改善がなされる。ここでは霞ヶ浦の地形的特性も考慮し、以下のような条件を与えて最適なボックス分割法について検討を行う。すなわち霞ヶ浦においては土浦入、高浜入の両分岐水域の独立性が高いことより、それぞれを独立に評価し得る条件、ならびに (2) の結果より両分岐とも流下軸方向に 3 以上の分割を行うという条件を与える。他の分割数

も同様な方法を適用し得ることは明らかである。

まず 図-5 に示した 13 の小分割水域を組み合わせて水域ボックスを作ることを考える。小分割水域の設定にあたっては横断面積の少ない断面での分割、ならびに横断方向混合時間スケールが一次元軸方向のそれに比較して極端に長くなることを考慮した。小分割水域への河川流入水量には昭和 52~55 年の 4 か年の平均流入河川水量を与えた。この値ならびに各分割水域の容積は表-2 に示すとおりである。各ボックスへの移流量は河川流入水量と上流ボックスよりの押し出し水量の和として求め、ボックス間の交換流量は表-2 の濃度分布より式 (34) を用いて計算できる。こうして得られる値を利用し、前述したボックス分割の条件をもとに各種分割案の評価を行う。前述した条件のうち両分岐水域を独立に評価し得ることとは、土浦入、高浜入をそれぞれ少なくとも 1 ボックス以上が存在すること、ならびに接合ボックスにおいては各分岐間の分散フラックスに対し隣接ボックスとの交換流量の変化が少ないことを表わす。後者は一次元化の仮定と対応し、ここでは変化幅が 10% 以内という制約条件を与えた。また分割数は両分岐とも湖外流出にまで 3 分割以上とし、かつ全域での分割数となるべく小さいものすなわち全域で 4 または 5 分割となるものを対象とした。水域を 4, 5 分割する分割案はそれぞれ  ${}_{12}C_3, {}_{12}C_4$  通りで合計 715 通りであり、そのうち上述の条件を満足する分割案に対し各ボックスの滞留時間を算定した。次に 4 あるいは 5 ボックスの滞留時間の相乗平均を求め、これで各滞留時間を除し、その 1 よりの偏差の自乗和をボックス数で除した数値により滞留時間の均一性を比較した。表-3 には最もその数値の小さい分割案を示す。なおこの分割案の 5 ボックス中最大滞留時間である 1.20 か月という数値は条件を満足する他案のそれに比べ最も小さいものになっており、2. (2), b)

表-3 霞ヶ浦ボックス分割の最適案 (N=5)

ボックス No.	小分割水域	容積 (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Q+Q <sub>r</sub> (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> /月)	Q <sub>e</sub> (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> /月) to this box					T (月)
				1	2	3	4	5	
1	1, 2, 3	153.6	19.8				135.5		0.99
2	5	5.2	10.3			5.77			0.32
3	6, 7	41.4	17.1		5.77		14.2		1.12
4	4, 8, 9, 10, 11	409.5	43.1	135.5		14.2		148.6	1.20
5	12, 13	52.6	55.6				148.6		0.26

表-4 水質の変化特性による水域分割

水質項目	群 1	群 2	群 3	群 4	群 5
水 温	St. A	St. B	St. C, D	St. E, F, G	St. H, I, J
透 明 度	St. A, B, C	St. D	St. E	St. F, G	St. H, I, J
電 気 伝 導 度	St. A	St. B	St. C	St. D, E, F, G	St. H, I, J
pH	St. A	St. B, C, D	St. E	St. F, G	St. H, I, J
SS	St. A, B	St. C, D	St. E	St. F	St. G, H, I, J
クロロフィル a	St. A	St. B, C, D	St. F	St. G	St. E, H, I, J
T-P	St. A, B	St. C, D	St. E	St. F	St. G, H, I, J

で述べたように全ボックスでの最大変化率が最も少ない分割案にもなっている。

### (5) 水質分布特性

霞ヶ浦における各種水質の測定結果より水域分割方法を評価した。用いたデータは 図-5 中 St. A~J の 10 地点での昭和 52~56 年期間内 20 回にわたる水温、透明度、電気伝導度、pH、SS、クロロフィル a 量、T-P のデータである<sup>9)</sup>。各水質項目に対して各地点での 20 個のデータを 1 組目として、地点間の類似性をユークリッド距離を尺度としたクラスター分析により明らかにした。この結果 5 つのクラスターに分類されるときにそれぞれクラスターに属する測定地点は、各水質項目に対して表-4 のようにまとめられる。

流入に関する特性、湖内での沈降、増殖、減衰あるいは溶出といった現象の寄与の程度がそれぞれの水質項目により異なることから地点変化パターンの群分類は水質項目によって異なっているが、多くの水質項目で同一の群分類される地点群は似た水塊特性を有し、その予測にあたっては同一ボックスとして取り扱うことが可能と考えられる。この表によれば St. A は他地点での変動と異なる変動特性を有すること、St. B, C, D, St. F, G, St. H, I, J でそれぞれ変動のパターンが似かよっていることなどが多くの水質項目に対していえる。(4) で決定された最適ボックス分割案では St. A, St. B, C, D, St. E, F, G, St. H, I, St. J の分割となっているが、この結果と表-4 の地点分類はかなりよく一致している。

## 4. ま と め

閉水域特に浅い湖沼等における水質モデル化手法の中で将来にわたり有力な方法と考えられるボックスモデル

に関して、その問題点を明らかにするとともに、それをふまえて実水域に適用する際の方法論を検討した。またその方法論を浅い湖沼の代表的存在ともいえる霞ヶ浦に適用した結果を示した。その結果を要約すれば以下のようによまとめられる。

(1) ボックス化という集中定数化に伴い、分散現象により生じる混合量をボックス間濃度差と交換流量の積で表現した。このとき交換流量には変化項の存在しない状態に対応したものを与える方式とした。

(2) このため沈降、増殖あるいは分解等の変化項を有する水質項目では、水域内での濃度変化が一次元移流分散方程式の解とボックスモデルの解とでは異なり、その誤差はボックス分割数、水域の代表的無次元数  $P_e$ ,  $P_k$  により決定されることを示した。この結果許容誤差率ならびに  $P_e$ ,  $P_k$  を与えれば必要となる最小ボックス数が求まる。

(3) 変化項の適切な表現ならびにモデル化による水域の周波数応答特性の観点から、各分割水域の交換流量を含めた滞留時間を均等に選ぶ水域分割方法が望ましいことを示した。

(4) 定常濃度分布特性に関する考察から、 $P_e \ll 1$  の条件のもとでは断面積と分散係数の積の小さい断面での分割が適切であること、ならびに全水域を考えた場合には各分割水域の滞留時間を均等に選ぶ方式により、ボックス平均化による各ボックス内誤差率を全ボックスで均等にすることができることを明らかにした。

(5) 最後に以上の理論的考察を利用して、霞ヶ浦を対象にボックスモデルを適用する際のボックス分割数、分割断面の決定を行った。この結果得られた水域分割法は、7項目の水質観測値を用いてクラスター分析により得られる水域分割とよく一致した。

#### 参考文献

- 1)\* Somiya, I., S. Ebise and K. Okugawa : Eutrophication in the Southern Basin of Lake Biwa, Environmental and Sanitary Eng. Res., Vol. 1, pp. 19~30, 1979.
  - 2)\* Najarian, T.O. and R.F. Harleman : Real Time Simulation of Nitrogen Cycle in an Estuary, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. EE 4, pp. 523~538, 1977.
  - 3)\* Takano, K. : System Approach to Urban River Drainage for the Water Quality Prediction, Proc. of JSCE, No. 319, pp. 179~192, 1982.
  - 4) 村岡浩爾・福島武彦：霞ヶ浦の湖流，国立公害研究所研究報告，第 19 号，pp. 1~150, 1981.
  - 5) 高松武一郎・井上頼輝・芝 定孝・上田育世：矩形沈澱池の非定常特性に関する研究，土木学会論文報告集，Vol. 197, pp. 43~55, 1972.
  - 6) 村岡浩爾・福島武彦：霞ヶ浦の物質収支と動態モデル解析の方向，国立公害研究所研究発表会予稿集，SS/OT-5-82, pp. 177~198, 1982.
  - 7) Fisher, H.B. et al. : Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, pp. 80~147, 1979.
  - 8) 玉井信行：水域における混合問題への水理学的アプローチ (Ⅲ)，水利科学，No. 108, pp. 60~87, 1976.
  - 9) 相崎守弘ほか 7 名：霞ヶ浦全域調査データ，国立公害研究所研究報告，第 22 号，pp. 319~376, 1981.
- (\*上記以外にも多数存在)

(1982.10.13・受付)