

河床波スペクトルの形成に関する研究

STUDY ON FORMATION OF SAND WAVE SPECTRUM

中川 博 次*・辻 本 哲 郎**
By Hiroji NAKAGAWA and Tetsuro TSUJIMOTO

1. ま え が き

移動床流れにおいては流水特性、流砂量特性に及ぼす河床波の影響は著しく、従来から河床形状に関する研究は数多い。特に河床形状特性が強い不規則性を有することが注目され、1960 年代後半から 1970 年代にかけてはその統計的性質をスペクトルを用いて調べようとする研究が盛んに行われ^{1)~4)}、いわゆる平衡状態の河床波 (fully developed sand waves) については「-3 乗則」⁵⁾ に代表される特徴に基づいて普遍表示が試みられている^{6)~7)} 現況である。こうした知識は河床波の存在する移動床水路の流水抵抗や流砂量の予測に有効に利用される^{8)~12)} が、最近では実際の河川の流床では流量がたえず変化し、必ずしも平衡状態の河床波が形成されているとは限らないことに着目し、河床波の発達^{13)~15)} や変形過程^{16)~19)} に関する研究が行われるようになってきている。この場合も河床波の平均波長・波高のみに着目していたのでは不十分で、河床波の不規則性がその発達・変形過程に大きな役割を果たしていることが指摘されている^{13), 16)}。こうした点に鑑み、本研究では平坦河床から河床波の発達する過程 (この機構が河床波の変形過程を論じるうえでも重要である¹⁸⁾) において、河床波の統計的性質がどのように変質してゆくかを、特に波数スペクトルの形成過程に着目して理論的、実験的に検討した^{注1)}。なお、本論文では主として dunes とよばれる小規模河床形態を対象とした。

2. 河床波の発達過程に関する実験

(1) 実験装置と実験方法

実験は長さ 9 m、幅 33 cm の鋼製可変勾配水路の中央部 7 m を深さ約 7.5 cm の移動床部として行った (実験方法については文献 7), 13) を参照)。実験に用いた砂は中央粒径 0.042 cm, 0.05 cm, 0.07 cm の 3 種類のほぼ均一砂で、それらを用いた実験ケースを A, B, C の記号で区別した。

河床縦断形の測定には自走式超音波測深器を一定速度 30 cm/秒で自走させ、水路中央線に沿って行った。また一部の実験では同じ走行台車に電気抵抗式砂面測定器 (正豊工学製 EPI-3 A) を搭載し、これを水位計に応用して水面形状も測定した。なお、実験中は給砂により平均河床勾配が、また下流端堰の調整により等流条件が変化しないよう注意した。実験条件は表-1 に示されているが、表中の水理量は通水後約 5~10 分の測定値を用いて計算されたものである (実際には河床波の発達に伴って変化する)。また表中、 i : 路床勾配、 d : 粒径、 h : 水深、 \bar{U} : 平均流速、 F_r : Froude 数、 R_{*k} : 砂粒 Reynolds 数 ($\equiv u_* d / \nu$, u_* : 摩擦速度、 ν : 水の動粘性係数) である。

なお、水面の存在の果たす役割を確認するため、図-1 に示すように移動床部において上壁が存在する場合についての実験を追加した²⁾。管路実験では適当な時間間隔で通水を停止し、上壁を取り去った後開水路静水状態で自走式超音波測深器を用いて各時刻の河床縦断形状を測定した。測定後は再び上壁を取り付け注意深く通水を

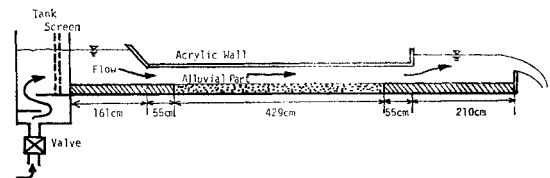


図-1 管路実験概要

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室

注 1) 本研究の一部は文献 20) に発表しているが、本論文ではさらに実験および理論的考察を拡充させている。

表一 実験条件表 (開水路)

RUN	i	$d(\text{cm})$	$h(\text{cm})$	$U(\text{cm/s})$	F_r	τ_*	R_{e*}	h/d
A-2	0.002 00	0.042	5.55	26.81	0.364	0.165	13.9	132.1
A-3	0.002 00	0.042	8.76	32.75	0.353	0.261	17.4	208.6
A-5	0.003 33	0.042	4.74	36.01	0.528	0.233	16.5	112.9
A-6	0.003 33	0.042	7.32	39.33	0.464	0.359	20.5	174.3
A-7	0.003 33	0.042	9.50	43.40	0.480	0.467	23.3	226.2
B-1	0.002 00	0.050	4.97	35.81	0.513	0.128	14.2	99.4
B-2	0.002 00	0.050	5.88	42.05	0.554	0.152	15.4	117.6
B-3	0.002 00	0.050	10.50	50.29	0.496	0.271	20.6	210.0
C-1	0.002 00	0.070	7.0	39.6	0.478	0.124	25.9	100.0
C-2	0.002 00	0.070	10.0	46.4	0.469	0.177	31.0	142.9
C-6	0.001 25	0.070	11.5	51.5	0.485	0.128	26.3	164.3
C-7	0.001 25	0.070	7.0	50.1	0.605	0.207	33.5	100.0
C-9	0.003 33	0.070	12.5	51.7	0.467	0.370	44.7	178.6

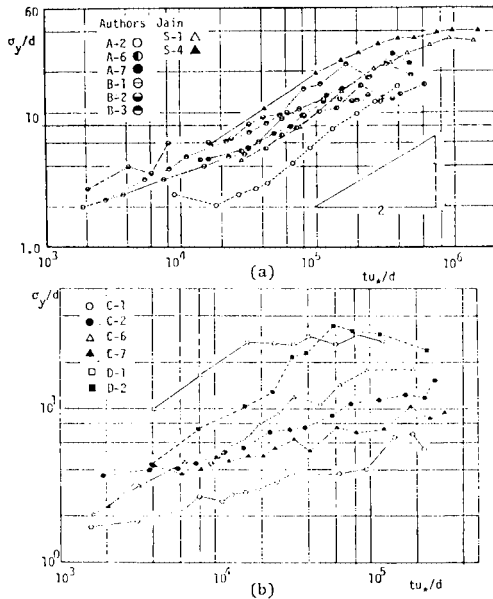
N.B. i : bed slope, R_{e*} : grain-size Reynolds number.

表二 実験条件表 (矩形管水路)

RUN	I_e	$d(\text{cm})$	$D_0(\text{cm})$	$\bar{U}(\text{cm/s})$	$u_* (\text{cm/s})$	τ_*	R_{e*}	D_0/d
D-1	0.005 95	0.07	7.5	67.6	4.74	0.203	33.2	107.14
D-2	0.004 60	0.07	7.5	50.7	4.56	0.188	31.9	107.14

再開した。管路実験の実験条件を表二に示す。ここで I_e はアクリル樹脂製上壁に 50 cm 間隔で設けられた圧力タップによって測定されたエネルギー勾配、 D_0 は初期移動床面から上壁までの距離である。摩擦速度 u_* の算定は側壁および上壁の粗度を考慮して求められた砂面のみが分担する径深²¹⁾とエネルギー勾配とから求めた。

上述の実験で得られた河床縦断形状データ (水路中央部約 4 m 部分) は 0.6 cm 刻みで離散化し、それぞれ大型計算機を用いて統計的性質を調べた。波数スペクトルの計算には M.E.M. を用いた。なお、実験結果の一部はすでに文献 21) (Case A), および 20) (Case B)



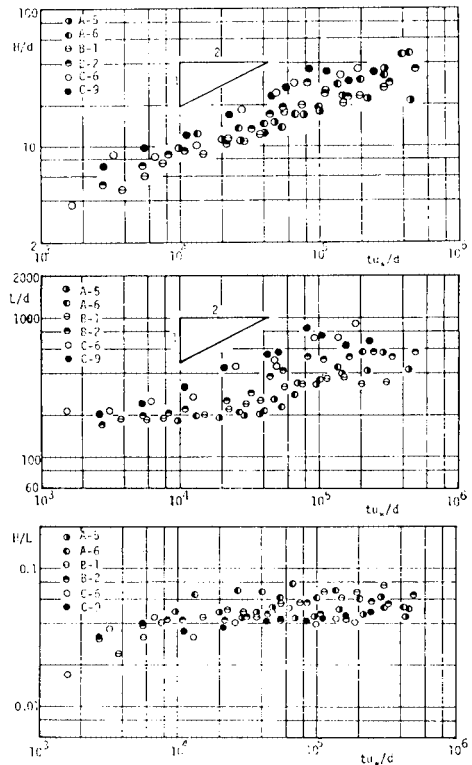
図二 河床高標準偏差の時間的变化

に用いられている。

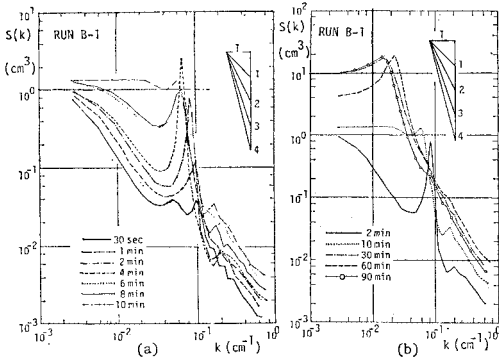
(2) 実験結果とその考察

河床高標準偏差 σ_y の時間的变化は 図一2 に示すようにこれまでの実験結果^{13), 15), 23)}と同様、ほぼ時間の平方根に比例して増加し、やがて平衡状態に達する。図一3 は峰間隔で定義された河床波の平均波長、波高および波形勾配の時間的变化で、平均波高は河床高の標準偏差の約 2 倍^{2), 7)}であるから σ_y の時間的变化とほぼ相似であるが、波長は初期においてはほとんど変化しないことが認められる。したがって波形勾配の変化は初期において生じ、その後はほぼ一定とみなせる。この段階では波長・波高が同じ傾向で増加し、河床波の幾何的相似性²⁾を仮定することができる。また初期には波長が一定なので、河床波の発達初期に適用される不安定性解析で波長変化を考慮しないことが容認できるものと思われる。

図一4 は砂面の波数スペクトルの時間的变化の一例である。図一4 (a) には主として発達の初期過程、(b) には発達初期から平衡状態に至る過程が示されている。ま

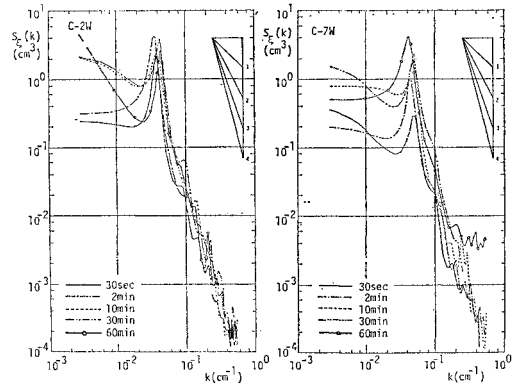


図三 河床波の平均波長・波高および波形勾配の時間的变化



図—4 砂面波数スペクトルの時間的変化の一例

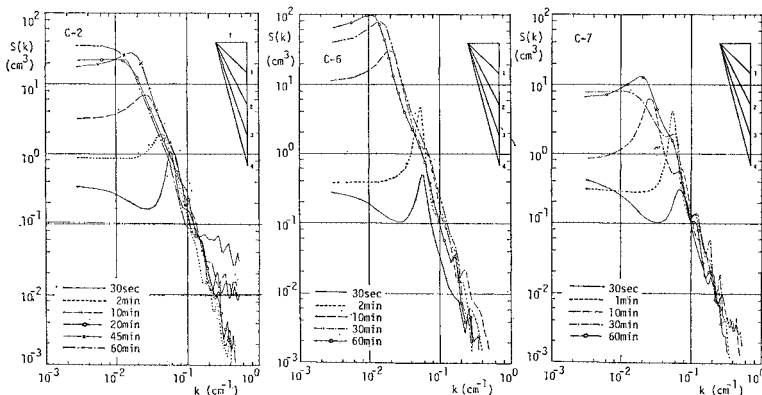
ず、最も初期の段階に着目すると（通水 30 秒），砂面のスペクトルは「-3 乗則」²³⁾あるいはそれを基礎として提案された普遍スペクトルモデル²⁾に比べ高波数域でのスペクトル減衰性状はかなり緩やかであることがわかり、これが著者らが先に砂面での砂粒のランダムな離脱・落下の繰り返しによって生じると推定した初期砂面擾乱²³⁾に相当しているものと考えられる。ところが、わずかな時間でスペクトルに鋭いピークがみられるようになり（図—4 (b) に示した例では 1~6 分），この時期に砂面を観察するとかなり規則正しい波形が形成されている。すなわちこの時期にランダムな擾乱から比較的規則正しい波形への変質を生じている。著者らは前報²¹⁾でこの時期が線形不安定性解析で取り扱われるはずであると予想した。さらに時間が経過した場合のスペクトルの変形は図—4 (b) をみてわかるように、ピークが鈍くなってスペクトル密度が広い波数減へ、特に低波数側へ分布され再び不規則性が強化されてくる。スペクトルピークも低波数側への移行とともに目立たなくなり、スペクトル形はいずれは「-3 乗則」で代表される平衡状態の特性を備えたものとなる。こうした実験結果は Jain と Kennedy²⁴⁾ によるものとほぼ一致するが、彼らの指摘するより高波数側のサブピークと、それがより速く低波数側



図—6 河床波の発達に伴う水面波数スペクトルの時間的変化例

へ移行し先述のスペクトルと合体する過程は、少なくとも顕著には認められなかった（Jain ら²⁴⁾の実験は $d=0.025$ cm の細砂を用いており、 $R_{e*}=8.2\sim 10.5$ 程度で著者らの対象とする河床波とは異質のもの（たとえば ripples）である可能性がある）。図—5 (a), (b) には他の実験例を示した（Case A については文献 21）で既報）が、上述の特徴がいずれの場合にも認められた。

図—6 には河床波の発達に伴う水面波の波数スペクトルの変化例を図—5 に示した実験に対応して示した。水面波についても、波数スペクトルに顕著なピークが認められるが、砂面スペクトルと比べると明らかな減衰傾向、低波数側への移行は認められない。また、スペクトルピークに対応する波数は砂面スペクトルの初期ピーク波数とほぼ一致しており、こうした実験結果から、河床波発達のごく初期において水面波の効果が砂面に伝達されたものの、その後は砂面は独自の機構で変化してゆることが予想される。こうした予想を検証するために行ったのが Case D の実験で、矩形管路内移動床水路での河床波形成過程を調べたものである。この場合の砂面波数



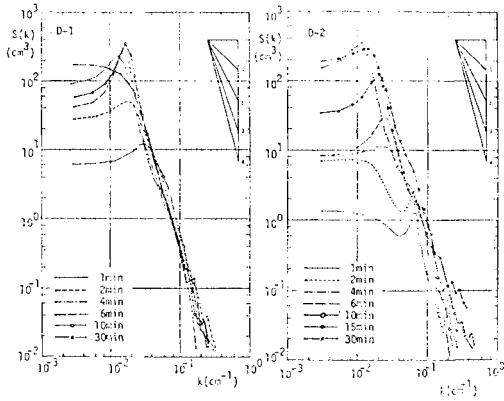
図—5 砂面波数スペクトルの時間的変化例（開水路）

合にみられたような鋭いスペクトルピークの出現は認められず、前述あるいは Jain ら²⁴⁾の指摘した特徴は開水路固有のものであると判断される。

3. 河床波スペクトルの形成機構に関する考察

(1) 不安定機構による砂面スペクトルの発達

平坦河床に通水すると、砂粒の



図一 矩形管水路内の河床波スペクトルの発達

不規則運動に起因して相当ランダムな初期擾乱が発生する。砂粒運動の本質的構造は変わらないまでも、こうした擾乱路床上では底面せん断応力が場所的に分布し、流砂過程は非平衡なものとなり、河床形状と流砂量の間に場所的遅れが生じ、場合によっては不安定になる。ランダムな初期砂面擾乱をもとに砂面の不安定性を検討するには、Jain ら²⁴⁾によって提案された Fourier 変換された砂面を対象とするのが好都合であり、またこれによって砂面スペクトルの増幅率が求められるので実験結果との比較にも好都合である。著者らの先の論文²¹⁾でも述べたように Jain ら²⁴⁾の論文では特に不安定性の最重要要因である流砂の遅れ距離についての取り扱いが曖昧であるため、ここでは非平衡流砂過程への適用性がすでに検証されている pick-up rate と step length から成る掃流砂モデル^{25), 26)}を用いて Fourier 変換された砂面を対象とした線形不安定性解析を行う。

非平衡流砂過程の基礎式^{23), 25), 26)}を Fourier 変換すると、

$$\partial Y/\partial t = A_1 d \cdot \hat{r}_p \rho_{s0} \mathcal{F}[r_\tau \psi_\tau(x)] \{ \mathcal{F}[f_X(\xi)] - 1 \} \dots \dots \dots (1)$$

が得られる。ただし、 $Y(\kappa, t) \equiv \mathcal{F}[y(x, t)]$ であり、 $\mathcal{F}[\cdot]$ は Fourier 変換を示す。また、 A_1 : 砂の 1 次元形状係数、 ρ_s : pick-up rate、 $f_X(\xi)$: step length の確率密度関数、 κ : 角波数、 y : 砂面高、 x : 水路方向、 t : 時間であり、 $r_\tau \psi_\tau(x) \cdot \tau_0$ は底面せん断応力の摂動分、 τ : 底面せん断応力、 $\hat{r}_p r_\tau \psi_\tau(x) \cdot \rho_{s0}$ は pick-up rate の摂動分を表わし、添字 0 は非擾乱時の値を示す。 \hat{r}_p は無次元化された pick-up rate $\rho_{s*} \equiv \rho_s \sqrt{d}/(\sigma/\rho - 1)g$ (σ/ρ : 砂の比重、 g : 重力加速度) と無次元底面せん断応力 τ_* との関係から与えられる。

線形不安定解析を適用する河床波発達の初期段階においては、個々の砂粒子の運動の統計的性質が保存される^{23), 25)}ことから、step length の分布に平坦河床ですでに検証された指数分布を用いることとし、また擾乱路床

上の流れの支配方程式については便宜的に先の論文^{23), 25)}と同じ式を採用する。

すなわち線形化の許容範囲では、

$$\mathcal{F}[r_\tau \psi_\tau(x)] = \{ 2F_* - i\partial(R_* - 1) \} \kappa Y \dots \dots (2)$$

である。ここに、 ∂ は実験定数、 i は虚数単位である。また F_* 、 R_* は流速の摂動成分 $u(x)$ および水面変動 $\xi_w(x)$ と砂面高 $y(x)$ を結びつけるもので次式で定義される。

$$F_* \equiv \mathcal{F}[u(x)]/\kappa Y, R_* \equiv \mathcal{F}[\xi_w(x)]/Y \dots \dots (3)$$

F_* 、 R_* について著者らの先の論文と同様^{23), 25)}、ポテンシャル流理論を用いることにすれば、開水路の場合、

$$F_* = (1 - F_r^2 \kappa h_0 \tanh \kappa h_0) / (\tanh \kappa h_0 - F_r^2 \kappa h_0) \dots \dots \dots (4)$$

$$R_* = F_r^2 \kappa h_0 \operatorname{sech} \kappa h_0 / (F_r^2 \kappa h_0 - \tanh \kappa h_0) \dots \dots \dots (5)$$

が得られ、管路の場合は、

$$F_* = \coth \kappa D_0 \dots \dots \dots (6)$$

$$R_* = 0 \dots \dots \dots (7)$$

となる。

式 (1) の解から、結局

$$S(\kappa, t) = S(\kappa, 0) \exp \{ 2B_* \Gamma^*(\kappa h_0) \cdot \rho_{s0} t \} \dots (8)$$

が導かれ、ここに、 A は平均 step length であり、

$$B_* \equiv A_1 d \hat{r}_p / A \dots \dots \dots (9)$$

$$\Gamma^*(\kappa h_0) \equiv - [(\kappa A)^2 / \{ 1 + (\kappa A)^2 \}] \cdot \{ 2F_* \kappa A + \partial(R_* - 1) \} \dots \dots \dots (10)$$

である。ただし、管路の場合、 h_0 は D_0 に読みかえられる。

式 (10) は砂面スペクトルの波数別増幅率を与えており、まず開水路の場合の計算例を図-8 に示す。式 (10) の計算にあたっては A と ∂ を推定する必要があるが、図-8 の計算例では著者らの先の論文における規則波に対する解析²⁵⁾において用いたパラメーター $\tau_1 \equiv A/h_0$ 、 $\tau_2 \equiv \partial F_r^2$ をそれぞれ 1.0、1.2 として計算を行っている (図-8 は文献 21) の図-2 と同じ結果である)。この結果によると、波数によって増幅する部分と減衰する

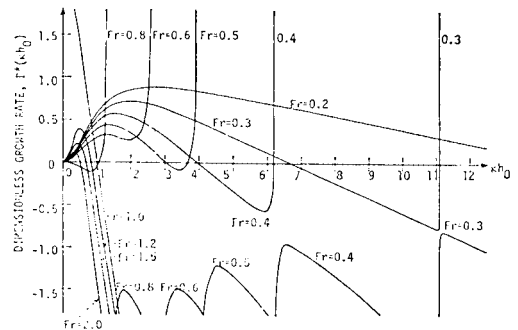


図-8 不安定機構による砂面波数スペクトルの波数別増幅率の計算例 (開水路)

部分があり、初期砂面擾乱から不安定機構を通して波数選択的発達(波数淘汰)が行われること、および

$$Fr^2 = \tanh kh_0 \dots\dots\dots (11)$$

を満たす波数で増幅率が無限大となり、この波数でスペクトルが異常に増幅しピークを生じることが予想される。スペクトルピークに対応する波数の時間的変化を調べ(図-9 参照, k_{*p} はスペクトルピーク波数を水深で無次元化したもの)、その初期値と Froude 数の関係を調べると、式(11)の関係の成立していることが認められ(図-10 参照)、また水面波スペクトルのピーク波数もほぼこれに一致しており、開水路における河床波の発達初期のスペクトルピークは不安定機構によることが推定される。なお式(11)は限界 Froude 数を与える式で、必ずしもポテンシャル流理論に固有のものでない²⁷⁾。

ところで、スペクトルピーク以外の波数でのスペクトルの挙動に着目すると、式(10)による予想に反してほぼ全波数域にわたってスペクトルの時間的増加が認められる。これはこの時期においてもなお砂粒のランダムな離脱・落下を素過程とする河床高の分散生成が継続しているためである。河床高の分散の時間的変化は初期擾乱の発生モデル^{23), 28)}のみで説明されることから、図-11に示されるような規格化されたスペクトルの時間的変化が不安定機構で説明されるものと期待される。規格化さ

れたスペクトルの時間的変化を波数別に調べた例が図-12で、 $\bar{S}_*(k_*) \equiv S_*(k_*) \Delta k_*$ ($k_* \equiv kh$; k : 波数) であり、 Δk_* は離散化幅である。これに式(10)による予測を示したのが矢印で $r_2=1.2$ とし、また A は著者らによる pick-up rate の推定式²⁹⁾ と Meyer-Peter Müller³⁰⁾ による平衡平坦河床の流砂量式から逆算して求められたものを用いている。図-13は規格化された実測スペクトル変化から 0.5, 1, 2 分間で評価されたスペクトルの波数別増幅率を式(10)と比較した例である。実測スペクトルの精度の問題もあり必ずしも定量的予測が可能と

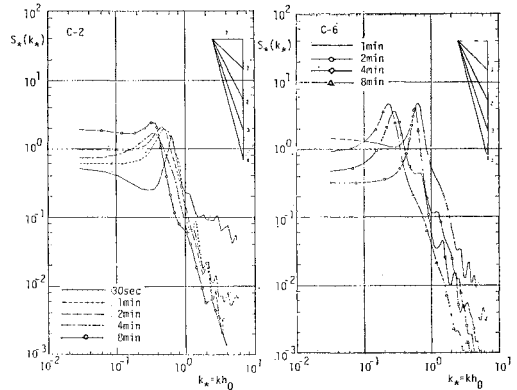


図-11 規格化された砂面波数スペクトルの時間的変化

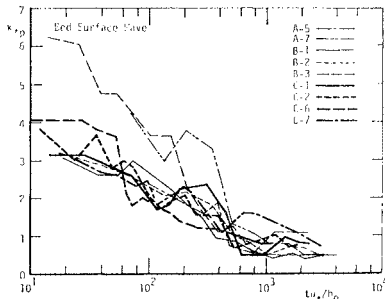


図-9 砂面波数スペクトルのピーク対応波数の時間的変化

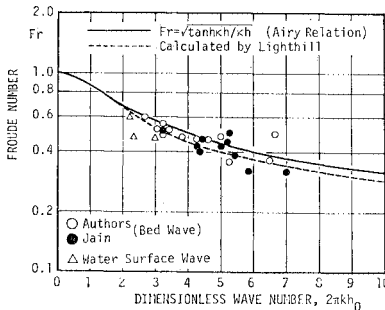


図-10 河床波発達初期のスペクトルピーク対応波数と Froude 数との関係

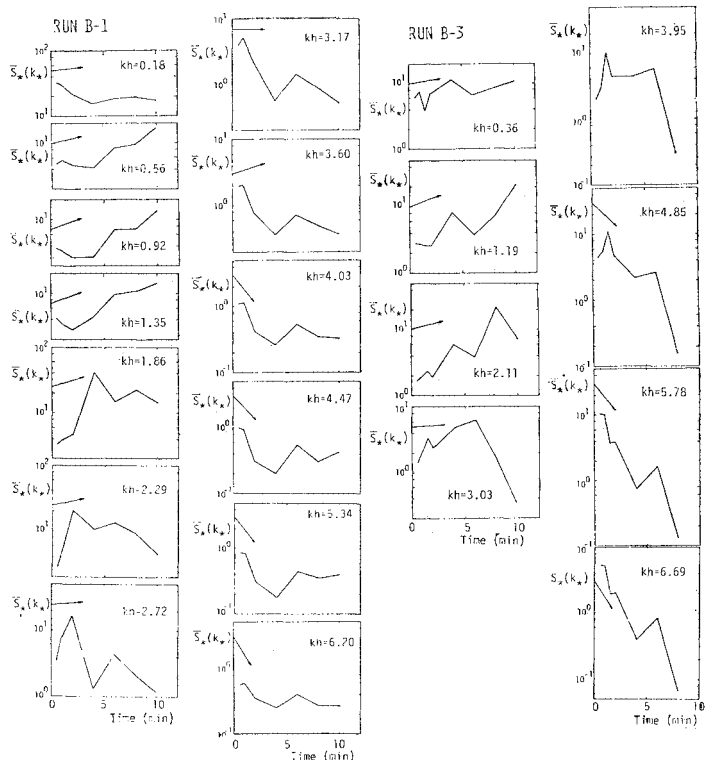
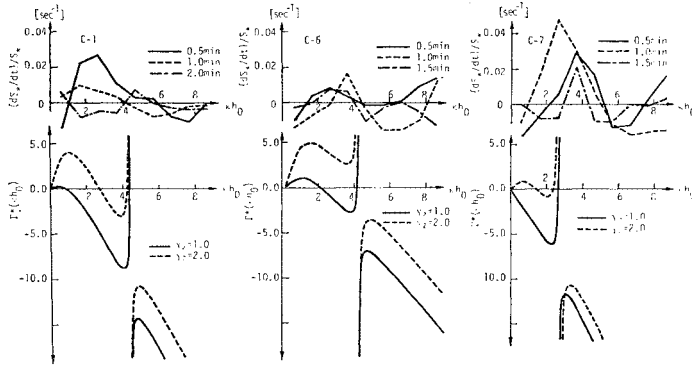
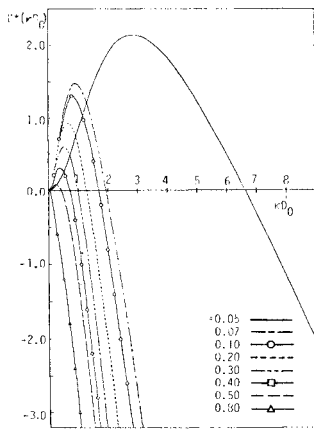


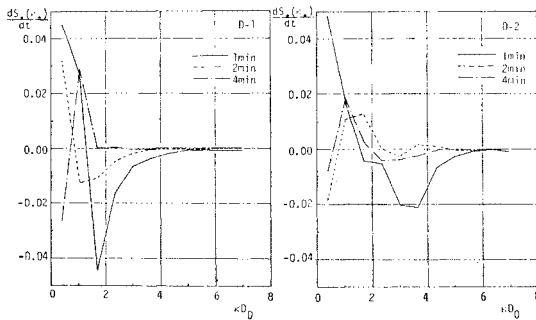
図-12 不安定機構による砂面スペクトルの波数淘汰過程の実験的検証(1)



図一13 不安定機構による砂面スペクトルの波数淘汰過程の実験的検証(2)



図一14 矩形管水路内移動床砂面の波数別スペクトル増幅率(不安定解析による計算例)



図一15 規格化された実測河床波スペクトルの波数別増幅率(管水路)

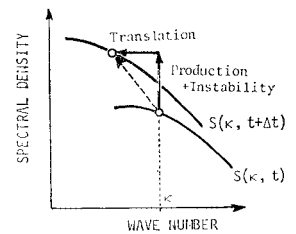
はいえないまでも、河床波の発達初期のスペクトルの挙動は結構うまく説明できる。

一方、矩形管水路について式(10)を計算した例を図一15に示す。管路の場合 Froude 数を明解に定義できないので、 β は一定値とした。 $\beta=6.0$ と選ぶと、従来型の規則波に対して不安定解析を行った結果として得られる領域区分図が実験値と矛盾していないこと²²⁾から、

ここでは β をこのように仮定した。一方、実測スペクトルを規格化し、波数別増幅率を調べた結果が図一15で、図一14と定性的には一致をみる(図一13についても同様であるが、高波数域で定量的一致をみないのはこの領域での実測値のスペクトルはかなり小さく相対的な誤差の大きいこと、高波数域ではさらに付加的な分散生成があることが予想されることによる)。

(2) 波数移行過程について

河床波スペクトルの時間的変化をみると、不安定機構を通して顕著に現われたスペクトルピークも時間とともに鈍化し、この機構は河床波の発達過程のかなり初期にのみ卓越することがわかる。実際線形解析の適用性もこうした初期のみに限られる。図一10に示されたようにスペクトルピークが徐々に低波数側へ移行していくことから、ある程度時間が経過して後のスペクトル変化は河床高分散の成分が波数別に個々に増減するというより、むしろ高波数側から低波数側へ移行する形で行われることが予想される。すなわちこの過程では各波数の波が独立にその波高を増すというよりもむしろ波長増加を伴うことが予想され、これは図一3に示された個々の波を対象として調べられた波長、波高の変化をみると明らかである。この機構を支配している過程を波数移行過程と称し、本項ではこれを検討する。波数移行過程と、分散生成過程、不安定機構とのスペクトル変化への寄与の仕方の相違を模式的に示したのが図一16で、分散生成や不安定機構ではその波数の波が増幅してその波数のスペクトル密度を増加させるのに対し、波数移行過程では短い波長の波が発達して長くなることにより長波長の波の割合が高くなって低波数側スペクトルを増加させている。



図一16 河床波スペクトルの発達模式図

Jain ら²⁴⁾の考え方 (variance cascade model) に従うと、角波数 κ を高波数側から低波数側へ通過するスペクトル成分の流束を $C_F(\kappa)$ とすると、これによるスペクトル増幅率は、

$$C(\kappa) \equiv \frac{dS(\kappa)}{dt} \Big|_c = \frac{\partial}{\partial \kappa} \{C_F(\kappa)\} \dots \dots \dots (12)$$

で与えられる。Jain らの論文では、 $C_F(\kappa)$ の推定に際し、特性時間など発達の機構を明確にしないまま仮定された曖昧な点があるので、ここでは河床波の発達の仕方

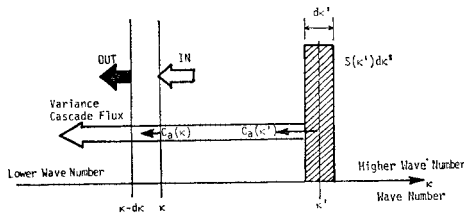


図-17 variance cascade process の模式図

に着目し具体的に $C_F(\kappa)$ の性質を検討してみる。
 この過程での河床波の発達においては 図-3 より明らかなように河床形状の相似性が保たれており、河床波のスケールの増加は著者が先に推定、モデル化した¹³⁾ように、河床波スケールの分布性状と、河床波相互の追いつき合体事象によっているものと考えられる。すなわち、波数移行も確率的事象と考えられ、いま単位時間に波数 κ' の単位スペクトル成分が低波数側に移行して波数 κ 以下になる割合を $p(\kappa, \kappa')$ とすると $C_F(\kappa)$ は、

$$C_F(\kappa) = \int_{\kappa}^{\infty} p(\kappa, \kappa') S(\kappa') d\kappa' \dots\dots\dots (13)$$

と書ける (図-17 参照)。一方、各波数の低波数側への移行速度 $c_a(\kappa) \equiv |d\kappa/dt|$ を考えると、波数 κ' の成分が κ に移行するのに要する時間 $T_c(\kappa, \kappa')$ は、

$$T_c(\kappa, \kappa') = \int_{\kappa}^{\kappa'} \{1/C_a(\kappa)\} d\kappa \dots\dots\dots (14)$$

で表わされる。この移行は主として短波長である κ' の波が長波長である κ の波に (合体) 吸収されるという事象によっていると推測される。しかもこの事象は確率的に生じるから式 (14) はその平均所要時間とみなせる。すなわち、この事象の単位時間当たりの生起確率密度は $1/T_c(\kappa, \kappa')$ で与えられ、そのたびに波数移行が生じるから $p(\kappa, \kappa')$ はこの確率密度に比例すると考えられる。よって、

$$p(\kappa, \kappa') \approx 1 / \int_{\kappa}^{\kappa'} \{1/c_a(\kappa)\} d\kappa \dots\dots\dots (15)$$

が推定され、波数移行過程に伴うスペクトル変化は各波数成分の低波数側への移行速度によって決まることがわかる。

波数移行過程は相当広い波数域にわたっており、一般には実験結果から推定するのが難しいが、幸いなことにスペクトルにピークが現われており、この波数に着目して求められるスペクトルピーク波数の時間的变化 $|d\kappa_p/dt|$ (図-9 から求められる) を利用し、これと κ_p との関係調べた。すなわち $|d\kappa_p/dt|$ と κ_p の関係が 図-18 のように求められ、これが $|d\kappa/dt|$ と κ の関係を表わしているものと考えられる。ところで、スペクトルピークに対応する波数 κ_p は卓越波長 L_p と次の関係にあり、これはほぼ平均波長 \bar{L} に等しいと考えられる。

$$\kappa_p = 2\pi/L_p \approx 2\pi/\bar{L} \dots\dots\dots (16)$$

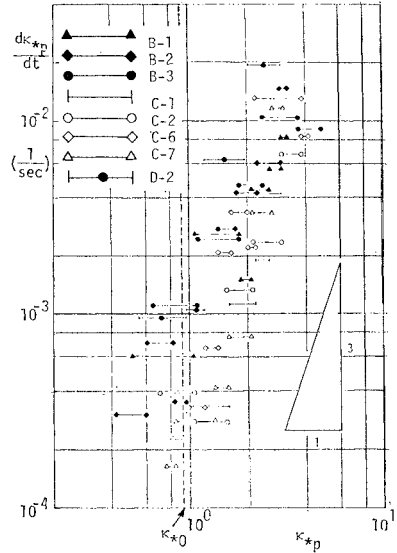


図-18 $|d\kappa_p/dt|$ と κ_p との関係

ある程度時間が経過して後の河床波の平均波長の変化は、著者がすでに提案した¹³⁾追いつき合体モデルによると、

$$\bar{L} \sim \sqrt{t} \dots\dots\dots (17)$$

であり、しかもこれは実験結果とも一致している。式 (16) および (17) より、

$$\kappa_p \sim t^{-1/2} \dots\dots\dots (18)$$

であり、結局、

$$|d\kappa_p/dt| \sim t^{-3/2} \sim \kappa_p^3 \dots\dots\dots (19)$$

が得られ、図-18 の実験データとよく合致している。したがって、

$$c_a(\kappa) \sim \kappa^3 \dots\dots\dots (20)$$

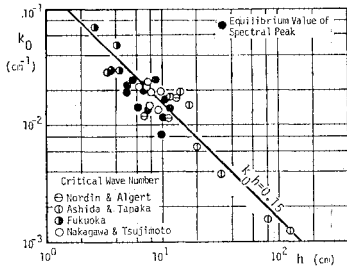
と推定され、このとき式 (18) より、

$$p(\kappa, \kappa') \sim (1/\kappa^2) - (1/\kappa'^2) \dots\dots\dots (21)$$

となる。式 (21) と (13) より、波数移行過程でのスペクトルの時間的变化が予測されるが、特に $\kappa' \gg \kappa$ の場合、

$$C(\kappa) \sim \frac{\partial}{\partial \kappa} \left\{ \kappa^2 \int_{\kappa}^{\infty} S(\kappa') d\kappa' \right\} \dots\dots\dots (22)$$

となって Jain らのモデル²⁴⁾と一致する。先に述べたように、波数移行は短波長の波が長波長の波に吸収されるという形式が主体である。したがって、波長差の大きいもの間での合体が現象に卓越的であり、このように $\kappa' \gg \kappa$ においても現象の概要を十分近似できるものと思われる。河床波の平衡状態ではよほど高波数域と低波数域 (これらの領域では平衡状態といえどもそれぞれ分散の生成および逸散が行われていると考えられる) を除いては波数移行過程のみが残存し、しかも $C(\kappa) \equiv 0$ ($\kappa_0 < \kappa < \kappa_H$) であるから、式 (22) の右辺を 0 とおくと



図—19 河床波スペクトルのピーク対応波数の平衡値と「-3 乗則」の限界波数

から、この波数域で

$$S(k) \sim k^{-3} \dots\dots\dots (23)$$

となること（いわゆる「-3 乗則」）が導かれる。なお図—19 に示される k_{pe} はスペクトルピーク対応波数の平衡値と考えられるもので、いわゆる「-3 乗則」の限界波数 k_0 に一致している。すなわち従来^{3), 7)}同様、

$$k_0 h = 0.30 \pi \dots\dots\dots (24)$$

である（図—19 参照； k_{pe} のデータのほかに k_0 に関する従来の実験値^{1), 2), 7), 31)}を併示した）。

4. 結 論

本研究で得られた結果を要約すると次のようである。

(1) 平坦河床に通水するとまずかなりランダムな砂面擾乱が出現し、そのスペクトルは平衡状態のものに比べかなりなだらかである。これは、砂粒のランダムな離脱・落下の繰り返しによるものと推定される（分散生成過程）。

(2) 次の瞬間、河床波は相当規則正しいものに変質し、砂面波数スペクトルには顕著なピークが出現する。この過程は pick-up rate と step length を構成要素とした非平衡流砂過程にも適用可能な stochastic model と Fourier 変換した形での線形砂面不安定性解析とによって説明される。この時期においても不規則砂粒運動による分散生成過程もなお継続しており、この効果を除外して理論と実験結果を比較することにより、単にスペクトルピークの出現のみならず、各波数成分の挙動（波数淘汰過程）をも説明し得た。こうした検討は従来行われていなかった砂面の線形不安定性解析の直接的な実験的検証ともなる。

(3) 河床波の発達に伴ってスペクトルピークが鈍化するとともに低波数側へ移行するという実験的事実から、不安定機構は河床波発達の初期に限られ、その後は著者らが先に指摘したような河床波の追いつき合体現象を素過程とする発達を示すことが推定された。スペクトルの時間的変化としての波数移行過程を Jain ら²⁴⁾によ

って提案された variance cascade process としてモデル化するとともに、個々の波に着目して得られた追いつき合体モデルを利用してこの過程の仕組みを説明した。

以上の結果により、河床波の発達過程がスペクトルの面においても相当明瞭なものとなった。今後、河床波の発達の内部機構をさらに明確にして河床波スペクトルの時間的変化を定量的に予測し得るようにするとともに、ここに得られた知識を、洪水時等を主とする非定常移動床流れ系の予測に应用することを考えるべきであろう。

なお、本研究の一部は、文部省科学研究費総合研究(A)「ストカスティックハイドロリックスの手法の確立と応用の研究」(昭和 56~57 年度、代表：中央大学林泰造教授)の援助によって行われたものである。また実験等においては京都大学大学院生富田邦裕君(現建設省)を始め、京都大学水理学研究室諸兄の協力を得た。ともに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Nordin, C.F. and J.H. Algert : Spectral analysis of sand waves, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 92, HY 5, pp. 95~114, 1966.
- 2) 芦田和男・田中祐一朗：砂漣に関する実験的研究(3), 京都大学防災研究所年報, 第10号B, pp. 565~573, 1968.
- 3) Hino, M. : Equilibrium-range spectra of sand waves formed by flowing water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 3, pp. 565~573, 1968.
- 4) Nordin, C.F. Jr. : Statistical properties of dune profiles, Geological Survey Professional Paper, 562-F, U. S. Government Printing Office, p. 41, 1971.
- 5) Englund, F. : On the possibility of formulating a universal spectrum for dunes, Hydraulic Research Progressive Report, Technical University of Denmark, 18, pp. 1~4, 1969.
- 6) Cheong, H.F. and H.W. Shen : Spectral properties of alluvial bed forms in rivers and flumes, Proc. International Symposium on River Mechanics, Bangkok, Thailand, Vol. 1, pp. 639~651, 1973.
- 7) 中川博次・辻本哲郎：河床波の統計モデルに関する研究, 土木学会論文報告集, 第290号, pp. 79~87, 1979.
- 8) Annambhotla, V.S.S. : Statistical properties of bed forms in alluvial channels in relation to flow resistance, Ph.D. Dissertation, The University of Iowa, p. 137, 1969.
- 9) Willis, J.C. and J.F. Kennedy : Sediment discharge of alluvial streams calculated from bed-form statistics, IHR Report No. 202, The University of Iowa, p. 200, 1977.
- 10) 岸力・板倉忠興・森明巨・黒木幹男：砂面および水面の測定による掃流砂量の測定法, 第19回水理講演会論文集, pp. 19~24, 1975.
- 11) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto : Characteristics of sediment transport process on duned beds analyzed by stochastic approach, Bulletin, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Vol. 29, Part 1, pp. 45~63, 1979.
- 12) Hung, C.S. and H.W. Shen : Statistical analysis of sediment motions on dunes, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 105, HY 3, pp. 213~

- 227, 1979.
- 13) 中川博次・辻本哲郎：河床波の発達性状に関する実験的考察，京都大学防災研究所年報，第19号B-2，pp. 289～309, 1976.
 - 14) 中川博次・辻本哲郎・赤尾恒博：個々の波の発生・消滅事象に着目した河床波の発達過程，第26回水理講演会論文集，pp. 9～15, 1982.
 - 15) 上野鉄男・宇民 正：砂漣と砂堆の発達過程に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第318号，pp. 75～84, 1982.
 - 16) 中川博次・辻本哲郎・矢田 篤：河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について，京都大学防災研究所年報，第21号B-2，pp. 385～405, 1978.
 - 17) 芦田和男・澤井健二：河床波の変形過程に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第23号B-2，pp. 457～473, 1980.
 - 18) 中川博次・辻本哲郎：Lower Regimeにおける非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状，第25回水理講演会論文集，pp. 1～7, 1981.
 - 19) 芦田和男・澤井健二・加藤 均：河床波の変形過程に関する実験的研究(2)，京都大学防災研究所年報，第24号B-2，pp. 283～295, 1981.
 - 20) 中川博次・辻本哲郎：砂面の波数スペクトルの時間的変化からみた河床波の形成過程，第26回水理講演会論文集，pp. 1～8, 1982.
 - 21) 中川博次・辻本哲郎：河床波の発達初期における波数選択的増幅機構，土木学会論文報告集，第321号，pp. 63～69, 1982.
 - 22) 中川博次・辻本哲郎・富田邦裕：河床波スペクトルの発達に関する研究，京都大学防災研究所年報，第25号B-2，1982.
 - 23) 中川博次・辻本哲郎：砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程，土木学会論文報告集，第291号，pp. 53～62, 1979.
 - 24) Jain, S.C. and J.F. Kennedy：The spectral evolution of sedimentary bed forms, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 63, Part 2, pp. 301～314, 1974.
 - 25) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto：Sand bed instability due to bed load motion, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 106, HY 12, pp. 2029～2051, 1980.
 - 26) 中川博次・辻本哲郎：移動床砂面の不安定要因としての遅れ距離・位相差，土木学会論文報告集，第305号，pp. 139～142, 1981.
 - 27) Lighthill, M.J.：On the critical Froude number for turbulent flow over a smooth bottom, Proc. Cambridge Philosophical Society, Vol. 49, pp. 704～706, 1953.
 - 28) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto：Stochastic study on origin of small scale bed forms related to probabilistic characteristics of bed load movements, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, pp. 359～370, 1980.
 - 29) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto：Probabilistic characteristics of motion of individual sediment particles on stream beds, Hydraulic Problems Solved by Stochastic Methods (Proc. 2nd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Lund, Sweden, 1976); edited by P. Hjorth, L. Jönsson and P. Larsen, Water Resources Publications, pp. 293～316, 1977.
 - 30) Meyer-Peter, E. and R. Müller：Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd Congress of IAHR, Stockholm, Sweden, 1948.
 - 31) 福岡捷二：砂漣の発生・発達とそのスペクトル，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 4, pp. 45～55, 1968.
- (1982.10.22・受付)