

地盤構成が表面波の分散特性に及ぼす影響

INFLUENCE OF VERTICALLY HETEROGENEOUS MEDIUM
ON SURFACE WAVE DISPERSION

山 田 善 一*・野 田 茂**・上 松 英 司***

By Yoshikazu YAMADA, Shigeru NODA and Eiji UEMATSU

1. 緒 論

本研究は、地盤構成とその力学特性が表面波速度に及ぼす影響を感度分析によって検討するために、地震学の分野で用いられてきた逆問題の手法を応用した算定式とその適用例を示し、その耐震工学上の意義について考察したものである。

地盤構成の各要因が地表での地震時応答特性に及ぼす影響度評価によれば、地表層と基盤の波動インピーダンスが顕著な役割を果たすことが知られている¹⁾。しかしながら、その結果は S 波の重複反射に基づくものであり、表面波と地盤構造の定量的な一般的関係を確立しようとした研究はほとんどみられない。表面波は進行性波動としての分散現象を示す。このため、ライフライン系の耐震性を判定するにあたっては、応答特性に及ぼす多点異入力位相差、Rayleigh 波伝播に伴う回転運動、地盤の相対運動など表面波に固有な問題を解明しておくことが必要である。特に、設計地震動を設定するに際しては、地盤構成の局所的な相違と表面波の分散特性の相互関係を十分に把握し、耐震工学に基本的な情報を明確にしておくことが重要である。

近年、構造物が巨大化・長大化する傾向とともに、地震動に含まれる長周期成分が地震被害を誘発する²⁾ことから、深層地盤条件を知ることが肝要になってきた。PS 検層その他の諸種の地下探査法は、多大の経費と労力を要する。このことを勘案すれば、各種の実体波あるいは表面波成分の実記録から、それに適合する地下構造モデルを求める inversion (一般に唯一解とはならない) は、工学的に有益な方法である^{3)~6)}。これには、試行錯誤あるいはモンテカルロ法の手段もあるが、多層構造パ

ラメーター x の微小変化に対する表面波速度 (位相速度 $C_j(\omega)$, 群速度 $U_j(\omega)$, j =モード次数, ω =角振動数) の変化すなわち偏微分係数 $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial x}$, $\frac{\partial U_j(\omega)}{\partial x}$ (1),(2)) を解析的に決定しておけば能率よい。

以上のことを踏まえ、本研究では、この偏微分係数を求める手続、いわば感度分析を系統的に実施するために、地震学の知見を活用しながらも工学的な応用として試みた。すなわち、表面波 (特に Rayleigh 波) の基礎方程式から正規モード解を算出するための合理的な方法を導入した。次に、変位モードからエネルギー積分を誘導し、その指標を用いて $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial x_i(z)}$, $\frac{\partial U_j(\omega)}{\partial x_i(z)}$ ($x_i(z)$: 地盤深さ z における P 波速度, S 波速度, 密度) が容易に求められることを示した。一連の定式化は原理的に粘弾性地盤および地下構造の最適な把握にも拡張可能であり、さらに地盤構造の不明確さが地震動の不確定変動に及ぼす影響を検討する際にも役立つと考えられる。

この方法の適用例として、八戸港湾の地盤についての計算結果を示すとともに、この地盤を大別して 4 グループの層に分割したグループごとの S 波速度分布と層厚の大きさ、基盤深さの出現状況が分散特性に与える影響を検討した。さらに、地盤構成と表面波の位相速度の基本的な関係を考察するとともに、耐震工学への適用における重要性についても併せて言及し、局所的な地盤特性を解明するための判断資料を提供した。

2. 表面波の固有値問題とエネルギー積分式

水平方向には一様だが、地盤深さに関しては密度、剛性率の変化する半無限弾性体の中を伝播する表面波の問題は、2つの方法によって取り扱われる。

一つは、地盤パラメーターの一様な水平層の積み重ねで媒質を近似し、各層に対する運動方程式の解を、層の境界面での境界条件を用いて結合する方法で、いわゆる

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

*** 学生会員 京都大学大学院工学研究科修士課程専攻

Haskell 型のマトリックス法によって固有値方程式を解く^{9)~14)}。この手法によれば、媒質の状態はそのままにしておいて方程式を満たす近似解が得られる。他の方法は、波動の基礎方程式を連立1階微分方程式に置換して、境界条件に合わせて、Runge-Kutta-Gill 法のような数値積分で解く^{8), 15)}。このとき、媒質の方をある近似的な媒質で置き換えているが、その媒質に対するより正確な解を求めることになる。両手法から、分散曲線と固有モードを同時に決定できる。

本研究では、位相速度、Rayleigh 波の水平動と上下動の振幅比をあらかじめ特性方程式から求めておき、これらをもとに微分方程式の解として地盤変位と応力のモードを算出した。さらに、求めた固有モードを用いて、変分法とエネルギー積分式の応用から、Medium Response^{13), 16)}、群速度および地下構造パラメーターの微小変化に対する位相速度の影響度を計算した。なお、粘弾性減衰の影響は考えていない。

この Medium Response は震源に関係なく地下構造に固有の量であり、地表での単位の変位の基準化に必要な基盤付近に入力する white noise のエネルギー密度の大きさとして解釈できる。

地盤構成は、Fig. 1 に示すように半無限地盤を含めて N 層とし、 i 層を $n(i)$ 個の薄層に細分し、この薄

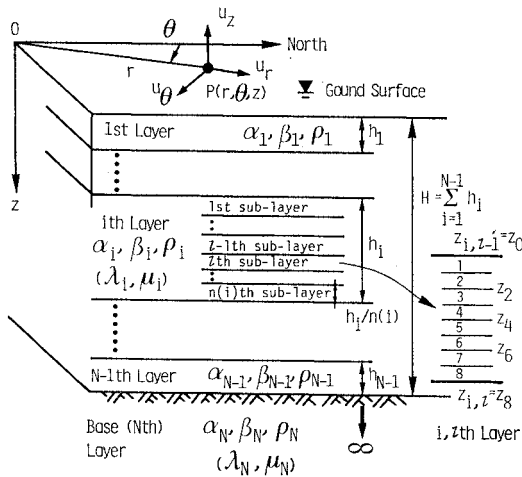


Fig. 1 Soil Layer Modeled as Multiple Sublayers.

層の中では Lamé 定数 λ_i, μ_i が一定値を取るものとする。円筒座標系 (r, θ, z) を考え、地表面に座標の原点を、鉛直下向きに z 軸の正の方向を設定する。

(1) Rayleigh 波による解

$j-1$ 次の高次モード (工学的には j 次モード) の周波数 ω における、深さ z での上下動、水平動、直応力とせん断応力の Fourier 変換は、おのおの、 $V_{zj}(\omega, z)$, $V_{rj}(\omega, z)$, $\sigma_{zj}(\omega, z)$, $\tau_{rzj}(\omega, z)$ と定義する。固有値問題としての 4 元連立 1 階常微分方程式としては、連続弾性体において次式が成り立つ⁹⁾ (式 (1))。

$$\left. \begin{aligned} \text{境界条件: } z=0 \text{ の地表面において,} \\ V_{zj}(\omega, 0)=1, V_{rj}(\omega, 0)=\epsilon_{0j}(\omega, 0) \\ \sigma_{zj}(\omega, 0)=\tau_{rzj}(\omega, 0)=0 \\ z \rightarrow \infty \text{ において,} \\ V_{zj}(\omega, \infty)=V_{rj}(\omega, \infty)=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

なお、ここでは変位に関する境界条件のみ採用したが、応力のそれは解の安定性を考える 1 つの目安とした。

ただし、式 (1), (2) において、 $k_j(\omega)$ は Rayleigh 波の j 次モードに対応する波数を、 $\epsilon_{0j}(\omega, 0)$ は地表面での水平動と上下動の振幅比を示す。また、P 波速度 $\alpha(z)$, S 波速度 $\beta(z)$ と密度 $\rho(z)$ には次式の関係がある。

$$\alpha(z) = \sqrt{\frac{\lambda(z)+2\mu(z)}{\rho(z)}}, \beta(z) = \sqrt{\frac{\mu(z)}{\rho(z)}} \dots\dots\dots (3)$$

水平多層弾性地盤の Rayleigh 波の分散曲線を計算するには、従来 Thomson-Haskell の定式化⁹⁾に基づいてきた。しかし、短周期で数値的な不安定性を伴うので、精度と計算時間の効率が期待できる手法を採用した。本研究では、Dunkin¹⁰⁾, Thrower¹¹⁾ と Watson¹²⁾ が提案した compound matrices に基づく改良法を用いて、固有値方程式を解いている。

式 (1) は、深さとともに密度と剛性率の連続量で表示されている。しかし、この基本方程式は、Fig. 1 に示したように各層を細分したいくつかの薄層内で境界条件に合わせて、数値積分法を用いて積分した。変位と応力モードの具体的な誘導法に関しては補遺 A(1) を参

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_z(\omega, z)}{dz} \\ \frac{dV_r(\omega, z)}{dz} \\ \frac{d\sigma_z(\omega, z)}{dz} \\ \frac{d\tau_{rz}(\omega, z)}{dz} \end{aligned} \right\}_j = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_j(\omega)\lambda(z)}{\lambda(z)+2\mu(z)} & \frac{1}{\lambda(z)+2\mu(z)} & 0 \\ -k_j(\omega) & 0 & 0 & \frac{1}{\mu(z)} \\ -\rho(z)\omega^2 & 0 & 0 & k_j(\omega) \\ 0 & -\rho(z)\omega^2 + 4k_j(\omega)^2 \frac{\mu(z)\{\lambda(z)+\mu(z)\}}{\lambda(z)+2\mu(z)} & -\frac{k_j(\omega)\lambda(z)}{\lambda(z)+2\mu(z)} & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{aligned} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \\ \sigma_z(\omega, z) \\ \tau_{rz}(\omega, z) \end{aligned} \right\}_j \dots\dots\dots (1)$$

照のこと。

一方、式 (1) の解の精度は、同式と等価なしかも境界条件までも含むエネルギー積分式によって確認した。最終的に、変分法から求められる次式のラグランジェ項が零であればよい⁶⁾。

$$I_j(\omega) = \omega^2 I_{0j}(\omega) - k_j(\omega)^2 I_{1j}(\omega) - 2k_j(\omega) I_{2j}(\omega) - I_{3j}(\omega) \dots\dots\dots (4)$$

添字の j はモード次数を意味する。ただし、4つの定積分は以下のものである。

$$\left. \begin{aligned} I_{0j} &= \int_0^\infty \rho(z) \{V_{zj}(\omega, z)^2 + V_{rj}(\omega, z)^2\} dz \\ I_{1j} &= \int_0^\infty [\{\lambda(z) + 2\mu(z)\} V_{rj}(\omega, z)^2 + \mu(z) V_{zj}(\omega, z)^2] dz \\ I_{2j} &= \int_0^\infty \left[\mu(z) V_{zj}(\omega, z) \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} - \lambda(z) V_{rj}(\omega, z) \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} \right] dz \\ I_{3j} &= \int_0^\infty \left[\{\lambda(z) + 2\mu(z)\} \left\{ \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} \right\}^2 + \mu(z) \left\{ \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} \right\}^2 \right] dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を算出するには、**Fig. 1** の地盤構成を参照して、多層地盤へ拡張した取扱いをする必要がある。たとえば、

$$I_{2j}(\omega) = \sum_{i=1}^{N-1} \mu_i \sum_{l=1}^{n(i)} \int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} V_{zj}(\omega, z) \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} dz - \sum_{i=1}^{N-1} \lambda_i \sum_{l=1}^{n(i)} \int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} V_{rj}(\omega, z) \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} dz + \mu_N \int_H^\infty V_{zj}(\omega, z) \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} dz - \lambda_N \int_H^\infty V_{rj}(\omega, z) \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} dz \dots\dots (6)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} z_{i,l-1} &= \sum_{m=1}^{i-1} h_m + \frac{l-1}{n(i)} h_i \\ &\left(\text{ただし } z_{1,l-1} = \frac{l-1}{n(1)} h_1 \right) \\ z_{i,l} &= z_{i,l-1} + \frac{h_i}{n(i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

式 (6) の $z \geq H$ における半無限積分は、補遺 B(1) に示した誘導に帰着する。また各薄層内の定積分は、定積分項を $f_{i,l}(\omega, z)$ で代表しておき、次に示す数値積分に関する Bode の規則によって算出した。

$$\int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} f_{i,l}(\omega, z) dz \simeq \frac{4h_i}{14175n(i)} [989\{f_{i,l}(\omega, z_0) + f_{i,l}(\omega, z_8)\} + 5888\{f_{i,l}(\omega, z_1) + f_{i,l}(\omega, z_7)\} - 928\{f_{i,l}(\omega, z_2) + f_{i,l}(\omega, z_6)\}]$$

$$+ 10496\{f_{i,l}(\omega, z_3) + f_{i,l}(\omega, z_5)\} - 4540 f_{i,l}(\omega, z_4)] \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$z_k = z_{i,l-1} + \frac{k}{8n(i)} h_i \quad (k=0 \sim 8) \dots\dots\dots (9)$$

ただし、**Fig. 1** に示した i 層の l 番目の薄層をさらに 8 等分して、各細分割層の境界面での j 次の変位モードは、式 (1) の解として求めておく。

さらに、式 (5) に示すエネルギー積分を応用することにより、群速度 $U_j(\omega)$ と Medium Response $A_j(\omega)$ が以下のように得られる⁶⁾。

$$U_j(\omega) = \frac{k_j(\omega) I_{1j}(\omega) + I_{2j}(\omega)}{\omega I_{0j}(\omega)} \dots\dots\dots (10)$$

$$A_j(\omega) = \{2C_j(\omega) U_j(\omega) I_{0j}(\omega)\}^{-1} \dots\dots\dots (11)$$

3. 地下構造パラメーターの微小変化による表面波速度の感度分析

表面波の解析は、これまで地下探査の傍役として地表付近の大きな地下構造の推定に利用されてきた。耐震工学的にはゆさゆさゆれる大振幅の表面波を発生しやすい地盤であるかどうかを検討する必要性が痛感されている。

第 1 近似の地下構造モデルを仮定し、それに対する理論的な分散曲線を試算する。その後、位相速度と群速度の実測値と比較して、地盤内の速度や層厚を適当に変えながら、試算を反復的に繰り返し、地下構造の最適な推定を行う方法がある。たとえば、安芸らの文献⁹⁾には表面波の逆問題に関する組織的な試算法がまとめられている。また実体波を対象にしているが、太田⁹⁾は SH 波の重複反射理論と実地震記録のスペクトルを比較して、非線形最適化問題の適用から地下構造パラメーターの解明を試みた。

地盤の不確定変動に従属して、位相速度 $C_{j0}(\omega)$ にはかなりのばらつきを生じることが考えられる。確率論の線形 1 次近似理論に従えば、地盤パラメーター x_k の不確定変量に対して、 j 次モード、周波数 ω の位相速度の分散は、次式となる。

$$\begin{aligned} \text{Var}(C_{j0}(\omega)) &\simeq \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{n(i)} \sum_{k=1}^{M_{i,l}} \left\{ \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{i,l,k}} \right\}^2 \\ &\cdot \text{Var}(x_{i,l,k}) + \sum_{k=1}^{M_N} \left\{ \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{N,k}} \right\}^2 \cdot \text{Var}(x_{N,k}) \\ &+ \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{i_2=1}^{N-1} \sum_{l_1=1}^{n(i_1)} \sum_{l_2=1}^{n(i_2)} \sum_{k_1=1}^{M_{i_1,l_1}} \sum_{k_2=1}^{M_{i_2,l_2}} \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{i_1,l_1,k_1}} \cdot \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{i_2,l_2,k_2}} \\ &\cdot \text{Cov}(x_{i_1,l_1,k_1}, x_{i_2,l_2,k_2}) \\ &+ \sum_{k_1=1}^{M_N} \sum_{k_2=1}^{M_N} \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{N,k_1}} \cdot \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial x_{N,k_2}} \cdot \text{Cov}(x_{N,k_1}, x_{N,k_2}) \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、Var, Cov は分散と共分散を意味し、各偏導関

数は与えられた地下構造における値である。また M は各層に微小変化のあったパラメーターの個数であり、ここでは各層の P 波速度 α 、S 波速度 β 、密度 ρ を独立変数 x_k として考えた。

以上のことを勘案して、本研究では、どの周期範囲の表面波速度がどれくらいの深さの地盤構造を反映してどのような変動を示すかを検討する。そのために、表面波

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \alpha_{il}}\right)_{\rho_{il}, \beta_{il}} &= 2 \rho_{il} \alpha_{il} \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \lambda_{il}}\right)_{\rho_{il}, \beta_{il}} \\ \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \beta_{il}}\right)_{\rho_{il}, \alpha_{il}} &= 2 \rho_{il} \beta_{il} \left\{ \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \mu_{il}}\right)_{\rho_{il}, \lambda_{il}} - 2 \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \lambda_{il}}\right)_{\rho_{il}, \beta_{il}} \right\} \\ \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \rho_{il}}\right)_{\alpha_{il}, \beta_{il}} &= \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \rho_{il}}\right)_{\lambda_{il}, \beta_{il}} + (\alpha_{il}^2 - 2 \beta_{il}^2) \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \lambda_{il}}\right)_{\rho_{il}, \beta_{il}} + \beta_{il}^2 \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \mu_{il}}\right)_{\rho_{il}, \lambda_{il}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、上記各右辺の偏微分は式 (4) と (5) から次のとおりになる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \lambda_{il}}\right)_{\rho_{il}, \beta_{il}} &= \frac{C_j(\omega)}{k_j(\omega)} \int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} \left\{ k_j(\omega) V_{rj}(\omega, z) - \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} \right\}^2 dz / 2 \{ k_j(\omega) I_{1j}(\omega) + I_{2j}(\omega) \} \\ \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \mu_{il}}\right)_{\rho_{il}, \lambda_{il}} &= \frac{C_j(\omega)}{k_j(\omega)} \int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} \left[\left\{ k_j(\omega) V_{zj}(\omega, z) + \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} \right\}^2 + 2 k_j(\omega)^2 V_{rj}(\omega, z)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left\{ \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} \right\}^2 \right] dz / 2 \{ k_j(\omega) I_{1j}(\omega) + I_{2j}(\omega) \} \\ \left(\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \rho_{il}}\right)_{\lambda_{il}, \beta_{il}} &= - \frac{C_j(\omega)}{k_j(\omega)} \omega^2 \int_{z_{i,l-1}}^{z_{i,l}} \{ V_{zj}(\omega, z)^2 + V_{rj}(\omega, z)^2 \} dz / 2 \{ k_j(\omega) I_{1j}(\omega) + I_{2j}(\omega) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

I_{1j} と I_{2j} は式 (5) を、エネルギー積分は式 (8) の解法によって計算した。なお、半無限地盤の影響を調べるには、式 (14) における積分区間を $[z_{i,l-1}, z_{i,l}]$ から $[H, \infty]$ に変更し、添字の il を N に変更すればよい。

実際に観測・解析される表面波速度は群速度が多く、かつ群速度が位相速度よりも媒質の変化に敏感なことも知られている⁷⁾。このようなときには、群速度偏微分係数が物理パラメーターを x_{il} とすると、式 (10) から、

$$\frac{\partial U_j(\omega)}{\partial x_{il}} = \sum_{m=1}^2 P_m \left\{ I_{0j}(\omega) \frac{\partial I_{mj}(\omega)}{\partial x_{il}} - I_{mj} \frac{\partial I_{0j}(\omega)}{\partial x_{il}} \right\} / \omega I_{0j}(\omega)^2 \dots (15)$$

ここに、 $P_1 = k_j(\omega)$ 、 $P_2 = 1$

となることを利用すれば有効である。ただし、 $\frac{\partial I_{mj}(\omega)}{\partial x_{il}}$ ($m=0 \sim 2$) は式 (5) から容易に誘導できる。

4. 数値解析例とその考察

数値計算例は、種々の地盤モデルを設定し、地盤構成と力学特性が Rayleigh 波の位相速度に与える影響を調べるために実施した。

(1) 使用した地盤条件と波動伝播特性

1968 年十勝沖地震の際、八戸港湾で意外に大きな長周期 (~ 2.5 s) の波を記録した。同地点の地盤構造は深部において明確ではないが、Fig. 2 のような推定結果

速度の種々の地盤パラメーターによる偏微分係数^{4), 7), 8)}を求めることによって検討した。

(1) Rayleigh 波のケース

前章に示したエネルギー積分と変分法を適用することにより、以下の偏微分係数が得られる⁴⁾。以下、添字の j, il はモード次数、 i 層内の l 番目の薄層を示す。

が得られている¹⁷⁾。

Fig. 3 には、Rayleigh 波の位相速度 (実線) と群速度 (破線) を、0.1~6 s の周期範囲でそれぞれ基本モードから 4 次モードまで示した。Medium Response は Fig. 4 のようになる。群速度極小が必ずしも Medium Response の極大に対応するとは限らないが、同図から理論的増幅度の卓越周期は群速度の分散曲線より近似的に判定できることがわかった。この Medium Response には式 (11) からわかるように上下動と水平動の両成分を含む。しかし、これを分離すれば、上下方向と水平方向の Rayleigh 波の卓越周期が異なることを指摘できると考えている。

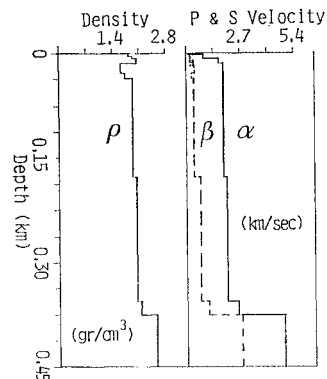


Fig. 2 Subsurface Model at Hachinohe Port Station.

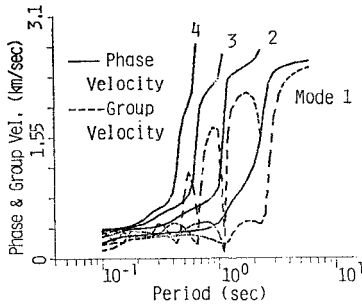


Fig. 3 Rayleigh-Wave Dispersion Curves at HP Station.

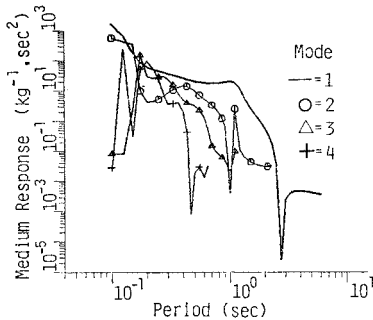


Fig. 4 Rayleigh-Wave Medium Responses at HP Station.

最適化過程による Inverse によると、地下構造の観測値と推定値は明らかに相違することもある⁹⁾。工学的には Fig. 2 の地盤定数が多少ばらつくと考えておき、Fig. 3 の結果の確かさを確認しておくことが要請される。そこで、特定のモードと地盤深さにおいて、地盤パラメーターが位相速度に及ぼす影響関数のスペクトルともよぶべき $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial x_i(z)}$ を調べた。

Fig. 5 は、基本モードの深さ 50 m と 300 m における値である。分散曲線に大きく寄与しているのは S 波速度であることが確認できた。S 波速度以外の定数がもとの地盤モデルのそれらの値よりもわずかにずれていたとしても、それらの量を見出すことは困難である。特定の層の上境界と下境界で密度が増減するため、 $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \rho_i(z)}$ は

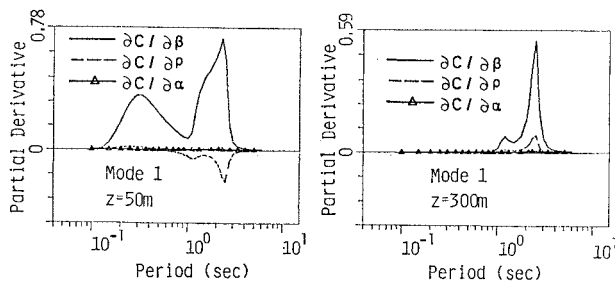


Fig. 5 Partial Derivatives of Phase Velocity with respect to Elastic Parameters for Fixed Depths at HP Station (Fundamental Mode, $z=50$ and 300 m).

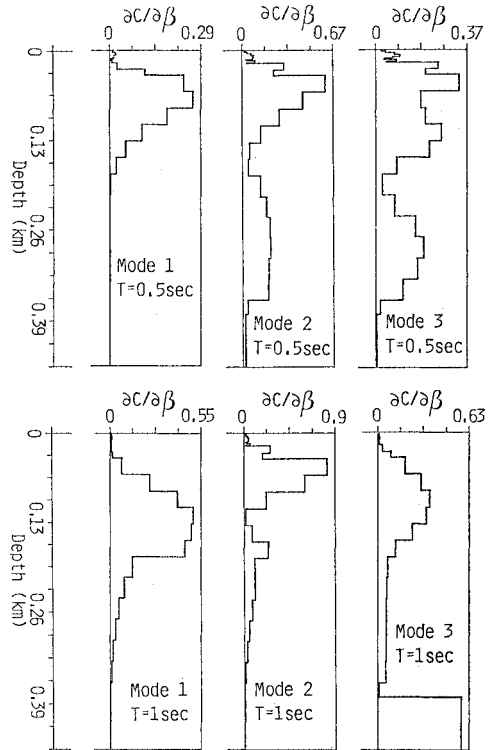


Fig. 6 $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \beta(z)}$ Distributions with Depth z at HP Station ($j=1\sim 3$, $\omega=2\pi$ and 4π rad/s).

短周期で正の（すなわち、密度が増えれば位相速度が大きくなる）、やや長周期で負の最大作用を示す。

Fig. 5 から近似的には P 波速度と密度の変化分はあまりないものと考え、以下に示すように分散性から地盤の S 波速度を得る過程をとるのが工学的には有利であると推察される。

$$S = \int_{\omega_l}^{\omega_u} \sum_{j=1}^{\text{Mode}} \{C_{ej}(\omega) - C_j(\omega)\}^2 W(\omega) d\omega \rightarrow \text{Min} \quad (16)$$

$$C_j(\omega) \approx C_{j0}(\omega) + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{n(i)} \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial \beta_{i,l}} \Delta \beta_{i,l} + \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial \beta_N} \Delta \beta_N$$

ただし、 C_{ej} は j 次モード、周波数 ω において観測された位相速度、 C_{j0} は推定地下構造 (α_{i0} , β_{i0} , ρ_{i0} , $i=1\sim N$) に対する理論位相速度、Mode は考慮すべきモード次数、 $W(\omega)$ は重み関数、 $\omega_u - \omega_l$ は適当な周波数帯域幅である。目的関数の式 (16) を満たす変数 $\Delta \beta_{i,l}$, $\Delta \beta_N$ が得られれば、等価最適 S 波速度は、 $\beta_{i,l} = \beta_{i0} + \Delta \beta_{i,l}$, $\beta_N = \beta_{N0} + \Delta \beta_N$ として決定できる。

一方、特定のモードと周期において、S 波速度

が位相速度に及ぼす影響度 $\frac{\partial C}{\partial \beta}$ の地盤内分布は、Fig. 6 のようになる。Fig. 2 と 3 とともに併せて、その諸特徴を列挙すると、以下のとおりである。① 速度比の大きい境界があると、 $\frac{\partial C_j(\omega)}{\partial \beta_i(z)}$ ($j=1\sim 3$, $\omega=2\pi, 4\pi$ rad/s) は敏感に変化する。各モード形状と波長に応じてある地盤深さで、S波速度の分散性に対する寄与の仕方が高くなる。② 長周期であればあるほどかつモード次数が高まれば、深部まで影響が及ぶ。たとえば、3次で1秒にもなると基盤の役割が支配的となる傾向がうかがえる。③ 一般に、36~180 m ほどの地盤深さの影響が卓越している。実地震波形を用いた Inverse の際、この層の S波速度を集中的に取り扱うことが有意義であるかもしれない。

(2) 地盤構成の変化による位相速度の偏微分係数

a) 種々の地盤モデルの設定

Fig. 2 の地下構造を 4 グループの層に分類し、① 地表層 (深度 10 m まで)、② 第 1 中間層 (深度 10~180 m)、③ 第 2 中間層 (深度 180~380 m)、④ 基盤層 (深度 380 m 以上) と大別した。前節の考察から、密度と P 波速度は分散性に及ぼす影響が小さいので一定とした。ここでは、以下のような規範に従い、7 つの Type の地盤モデルを設定し、4 グループで示した地盤層の層厚

と S 波速度のみを独立に変更した地盤構成を考えた。なお、Type ①, ② はもとの地盤構造から層厚の変化したモデル、Type ③ は基盤深さの変化したもの (α, β, ρ の設定条件も併記)、Type ④~⑦ は S 波速度の変化したものである。また、Case A は構造パラメーター (層厚、基盤深さ、S 波速度) がもとの地盤より小さく、Case B は逆に大きくなった場合のことを意味する。

すなわち、Type ① Case A: 地表層の層厚がもとの 1/2 となる、Case B: もとの 2 倍となる、Type ② Case A: 中間層の層厚がもとの 1/2 となる、Case B: もとの 2 倍となる、Type ③ Case A: もとの第 2 中間層以深を基層 ($\alpha=2060$ m/s, $\beta=690$ m/s, $s=2$ g/cm³) とした、Case B: 第 2 中間層以深に 400 m ($\alpha=4990$ m/s, $\beta=2800$ m/s, $s=2.5$ g/cm³) と 1000 m ($\alpha=6000$ m/s, $\beta=3500$ m/s, $s=2.7$ g/cm³) の地盤層および半無限層 ($\alpha=8000$ m/s, $\beta=4500$ m/s, $s=3.2$ g/cm³) が続く、Type ④ Case A: 地表層の β がもとの 1/3、Case B: 2 倍となる、Type ⑤ Case A: 第 1 中間層の β が 150 m/s、Case B: 1000 m/s となる、Type ⑥ Case A: 第 2 中間層の β が 400 m/s、Case B: 1400 m/s となる、Type ⑦ Case A: 基層の β が 1400 m/s、Case B: 3500 m/s となる。

b) 地盤構成が分散曲線に及ぼす影響

Fig. 7 に、地盤構成の各 Type について 2 次モードまでの位相速度を比較検討した結果、次のような特徴が指摘できた。

① 地表の層厚の影響はほぼ無視できたが、その S 波速度は特に Case A で 1 s 以下の短周期に影響度が大きい。反対に、長周期領域においてのみ基盤の深さとその S 波速度の影響が一層鮮明に写し出される。② 中間層の層厚の変化に対する分散曲線は片対数周期上に沿って移行する。しかし、その曲線自体はほとんど変化しておらず、また第 2 中間層の S 波速度の結果と同様に、分散性を根本的に変えるものではない。③ しかるに、第 1 中間層の S 波速度の変化は短周期から長周期の広範囲に影響する。 $\left. \frac{\partial C_{j0}(\omega)}{\partial \beta_{il}(z)} \right|_{z=10\sim 180 \text{ m}}$ の絶対値が大きくしかもその強弱が激しいので、分散曲線の変動は必然的に大きくなっている。

c) 基本モードにおける $\frac{\partial C}{\partial \beta}$ の地盤内分布

先の地盤モデルの 7 つの Type に対して、周期 0.5 s と 2 s で $\frac{\partial C_1(\omega)}{\partial \beta_{il}}$ の深さ分布に際立って顕著な影響を及ぼした結果が Fig. 8 である。

中間層の層厚が小さいと周期 2 s の波動は基盤の β の決定が大きな影響力をもつ。したがって、このようなやや長周期の波を正しく認識するためには、深部の地盤構造の正確な把握が是非とも必要なことを示唆している。

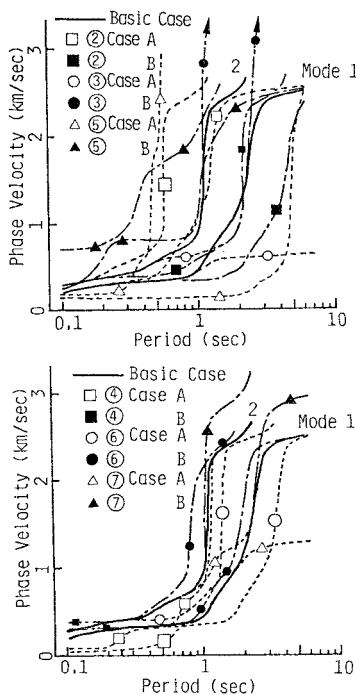


Fig. 7 Influence of Model Parameters of Subsurface Layers on Phase-Velocity Dispersion Curves.

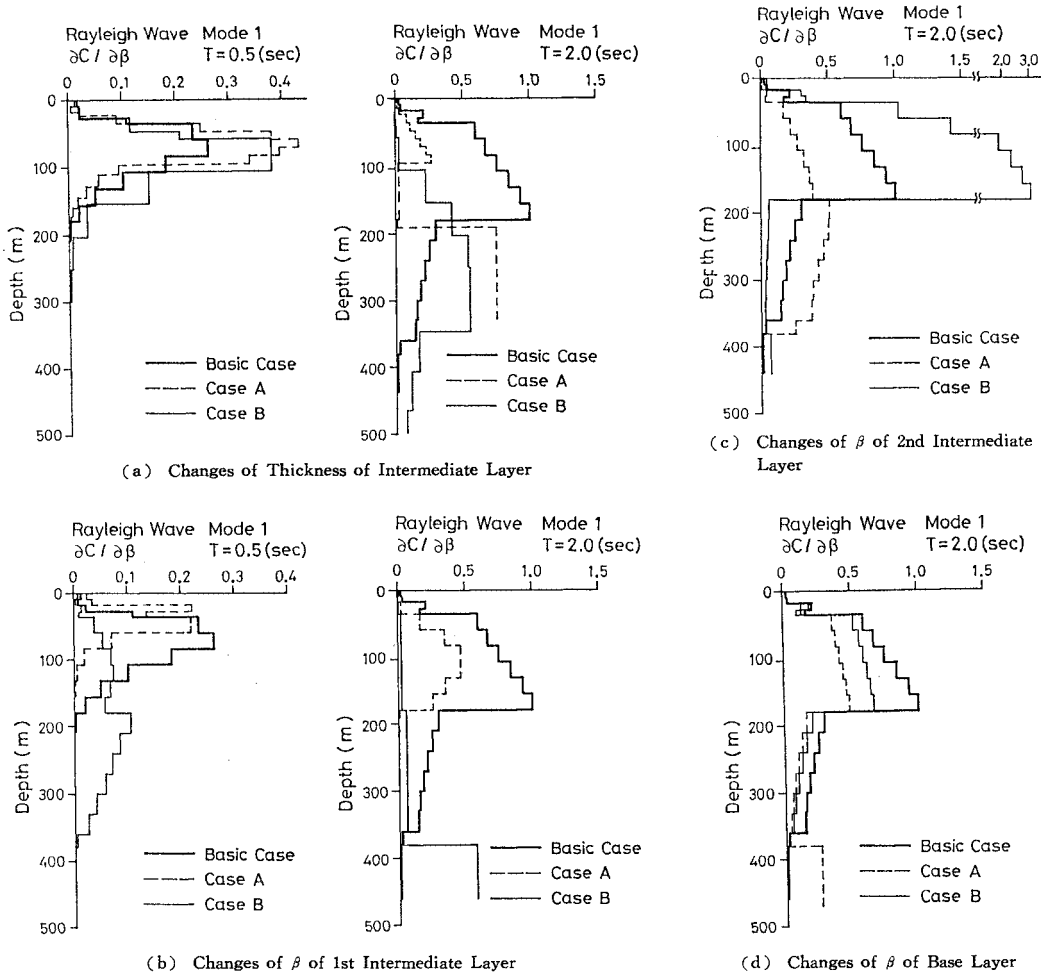


Fig. 8 Influence of Model Parameters of Subsurface Layers on $\frac{\partial C_1(\omega)}{\partial \beta(z)}$ ($\omega = 2\pi$ and 4π rad/s) Distributions with Depth z .

第1中間層の β はもともと位相速度の不確定性を発生させる可能性を潜在的にもっていた。その β が小さいと他のグループ別の層に比べてなお一層第1中間層の $\partial C/\partial \beta$ のみが目立つ。逆に第2中間層や基盤の影響が強く反映するのは第1中間層の β が大きくなるときである。一方、第2中間層の β が小さくなると自らの層の影響度が地盤内の深さ分布に占める割合を増し、その β が大きくと第1中間層の影響が格段に高まり卓越することが判明した。このような事情は、隣接するグループ層の波動インピーダンスのコントラストの強い明確な境界面が認められるとき、波動インピーダンスの規模に依存しているものといえる。このようなことから、極端に速度比の大きい境界があると、それ以後の深さに関する情報は容易でない。このことは深部の地下構造を推定するにあたって解決しなければならない問題として残る。さらに、周期2sの位相速度においては、基盤の β が小さくなれば第1中間層と基層に敏感な変化をもたらす。

d) 特定の地盤深さにおける $\partial C/\partial \beta$ のスペクトルモデルで使用した深さ50mと300mにおける位相速度の感度分析を試みた結果がFig. 9である。各地盤条件のタイプについて、基本モードの $\frac{\partial C_1(\omega)}{\partial \beta_{ii}}$ の代表例を相互に対比させた。そして位相速度に及ぼす β_{ii} の寄与の大小と各周波数範囲での $\frac{\partial C_1}{\partial \beta_{ii}}$ 曲線の出現状況および β_{ii} が位相速度に最大の影響を与える周期などを検討した。その偏微分係数の絶対値と卓越周期は大きなばらつきを有し、各Typeに対して波長の相対的な違いを定量的に表わしたものと見える。しかし、おおむね正的作用をもち、地盤固有の特性が強く反映していることが明らかになった。

一般に平均的な傾向としては、密度やP波速度による影響はS波速度による直接的な効果よりも少ないといえる。しかし、中には $z=50\text{m}$, $T=1\text{s}$ で第1中間層の β が大きく、 $z=300\text{m}$, $T=2\text{s}$ で第2中間層の β が大

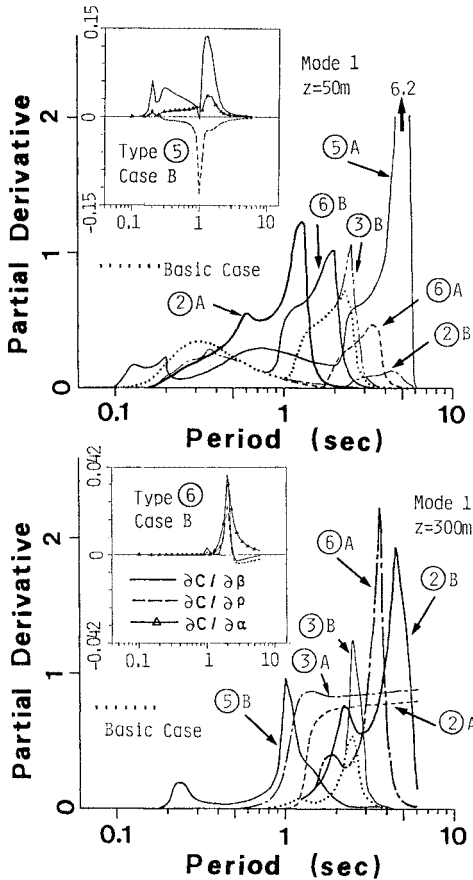


Fig. 9 Influence of Model Parameters of Subsurface Layers on $\frac{\partial C_1(\omega)}{\partial \beta(z)} \Big|_{z=50,300m}$ Curves versus Period.

きい例のように、特に ρ と α が β と同程度で位相速度の変化量に影響力の強い要因になる場合もみられた。ただし、後者の例では 10^{-2} のオーダーであるので工学的には無視できる。 $z=50\text{ m}$ (Type ⑤, Case B) の地盤層のように、密度が負の作用として働くのが特徴的なことも判明した。

5. 結 論

本研究では、表面波特有の分散性と地盤条件の相互関係を明確にする際において、地下構造パラメーターによる表面波速度の偏微分係数の合理的な評価法を示した。八戸港湾における地盤に関して導入した感度分析の検討を、0.1~6 s の周期の Rayleigh 波について行った。その結果得られた成果を要約すれば以下ようになる。

(1) Rayleigh 波による地盤内の変位と応力のモード形を組織的に算出するための方法を定式化した。Love 波についても同様の手続により求められる。さらに、表面波速度の不確定性の検討に必要な、エネルギー積分を

用いた地盤パラメーターの変化による位相速度と群速度の偏微分係数を示した。

(2) 位相速度の変動を支配する主要な要因は S 波速度である。したがって、独立変数としては地盤内の S 波速度分布のみを選び、実地震記録と数値計画法を併用して、地盤構造を数量化することが耐震工学上簡便である。

(3) 深度 36~180 m での S 波速度の実測誤差は、表面波速度の推定値に大きな変動をもたらす要因となる。しかもこの傾向はこの地盤層の S 波速度が小さく、180~360 m でのそれが大きくなる時一層顕著となる。また、S 波速度の増加はほぼ常に位相速度を増やし、逆に密度は減じる作用をもつのが特徴的である。これらの現象は隣接する層の波動インピーダンスのコントラストが明確なとき生起するので、非常に丹念に地盤の S 波速度を調査する必要性が判明した。

ただし、この感度分析の結果は八戸という地盤条件に依存している。そこで、層厚の相違ならびに各層の S 波速度の比の中で最も位相速度に強く支配的な変数はどれであるかを抽出するために、数値実験と数量化理論により定量的に解明していく計画である。

さらに、いくつか解決すべき問題点を残しており、特に多くの実地震波形と地盤資料を利用して、本方法の有効性に検討を加えることが必要である。今後、地盤の不確定性を減らし、より予測精度の高い地震動の設定法に向けて、さらに実証的にかつ定量的に見通しよくする予定である。

最後に本論文をまとめるに際し、多大のご助力を得た本工学部・家村浩和助教授に対し謝意を表する。

補遺 A 正規モードの具体的な算出法

(1) Rayleigh 波について

式 (1) は、2つの独立な基本解の線形結合によって微分方程式の解が表示できるという、Bolt と Dorman¹⁵⁾ の idea によって算出した。すなわち、 j 次モード、周波数 ω 、深さ z における変位と応力のモードは以下のように設定しておく。

$$\begin{Bmatrix} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \\ \sigma_z(\omega, z) \\ \tau_{rz}(\omega, z) \end{Bmatrix}_j = a_{j,1}(\omega) \begin{Bmatrix} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \\ \sigma_z(\omega, z) \\ \tau_{rz}(\omega, z) \end{Bmatrix}_{j,1} + a_{j,2}(\omega) \begin{Bmatrix} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \\ \sigma_z(\omega, z) \\ \tau_{rz}(\omega, z) \end{Bmatrix}_{j,2} \dots \dots \dots (A \cdot 1)$$

式 (1) の 4 つの未知量のうち 2 つは半無限媒質において独立であるので、独立な解として $V_{zj}(\omega, z)$ と

$V_{rj}(\omega, z)$ を考える。すると、半無限体内の地盤変位は、ポテンシャルの満たす波動方程式の解から、定数項 $d_{j,1}(\omega)$ と $d_{j,2}(\omega)$ によって、

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \end{matrix} \right\}_{j, z \geq H} \\ &= \begin{bmatrix} r_{\alpha j}(\omega) d_{j,1}(\omega) & -k_j(\omega) d_{j,2}(\omega) \\ -k_j(\omega) d_{j,1}(\omega) & r_{\beta j}(\omega) d_{j,2}(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{\alpha j}(\omega) \\ E_{\beta j}(\omega) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.2)$$

と表わせる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} r_{\alpha j} &= k_j(\omega) \left\{ 1 - \left(\frac{C_j(\omega)}{\alpha_N} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ E_{\alpha j} &= \exp\{-r_{\alpha j}(z-H)\} \\ r_{\beta j} &= k_j(\omega) \left\{ 1 - \left(\frac{C_j(\omega)}{\beta_N} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ E_{\beta j} &= \exp\{-r_{\beta j}(z-H)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.3)$$

波数 k_j と位相速度 C_j はすでに別途求められたものを用いる。

式 (A.2) は、 $z=H$ での変位モードによって次式に書き改められる。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, z) \\ V_r(\omega, z) \end{matrix} \right\}_{j, z \geq H} \\ &= \begin{bmatrix} R_{11,j}(\omega, z) & R_{12,j}(\omega, z) \\ R_{21,j}(\omega, z) & R_{22,j}(\omega, z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_z(\omega, H) \\ V_r(\omega, H) \end{Bmatrix}_j \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.4)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} R_{11,j} &= (r_{\alpha j} r_{\beta j} E_{\alpha j} - k_j(\omega)^2 E_{\beta j}) / D_j \\ R_{12,j} &= k_j(\omega) r_{\alpha j} (E_{\alpha j} - E_{\beta j}) / D_j \\ R_{21,j} &= -r_{\beta j} R_{12,j} / r_{\alpha j} \\ R_{22,j} &= (r_{\alpha j} r_{\beta j} E_{\beta j} - k_j(\omega)^2 E_{\alpha j}) / D_j \\ D_j &= r_{\alpha j} r_{\beta j} - k_j(\omega)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.5)$$

式 (A.4) と式 (A.6) を組み合わせれば、 $z=H$ の境界面に単位の水平動と上下動が独立に作用したときの、変位と応力のモードは式 (A.7) と式 (A.8) のように誘導できる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zj}(\omega, z) &= \rho(z) \alpha(z)^2 \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} - k_j(\omega) \rho(z) \{ \alpha(z)^2 - 2\beta(z)^2 \} V_{rj}(\omega, z) \\ \tau_{rzj}(\omega, z) &= \rho(z) \beta(z)^2 \left\{ \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} + k_j(\omega) V_{zj}(\omega, z) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, H) \\ V_r(\omega, H) \\ \sigma_z(\omega, H) \\ \tau_{rz}(\omega, H) \end{matrix} \right\}_{j,1} &= \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ \rho_N \omega^2 r_{\beta j} / D_j \\ \rho_N \omega^2 \{ \tau_{Nj} r_{\alpha j} r_{\beta j} - (\tau_{Nj} - 1) k_j(\omega)^2 \} / k_j(\omega) D_j \end{matrix} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, H) \\ V_r(\omega, H) \\ \sigma_z(\omega, H) \\ \tau_{rz}(\omega, H) \end{matrix} \right\}_{j,2} &= \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \rho_N \omega^2 \{ \tau_{Nj} r_{\alpha j} r_{\beta j} - (\tau_{Nj} - 1) k_j(\omega)^2 \} / k_j(\omega) D_j \\ \rho_N \omega^2 r_{\alpha j} / D_j \end{matrix} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.8)$$

ここで、 $\tau_{Nj} = 2\{\beta_N / C_j(\omega)\}^2$

したがって、 $z=H$ での初期条件 (式 (A.7) と (A.8)) から、4元連立1階微分方程式 (1) を満足する2つの独立な解は、Fig. 1 に示した il 層内の地盤深さ $z_k (k=0, 2, 4, 6, 8)$ で変位と応力を知れば、Runge-Kutta-Gill 法などの数値積分法を適用することにより、各薄層の境界面において求まる。ただし、境界面における変位と応力の連続条件より、求めた解を薄層の下面での境界条件として付与し、上面の未知関数を解く。

これらの手続を z の負側へ伝達的に繰り返し、最終的に地表面での変位と応力が求まる。ただし、 $z=0$ において、次式の境界条件が成立しなければならない。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} 1 \\ \varepsilon_{0j}(\omega, 0) \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} = a_{j,1}(\omega) \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, 0) \\ V_r(\omega, 0) \\ \sigma_z(\omega, 0) \\ \tau_{rz}(\omega, 0) \end{matrix} \right\}_{j,1} \\ & + a_{j,2}(\omega) \left\{ \begin{matrix} V_z(\omega, 0) \\ V_r(\omega, 0) \\ \sigma_z(\omega, 0) \\ \tau_{rz}(\omega, 0) \end{matrix} \right\}_{j,2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.9)$$

ここに、 $\varepsilon_{0j}(\omega, 0)$ は、密度や弾性率の一樣な水平層の積み重ねで媒質を近似し、Dunkin-Thrower のアルゴリズム¹³⁾によって計算した地表面での楕円比である。

結局、任意の地盤深さでの変位と応力のモードは、式 (A.9) から得られる定数項 $a_{j,1}$ と $a_{j,2}$ と求めたベクトル $\{V_z(\omega, z), V_r(\omega, z), \sigma_z(\omega, z), \tau_{rz}(\omega, z)\}_{j,1}$ あるいは $j,2$ を、式 (A.1) に代入すれば算出できることになる。

$$\begin{aligned} a_{j,1}(\omega), a_{j,2}(\omega) &= \text{func} \{ V_{zj,1}(\omega, 0), V_{zj,2}(\omega, 0), \\ & V_{rj,1}(\omega, 0), V_{rj,2}(\omega, 0), \varepsilon_{0j}(\omega, 0) \} \dots\dots\dots (A.10) \end{aligned}$$

求めた数値解の精度を検証するためには、式 (A.1) と式 (A.10) を組み合わせ、次式をチェックしておくことが必要である。

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} V_{zj}(\omega, 0) = 1, \quad V_{rj}(\omega, 0) \simeq \varepsilon_{0j}(\omega, 0) \\ \sigma_{zj}(\omega, 0) \simeq 0, \quad \tau_{rzj}(\omega, 0) \simeq 0 \end{matrix} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.11)$$

補遺 B 半無限地盤のエネルギー積分への寄与

(1) Rayleigh 波について

$$\begin{aligned}
 \int_H^\infty V_{zj}(\omega, z)^2 dz &= \frac{A_{3j}(\omega)^2}{2r_{\alpha j}(\omega)} + \frac{A_{4j}(\omega)^2}{2r_{\beta j}(\omega)} + \frac{2A_{3j}(\omega)A_{4j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)} \\
 \int_H^\infty V_{rj}(\omega, z)^2 dz &= \frac{A_{1j}(\omega)^2}{2r_{\alpha j}(\omega)} + \frac{A_{2j}(\omega)^2}{2r_{\beta j}(\omega)} + \frac{2A_{1j}(\omega)A_{2j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)} \\
 \int_H^\infty \left(\frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} \right)^2 dz &= \frac{1}{2} r_{\alpha j}(\omega) A_{3j}(\omega)^2 + \frac{1}{2} r_{\beta j}(\omega) A_{4j}(\omega)^2 + \frac{2r_{\alpha j}(\omega)r_{\beta j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)} A_{3j}(\omega) A_{4j}(\omega) \\
 \int_H^\infty \left(\frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} \right)^2 dz &= \frac{1}{2} r_{\alpha j}(\omega) A_{1j}(\omega)^2 + \frac{1}{2} r_{\beta j}(\omega) A_{2j}(\omega)^2 + \frac{2r_{\alpha j}(\omega)r_{\beta j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)} A_{1j}(\omega) A_{2j}(\omega) \\
 \int_H^\infty V_{zj}(\omega, z) \cdot \frac{dV_{rj}(\omega, z)}{dz} dz &= -\frac{1}{2} A_{1j}(\omega) A_{3j}(\omega) - \frac{1}{2} A_{2j}(\omega) A_{4j}(\omega) \\
 &\quad - \frac{A_{1j}(\omega) A_{4j}(\omega) r_{\alpha j}(\omega) + A_{2j}(\omega) A_{3j}(\omega) r_{\beta j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)} \\
 \int_H^\infty V_{rj}(\omega, z) \cdot \frac{dV_{zj}(\omega, z)}{dz} dz &= -\frac{1}{2} A_{1j}(\omega) A_{3j}(\omega) - \frac{1}{2} A_{2j}(\omega) A_{4j}(\omega) \\
 &\quad - \frac{A_{1j}(\omega) A_{4j}(\omega) r_{\beta j}(\omega) + A_{2j}(\omega) A_{3j}(\omega) r_{\alpha j}(\omega)}{r_{\alpha j}(\omega) + r_{\beta j}(\omega)}
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

ここに、 $A_{1j} \sim A_{4j}$ は以下のように表示される。

$$\begin{aligned}
 A_{1j} &= k_j(\omega) \{k_j(\omega) V_{rj}(\omega, H) \\
 &\quad + r_{\beta j}(\omega) V_{zj}(\omega, H)\} / D_j \\
 A_{2j} &= -r_{\beta j}(\omega) \{r_{\alpha j}(\omega) V_{rj}(\omega, H) \\
 &\quad + k_j(\omega) V_{zj}(\omega, H)\} / D_j \\
 A_{3j} &= -r_{\alpha j}(\omega) \{k_j(\omega) V_{rj}(\omega, H) \\
 &\quad + r_{\beta j}(\omega) V_{zj}(\omega, H)\} / D_j \\
 A_{4j} &= k_j(\omega) \{r_{\alpha j}(\omega) V_{rj}(\omega, H) \\
 &\quad + k_j(\omega) V_{zj}(\omega, H)\} / D_j
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

なお、 $r_{\alpha j}$ 、 $r_{\beta j}$ と D_j は式 (A.3) と式 (A.5) を用いた。

参考文献

- 1) 井上涼介・伯野元彦：地盤の鉛直剛性分布が地表地震動特性に及ぼす影響，土木学会論文報告集，第310号，pp. 1~10，1981年6月。
- 2) 浅田秋江・河上房義：地盤震動特性に関する二，三の考察，土木学会論文報告集，第236号，pp. 93~107，1975年4月。
- 3) Brune, J. and J. Dorman: Seismic waves and earth structure in the Canadian shield, BSSA, Vol. 53, No. 1, pp. 167~210, January 1963.
- 4) Takeuchi, H., J. Dorman and M. Saito: Partial derivatives of surface wave phase velocity with respect to physical parameter changes within the earth, JGR, Vol. 69, No. 16, pp. 3429~3441, August 1964.
- 5) 太田 裕：地震工学への最適化法の適用 1，八戸港湾SMAC設置点の地下構造推定，日本建築学会論文報告集，第229号，pp. 35~41，昭和50年3月。
- 6) Aki, K. and P.G. Richards: Chapt. 7 Surface waves in a vertically heterogeneous medium, Chapt. 12 Inverse problems in seismology, in Quantitative Seismology Theory and Methods, Vol. I & II, W.H. Freeman and Company, 1980.
- 7) Harkrider, D.G.: The perturbation of Love wave

半無限媒質における変位は、 $z=H$ の境界面での変位を既知関数として、式 (A.4) のように求めた。この式を適用することにより、式 (5) の $z \geq H$ におけるエネルギー積分は以下のように誘導できる。

- 8) spectra, BSSA, Vol. 58, No. 3, pp. 861~880, June 1968.
- 8) Takeuchi, H. and M. Saito: Seismic surface waves, Methods in Computational Physics, Vol. 11, edited by Bolt, B.A., pp. 217~295, Academic Press, 1972.
- 9) Haskell, N.A.: Radiation pattern of surface waves from point sources in a multi-layered medium, BSSA, Vol. 54, No. 1, pp. 377~393, February 1964.
- 10) Dunkin, J.W.: Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies, BSSA, Vol. 55, No. 2, pp. 335~358, April 1965.
- 11) Thrower, E.N.: The computation of the dispersion of elastic waves in layered media, J. Sound, Vib., Vol. 2, No. 3, pp. 210~226, 1965.
- 12) Watson, T.H.: A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered elastic half-space, BSSA, Vol. 60, No. 1, pp. 161~166, February 1970.
- 13) Harkrider, D.G.: Surface waves in multilayered elastic media, Part II, Higher mode spectra and spectral ratios from point sources in plane layered earth models, BSSA, Vol. 60, No. 6, pp. 1937~1987, December 1970.
- 14) Schwab, F.A. and L. Knopoff: Fast surface wave and free mode computations, Methods in Computational Physics, Vol. 11, edited by Bolt, B.A., pp. 87~180, Academic Press, 1972.
- 15) Bolt, B.A. and J. Dorman: Phase and group velocities of Rayleigh waves in a spherical gravitating earth, JGR, Vol. 66, No. 9, pp. 2965~2981, September 1961.
- 16) Harkrider, D.G. and D.L. Anderson: Surface wave energy from point sources in plane layered earth models, JGR, Vol. 71, No. 12, pp. 2967~2980, June 1966.
- 17) 神山 真：地震時における地盤内の応力，ひずみの評価，土木学会論文報告集，第250号，pp. 9~23，1976年6月。
(1982.7.27・受付)