

## 地中埋設剛体構造物の地震応答解析モデルの考え方\*

## FUNDAMENTALS OF DYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION ANALYSIS

原 田 隆 典\*\*・久 保 慶 三 郎\*\*\*・片 山 恒 雄\*\*\*\*

By Takanori HARADA, Keizaburo KUBO and Tsuneo KATAYAMA

## 1. ま え が き

図-1(a)のような埋設基礎を有する構造物の地震応答解析では、基礎周辺地盤の取扱に関して、種々の問題がある。これらを大別すると、地盤-基礎系のモデル化の問題とそのモデルへのインプットデータの問題の2つであるが、これら両者のバランスの取り方に、特に、難しい側面がある。その理由は、基礎-地盤系の動的現象の複雑さに加え、地盤を構成する土の動力学的特性と地盤の幾何学的構造に関する不確定性や野外・室内における、あるいは、数値的実験による検証の難しさにあろう。

ここでは、現象のモデル化に関して、図-1(a)のような系が図-1(b)のばね-質量系にモデル化されることの理論的根拠について、弾性波動論的解釈を行う。このような解釈は動的相互作用の問題の見通しを少しでもよくするのに役立つものと思われる。

結論から先に述べると、表-1に掲載するような物理的意味をもつ複素ばね係数と有効地震動を使うことによって、図-1(a)の系は図-1(b)のばね-質量モデルに

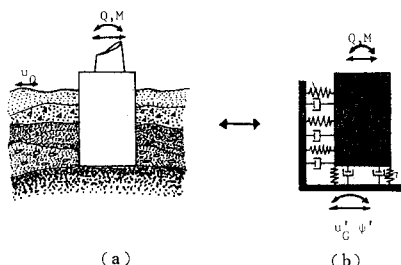


図-1 地震動を受ける基礎-地盤系とそのばね-質量モデル

\* 本ノートは、参考文献(3), (4)に掲載する講演概要と研究発表をまとめたものである。

\*\* 正会員 工博 宮崎大学助教授 工学部土木教室

\*\*\* 正会員 工博 埼玉大学教授 工学部

\*\*\*\* 正会員 Ph.D. 東京大学助教授 生産技術研究所

表-1 複素ばね係数、有効地震動の物理的意味

複素ばね係数：質量のない基礎に単位の変位を与えるために必要な力
有効地震動：上部構造系からの外力の存在しない状態の、質量をもたない基礎の地震応答値

変換できることが証明される。このような視点から、地中に埋設された大型剛体基礎の地震応答解析用モデルを開発し、この新しいモデルによる解析結果を既往のモデルや野外・室内実験の結果と比較して、その妥当性を検証したが、これに関しては、参考文献(1)を参照されたい。

## 2. 基本的な考え方と複素ばね係数、有効地震動の意味

図-2のような地震動を受ける埋設剛体構造物の力のつり合いを考える。ここで、地盤は線形弾性体とし、また、地震動  $u^{(f)}$  は剛体構造物の存在しない自然地盤の地動を表わし、そのときの地盤の応力を  $\sigma^{(f)}$  で表わし、これらは既知であるものとする。剛体構造物の存在する地盤を考えると、地震動は剛体表面で反射し、また、剛体の振動の一部は地盤に伝わるから、自然地盤の地動  $u^{(f)}$  とは異なる。この地動  $u$  を自然地盤動  $u^{(f)}$  に新

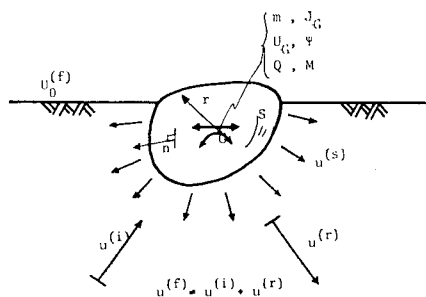


図-2 地震動、外力を受ける地中埋設剛体基礎とその記号

たな地動  $u^{(s)}$  を加えて、

$$u = u^{(f)} + u^{(s)}, \sigma = \sigma^{(f)} + \sigma^{(s)} \dots\dots\dots (1)$$

とする。式 (1) の 2 番目の式は応力に関する式である。新たな地動  $u^{(s)}$  は散乱波とよばれ、剛体構造物と地盤の境界条件と地表面の境界条件を満足する波動方程式の解として求められる。

$$\left. \begin{aligned} [u^{(f)} + u^{(s)}]_S &= U_G + \phi \times r \\ [\sigma^{(f)} + \sigma^{(s)}] &= 0 \text{ (地表面上)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $U_G$  と  $\phi$  は剛体重心点の絶対変位と絶対回転角であり、 $r$  は剛体重心から剛体表面までの距離ベクトルで、 $S$  は地盤と接する剛体表面を表わす。

一方、剛体構造物の重心点の運動方程式は、

$$\left[ \begin{matrix} m & 0 \\ 0 & J_G \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \dot{U}_G \\ \dot{\phi} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} Q_b \\ M_b \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} Q \\ M \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

と書ける。ここで、 $m$  と  $J_G$  は剛体の質量と重心回りの回転質量であり、 $Q$  と  $M$  は、剛体重心に作用する外力とモーメントで、 $Q_b$  と  $M_b$  は地盤からの力とモーメントで、地盤と剛体の接する表面上の地盤応力を積分して、次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} Q_b &= - \int_S [\sigma^{(f)} + \sigma^{(s)}]_S \cdot n ds \\ M_b &= - \int_S [\sigma^{(f)} + \sigma^{(s)}]_S \cdot n \times r ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $n$  は剛体表面の単位方向ベクトルである。これらの力とモーメント、 $Q_b$ 、 $M_b$  は、地盤と剛体構造物の間に作用する力であるため、動的相互作用力とよばれよう。

式 (3) と (4) の誘導から、動的相互作用の基本的な問題は波動方程式と式 (2) で与えられる境界条件を満足する散乱波、 $u^{(s)}$ 、 $\sigma^{(s)}$  を求めることであることがわかる。

次に、動的相互作用力の物理的意味を明確にするために、式 (2) の境界条件を次のように分離することを考える。散乱波  $u^{(s)}$  は波動方程式と式 (2) の第 2 項で与えられる地表面の境界条件を満足するものとする。この散乱波  $u^{(s)}$  を 2 つの波  $(1)u^{(s)}$  と  $(2)u^{(s)}$  に分けることを考える。

$$u^{(s)} = (1)u^{(s)} + (2)u^{(s)} \dots\dots\dots (5 \cdot a)$$

ここに、対応する応力を  $(j)\sigma$  ( $j=1, 2$ ) と表現すると、式 (4) で与えられる動的相互作用力、 $(j)Q_b$ 、 $(j)M_b$  は次のように 2 つに分けられる。

$$Q_b = (1)Q_b + (2)Q_b, M_b = (1)M_b + (2)M_b \dots\dots (5 \cdot b)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} (1)Q_b &= - \int_S [\sigma^{(f)} + (1)\sigma^{(s)}]_S \cdot n ds, \\ (1)M_b &= - \int_S [\sigma^{(f)} + (1)\sigma^{(s)}]_S \cdot n \times r ds \\ (2)Q_b &= - \int_S [(2)\sigma^{(s)}]_S \cdot n ds \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (2)M_b &= - \int_S [(2)\sigma^{(s)}]_S \cdot n \times r ds \\ &\dots\dots\dots (5 \cdot c) \end{aligned} \right\}$$

式 (5 \cdot a) を式 (2) に代入すると、地盤と剛体の完全付着の境界条件、式 (2) は

$$\left. \begin{aligned} [u^{(f)} + (1)u^{(s)}]_S + [(2)u^{(s)}]_S \\ = U_G + \phi \times r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

さらに、式 (5 \cdot a) の右辺第 1 項の変位  $(1)u^{(s)}$  が次の条件を満たすものとする。

$$\left. \begin{aligned} [u^{(f)} + (1)u^{(s)}]_S &= u_G' + \phi' \times r \\ (1)Q_b &= 0, (1)M_b = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

式 (7) の付帯条件のもとで、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [(2)u^{(s)}]_S &= U_G - u_G' + (\phi - \phi') \times r \\ Q_b &= (2)Q_b, M_b = (2)M_b \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

ここで、式 (7) の  $u_G'$ 、 $\phi'$  の物理的意味を考える。式 (2)~(4) で与えられる境界条件、地中構造物の運動方程式および動的相互作用力の関係から、 $u_G'$  と  $\phi'$  は動的相互作用力の働かない剛体の運動変位と考えられる。したがって、外力、 $Q$ 、 $M$ 、も作用しないものとする、この剛体の運動方程式から、 $u_G'$  と  $\phi'$  は質量をもたない剛体構造物の地震応答値と解釈できる。すなわち、上部構造物から外力を受けない状態で、自然地盤の地動が  $u^{(f)}$  の地震動を受けたときの質量のない剛体構造物の運動が  $u_G'$  と  $\phi'$  にあたる。一般に、 $u_G'$  と  $\phi'$  は自然地盤の地動とは異なるので、有効地震動とよばれよう。

一方、式 (8) の動的相互作用力  $Q_b$  と  $M_b$  は、フックの法則と微分、積分オペレータの線形性を考慮すると、次のように表現できよう。

$$\left. \begin{aligned} Q_b &= -K_{11}(U_G - u_G') - K_{12}(\phi - \phi') \\ M_b &= -K_{12}(U_G - u_G') - K_{22}(\phi - \phi') \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

ここで、 $K_{ij}$  は式 (8) の積分結果、定まる定数で、後でこれらは複素ばね係数とよばれる地盤の動的復元力特性を代表する係数であることがわかる。式 (9) を用いると、結局、地中構造物の運動方程式 (3) は、次のように書ける。

$$\left[ \begin{matrix} m & 0 \\ 0 & J_G \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \dot{U}_G \\ \dot{\phi} \end{matrix} \right\} + \left[ \begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} U_G \\ \phi \end{matrix} \right\} \\ = \left[ \begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} u_G' \\ \phi' \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} Q \\ M \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

式 (10) は地震動  $u_G'$ 、 $\phi'$  を受け、複素ばね係数  $K_{ij}$  を有する剛体構造物の運動方程式を絶対変位で書いた式である。式 (8) からわかるように、第 2 番目の散乱波  $(2)u^{(s)}$  は剛体構造物の絶対変位から地震動の効果を代表する有効地震動を差し引いた境界条件によって定まる。したがって、 $(2)u^{(s)}$  は地震動の存在しない状態で、外力のもとで剛体構造物が振動する場合の地盤変位と考えられる。結局、この  $(2)u^{(s)}$  から定まる動的相互作用力は地盤の復元力を表わし、 $K_{ij}$  はいわゆる複素ばね係数

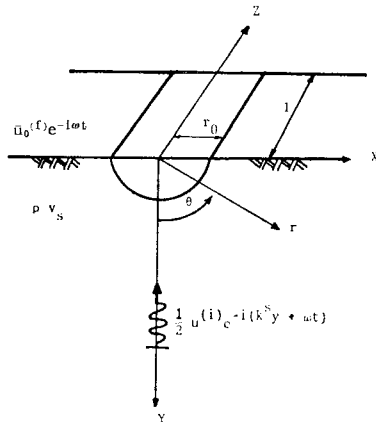


図-3 SH 波入射の長中埋設基礎とその記号<sup>2)</sup>

に相当することがわかる。

### 3. 例題による説明と基礎応答の特徴

前節の議論の内容をさらに明らかにするために、厳密解の得られている 図-3 に示すような SH 波入射の半円柱剛体に働く動的相互作用力を考えてみよう。

この場合、変位は YZ 平面内の Z 方向成分のみであるが、自然地盤の地動  $u^{(f)}$  と散乱波  $u^{(s)}$  は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} u^{(f)} &= \bar{u}_0^{(f)} \left[ J_0(R) \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(R) \cos 2n\theta \right] e^{-i\omega t} \\ u^{(s)} &= \left[ A_0 H_0^{(1)}(R) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n H_{2n}^{(1)}(R) \cos 2n\theta \right] e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 $J_{2n}(R)$  と  $H_{2n}^{(1)}(R)$  はそれぞれ、 $2n$  階の第 1 種ベッセルおよびハンケル関数で、 $R = k^s r$ 、 $k^s = \omega / v_s$ 、 $\omega$  = 振動数、 $v_s$  = せん断波速度、である。簡単のため、以後  $e^{-i\omega t}$  は省略するものとする。また、 $u_0^{(f)}$  は自然地盤地表面の地動である。

図-3 の例題では、入力と基礎が左右対称であるため、剛体基礎の運動は z 軸方向のみで、回転運動は生じない。式 (11) を式 (7) の境界条件に代入すると、有効地震動  $u_G'$  は、

$$\left. \begin{aligned} u_G' &= [J_0(R_0) \\ &\quad - J_0'(R_0) H_0^{(1)}(R_0) / H_0^{(1)'}(R_0)] \bar{u}_0^{(f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $J_0'(R_0) = \partial J_0(R) / \partial R|_{R=R_0}$ 。一方、式 (11) を式 (8) の境界条件に代入して、動的相互作用力を計算すると、複素ばね係数  $K_{ij}$  は

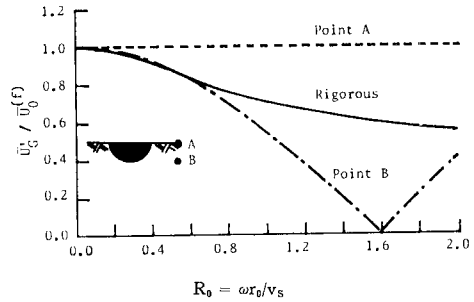


図-4 有効入力力の振動数変化

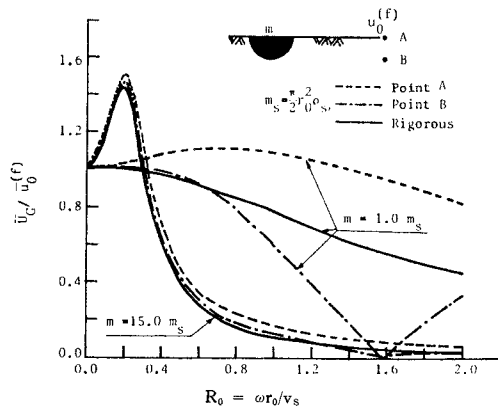
$$\left. \begin{aligned} K_{11} &= G\pi R_0 H_1^{(1)}(R_0) / H_0^{(1)'}(R_0) \\ K_{12} &= K_{22} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $G$  は地盤のせん断弾性率である。式 (12)、(13) を式 (10) の運動方程式に代入すると、Luco<sup>2)</sup> の求めた運動方程式と等しくなることが確認されるが、基礎の質量を  $m$  とすると、基礎の応答は

$$U_G = \frac{K_{11}}{-m\omega^2 + K_{11}} u_G' \dots\dots\dots(14)$$

図-4 の実線は、式 (12) で与えられる有効地震動の振幅と無次元振動数  $R_0$  の関係を示す。さらに、図-4 に、点線と一点破線によって、自然地盤地表面 (点 A) および地表からの深さ  $r_0$  の点 (点 B) における地動振幅と  $R_0$  の関係を示す。自然地盤地表面の振幅に比べると、実線の有効地震動は振動数の増加とともに減少し、 $R_0 = 2.0$  では、自然地盤地表面の振幅の約半分となる。 $u_G'$  のこのような傾向は、基礎の大きさによる地震波の平均化に起因している。もしも、基礎の半径  $r_0$  が、入力波の波長と同じかあるいは長いものであれば、基礎の埋設方向にそって、入力波の振幅は異なる。基礎は剛体であるから、有効地震動は基礎の埋設方向にそった入力波の平均値を与えることになるのである。一方、式 (13) の複素ばね係数の実数部、虚数部は、それぞれ、地盤の剛性と逸散減衰性を代表するが、実数部は、 $R_0$  によらずほぼ一定値をとり虚数部は  $R_0$  にほぼ比例して増大する<sup>1)</sup>。

このような有効地震動、複素ばね係数および式 (14) から、質量の違う 2 つの基礎の応答倍率 (基礎応答振幅 / 自然地盤地表面地動振幅;  $\bar{U}_G / \bar{u}_0^{(f)}$ ) と無次元振動数の関係を計算すると、図-5 のようになる。1 つの基礎は軽く、その質量  $m$  と基礎埋込み部分の土の質量  $m_s$  とが等しい場合、他方は重い基礎で  $m = 15.0 m_s$  の場合である。両方の基礎の固有振動数はそれぞれ  $R_0 = 0.5, 0.2$  であり、重い基礎の応答は  $R_0 = 0.2$  で 1 つのピークをもつ。それぞれの基礎の応答計算では、式 (14) の有効地震動  $u_G'$  に対して、式 (12) の厳密な有効地震動、自然地盤地表面地動および地表から深さ  $r_0$  の自然地盤地動 (図-4)、の 3 つの値を用いた計算を行



図—5 長柱埋設剛体基礎の応答倍率

い、それぞれの応答を実線、点線、一点破線で区別している。図—4、5を比較すると、軽い基礎の応答は用いる有効地震動とよく似ているが、重い基礎の応答への有効地震動の影響は小さく、基礎の質量と複素ばね係数の大きさから決まる固有振動数の点で振幅が増大していることがわかる。また、入力として、自然地盤地表面地動を用いた場合の応答振幅(点線)は、両方の基礎において、他の2つの入力の場合よりも大きい。このような図—5の結果から、

- (1) 軽い基礎の地震応答では、有効地震動が重要であるが、重い基礎では、複素ばね係数の方が重要な要因である。
- (2) 入力として、自然地盤地表面地動の使用は、応答振幅を実際よりも大きめに見積る。

ことがいえよう。なお、上記2つの結論は、円柱埋設剛体基礎の地震応答計算からも、得られている。

#### 4. 強震時の非線形性の問題

強震動を受ける剛体基礎の非線形応答の要因を大別すると、①地盤全体の剛性、減衰性の変化、および、②地盤と基礎の接触面の幾何学的変化の2つであろう。これら2つの要因と複素ばね係数、有効地震動の関連を考察してみよう。

表—1に示すように、複素ばね係数は、基礎に単位の変位を与えるために必要な力であるが、現実の地盤では、与える変位の大きさによって、地盤と基礎の接触面積の変化が生じ、複素ばね係数が変化すると考えられる。一方、有効地震動は、質量をもたない基礎の地震応答値であるから、①の非線形要因の影響を強く受けるものと考えられる。このような分析から、強震時を対象とした基礎の非線形応答解析モデルの開発においては、①の要因と有効地震動および②の要因と複素ばね係数の間の関係の定量化が今後の課題といえよう。

#### 参 考 文 献

- 1) Harada, T., K. Kubo and T. Katayama: Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis by Continuum Formulation Method, 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 29, No. 5, 1981.
- 2) Luco, E.: Dynamic Interaction of a Shear Wall with the Soil, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. EM2, pp. 333~346, 1969.
- 3) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄: 地震動を受ける埋設剛体基礎の運動方程式, 第33回土木学会年次講演 I-230, 1978.
- 4) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄: 地震波の有効入力の考え方とその実測例による検討, 第15回地震工学研究発表会, 1979.

(1982.4.5・受付)