

# 軟弱粘土の自重圧密過程の数値解析

## NUMERICAL ANALYSIS OF SELFWEIGHT CONSOLIDATION OF VERY SOFT CLAY

高田直俊\*

By Naotoshi TAKADA

### 1. まえがき

粘土層の一次元圧密過程を推定する慣用の手法は、圧密時間が層厚の2乗に比例する、という相似則を用いて圧密試験から得られる時間-沈下関係を実物層厚に外挿する方法である。ところが粘土が軟弱であったり、普通の軟らかさであっても層厚が大きいときは粘土の自重の影響のため、上記の相似則が成立せず、この方法で推定した圧密速度よりも圧密は速く進む。自重の影響を考慮した圧密計算にはテルツァギー (Terzaghi) の熱伝導型の線形圧密モデルを自重を考慮した境界条件を与えて解く方法が用いられることがあるが、粘土の応力-ひずみ関係の非線形性のためにこの方法は正しくない。すなわち粘土の応力-ひずみの非線形性が圧密速度に自重の影響として大きく現われるのである。圧密速度に与える自重の影響は粘土の軟らかさ、粘土層厚によって異なるので、これらが異なれば圧密過程は違ったものになり、個別の問題として扱わねばならなくなる。

自重の影響を考慮して圧密過程を推定する方法として、遠心力場で模型圧密実験を行う方法<sup>1), 2)</sup>と、三笠の圧密方程式を数値計算によって解く方法がある<sup>3)</sup>。前者は粘土層の縮尺模型を遠心力場に置くことにより、模型の自重による応力分布を実物のそれとまったく同じにして圧密させる手法で、このとき模型の圧密過程は理論上実物とまったく相似に進行し、圧密時間に関する層厚の2乗則が成立するので、実験で得られた圧密過程を直接実層厚に外挿することができる。圧密方程式を数値計算する方法は、差分式による逐次計算法で、三笠は文献3)でいくつかの計算例を挙げ、また計算結果が現場試験をよく説明していることを示した。

この論文では浚渫粘土で埋立てたときわめて軟弱な粘土地盤を想定し、いくつかの計算例によって軟弱粘土地盤

が自重で圧密する際の圧密過程を示し、数値解析上の問題点を考察した。さらに遠心力場で行った模型圧密実験結果を数値計算結果と比較した。

### 2. 圧密理論と差分式

深さ方向に一様な圧密特性をもった粘土層、すなわち粘土層全層にわたって一定の応力-ひずみ、応力-透水性関係を有する粘土層の一次元圧密の時間過程は次式で表わされる<sup>3)</sup>。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \zeta^2 \left\{ c_v \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z_0^2} + \frac{dc_v}{d\zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z_0} \right)^2 - \frac{d}{d\zeta} (c_v m_v r') \frac{\partial \zeta}{\partial z_0} \right\} \quad (1)$$

上式で  $\zeta$ : 圧密比 ( $= f_0/f$ ,  $f_0$ : 原始状態の体積比),  $z_0$ : 原始座標で、粘土が最初一様な体積比  $f_0$  にあるとした固定座標,  $c_v$ : 圧密係数,  $m_v$ : 体積圧縮係数,  $t$ : 時間,  $r'$ : 浮力を考慮した土の水中単位体積重量である。この式はテルツァギーの圧密理論で知られる熱伝導型の一次元圧密方程式を導くにあたって必要とした9つの仮定、すなわち①土粒子と間隙水は非圧縮性である、②間隙水の流れはダーサーの法則に従う、③土の応力-ひずみ関係には時間依存性がない、④粘土の自重の影響はない、圧密中に⑤粘土層厚、⑥圧密圧力、⑦ $m_v$ 、⑧透水係数  $k$ 、⑨ $c_v$  はそれぞれ変化しない、のうち④～⑨の仮定を除いて一般化した一次元圧密の基礎方程式である。式(1)の右辺 {} 内第2項は圧密中の  $c_v$  の変化を、第3項は粘土の自重の影響を表わす。

この式は解析的に解くことが困難であるので、差分式による逐次計算で解を求めるのが一般的である。時間係数で表わした時間差分を  $\Delta T$ 、空間差分を  $\Delta z_0$  として式(1)を差分式に直すと、ある差分点  $z_0$  の  $\Delta T$  後の  $\zeta$  の増分  $\Delta \zeta$  は、

$$\Delta \zeta_{z_0} = \frac{\Delta T n^2}{4} \zeta_{z_0}^2 \left\{ \phi(\zeta_{z_0}) (\zeta_{z_0 + \Delta z_0} - 2\zeta_{z_0} + \zeta_{z_0 - \Delta z_0}) \right\}$$

\* 正会員 工修 大阪市立大学助教授 工学部

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{4} \frac{d\phi(\zeta_{z_0})}{d\zeta} (\zeta_{z_0+4z_0} - \zeta_{z_0-4z_0})^2 \\ & - \frac{H_0}{2n} \frac{d}{d\zeta} (\phi(\zeta_{z_0}) m_v r') (\zeta_{z_0+4z_0} - \zeta_{z_0-4z_0}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

上式において  $H_0$  は原始状態における粘土層厚、  $n$ ,  $\Delta T$ ,  $\phi(\zeta)$  はそれぞれ次式で表わされる。

$$n = H_0 / 4z_0 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\Delta T = \frac{c_v \Delta t}{(H_0/2)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\phi(\zeta) = c_v / c_v \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$c_v$  は  $c_v$  の初期値である。  $\Delta T$  時間後の  $\zeta$  は、

$$\zeta_{z_0, T+\Delta T} = \zeta_{z_0, T} + 4z_0 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

式 (2) の  $\phi(\zeta)$ ,  $d\phi(\zeta)/d\zeta$ ,  $d(\phi(\zeta)m_v r')/d\zeta$  は圧密中の  $k$  と  $m_v$ , および  $r'$  の変化状況でその関数形が決まる。正規圧密粘土では一般に  $f-\log p$  関係の直線性が認められており、また  $f-\log c_v$  関係も後で示すように直線近似が可能であるので、図-1 のように  $f-\log p$ ,  $f-\log c_v$  の直線関係を設定すると、圧縮指数  $C_c$  を用いて

$$f = f_0 - C_c \log \frac{p}{p_0} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$m_v$  は  $d\varepsilon = -df/f$ ,  $m_v = d\varepsilon/dp$  の関係を用いて上式から

$$m_v = \frac{0.4343 C_c}{f p} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

また  $f-\log c_v$  直線の勾配を  $C_{c_v}$  とすれば

$$f = f_0 - C_{c_v} \log \frac{c_v}{c_{v_0}} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

圧密比  $\zeta$  を用いて式 (9) から  $c_v$  の関数形は

$$\phi(\zeta) = \exp \left\{ \frac{f_0}{0.4343 C_{c_v}} \left( 1 - \frac{1}{\zeta} \right) \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

次に土粒子と水の比重をそれぞれ  $G_s$ ,  $G_w$  とすれば

$$r' = \frac{G_s - G_w}{f} r_w = \zeta r'_0 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$r'_0$  は原始状態における粘土の浮力を考慮した水中単位体積重量である。次に  $d\phi(\zeta)/d\zeta$  は式 (10) から

$$\frac{d\phi(\zeta)}{d\zeta} = \frac{f_0}{0.4343 C_{c_v}} \frac{1}{\zeta^2} \phi(\zeta) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

また  $d(\phi(\zeta)m_v r')/d\zeta$  は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\zeta} (\phi(\zeta) m_v r') &= \frac{d\phi(\zeta)}{d\zeta} m_v r' \\ &+ \frac{d(m_v r')}{d\zeta} \phi(\zeta) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$m_v r'$  は式 (8), (11) から

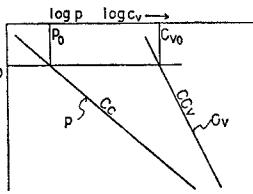


図-1  $f-\log p$ ,  $f-\log c_v$  関係

$$m_v r' = \frac{0.4343 C_c}{f_0 p} \cdot \zeta^2 r'_0 \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$d(m_v r')/d\zeta$  は式 (14), (7) および  $\zeta = f_0/f$  から、

$$\frac{d}{d\zeta} (m_v r') = - \left( 1 - \frac{0.8686 C_c}{f_0} \zeta \right) \frac{r'_0}{p} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

したがって式 (13) は式 (10), (12), (14), (15) によって与えられ、これで差分式 (2) の各項の係数の関数形はすべて与えられた。

式 (2) の係数項の関数形  $\zeta^2$ ,  $\phi(\zeta)$ ,  $d\phi(\zeta)/d\zeta$ ,  $d(\phi(\zeta))$ ,  $m_v r'/d\zeta$  に用いる  $\zeta$  の値は  $\Delta T$  時間に変化する  $\zeta$  の平均値、すなわち  $T + \Delta T/2$  のときの  $\zeta + \Delta\zeta/2$  を用いるのが適切であるが、 $\Delta\zeta$  が未知のため次のような繰り返し計算によって  $\Delta\zeta$  を求めねばならない。まず  $T$  時における  $\zeta$  を用いて式 (2) から第1近似  $\Delta\zeta_1$  を求める。次に  $\zeta + \Delta\zeta_1/2$  を用いて同様にして第2近似を求める。同様の繰り返し計算で収束点を見出すわけである。収束は非常によい。ただし、以下に示す軟弱粘土の自重圧密の場合、差分間隔  $\Delta T$ ,  $\Delta z_0$  をごく小さく採るので、 $\Delta\zeta$  の値も小さく、比較計算の結果から上述の第1近似で実用上十分であることがわかった。したがって以下の計算では繰り返し計算は行っていない。

次に沈下量は次の手順で求める。差分計算で得たこの分布（等時線）をまず次式によって公称ひずみ  $\varepsilon$  の分布に変換する。なお  $\varepsilon$  は先の  $\varepsilon (d\varepsilon = -df/f)$  とは異なる。

$$\varepsilon = (f_0 - f)/f_0 = 1 - 1/\zeta \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

原始状態からの沈下量は、この  $\varepsilon$  を用いて、

$$S = \int_0^{H_0} \varepsilon dz_0 \quad \dots \dots \dots \quad (17 \cdot a)$$

粘土層の初期状態が一定の体積比にない場合には、式 (16) の分子の  $f_0$  に代えて初期の  $f_i$  を用いて  $\bar{\varepsilon}_i (= (f_0 - f_i)/f_0)$  を求め、次式によって沈下量を計算する。

$$S = \int_0^{H_0} (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_i) dz_0 \quad \dots \dots \dots \quad (17 \cdot b)$$

軟弱な粘土では差分間隔  $\Delta z_0$  を小さくとるので、シンプソン積分公式を用いれば十分である。

### 3. 境界条件

#### (1) 過圧密域の扱い

自重だけで圧密するときは粘土層上面の圧密圧力はゼロであるが、たとえ泥水状の粘土でも初期体積比に応じた有効応力、すなわち圧密降伏応力  $p_c$  を有しているから表層付近の圧密圧力がこれよりも小さいところでは、初期状態のまま過圧密状態で残ることになる（正確には吸水膨張する）。初期状態が一様な粘土（ここでは初期状態を原始状態にとっている）が自重で圧密する場合に

は、この過圧密深さ  $z_{0y}$  は、初期応力を  $p_0$  として原始座標を表わすと、

$$z_{0y} = p_0 / \tau_0' \dots (18)$$

粘土が軟弱な場合には  $z_{0y}$  はごく小さいが、液性限界に近い程度になるとかなり大きな値を示すようになる。表-1は図-2の  $f$ -log  $p$  関係を有する粘土の初期体積比と  $z_{0y}$  の関係である。自重だけで圧密する場合には、 $z_0 = z_{0y}$  で  $f = f_0$  を境界条件として与える。ただし粘土が軟弱ではなく、 $z_{0y}$  が大きいときは過圧密部が圧密過程に無視できない影響を与えると考えられるので、その場合は過圧密部の影響を考慮した計算法<sup>1)</sup>を適用しなければならない。差分計算における空間差分の分割は、過圧密部を除いた層厚を用い、 $\Delta z_0 = (H_0 - z_{0y})/n$  とする。

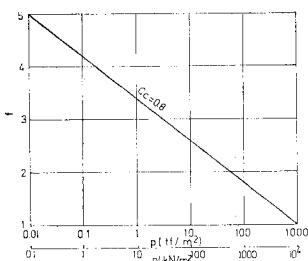


図-2  $f$ -log  $p$  関係（標準圧密曲線）

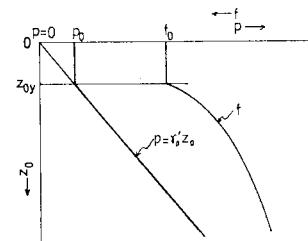


図-3 過圧密域

表-1 過圧密域の深さ

$f_0$	$p_0$ (tf/m <sup>2</sup> )	(kN/m <sup>2</sup> )	$z_{0y}$ (m)
3.8	0.32	(3.1)	0.73
4.2	0.1	(0.98)	0.26
4.6	0.032	(0.31)	0.09
5.0	0.01	(0.098)	0.03
5.4	0.0032	(0.031)	0.01

## (2) 不透水面の境界条件

粘土層底面が排水層に接している場合の境界条件は、底面における全応力から間隙水圧を差し引いて求まる有効応力を与えられる。

底面が硬質粘土などの不透水層に接している場合の境界条件は次式で与えられている<sup>3)</sup>。

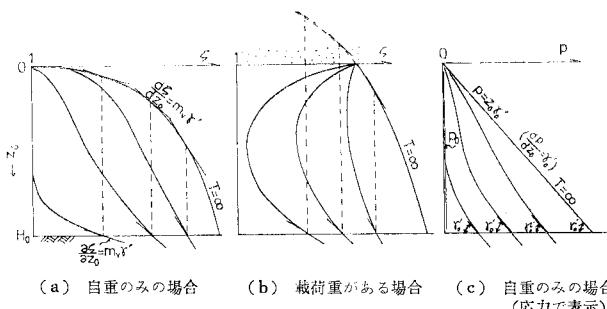


図-4 片面排水の境界条件

$$\partial \zeta / \partial z_0 = m_v \tau' \dots (19)$$

この式は粘土層の上下境界面に水位差のない（定常時に浸透流のない）場合の圧密終了時の  $\zeta$  の分布

$$d\zeta / dz_0 = m_v \tau' \dots (20)$$

と同じ形をしている。このことは図-4(a), (b) のように不透水面における  $\zeta$  の勾配が、式(20)で表わされる  $\zeta$  の分布形の同じ  $\zeta$  における勾配と等しいことを示している。 $m_v \tau'$  の値は  $\zeta$  によって大きく変化するので、上2式を  $m_v = d\zeta / dp$ ,  $\zeta = e^\epsilon$  ( $\epsilon$  は自然対数の底)注),  $\tau' = \zeta \tau_0'$  の関係を用いて応力に関する式に書き替えると、

$$\partial p / \partial z_0 = \tau' \dots (19 \cdot a)$$

$$dp / dz_0 = \tau' \dots (20 \cdot b)$$

となり、不透水面の境界条件は図-4(c)のように圧密中常に一定の勾配  $\tau'$  をとるので、差分計算には上式を用いる。なお、自重の影響を考慮しない普通の圧密の場合には、 $\partial \zeta / \partial z_0 = 0$  であり、周知のように等時線は不透水境界面に直交する。

ところで差分で近似した一次微分値は、考える差分点の上下差分点の値を直線で結んだ平均勾配で表わすが、自重の影響を考慮する場合は、不透水境界面に等時線が直交しない

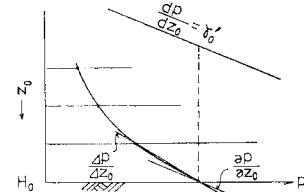


図-5 片面排水境界条件の微分と差分

ので、境界面ではこの方法は採れない。ここでは次の2つの方法によって計算精度を推定した。1つは図-5のように境界  $H_0$  点と  $(H_0 - \Delta z_0)$  点の平均勾配を用いて

$$\frac{dp}{dz_0} = \frac{p_{H_0} - p_{H_0 - \Delta z_0}}{\Delta z_0} \dots (21)$$

によって近似する方法、もう1つは境界付近を他の連続関数で近似する方法である。ここでは次の指數関数を用いた。

$$p = ae^{bz_0} + c \dots (22)$$

差分点  $(H_0 - 2\Delta z_0)$ ,  $(H_0 - \Delta z_0)$  における  $p$  は式(2)から求まっており、式(22)をこれらの点を通り、 $z_0 = H_0$ において  $\tau'$  の勾配をもつとすれば定数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  が決まるから境界値は次式で与えられる。

$$p = ae^{bH_0} + c \dots (23)$$

直線で近似する前者は粗い近似法で、後者の方が近似精度は高いと考えられる。両者による比較計算結果は後述する。

注)  $f_0$  を初期値にして  $d\epsilon = -df/f$  を積分すると  $\epsilon = \ln(f_0/f)$ 。さらに  $\zeta = f_0/f$  の関係を用いてこれを変形すると  $\zeta = e^\epsilon$  の関係が得られる。

## 4. 計算例

### (1) 圧密中 $c_v$ 一定の場合

計算条件として図-2の圧密特性をもつ一様な初期条件の粘土層が、自重のみで圧密する場合を設定する。

図-6は層厚  $H_0=6\text{ m}$ ,  $10\text{ m}$  の場合について、初期体積比を  $3.8\sim 5.8$  に変えて圧密度-時間係数曲線に対する初期状態の影響を調べた計算結果である。排水条件は両面排水である。海底の沖積粘土で含水比が液性限界を少し越えた程度の  $f=3.8$  と、液状の  $f=5.8$  の場合とでは、50% 圧密に要する時間に10倍の差があり、また粘土が軟弱になると圧密度曲線の形状は片対数紙上で直線に近いものになる。同じ初期体積比で層厚  $6\text{ m}$  と  $10\text{ m}$  のものを比較すると、層厚が大きい方が一定の圧

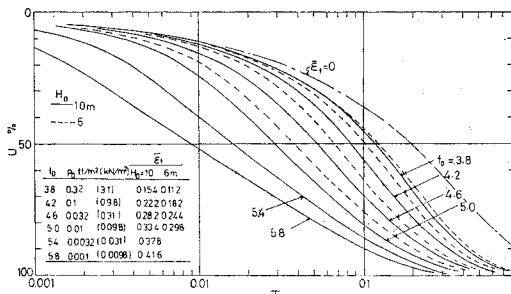


図-6 初期体積比を変えた場合の時間-圧密度曲線

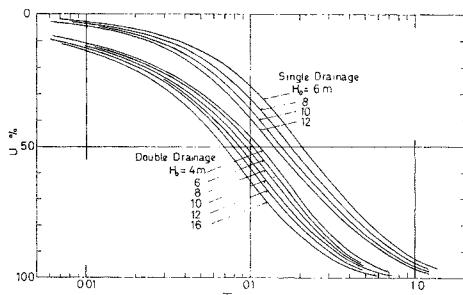


図-7 層厚を変えた場合の時間-圧密度曲線 ( $f_0=4.2$ )

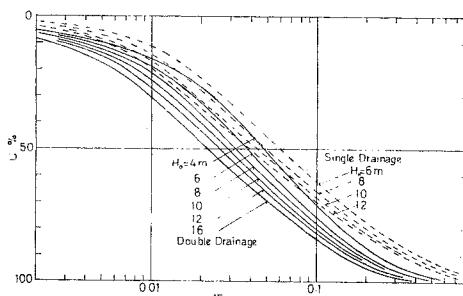


図-8 層厚を変えた場合の時間-圧密度曲線 ( $f_0=5.0$ )

密度に達する時間係数は小さく、また軟弱になるとその差がひらく傾向にある。図中の  $\varepsilon_f=0$  の曲線は比較のために書き入れた熱伝導型の圧密度曲線である。また図中の表には各場合の初期応力（圧密降伏応力に等しい）と最終平均ひずみを書き入れた。

図-7, 8 は層厚の影響を調べるために初期体積比をそれぞれ  $4.2$  と  $5.0$  に選び、層厚を  $6\sim 16\text{ m}$  に変えた場合の両面排水と片面排水の圧密度-時間係数曲線を示した。計算結果によると、層厚が大きくなると同圧密度に対する時間係数の値が少しづつ小さくなっていく。このことは粘土層厚が増しても、自重圧密では、圧密時間が層厚の2乗に比例しては増えないことを示している。また両面排水と片面排水条件との圧密時間の比は、自重の影響を考えない4倍よりも小さい。たとえば図-7の場合の  $t_{50}$  を比較すると、片面排水条件では両面排水条件の2倍程度、図-8では1.5倍程度で、軟弱になるほど排水条件による圧密時間の差は小さくなる。

一様な初期状態の軟弱粘土が片面排水条件で自重圧密する場合の初期の表面沈下速度は層厚に無関係に次式で与えられる<sup>3), 5)</sup>。

$$v = k r_0' / r_w \quad \dots \dots \dots (24)$$

図-9は先の図-7, 8 の片面排水条件の圧密度曲線を沈下量と時間の算術目盛に書き直したものである。ただし  $c_v$  の値は与えていないので時間軸は  $c_v t (= T H_0^2 / 4)$  で表わしている。図-9にみられるように同じ初期体積比の沈下曲線の初期部は1本に重なり、同じ沈下速度を示す。この沈下速度が一定を示す沈下量の範囲は、層厚が大きいほど、また軟弱なほど大きい。

両面排水条件では、初期の沈下速度が式(24)による速度成分と、底面からの排水による速度成分との和となる。後者は層厚と境界条件が同じで、自重の影響を考慮しない次式による片面排水条件による初期の圧密速度に等しい。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = c_v \zeta^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z_0^2} \quad \dots \dots \dots (25)$$

図-10は  $H_0=10\text{ m}$ ,  $f_0=5.0$  の両面排水条件の沈下曲線を上記の考察に照した図である。曲線①は式(25)、

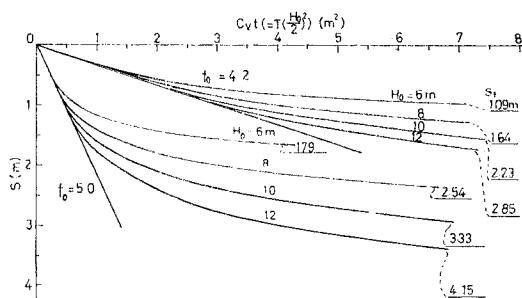


図-9 片面排水条件における初期の時間-沈下関係

直線②は式(24)によるもので、時間軸は図-9と同じく  $c_{pl}$  で与えている。①と②を加え合わせた合成沈下曲線は自重圧密曲線の初期部と一致しているが、この場合にはこれらが一致している範囲は、圧密度でせいぜい 20% である。

図-11～14 は自重圧密の等時線の例で、原始座標で表示している。自重圧密が粘土層底面から上方へ進んでいく様子がよくわかる。図-11, 13 に示した破線の矢印は両面排水の場合の粘土骨組に対する間隙水の相対的な速度がゼロの位置の軌跡である。

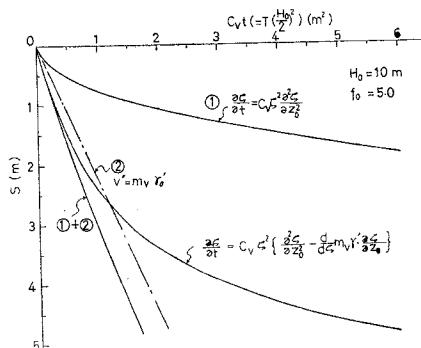


図-10 両面排水条件における初期の時間-沈下関係

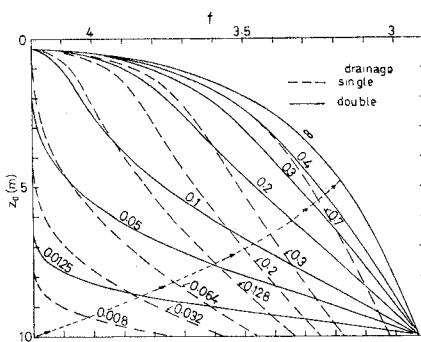


図-11 自重圧密の体積比等時線 ( $f_0=4.2$ )

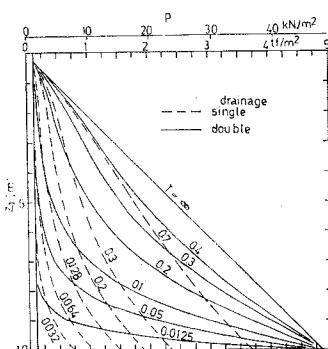


図-12 自重圧密の応力等時線  
( $f_0=4.2$ )

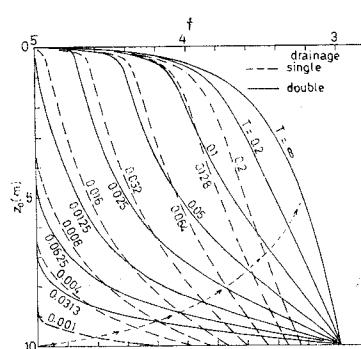


図-13 自重圧密の体積比等時線  
( $f_0=5.0$ )

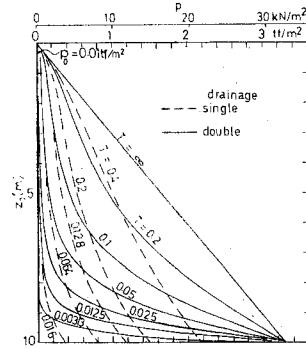


図-14 自重圧密の応力等時線  
( $f_0=5.0$ )

表-2 不透水面境界の計算法による  $\zeta$ ,  $U$  の比較

$T$ $z_0(m)$	0.001		0.0160		0.0641		0.1600	
	1 法	2 法	1 法	2 法	1 法	2 法	1 法	2 法
0			1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2			0.0319	0.0315	0.1715	0.1760	0.2839	0.2828
4			0.0585	0.0577	0.2075	0.2061	0.3281	0.3266
6			0.0997	0.0982	0.2591	0.2570	0.3788	0.3768
8	1.0	1.0	0.1769	0.1734	0.3354	0.3323	0.4417	0.4393
10	0.1953	0.1718	0.3428	0.3352	0.4411	0.4370	0.5161	0.5133
$U(\%)$	1.86	1.63	27.12	26.69	58.77	58.41	77.48	77.21

1法：式(21), 2法：式(23)

る。この軌跡は等時線の勾配が式(19)、あるいは式(19-a)を満たす位置を示し、間隙水はこれを境にして上下方向に分れて流れる。

表-2は3.(2)で述べた片面排水条件の不透水面境界の計算法の比較例である。計算は図-8に示した層厚10m、体積比5.0の場合で、境界値を式(21)で直線近似する方法(1法)と指數関数式(23)で近似する方法(2法)の圧密度と圧密比の分布の比較を示した。これによると直線近似すると圧密が少し速く進む結果を得るが、両者の差は終始ほぼ一定しており、またその差が小さいことから、いずれの方法でも実用的には十分な精度で近似できると推察された。したがってこの論文での計算例は直線近似する方法を用いている。

(2) 圧密中  $c_v$  が変化する場合

圧密中の  $c_v$  の変化が 図-1 のように  $f-\log c_v$  図上で直線的で、初期値  $c_{v0}$  から最終値  $c_{vf}$  まで  $\delta$  倍に変化するものとすれば、

$$c_{vf} = \delta c_{vo}$$

したがって式 (10) の  $C_{cv}$  は

$$C_{cv} = (f_0 - f_f) / \log \delta \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

$f_f$  は  $f$  の最終値で、この場合には圧密圧力最大の粘土層底面の値を採る。 $c_{vf}$  は  $f_f$  に対する値である。

図-15 は  $\delta$  を変えて計算した層厚 10 m、体積比 4.2、

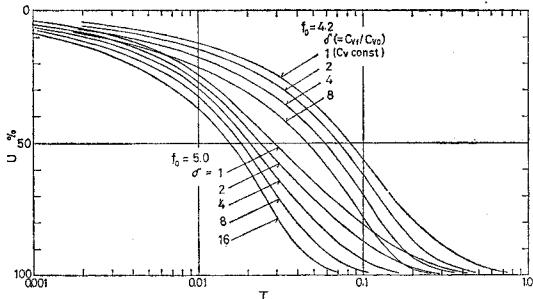


図-15 圧密中に  $c_v$  が増加する場合の時間-圧密度曲線 ( $H_0=10$  m, 両面排水)

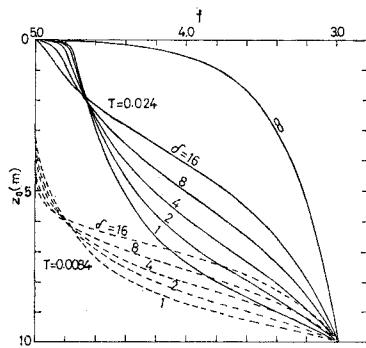


図-16  $c_v$  が変化する場合の等時線の比較 ( $f_0=5.0$ ,  $H_0=10$  m)

5.0 の場合の圧密度曲線である。横軸の時間係数は  $c_{vol}/(H_0/2)^2$  で定義している。 $f$ - $\log p$  関係は先の  $c_v$  一定の場合と同じである。 $\delta$  が大きくなると当然圧密度は速くなり、また圧密度曲線の最終部分の曲率が大きくなる。このように  $c_v$  が変化する場合は圧密度曲線の形状が異なるので、 $c_v$  の変化が大きい場合を平均的な  $c_v$  を用いて近似することは無理がある。

図-16 は初期体積比 5.0 で  $\delta$  が異なる場合の等時線の比較である。 $\delta$  が大きい場合は圧密が進んでも圧密度の低下の度合が小さいので、粘土層底部の圧密が速く進む。

## 5. 数値解析上の問題点

差分計算を安定に進めるうえで差分間隔  $\Delta T$ ,  $\Delta z_0$  の選び方について述べる。

熱伝導型の圧密方程式

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} \quad \dots \dots \dots (27)$$

を時間係数と空間差分分割数を用いて差分式に直すと、

$$\Delta \epsilon_z = \Delta T n^2 (\epsilon_{z+\Delta z} - 2\epsilon_z + \epsilon_{z-\Delta z})/4$$

この式の計算を行うときの安定条件は、考える点の  $\Delta T$  後の  $\epsilon$  が、その上下点の  $\epsilon$  の平均値を越えないことで、

次のように表わされる。

$$\Delta T n^2/4 \leq 1/2$$

圧密中に層厚の減少を考慮した式 (25) の場合は同様の考え方から

$$\Delta T n^2 \zeta^2/4 \leq 1/2$$

$\zeta$  の値は粘土層内で、また時間によって変化するから、上式が常に成立するように、 $\zeta$  の最大値である粘土層底面における最終値を用いて  $n$  と  $\Delta T$  を選ぶ。なお  $c_v$  が圧密中に変化する場合にも同様の考え方から  $\Delta T n^2 \zeta^2/4 \leq 1/2$  とすればよいようである。

自重の影響が加わった場合も一応  $\Delta T n^2 \zeta^2/4$  の値を目安にするが、 $\Delta T$ ,  $\Delta z_0$  の値それ自体が問題になる。すなわち粘土が軟弱なときは自重の影響を示す  $d(m_v r')/dz$  の値が非常に大きいために、 $\Delta T$  を十分小さくしないと  $\Delta z_0$  が大きく進みすぎ、さらに粘土層表面付近では等時線の勾配がきわめて大きくなるので  $\Delta z_0$  を小さくしておかないと微分を差分で近似しきれなくなる。そのため  $\Delta T$ ,  $\Delta z_0$  の選び方が不適当な場合は図-17 のような不安定な現象を生じることになる。

図-18 は差分間隔を変えて計算の安定性を比較した例である。粘土層厚 5 m で図-2 の  $f$ - $\log p$  関係をもつ粘土層の圧密計算に際して(圧密中  $c_v$  一定), 初期体積比 5.8 の場合は  $n=80$ ,  $\Delta T=1/20000$  で下方で飛び出しが生じ、 $\Delta T=1/80000$  で安定した。 $\Delta T=1/40000$  で下方に軽い飛び出しを生じるが、これはやがて  $\Delta T=1/80000$  の場合の等時線に収束し、圧密度曲線は  $\Delta T=1/80000$  のものに重なった。さらに軟弱な初期体積比 6.2 の場合には  $n=80$ ,  $\Delta T=1/640000$  で上部が振動した。これは  $n$  を 120, 160 と大きくすると等時線の上部が振動する現象である。

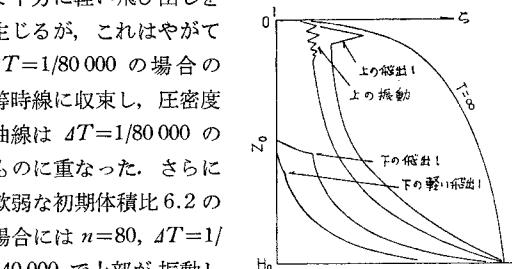


図-17 差分計算における不安定現象

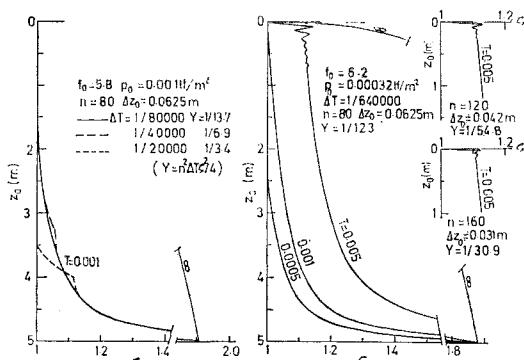


図-18 差分間隔と計算の安定性

他の部分は同じで振動域は小さくなつた。圧密度曲線は3つの場合ともほとんど同じであった。図中に参考のために $\Delta T n^2 \zeta^2 / 4 = Y$  の値を書き入れた。

なお図-6～8の計算では、初期体積比4.2の場合に $n=80$ ,  $\Delta T=1/12800$ 、初期体積比5.0では $n=160$ ,  $\Delta T=1/51200$  ( $z_{0y} < z_0 < 2$  m),  $n=80$ ,  $\Delta T=1/12800$  ( $2 m < z_0$ )とした。また $c_v$ の変化を考えた図-15では上記の $\Delta T$ を $\delta$ で除した時間差分を用いた。

差分計算は差分間隔を小さくすれば安定に計算できるが、粘土が軟弱になると、この例からみて、限界があり、また計算時間が長くなることからも実用上の限界がある。したがって極端に軟弱な粘土に対しては次に述べる遠心力場での模型実験によるか、実際の現場で浚渫粘土がある程度落ちていた状態での含水比分布を初期条件として、以降の圧密過程を推定するのが実用的な方法である。

## 6. 遠心力場での模型圧密実験

### (1) 試料粘土

実験には表-3の大坂南港で採取した塑性の異なる2種の埋立粘土を用いた。圧密実験の解析に必要な圧密定数は $f$ - $\log p$ 関係と $c_v$ であるが、本論文で扱っている軟弱粘土の低応力域における圧密特性は普通の圧密試験法では求められない。このような場合の圧密試験法として、自重圧密による方法<sup>1)</sup>、浸透圧を利用する方法<sup>2)</sup>、定率ひずみによる圧密方法<sup>3)</sup>があるが、ここでは自重圧密による方法を用いた。すなわち自重圧密終了後の粘土層の深さ方向の体積比と土被り圧の関係から $f$ - $\log p$ 関係を、片面排水条件による自重圧密の初期沈下速度から式(24)によって $k$ を求める方法である。粘土の初期体積比をいく通りに変えれば $f$ - $k$ 関係が求まり、また $f$ - $\log p$ 関係から式(8)によって $m_v$ が計算できるから、これらから $c_v$ が計算で求まる。

図-19は自重圧密終了状態から得られた $f$ - $\log p$ 関係で、初期体積比によって位置が異なり、粘土が軟らかいと上方に位置するようになる。低応力域で $f$ - $\log p$ 線が折れ曲がっているが、 $f$ - $\log p$ 関係の直線性は相当小さな応力域まで認められているので<sup>4)</sup>、後の解析では鎖線のように延長して用いた。

図-20は南港98粘土の透水係数で、 $f$ の増加とともに $k$ は指數関数的に増加するが、 $f$ - $\log k$ 図上では $f$

表-3 試料粘土の物理的性質

粘土名称	$w_L(\%)$	$w_P(\%)$	$G_s$
南港 98	98.9	29.9	2.67
南港 68	68.3	36.4	2.64

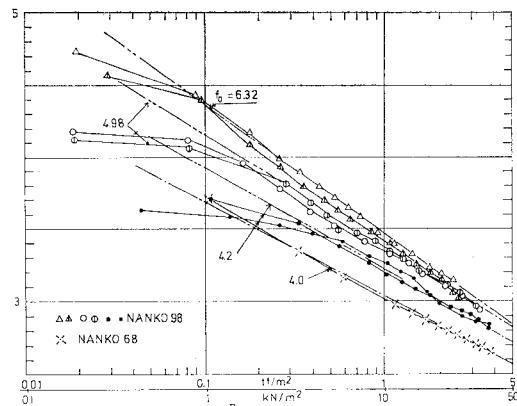


図-19 自重圧密実験から求めた $f$ - $\log p$ 関係

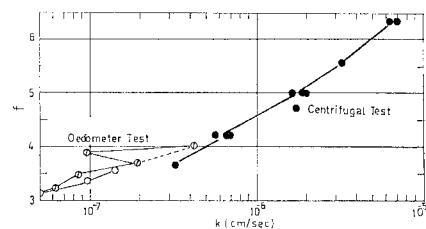


図-20 透水係数と体積比の関係（南港 98）

が大きくなると $k$ の増加割合が減って放物線状の変化を示す。

$c_v$ を計算する際の $k$ は初期体積比に無関係に、体積比のみにかかわるとしてよいと思われるが、 $m_v$ は $f$ - $\log p$ 関係が初期体積比によってかなり異なるので、特定の初期体積比のものを用いて $c_v$ を計算すると、求めた $c_v$ はその初期条件をもつ粘土の圧密中の $c_v$ 値となる。図-21は $c_v$ の $f$ に対する変化である。細線は3通りの初期状態での圧密中の $c_v$ の変化で、太線は初期体積比が異なる場合の $c_v$ の初期値 $c_{v0}$ の $f$ に対する変化を示し

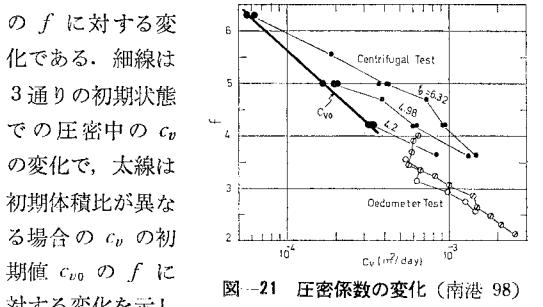


図-21 圧密係数の変化（南港 98）

ている。圧密中の $c_v$ および $c_v$ の初期値 $c_{v0}$ の変化はいずれも片対数紙上で直線的である。また普通の圧密試験から得た $c_v$ （一次圧密比で補正したもの）もこれらの変化とほぼ連続している。

### (2) 計算結果との比較

遠心力場における模型圧密実験では、粘土層厚を $H$ 、遠心加速度を $Ng$  ( $g$ は重力加速度) とすると、沈下量

表-4 実験と計算の条件

\*  $w_R$  は相対含水比 =  $(w - w_p) / (w_L - w_p)$  (= 液性指数)

\*\*  $\phi$  の単位は  $\text{tf/m}^2$

$S$  と圧密時間  $t$  に関して次の相似則が成立する.

上式で添字  $p$ ,  $m$  はそれぞれ実物（重力場）、模型（遠心力場）を表わす。ここでは模型層厚と遠心加速度をそれぞれ 10 cm, 100 g に選んだので、この模型は重力場での層厚 10 m の粘土層に相当する。

供試体の初期条件、排水条件、計算に用いた圧密特性は表-4のとおりである。初期含水比は圧密途中の含水比測定の難易と計算の安定性を考慮して比較的低い値を選んだ。なお供試体は直径 10 cm の円柱形である。計算に用いた  $f$ - $\log p$  関係は初期状態ごとにそれぞれ図-19 の  $f_0$  に対応するものを用いた。南港 98 の  $c_{vp}$  はそれぞれの  $f_0$  に対応するものを用い、圧密中の  $c_p$  の変

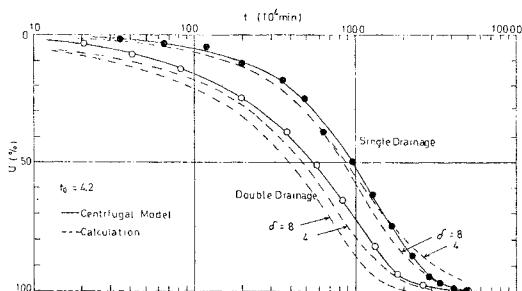


図-22 時間-圧密度曲線の比較(南港 98,  $f_0=4.2$ )

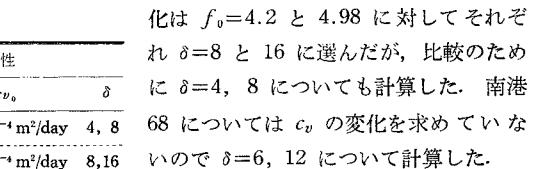


図-22, 23, 24 に時間-圧密度関係の実験曲線と計算曲線の比較を示した。南港 98 粘土の片面排水条件の前半部は、

これによって透水係数を求めているので、当然計算値と実測値は近いものになる。後半部については、 $f_0 = 4.2$  の場合は  $\delta = 8$  が、 $f_0 = 4.98$  については  $\delta = 16$  が近い。

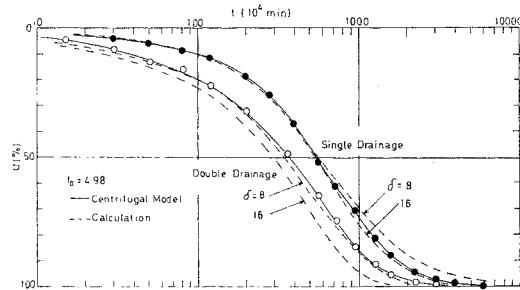


図-23 時間-圧密度曲線の比較 (南港 98,  $f_0=4.98$ )

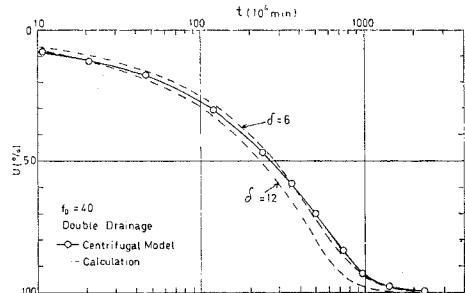


図-24 時間-圧密度曲線の比較（南港 68,  $f_0=4.0$ ）

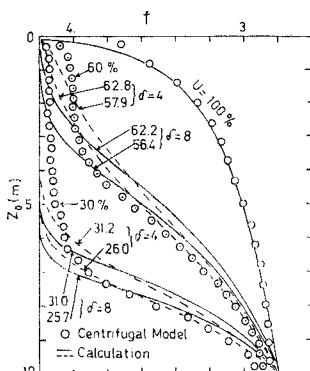


図-25 等時線の比較（南港  
98,  $f_0=4.2$ , 両面  
排水）

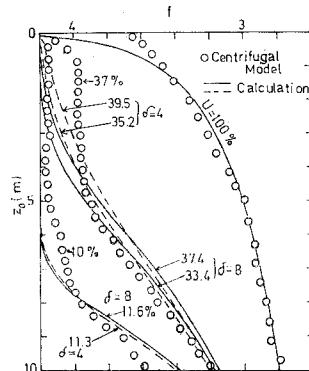


図-26 等時線の比較（南港  
98,  $f_0 = 4.2$ , 片面  
排水）

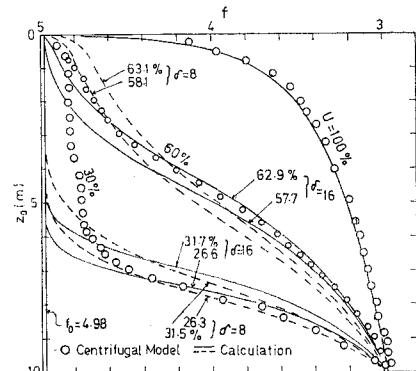


図-27 等時線の比較（南港 98,  
 $f_s = 4.98$ , 両面排水）

両面排水の沈下曲線の形状は  $f_0=4.2$  では  $\delta=8$ ,  $f_0=4.98$  では  $\delta=16$  と同形であるが、計算沈下は実験よりも少し速い。南港 68 粘土の場合は、 $\delta=6$  の計算曲線は実験曲線に比較して前半は少し遅れ、後半は少し速い。したがって圧密中の  $c_v$  の変化は  $\delta=6$  よりも少し小さかったと推察される。

図-25～29 は圧密過程を表わす等時線の実測と計算の比較で、圧密前の原始座標に対して描いている。実測値は各供試体が図の圧密度に達したときに遠心力装置からはずして、厚さ 2～3 mm の細片に切って測定した含水比から求めた。測定時の含水比分布は実座標系であるから、これを切片の質量、密度（含水比から計算する）、サンプラーの断面積で計算した実座標切片層厚  $Az$  と体積比  $f$  によって次式で原始座標に変換する。

同じ圧密度の計算等時線は得られないので、実測値に近い圧密度の計算値と比較した。計算値は実測値に近く、実測曲線の特徴をよくとらえているが、いずれの場合も粘土層上部で実測値よりも計算値は少し遅れ、実測等時線は鉛直なまま圧密が進む傾向がみられる。この原因はいまのところ不明である。

## 7. まとめ

一様な初期状態を有する軟弱な粘土が自重で一次元圧密する際の過程に対する数値計算法と計算例を示し、さらに遠心力場で行った模型実験結果の解析結果を示した。結果を要約すれば次のとおりである。

(1) 時間係数-圧密度関係については、初期含水比、層厚が大きくなると、同じ時間係数に対する圧密度は大きくなり、理論的に予想されるとおり、より大きな圧密速度を有する。

(2) 圧密によって  $c_v$  が増す場合は粘土層下方の圧密がより速く進む。

(3) 初期含水比が大きくなると、計算の安定を保つ

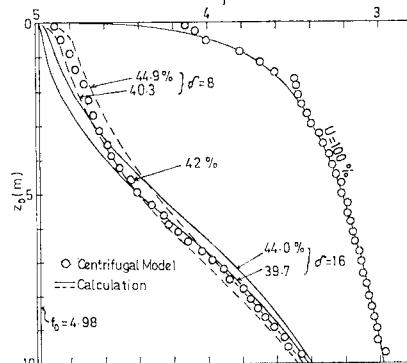


図-28 等時線の比較(南港 98  
 $f_s = 4.98$ , 片面排水)

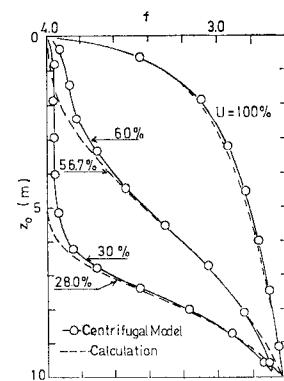


図 29 等時線の比較（南港 68,  
 $f_0 = 4.0$ , 両面排水）

ために、差分間隔は小さくなり、計算時間が長くなるので、計算できる初期状態には限界がある。

(4) 不透水面に対する境界条件は、この面とすぐ上方の差分点間の応力の平均勾配を用いても実用上十分な精度が得られる。

(5) 遠心力模型圧密実験の結果は数値計算結果とはほぼ一致したが、模型実験では粘土層上方が圧密初期に一様に圧密が進む現象がみられた。

末筆ながら本研究をまとめるにあたってご指導いただいた大阪市立大学工学部 三笠正人教授に謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 高田直俊・今井五郎・木山正明：圧密沈下を考える、4. 浚渫粘土の圧密沈下（その1）、土と基礎、27-4, pp. 101~108, 1979.
  - 2) 三笠正人・高田直俊・望月秋利：遠心力を利用した土構造物の模型実験、土と基礎、28-5, pp. 15~23, 1980.
  - 3) 三笠正人：軟弱粘土の圧密、鹿島出版会、1963.
  - 4) 三笠正人・高田直俊：膨張過程を含む圧密の計算、第30回土木学会年次学術講演会概要集、III-71, 1975.
  - 5) 三笠正人・高田直俊・李 幸植：超軟弱粘土の圧密特性、第11回土質工学研究発表会講演集、pp. 185~186, 1976.
  - 6) Imai, G.: Development of a new consolidation test procedure using seepage force, Soils and Foundations, 19-3, pp. 45~60, 1979.
  - 7) Umehara, Y. and K. Zen : Constant rate of strain consolidation for very soft clayey soils, Soils and Foundations, 20-3, pp. 79~95, 1980.

