

対称柱体による波の散乱と波力

SCATTERING OF WATER WAVES AND INDUCED FORCES ON VERTICAL
CYLINDER HAVING PLANE SYMMETRICAL CROSS-SECTION

清川 哲志*・小林 浩**

By Tetsushi KIYOKAWA and Hiroshi KOBAYASHI

1. はじめに

海洋構造物に作用する波力は、通常、モリソン公式によって求められるが、構造物の径が入射波長の1/5以上になると、散乱波の影響を考慮しないと正確に求まらない。したがって、大型海洋構造物を設計するには、波の散乱の問題は重要である。

この波の散乱の問題は、理論的には速度ポテンシャルに関する境界値問題として取り扱われ、構造物形状が円筒の場合 MacCamy・Fuchs¹⁾、楕円筒の場合には合田ら²⁾により、線形理論の範囲で厳密に解かれている。これらは、いずれも構造物形状に適した座標系、すなわち、それぞれ円筒座標系、楕円筒座標系を用い、これらの座標系で、構造物表面上の境界条件の取り扱いが簡単になる、という性質を利用して厳密解を導くことに成功したものである。

しかし、これ以外の形状となると、座標系の性質を利用して、直接厳密解が得られるということではなく、さまざまな工夫が必要となる。井島ら³⁾および堀川ら⁴⁾は、領域分割によるポテンシャル接続法で円筒浮体に関する解を、また、著者ら⁵⁾は、構造物表面の境界条件を固有関数展開することにより軸対称構造物に関する解を得ている。著者らの知る限り、このほかに3次元問題の厳密解が得られたという例は見当たらないようである。たとえば、矩形断面構造物は、海洋構造物の形状として最も基本的なものの一つであるにもかかわらず、これに適用できる厳密な理論はいまだに確立されていない。

したがって、矩形断面構造物などの波力を求める場合、従来は、グリーン関数を用いた積分方程式法^{6)~8)}、あるいは有限要素法などの数値解析法を適用していた。

これらの解析法は、任意形状構造物に適用できるという利点をもつものの、構造物表面、あるいは流体域全体を要素分割するので、構造物が入射波長に比べて大きくなればなるほど、要素分割数を増す必要があり、非常にハイコストな計算となることが指摘されている⁹⁾。

著者らは、大型海洋構造物の設計、開発に従事する立場より、大行列演算を必要とする数値解析法とは別に、適用できる構造物形状は多少限定されても、できるだけ解析的アプローチで、そして、できれば厳密解の得られる理論解析法の必要性を感じ、一連の研究を行ってきた。これは、現象の本質的理解の助けになるのはもちろんのこと、誤差の把握が容易、大型電算機を必要としない、計算時間が短い、などの実用上の利点をもつためである。

今回、本論文で展開するのは、矩形断面を含む、一般的な対称柱体による波の散乱の理論解析法である。これは、著者らが軸対称構造物による波の散乱¹⁰⁾、対称柱体¹¹⁾および軸対称構造物¹²⁾の水中振動による動水圧、等々の解析に用いた‘境界展開法’を応用したもので、若干の工夫により、対称柱体による波の散乱の問題にも適用でき、この厳密解が得られるものである。

以下、本論文ではこの理論の展開を中心に述べる。そして、この中で、本理論を対称柱体の一種である円筒に適用すると、先に述べた MacCamy・Fuchs の解が得られることを示す。これにより、本理論が円筒を対象とした MacCamy・Fuchs の理論の拡張となっていることが明らかにされる。

次に、本理論の代表的な適用例として、矩形、小判形、三角形などの断面形状をもつ柱について、これらの質量係数の特性、および周辺の波高分布に関する計算結果を示す。このうち、矩形、小判形断面柱体の質量係数は、設計者の利便も考え、構造物の代表径 D と入射波長 L との比 D/L の関数として示してある。

そして最後に、本理論解析法の妥当性を、模型実験により検証したので、これについて述べる。

* 正会員 清水建設(株) 大崎研究室

** 正会員 Eng. Sc. D 清水建設(株) 研究所海洋研究部主席研究員

2. 基礎方程式と一般解

水深が一定の水域に、波の入射方向に対して対称な水平断面を有する一様断面柱体があり、これに角振動数 ω の微小振幅波が入射しているものとする。

Fig. 1 に示すように、静水面上、構造物の中心に原点O、鉛直上向きに z 軸、柱体断面の対称線上に x 軸、静水面上でこれと直角に y 軸をとる。また、円筒座標系を x 軸から反時計まわりに θ 、 z 軸からの水平距離 r を

とて定義する。また、入射波は x 軸の負の方向から正の方向へ進行しているものとする。

流体は非粘性・非圧縮性とし、流体運動は非回転であるとすると、速度ポテンシャルが存在し、流体運動はこれによって記述される。線形理論による解析を行うこととし、これを入射波と散乱波の項に分け、場の流体運動を支配する速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, z, t)$ を次のように表わす。

$$\phi(r, \theta, z, t) = \frac{gH_0}{2\omega} \cdot \{\phi_{in}(r, \theta, z) + \phi_{sc}(r, \theta, z)\} e^{-i\omega t} \quad (1)$$

ただし、 ϕ_{in} 、 ϕ_{sc} はそれぞれ入射波および散乱波のポテンシャル関数である。また i は虚数単位である。

このうち、 ϕ_{in} は既与であり次式のように表わされる。

$$\phi_{in}(r, \theta, z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ikr \cos \theta} \quad (2)$$

ここに、 H_0 ：入射波高、 g ：重力加速度、 h ：水深、 k ：波数である。波数 k は、 $k \tanh kh = \omega^2/g$ の実正根として求められる。

したがって、問題は散乱波のポテンシャル関数 ϕ_{sc} を求ることである。 ϕ_{sc} は以下の基礎方程式と境界条件を満たす関数として求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi_{sc}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_{sc}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_{sc}}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial z} - (\omega^2/g) \phi_{sc} = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_{sc}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{in}}{\partial n} \quad (\text{on } S_H) \quad (6)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} (\partial \phi_{sc} / \partial r - ik \phi_{sc}) = 0 \quad (7)$$

式(3)は円筒座標系で表わしたラプラスの方程式で、流体内部 Ω における流体の連続性を表わすものである。また、式(4), (5), (6) は、それぞれ自由表面 S_F にお

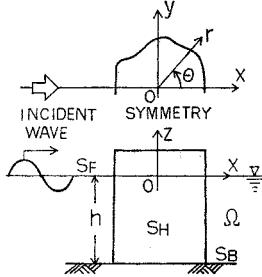


Fig. 1 Coordinate system.

ける運動学的・力学的条件、海底面 S_B および構造物表面 S_H における不透過条件を表わしている。また式(7)は無限遠で満足すべき放射条件である。ただし、式(6)における n による微分は、構造物表面での法線方向微分を表わすものとする。

入射波が柱体断面の対称線、すなわち x 軸に平行に入射することから、散乱波は θ に関して対称、したがって θ に関する偶関数であること、また、 θ に関する周期 2π の周期関数となることは明らかである。このため、散乱波のポテンシャル ϕ_{sc} を、フーリエ余弦展開した次の形に置く。

$$\phi_{sc}(r, \theta, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi^{(m)}(r, z) \cos m\theta \quad (8)$$

ここに、 $\varphi^{(m)}(r, z)$ は m 次のフーリエ係数で、 r と z の関数である。

したがって、問題は式(3)～(7)を満足する r と z の関数 $\varphi^{(m)}(r, z)$ を各フーリエ次数ごとに定めることである。

式(8)を基礎方程式(3)に代入すると、 $\varphi^{(m)}(r, z)$ に関する次の偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \varphi^{(m)} + \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial z^2} = 0$$

$$(\text{for } r_0 \leq r, -h \leq z \leq 0) \quad (9)$$

ここに、 r_0 は z 軸から構造物表面までの水平距離である。

同様に式(4), (5)、および式(7)より、 $\varphi^{(m)}(r, z)$ に関する次の境界条件と放射条件が得られる。

$$\frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial z} - (\omega^2/g) \varphi^{(m)} = 0 \quad (\text{at } z=0) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{at } z=-h) \quad (11)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} (\partial \varphi^{(m)} / \partial r - ik \varphi^{(m)}) = 0 \quad (12)$$

式(9)～(12)を満たす解を固有関数の重ね合わせによる無限級数の形で求め、これをポテンシャルの展開式(8)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_{sc}(r, \theta, z) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \right. \\ & \left. \cdot K_m(k_n r) - i A_0^{(m)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} H_m^{(1)}(kr) \right\} \\ & \cdot \cos m\theta \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 $A_n^{(m)}$ ($n, m=0, 1, \dots$)：複素係数、 k_n ：固有値、 K_m ：第2種変形ベッセル関数、 $H_m^{(1)}$ ：第1種ハンケル関数である。なお、固有値 k_n ($k_1 < k_2 < \dots$) は、 $k_n \tan k_n h = -\omega^2/g$ の実正根として求められる。

上式(13)は、構造物表面の境界条件(6)を除いた他のすべての境界条件と基礎方程式(3)を満足しており、任意の対称断面を有する一様断面柱体による回折・散乱波の一般解である。また、これは前論文¹³⁾で示したように、任意の軸対称構造物による回折・散乱波の一般解でもある。ただし、本論文で対象とする問題では、後に示すように複素係数 $A_n^{(m)}$ は $n=0$ 以外のときすべて 0

であり、変形ベッセル関数の重ね合せによって表わされる散乱波成分は存在しない。この点が軸対称構造物の場合と異なるところである。

3. 柱体表面の境界条件のフーリエ展開による複素係数の決定

(1) 構造物表面条件の展開

構造物表面の不透過条件(6)は、構造物表面における法線方向微分値によって表わされている。一般に法線方向微分 $\partial/\partial n$ は、単位法線ベクトルの成分 n_x, n_y, n_z を用いて、 $\partial/\partial n = n_x \cdot \partial/\partial x + n_y \cdot \partial/\partial y + n_z \cdot \partial/\partial z$ と表わすことができる。したがって式(6)もこれを用いて表わすことができるが、一様断面柱体では、柱体表面のいたるところで $n_z = 0$ であるので、

$$\partial/\partial n = n_x \cdot \partial/\partial x + n_y \cdot \partial/\partial y \quad (\text{on } S_H) \dots\dots\dots (14)$$

となる。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \partial H_m^{(1)}(kr)/\partial x &= kH_m^{(1)'}(kr)\cos\theta \\ \partial H_m^{(1)}(kr)/\partial y &= kH_m^{(1)'}(kr)\sin\theta \\ \partial K_m(k_nr)/\partial x &= k_n K_m'(k_nr)\cos\theta \\ \partial K_m(k_nr)/\partial y &= k_n K_m'(k_nr)\sin\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial \cos m\theta / \partial x &= (m/r)\sin m\theta \sin\theta \\ \partial \cos m\theta / \partial y &= (m/r)\sin m\theta \cos\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

などの関係を考慮して、式(13)から散乱波の法線方向微分値を求めるとき式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial n} &= (n_x \cos\theta + n_y \sin\theta) \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} k_n A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m'(k_nr) \right. \\ &\quad \left. - i k A_0^{(m)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} H_m^{(1)'}(kr) \right\} \\ &\quad \cdot \cos m\theta + \frac{n_x \sin\theta - n_y \cos\theta}{r} \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m(k_nr) \right. \\ &\quad \left. - i A_0^{(m)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} H_m^{(1)}(kr) \right\} \\ &\quad \cdot m \sin m\theta \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし、 $H_m^{(1)'}, K_m'$ などは、それぞれ $H_m^{(1)}, K_m$ の r に関する導関数を表わす。

一方、入射波のポテンシャル ϕ_{in} は式(2)のごとく表わされるので、 $r \cos\theta = x$ の関係を考慮し、式(14)の関係式から $\partial\phi_{in}/\partial n$ を求めて x を元に戻すと、

$$\frac{\partial\phi_{in}}{\partial n} = ik n_x \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ikr \cos\theta} \dots\dots\dots (18)$$

となる。

式(17), (18)を構造物表面の境界条件(6)に代入する

と、構造物表面条件(6)は次式のように展開される。

$$\begin{aligned} &(n_x \cos\theta + n_y \sin\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} k_n A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \right. \\ &\quad \left. \cdot K_m'(k_nr) - i k A_0^{(m)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} H_m^{(1)'}(kr) \right\} \\ &\quad \cdot \cos m\theta + \frac{n_x \sin\theta - n_y \cos\theta}{r} \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m(k_nr) \right. \\ &\quad \left. - i A_0^{(m)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} H_m^{(1)}(kr) \right\} m \sin m\theta \\ &= -ik n_x \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ikr \cos\theta} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

(2) 複素係数 $A_n^{(m)}$ の決定

式(19)の両辺に $\cosh k(h+z)$ を乗じて、海底面から水面まで積分すると、固有関数の直交性によって左辺の $A_n^{(m)} (n=1, 2, \dots)$ にかかる積分はすべて 0 となり、

$$\begin{aligned} &\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ (n_x \cos\theta + n_y \sin\theta) H_m^{(1)'}(kr) \cos m\theta \right. \\ &\quad \left. - (m/kr) (n_x \sin\theta - n_y \cos\theta) H_m^{(1)}(kr) \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin m\theta \right\} A_0^{(m)} = n_x e^{ikr \cos\theta} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

を得る。

これは構造物表面の境界条件(6)から導かれる関係式で、柱体の任意の深さにおいて、柱体表面上の任意の r および θ について成り立つ必要がある。

ここで、式(20)中の n_x, n_y, r について考えてみると、対称断面を有する一様断面柱体においては、これらは構造物表面上ですべて $0 \leq \theta \leq 2\pi$ なる θ の関数として定義されることがわかる(Fig. 2 参照)。

そこで、これらが θ の関数であることを明白にするために、

$$\begin{cases} n_x = n_x(\theta) \\ n_y = n_y(\theta) \\ r = r(\theta) \end{cases} \dots\dots\dots (21)$$

と表わすこととする。

これを考慮すると、式(20)の両辺は見掛け上 r と θ の関数であるが、実際はともに θ のみの関数として表わされることがわかる。したがって、境界条件(6)が構造物表面上の任意の点で成り立つためには、式(20)が $0 \leq \theta \leq 2\pi$ なる任意の θ に対して成り立てばよいといふことができる。

ここで、式の展開を簡明にするため

$$\begin{aligned} \theta_0^{(m)}(\theta) &= \{n_x(\theta) \cos\theta + n_y(\theta) \sin\theta\} \\ &\quad \cdot H_m^{(1)'}(kr_0(\theta)) \cos m\theta + (m/kr_0(\theta)) \end{aligned}$$

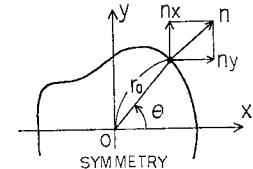


Fig. 2 Normal vector and its coordinate
(n_x, n_y and r_0 are functions that depend solely on variable θ)

$$\left. \begin{aligned} & \cdot \{n_x(\theta) \sin \theta - n_y(\theta) \cos \theta\} \\ & \cdot H_m^{(1)}(kr_0(\theta)) \sin m\theta \\ f(\theta) = & n_x(\theta) \exp(ikr_0(\theta) \cos \theta) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

と置くと、式 (20) は次のように表わされる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_0^{(m)} \Theta_0^{(m)}(\theta) = f(\theta) \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

ところで面對称断面柱体の場合、 $n_x(-\theta) = n_x(\theta)$, $n_y(-\theta) = -n_y(\theta)$, $r_0(-\theta) = r_0(\theta)$ の関係があることは明らかである。したがって、式 (22) から $\Theta_0^{(m)}(-\theta) = \Theta_0^{(m)}(\theta)$, $f(-\theta) = f(\theta)$ となることも容易に示すことができる。

すなわち、式 (23) の両辺はともに θ に関する偶関数であり、次のようにフーリエ余弦展開をすることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} A_0^{(m)} \Theta_0^{(m)}(\theta) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} a_l \cos l\theta \\ f(\theta) &= \frac{b_0}{2} + \sum_{l=1}^{\infty} b_l \cos l\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

ただし、 a_l , b_l ($l=0, 1, \dots$) はフーリエ係数で、次式のようである。

$$\left. \begin{aligned} a_l &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} A_0^{(m)} \Theta_0^{(m)}(\theta) \cos l\theta d\theta \\ b_l &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\theta) \cos l\theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

したがって、式 (23)～(25) を考慮すれば、式 (20) が $0 \leq \theta \leq 2\pi$ なる任意の θ に対して成り立つためには、フーリエ係数 a_l と b_l の間に、 $a_l = b_l$ ($l=0, 1, \dots$) の関係が必要であることがわかる。

すなわち、

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\pi} \Theta_0^{(m)}(\theta) \cos l\theta d\theta A_0^{(m)} \\ &= \int_0^{\pi} f(\theta) \cos l\theta d\theta \quad (l=0, 1, \dots) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

が成り立つことが必要である。

これは複素係数 $A_0^{(m)}$ ($m=0, 1, \dots$) が満たすべき複素係数連立 1 次方程式で、行列表示すると次のように書くことができる。

$$\left[\begin{array}{cccc} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} & \cdots & d_{1n} & \cdots \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} & \cdots & d_{2n} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mm} & \cdots & d_{mn} & \cdots \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} A_0^{(0)} \\ A_0^{(1)} \\ \vdots \\ A_0^{(m-1)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{array} \right] \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

ただし、行列および定数ベクトルの要素 d_{mn} , α_m などは次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} d_{mn} &= \int_0^{\pi} \Theta_0^{(n-1)}(\theta) \cos(m-1)\theta d\theta \\ \alpha_m &= \int_0^{\pi} f(\theta) \cos(m-1)\theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

連立方程式 (27) から複素係数 $A_0^{(m)}$ ($m=0, 1, \dots$) が決定される。

$A_0^{(m)}$ ($m=0, 1, \dots$) に関する連立方程式 (27) が得られたのと同様にして、式 (19) の両辺に $\cos k_n(h+z)$ を乗じて海底面から水面まで積分し、次にこの両辺をフーリエ余弦展開したとき各次数のフーリエ係数が等しいとおくと、 $A_n^{(m)}$ ($n=1, 2, \dots$, $m=0, 1, \dots$) に関する連立方程式が得られる。ただし、この連立方程式は、式 (19) に $\cos k_n(h+z)$ を乗じたときの右辺の積分が固有関数の直交性によって常に 0 となるため、式 (27) の右辺に相当する定数ベクトル項の成分がすべて 0 となる。これよりただちに $n=0$ の場合以外の係数 $A_n^{(m)}$ は 0 であることがわかる。

(3) 場の速度ポテンシャル

入射波のポテンシャル ϕ_{in} は式 (2) のごとく表わされるから、この指數関数の部分 $\exp(ikr \cos \theta)$ をベッセル関数で展開して、これと式 (13) で表わされる散乱波のポテンシャル ϕ_{sc} を式 (1) に代入し、 $A_n^{(m)}$ が $n \neq 0$ のとき 0 であることを考慮すると、流体運動を支配する場全体の速度ポテンシャルは次式で表わされることがわかる。

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z, t) &= \frac{gH_0}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr) - i A_0^{(m)} H_m^{(1)}(kr) \} \cos m\theta \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

ここに、 ϵ_m : ノイマン数 ($m=0$ のとき 1, $m \geq 1$ のとき 2), J_m : 第 1 種ベッセル関数である。

上式 (29) の右辺のベッセル関数の項は入射波を表わし、ハンケル関数の項は回折波を表わす。これからわかるように、面對称柱体の場合、軸対称構造物の場合と異なって、速度ポテンシャルの中に変形ベッセル関数で表わされる散乱波の項は存在しない。

また、複素係数 $A_0^{(m)}$ は、個々の断面形状に応じて、連立方程式 (27) の解として得られる。連立方程式 (27) は無限次元の複素係数連立 1 次方程式であるが、実用上は必要な精度に応じて適当なところで打ち切ればよい。

Table 1 は、正方形断面柱体の場合について、各 D/L に対しての複素係数 $A_0^{(m)}$ ($m=0, 1, \dots$) を示したものである。ただし、 D は正方形の一辺の長さ、 L は入射波長である。

この表から、 D/L の値によって差異はあるものの、 m がある値以上になると、 m が大きくなるにつれて $A_0^{(m)}$ の値のオーダーは確実に小さくなり、有限項で打ち切っても実用上問題がないことがわかる。また、ここに示した正方形以外の断面形状に対しても 10 項もとれば実用上十分な範囲で収束することが確認されている。

Table 1 Numerical values of Fourier coefficients, $A_0^{(m)}$, for the square cross section.

D/L	0.2		0.4		0.6		0.8	
	real	imaginary	real	imaginary	real	imaginary	real	imaginary
0	2.77×10^{-1}	-8.39×10^{-2}	4.91×10^{-1}	-5.61×10^{-1}	9.17×10^{-2}	-9.38×10^{-1}	-3.36×10^{-1}	-5.72×10^{-1}
1	1.85×10^{-1}	-5.75×10^{-1}	1.34×10^{-1}	-4.50×10^{-1}	6.91×10^{-2}	5.95×10^{-1}	1.03×10^0	1.36×10^0
2	6.70×10^{-2}	2.24×10^{-8}	7.80×10^{-1}	3.74×10^{-1}	9.94×10^{-1}	9.37×10^{-1}	8.10×10^{-1}	4.28×10^{-1}
3	2.30×10^{-3}	-6.21×10^{-3}	2.01×10^{-2}	-2.50×10^{-2}	-1.10×10^{-1}	7.63×10^{-2}	-6.19×10^{-1}	1.99×10^{-1}
4	-1.11×10^{-4}	3.10×10^{-5}	-5.15×10^{-8}	3.78×10^{-8}	-3.74×10^{-2}	4.04×10^{-2}	-1.01×10^{-1}	1.09×10^{-1}
5	-1.87×10^{-5}	5.71×10^{-5}	-3.33×10^{-4}	8.61×10^{-4}	1.64×10^{-3}	-7.60×10^{-3}	2.55×10^{-3}	-8.67×10^{-2}
6	-1.90×10^{-6}	-6.37×10^{-8}	-3.84×10^{-4}	-1.84×10^{-4}	-2.86×10^{-3}	-2.77×10^{-3}	-9.09×10^{-3}	-5.84×10^{-8}
7	-3.03×10^{-8}	8.28×10^{-8}	-4.13×10^{-6}	5.43×10^{-6}	1.18×10^{-4}	-9.28×10^{-5}	2.32×10^{-3}	-9.56×10^{-4}
8	5.76×10^{-10}	-1.59×10^{-10}	4.59×10^{-7}	-3.22×10^{-7}	1.89×10^{-5}	-1.83×10^{-5}	1.85×10^{-4}	-1.66×10^{-4}
9	6.38×10^{-11}	-1.93×10^{-10}	1.98×10^{-8}	-4.87×10^{-8}	-6.28×10^{-7}	2.28×10^{-6}	-1.01×10^{-5}	8.75×10^{-5}

4. 円筒への適用—MacCamay・Fuchs の理論との関連

対称柱体による波の回折の場を支配する速度ポテンシャルは式 (29) のごとく求められた。一方、この特別な場合である円筒構造物による波の回折を理論的に取り扱ったものに、MacCamay と Fuchs^[4] による研究があり、その解は円筒の半径を a として次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta, z, t) = & \frac{g H_0}{2 \omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \\ & \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left[\epsilon_m i^m \left\{ J_m(kr) - \frac{J_m'(ka)}{H_m^{(1)'}(ka)} H_m^{(1)}(kr) \right\} \right. \\ & \left. \cdot \cos m\theta \right] \quad (30) \end{aligned}$$

これと式 (29) を比較してみると、MacCamay・Fuchs の解では、式 (29) 中の複素係数 $A_0^{(m)}$ が、

$$A_0^{(m)} = \epsilon_m i^{m-1} \frac{J_m'(ka)}{H_m^{(1)'}(ka)} \quad (m=0, 1, \dots) \quad (31)$$

となっていることがわかる。ここでは、本理論解析法を円筒構造物に適用することによって式 (31) が導かれるることを示す。そして、これによって本理論が、その特別な場合の一つとして MacCamay・Fuchs の理論を包含する、より一般的な理論となっていることを明らかにする。

まず、式 (21) の n_x, n_y, r_0 であるが、これらは円筒構造物の場合次のように表わされる (Fig. 3 参照)。

$$\begin{cases} n_x(\theta) = \cos \theta \\ n_y(\theta) = \sin \theta \\ r_0(\theta) = a \end{cases} \quad (32)$$

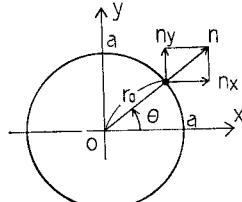


Fig. 3
Normal vector and its coordinate for a circular cylinder.

これらを式 (22) に代入して $\Theta_0^{(m)}(\theta), f(\theta)$ などを求めるべく次式のようになる。

$$\begin{cases} \Theta_0^{(m)}(\theta) = H_m^{(1)'}(ka) \cos m\theta \\ f(\theta) = \cos \theta \exp(ika \cos \theta) \end{cases} \quad (33)$$

次にこれを式 (28) に代入して行列の要素 d_{mn} を求めるべく、余弦関数の直交性により $m \neq n$ のときはすべて 0 となることがわかる。 $m=n$ のときも簡単に計算でき、結局次のようにになる。

$$d_{mn} = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \pi H_0^{(1)'}(ka) & (m=n=1) \\ (\pi/2) H_{m-1}^{(1)'}(ka) & (m=n=2, 3, \dots) \end{cases} \quad (34)$$

また、同様に定数ベクトルの要素 α_m は、式 (33) で表わされる $f(\theta)$ の指數関数の部分をベッセル関数で展開して、次式のように表わすことができる。

$$\alpha_m = 2 \sum_{l=0}^{\infty} \epsilon_l i^l J_l(ka) \int_0^{\pi} \cos \theta \cos(m-1)\theta \cos l\theta d\theta \quad (35)$$

ここで、

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi} \cos \theta \cos(m-1)\theta \cos l\theta d\theta \\ &= \begin{cases} \pi/2 & (l=m=1, l=0, m=2) \\ \pi/4 & (l=m=2, l=m-2, m, m \geq 3) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (36) \end{aligned}$$

および、 $J_1(ka) = -J_0'(ka)$, $J_{m-2}(ka) - J_m(ka) = 2 \cdot J_{m-1}'(ka)$ などの関係を用いると、式 (35) は $m=1, 2, \dots$ に対して次のようになる。

$$\alpha_m = \pi i^{m-2} J_{m-1}'(ka) \quad (37)$$

式 (34) から明らかにように、 $A_0^{(m)}$ に関する連立方程式 (27) の係数行列は対角成分以外すべて 0 である。これと式 (37) より、連立方程式 (27) は円筒構造物に対して次のようになることがわかる。

$$\begin{bmatrix} \pi H_0^{(1)'}(ka) & & & & & A_0^{(0)} \\ & (\pi/2) H_1^{(1)'}(ka) & \cdots & 0 & \cdots & A_0^{(1)} \\ & & \ddots & & & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & (\pi/2) H_{m-1}^{(1)'}(ka) & \cdots & A_0^{(m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0^{(0)} \\ A_0^{(1)} \\ \vdots \\ \vdots \\ A_0^{(m)} \end{bmatrix}$$

これは簡単に解けて次のようになる。

$$A_0^{(m)} = \epsilon_m i^{m-1} \frac{J_m'(ka)}{H_m^{(1)'}(ka)} \quad (m=0, 1, \dots) \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

ここに得られた $A_0^{(m)}$ は、先に述べた式 (31) とまったく同じである。したがって、これを場の速度ポテンシャルの表示式 (29) に代入すると、MacCamy・Fuchs の解 (30) に一致する。

5. 波圧および波力

構造物表面の波圧 P は、ベルヌーイの式より次式によつて求められる。

$$\frac{P}{\rho g H_0/2} = i \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \\ \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr_o(\theta)) - i A_{0(m)} \\ \cdot H_m^{(1)}(kr_o(\theta)) \} \cos m\theta \dots \dots \dots (40)$$

ただし、 ρ は流体密度である。

また、柱体の微小長さ dx に働く水平力を dF_M とすると、これは波力の x 方向成分を柱体まわりで積分することによって得られ、次式となる。

$$dF_M = -i \frac{\rho g H_0}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \\ \cdot \int_0^{2\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr_0(\theta)) - i A_0 {}^{(m)} \right. \\ \cdot H_m {}^{(1)}(kr_0(\theta)) \} \cos m\theta n_x(\theta) R(\theta) \left. \right] d\theta dz \\ \dots \quad (41)$$

構造物の下端まわりの転倒モーメント M は次式によつて求められる。

$$M = -i \frac{\rho g H_0}{2 k^2} \left(h \frac{\omega^2}{g} + \frac{1 - \cosh kh}{\cosh kh} \right) e^{-i\omega t}$$

$$\cdot \int_0^{2\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr_0(\theta)) - i A_0^{(m)} \right.$$

$$\left. \cdot H_m^{(1)}(kr_0(\theta)) \} \cos m\theta n_x(\theta) R(\theta) \right] d\theta$$

..... (42)

ただし

$$R(\theta) = \sqrt{r_0(\theta)^2 + \left(\frac{dr_0(\theta)}{d\theta} \right)^2} \quad \dots \dots \dots (43)$$

であり、 $R(\theta)d\theta$ は柱体断面の境界線の微小長さを表わす。 $r_o(\theta) \geq dr_o(\theta)/d\theta$ の場合、 $R(\theta) \approx r_o(\theta)$ となる。

6. 質量係数

(1) 質量係数の算定

モリソン公式における慣性力項を考えると、慣性力の大きさは、水粒子加速度の絶対値に比例することがわかる。そこで、まず入射波を微小振幅波として水粒子加速度を求め、モリソン公式における慣性力の表示式に基づき、慣性力の大きさを最大となる位相で求める。そして次に、これと式(41)から求められる慣性力の最大値を等置すれば、質量係数が次式のように求められる。

$$C_M = \frac{1}{kS} \left| \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr_0(\theta)) - i A_0^{(m)} \right. \\ \left. \cdot H_m^{(1)}(kr_0(\theta)) \} \cos m\theta n_x(\theta) R(\theta) d\theta \right| \dots (44)$$

ここに、 C_M ：質量係数、 S ：柱体の基準面積である。

円筒の場合、式(44)の複素係数 $A_0^{(m)}$ は式(39)のようになる。また、 $r_0(\theta)$ 、 $n_x(\theta)$ は式(32)で表わされる。これらと $S = \pi a^2$ 、 $R(\theta) = a$ (a は円筒の半径)などを用いると、 C_M の計算式は周知の Reid¹⁵⁾ の結果と一致する。

なお、一般に水粒子加速度と慣性力との間には位相差があるので、抗力項と慣性力項を単純に同位相で加え合わせて波力を求めることはできない。しかし、一般的な大型海洋構造物の場合、 D/L が大きくなると抗力項が無視できるようになるので、設計的には慣性力の大きさが知れば十分であることが多い。この場合、式(44)で求められる質量係数を、あらかじめ図表の形でまとめておけば、これを用いてモリソン公式の慣性力の表示式から簡単に波力を求めることができるので便利である。

(2) 質量係数の性質に関する考察

式(44)中の複素係数 $A_0^{(m)}$ を求めるための連立1次方程式(27)の係数行列、定数ベクトル項などを決定する式(22)と式(28)をみると、これらは、構造物表面上の単位法線ベクトルの成分と、 $kr_0(\theta)$ 、すなわち構造物の中心から表面までの距離と入射波長の比のみによって表わされていることがわかる。これから、 $A_0^{(m)}$ は構造物形状および構造物の大きさと入射波長の比の関数となっているということができる。

したがって、式(44)から明らかなように、面對称柱体の場合、質量係数自体も構造物形状および構造物の径と入射波長との比のみの関数であるということができる。このため、水深の影響は波長の変化という形で現われるだけで、この占田筒の場合と類似の性質である。

(3) 基準面積について

さて、質量係数の算定式(44)における基準面積でも

るが、通常、柱体の断面積がとられる。しかし、柱体断面が板のように一方向に薄くなると、波の当たる向きによって、質量係数が極端に大きくなったり、また逆に小さくなったりする。このため、板に対しては基準面積として、柱体の波向きの投影幅と同じ直径を有する円の面積がとられる場合がある¹⁶⁾。

本論文で対象とする柱体は板も含むので、統一的に板の場合と同じ基準面積、すなわち投影幅を d_2 とすると、 $\pi d_2^2/4$ をとることにする。このとき同じ波条件、同じ波向き投影幅の柱体に対して、質量係数の大小が直接波力の大小を表わすことになり、後に示すように断面形状の違いによる波力の大小を検討する際に便利である。

(4) 矩形断面柱体の質量係数

Fig. 4 は、矩形断面柱体の質量係数の特性を示したもので、波の進行方向に平行な辺の幅 d_1 と、これに直角な辺の幅 d_2 との比 d_1/d_2 をパラメーターとして、構造物の代表径 D と入射波長 L との比 D/L の関数として示してある。ただし、構造物の代表径 D として波向きに直角な辺の幅 d_2 をとっている。

これらの図からわかるように、 D/L が 0.2 以下、すなわち構造物の径に比べて入射波長が長いときは、質量係数は d_1/d_2 が大きいほど、換言すれば波の進行方向に対して細長いほど大きい。したがって、 d_2 が同じ場合慣性力も大きいということができる。また、 D/L が大きくなると、回折波の影響が大きくなり、入射波と回折波の干渉等の効果、 d_1/d_2 の違いによる位相差の効果などが現われるため、質量係数の値の大小は d_1/d_2 に対して複雑に入れ替わっていることがわかる。しかしながら、いずれにして

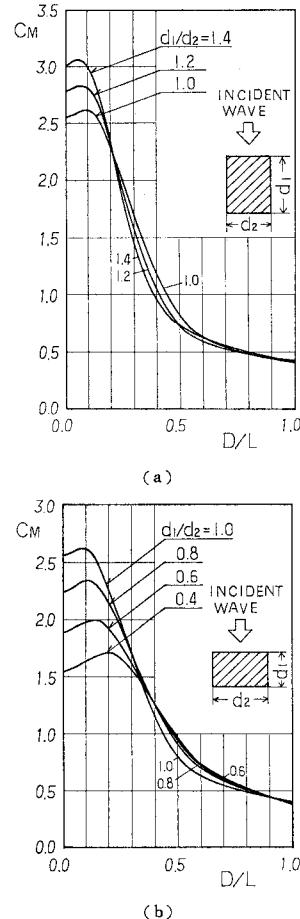


Fig. 4 Variation of inertia coefficient with D/L for the rectangular cylinders.

も D/L が 0.5 以上になると、質量係数の値は各 d_1/d_2 に対して狭い範囲で重なり合っており、この場合、波の進行方向に対する柱体の幅が同じであれば、厚さにかかわりなく、慣性力の大きさはほぼ同じであることができる。

また、 $D/L \rightarrow 0$ の場合の正方形断面に対する質量係数は、2次元理論により、基準面積を D^2 として 2.19 になることが知られている¹⁷⁾。これを、本論文中の基準面積 $\pi D^2/4$ に対する値に換算すると 2.79 となる。一方、本理論による計算値は 2.57 であるから、約 8% 本理論による計算値の方が小さいことがわかる。これは、グリーン関数のフーリエ展開による Isaacson¹⁸⁾ の計算結果でも同様で、彼はこの原因を要素分割による角のまるめ効果によるものと推論している。本論文中の数値計算例でも、対面柱体の地震時付加質量を論じた前論文¹¹⁾に述べたと同様に、 n_x, n_y の不連続性を、矩形の角をわずかにまるめることにより処理しているので、同じ影響が考えられる。しかし、これについては、本論文中の数値計算例ではあらかじめ角のまるめを徐々に小さくしていく、一定値に収束することを確かめているので、もし、不連続点の処理の仕方、すなわち角のまるめの影響であるとすると、わずかでも角がまるまつていれば、真の矩形断面と比べて値が異なるということになる。このことは理論的には興味深いが、いずれにしても両者の差異は約 8% 程度で、しかも実際の構造物の角は大なり小なりまるまついていることを考えれば、実用上の問題はないといえよう。

(5) 小判形断面柱体の質量係数

Fig. 5 は、矩形断面の場合と同様にして小判形断面柱体の質量係数を求めたものである。ただし、小判形断面とは、図中に示したように、矩形と、矩形の幅と同じ直径を有する半円 2 個からなる断面形状のことである。また、この場合も代表径 D として d_2 をとっている。

これらの図からわかるように、質量係数の D/L に対する特性に関しては、矩形断面の場合と同様のことがいえる。しかし、同じ d_1/d_2 に対する質量係数の値そのものを矩形断面と比較してみると、断面形状が波向きに対して細長いときは矩形断面の方が大きいが、断面形状が偏平になると、逆に小判形断面の方が大きくなる場合があることがわかり興味深い。すなわち、この事実は、波向きに対して断面形状が細長いときは、小判形断面の方が同じ波向き幅に対して波から受ける慣性力が小さいが、偏平となると、逆に大きな慣性力を受ける場合があることを示しており、角張りのない小判形断面の方があらゆる条件に対して波力が小さくなるであろうという大方の予想を裏切るものである。これは後に柱体周辺の波

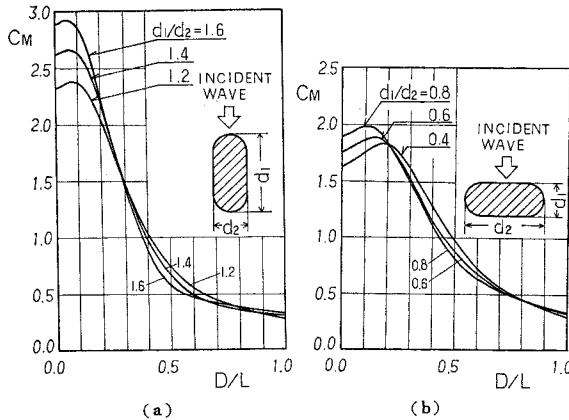


Fig. 5 Variation of inertia coefficient with D/L for the oblong cylinders.

高分布のところでも述べるが、回折波と入射波の干渉効果によるものと考えられる。

7. 波高分布

構造物の周辺の波高を H とするとき、これと入射波高 H_0 の比 $K_d (=H/H_0)$ は断面形状と D/L の関数で、次式によって求められる。

$$K_d = \left| \sum_{m=0}^{\infty} \{ \epsilon_m i^m J_m(kr) - i A_0^{(m)} H_m^{(1)}(kr) \} \cdot \cos m\theta \right| \quad \dots\dots(45)$$

Fig. 6(a)～(c) は、式 (45) によって求めた $D/L = 0.364$ の場合の矩形および小判形断面柱体周辺の波高分布を示したもので、それぞれ $d_1/d_2 = 0.8, 0.5, 0.3$ の場合である。ただし、以下の例も含めて代表径 D として d_2 をとっている。また、図中の矢印は入射波の進行方向を示す。

これらの図からわかるように、柱体が偏平になるに従って、矩形および小判形断面柱体周辺の波高分布は類似の性状をなす。これは当然の結果ともいえるが、注目すべきことは、 $d_1/d_2 = 0.3$ の場合、小判形断面の方が柱体前面の波高が大きくなっていることである。これから、柱体の角を滑らかにした小判形断面の場合、必ずしも矩形断面に比べて前面波高が小さくなるとは限らないということがわかる。そして、これは回折波のフーリエ成分波と入射波の干渉効果の結果と考えられ、このため波力も矩形断面よりも小判形断面の方が大きいということが生じる。また、矩形断面、小判形断面とともに、前面の波高が入射波の倍以上となる場合が生じている。これは井島ら¹⁹⁾によって行われたグリーン関数法による計算例でも同様である。また、以前より半無限堤前面の重複波高の例でも同様の場合が生じることが知られている²⁰⁾。

Fig. 7(a)～(c) は、三角形断面柱体の場合の計算結

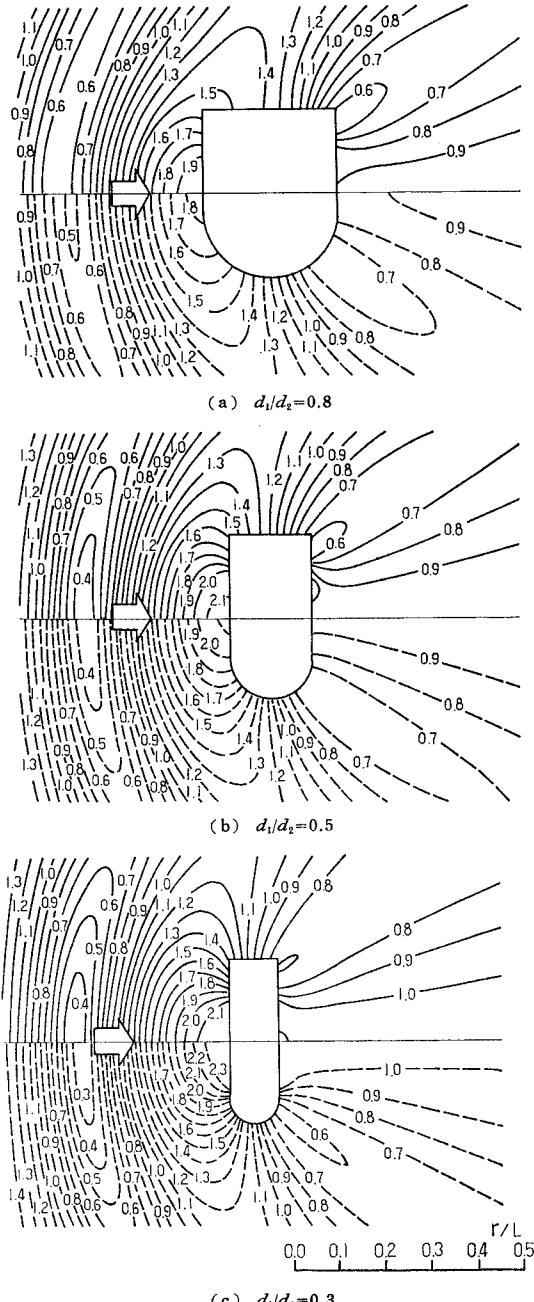


Fig. 6 Topography map of diffraction coefficient for rectangular and oblong cylinders.

果を示したもので、それぞれ $d_1/d_2 = 1.0, 0.8, 0.6$ の場合である。ここで d_1 は波の進行方向に平行な柱体厚(三角形の高さ)、 d_2 は波の進行方向に直角な投影幅(三角形の底辺)であり、 d_1/d_2 が小さくなるほど波の進行方向に偏平となる。また、図中実線は $D/L = 0.634$ 、破線は $D/L = 0.364$ の場合である。これらの図から、柱体背後の波高分布は d_1/d_2 の値にかかわらず類似の分布性

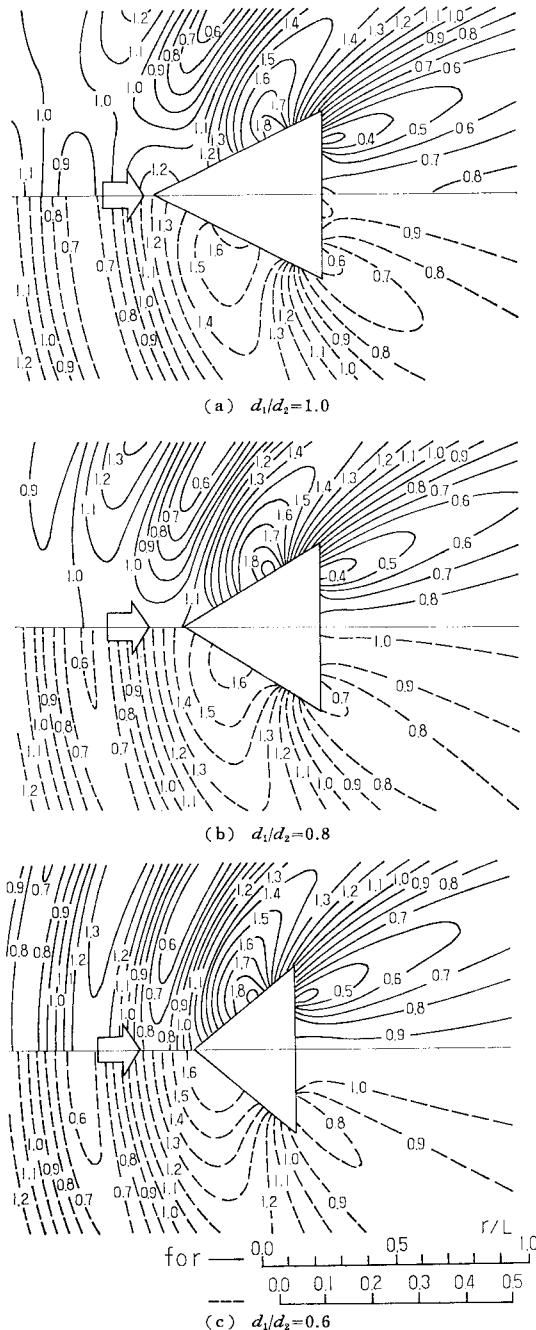


Fig. 7 Topography map of diffraction coefficient for the triangular cylinders.

状をなすが、これに対して、柱体前面の波高分布は、構造物の径に比べて波長が比較的短い $D/L=0.634$ の場合 d_1/d_2 の値によってかなり異なっているのがわかる。

8. 模型実験による検証

以上述べた理論および計算結果の妥当性を検証するた

めに模型実験を行った。実験に使用した水槽は、フラップ式造波装置を備えた長さ 40 m、幅 4 m、深さ 2.2 m の実験用水槽で、模型を中心とした水槽側壁および水槽末端には反射波を防止するための消波装置が設置されている。また、使用した模型は一辺 37 cm の正方形断面柱で、厚さ 4.2 mm の鋼板により製作されており、剛体とみなしてよいものである。

実験は、この模型を水槽の中央部に固定し、これに造波板で発生させた正弦波を入射することによって行った。この際、水深 10 cm の位置で、模型側壁の周上に配置した小型圧力変換器によって同時に波圧を測定した。実験に用いた波は、周期 0.8~2.6 秒、波高 2.4~7.0 cm の範囲にあり、入射波高は模型の前面 13.5 m の位置に設置した抵抗線式波高計により測定した。

Fig. 8(a)~(c) は柱体表面の水平波圧分布を示したもので、各点における最大波圧 P_{\max} を $P_{\max}/\rho g H_0$ のように無次元化している。図中実線は計算値を、●印は実験で得られた 10 波に対する平均値を示している。また、実験値については、その上限値および下限値も示してある。これらの図は、それぞれ $D/L=0.138, 0.237, 0.380$ の場合である、図から、各 D/L に対して実験値と計算値は比較的良好な一致を示していることがわかる。

Fig. 9 は同じ実験結果を柱体表面の各点における波

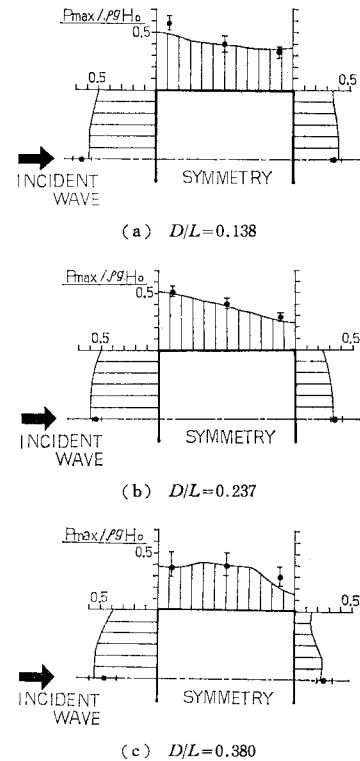


Fig. 8 Comparison of computation with experiment for the distribution of wave pressure.

圧の時間変化について示したもので、計算値は、大きさ、および位相差とも、実験値とよく一致していることがわかる。

ここで示したように、本理論を適用して得られた正方形断面柱体の波圧に関する計算結果は、分布性状、波圧値、各点における位相差など、いずれも実験結果とよく一致しており、本理論の妥当性が確かめられたといえよう。

9. 結 語

以上、本論文では、面对称柱体による波の回折と波力を線形理論の範囲で厳密に取り扱い、これらの解を得る方法を示した。

そして、これを円筒構造物に適用すればよく知られている MacCamy・Fuchs の解が得られることを示し、本論文中で示した理論が円筒に関する MacCamy・Fuchs の理論の拡張となっていることを明らかにした。

次いで、波の進行方向に直角な柱体の幅と同じ直径を有する円の面積を基準断面積として、矩形および小判形断面を有する柱体の質量係数を求めた。この結果、これらの特性は円筒の場合と類似であるが、値は波の進行方向に平行な柱体厚 d_1 と直角な柱体幅 d_2 の比 d_1/d_2 によって異なり、 D/L が 0.2 以下では、 d_1/d_2 が大きいほど大きいことが明らかとなった。また、柱体が波の進行方向に対して偏平となると、小判形断面の方が矩形断面に比べて質量係数が大きく、したがって同じ投影幅をもつ場合、作用する慣性力が大きくなる場合があることなどが明らかとなった。

また、矩形、小判形、三角形などの断面形状を有する柱体周辺の波高分布を求めた。そして、柱体前面の波高を矩形断面と小判形断面で比較したとき、小判形断面の方が大きくなる場合があること、また、回折波の影響で矩形断面、小判形断面ともに柱体前面の波高が入射波高の 2 倍以上となる場合があることなどを示した。

最後に、本理論の妥当性を検証するため模型実験を行い、正方形断面柱体の壁面上における波圧分布、および波圧の時間変化について、実験結果と計算結果を比較検

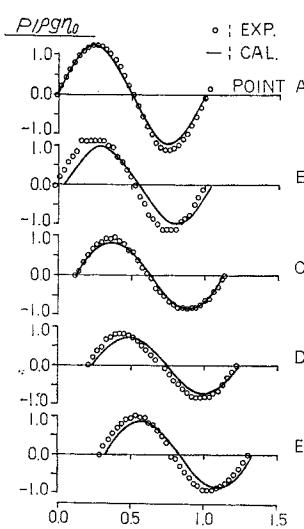


Fig. 9 Comparison between computation and experiment for time-varying pressure.

討した。この結果、波圧の分布性状、波圧値、位相差、いずれも両者はよい一致を示し、本理論の妥当性が確かめられた。

おわりに、実験を担当された、当時清水建設(株)海洋開発部 三島和生(現土木開発部)、白石雅美(現研究所)両氏に謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) MacCamy, R.C. and R.A. Fuchs : Wave forces on piles; a diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, Beach Erosion Board, pp. 1~17, 1954.
- 2) 合田良実・吉村知司：島堤および大型橢円柱体による波の散乱と波力について、土木学会論文報告集、No. 205, pp. 71~80, 1972.
- 3) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による円柱状浮体の運動、土木学会論文報告集、No. 206, pp. 71~84, 1972.
- 4) 堀川清司・渡辺晃：円筒形浮体と浅海波の相互作用、第 19 回海岸工学講演会論文集、pp. 419~425, 1972.
- 5) 清川哲志・小林浩・日野幹雄：軸対称構造物による波の散乱と波力、土木学会論文報告集、No. 321, pp. 103~112, 1982.
- 6) Garrison, C.J. and Y.C. Philip : Wave forces on submerged bodies, Jour. of the Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div. Aug., 1972.
- 7) 日野幹雄・宮永洋一：グリーン関数および仮想法による波力と波の回折計算、土木学会論文報告集、No. 237, pp. 51~62, 1975.
- 8) 高木春男・三島和生・白石雅美：大型矩形海洋構造物に関する波圧分布特性、第 25 回海岸工学講演会論文集、pp. 357~361, 1978.
- 9) Isaacson, M. de St. Q. : Vertical cylinders of arbitrary section in waves, ASCE, Jour. of the waterway port coastal and ocean Div., WW 4, pp. 309~324, 1978.
- 10) 前出 5)
- 11) 清川哲志・小林浩：面对称柱体の水中振動による付加質量特性の研究、土木学会論文報告集、No. 321, pp. 79~90, 1982.
- 12) 清川哲志・小林浩：大型軸対称海洋構造物の地震時付加質量、第 29 回海岸工学講演会論文集、pp. 452~456, 1982.
- 13) 前出 5)
- 14) 前出 1)
- 15) Reid, R.O. : Estimation of wave forces on a fixed vertical cylinder of large diameter, Dept. of Oceanography, Agricultural and Mechanical College of Texas, 1960.
- 16) 土木学会：海岸保全施設設計便覧改訂版、pp. 47~51, 1969.
- 17) Myers, J.J., C.H. Holm and R.F. McAlister : Handbook of ocean and underwater Engineering, McGraw-Hill Publishing Co., Inc., New York, N.Y., 1969.
- 18) 前出 9)
- 19) 井島武士・周宗仁・湯村やす：任意形状の透過および不透過防波堤による波の散乱と流体力、土木学会論文報告集、No. 225, pp. 31~42, 1974.
- 20) 合田良実：港湾構造物の耐波設計、鹿島出版会、pp. 72~74, 1977.

(1982.7.16・受付)