

連行車両による道路橋の二乗平均応答解析

MEAN SQUARE RESPONSE ANALYSIS OF HIGHWAY BRIDGES UNDER A SERIES OF MOVING VEHICLES

岡 林 隆 敏*・山 口 実 浩**

By Takatoshi OKABAYASHI and Zituhiro YAMAGUCHI

1. はじめに

走行車両による道路橋は、路面凹凸および伸縮継手等の路面の条件、車両の動特性（重量、固有振動数、減衰定数）、載荷台数および車頭間隔で規定される走行状態等の不確定な要因により複雑で不規則な振動をする。近年、交通量の増大および車両の大型化に伴い、道路橋に作用する荷重はますます増大しつつある。さらに、橋梁の長大化、高性能材料の開発および解析手法の発達に伴って、橋梁は振れやすくなったといわれている。このような状況のもとで、衝撃係数、疲労強度および振動感覚をより合理的に評価するために、これらの不確定性を考慮した理論的研究が進められている。

これらの理論解析は、いずれも走行車両による道路橋の応答解析に基づいて評価されるものであり、各種の不確定要因による橋梁振動の統計的特性を解析する手法が提案されてきた。路面凹凸を確率過程でモデル化し、単一走行車両による道路橋応答の分散を解析する研究が報告されている^{1)~7)}。一方、交通流に着目し、交通流による橋梁応答を理論的にあるいはシミュレーションにより解析したものもある^{8)~13)}。この理論的解析では、単一走行車両による解析を交通流による応答に適用したものである。また、実測結果に基づいて衝撃係数を推定する研究が試みられている^{14)~16)}。

実際の橋梁では、支間長が長くなると大型車両が同時に載荷する可能性は大きくなり、単一車両だけで道路橋の状態を推定することは不十分である。また、道路橋示方書によれば、設計荷重は大型自動車列荷重を対象にしている。連行車両による道路橋の応答解析については、これまでいくつかの研究が報告されている。小堀・山田¹⁾は、定常不規則応答解析の理論に基づいて、いくつ

かの仮定のもとに連行車両列による道路橋の衝撃係数を提案した。小松・川谷¹⁷⁾は、斜張橋に対する理論的・実験的研究より、連行車両による衝撃係数を共振車頭間隔の考え方で整理している。梶川¹⁸⁾は、交通調査のデータより道路橋の使用性の検討を行っている。不規則路面凹凸上を走行する連行車両による道路橋の振動について、非定常不規則振動論に基づく理論解析を彦坂・吉村・内谷¹⁹⁾は報告している。

路面凹凸上を走行する連行車両で加振される道路橋は、橋梁と車両の連成、車両間の連成および車頭間隔等に起因する車両間の相関により、複雑な連成系となる。この結果、橋梁は不規則で非定常な応答性状を呈する。このような系に対して、非定常性を考慮した不規則振動論に基づく解析は、彦坂ら¹⁹⁾の研究以外にはみられない。しかし、この報告では、車両間の連成および車両間の相関が応答に及ぼす影響について検討されていない。連行車両による道路橋の振動性状を説明するためには、これらの連成および相関を明確に表現できる解析手法が望ましい。

本論文では、非定常性、車両間の連成および相関を厳密に評価する連行車両による道路橋の r.m.s. (root mean square) 応答解析の手法を提案した。本解法の基礎方程式は、次のように構成する。路面凹凸を白色雑音過程を入力とする一種のフィルター系の出力で表現すると、橋梁-連行車両-路面系は伊藤型の確率微分方程式で記述できる。この確率微分方程式より、橋梁の振動の分散を表現する共分散方程式を誘導する。マトリックス形式で記述される本解法によれば、橋梁と連行車両間の連成および相関を表わす変数関の関係が、明確に表現できる。したがって、車両間の連成および相関を無視した解析モデルを構成することが可能である。さらに、本解法では、非定常応答解析は微分方程式の解法に、定常応答解析は連立方程式の解法に帰着する。

単純桁橋に本解法を適用し、連行車両を規定する主要

* 正会員 工修 長崎大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 日立造船(株)

なパラメーター，すなわち車両台数および車頭間隔の橋梁応答に及ぼす影響について検討した。また，非定常応答解析による最大 r.m.s. 応答を推定する定常応答理論による簡便法を提案し，その妥当性について調べた。最後に，本解析で得られた結果より衝撃係数を算定し，現行示方書および過去の研究において提案された衝撃係数との関係について述べた。

2. 橋梁-連行車両系の運動方程式と路面凹凸のモデル化

(1) 橋梁-連行車両系の運動方程式

不規則路面凹凸を有する橋梁上を，1自由度系でモデル化された n 台の車両が一定速度 v で走行する模様を図-1 に示した。この橋梁-連行車両系の運動方程式について説明する。

n 台の車両に対して，時間座標を次のように定義する。

t_i : i 台目の車両が進入する時間，

t_{ij} : i 台目の車両と j 台目の車両の車頭間隔時間，
支点から距離 x にある着目点の橋梁の動的たわみ $y(x, t)$ は， k 次固有モードの基準関数 $\phi_k(x)$ と基準座標 $q_k(t)$ により，

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \phi_k(x) \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。橋梁に作用する i 台目の車両の接地力を $P_i(t)$ とすると， $q_k(t)$ は次式により得られる。

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2q_k(t) = \sum_{i=1}^n P_i(t)\phi_k(v(t-t_i))/M_k \dots \dots \dots (2)$$

ここに， $M_k = \int_0^L \rho\phi_k(x)^2 dx$ ，また ω_k, h_k, ρ および L は，それぞれ橋梁の k 次の固有円振動数，減衰定数，単位長さ当たりの質量および支間長である。なお， $\dot{}$ は時間微分を表わすものとする。

次に i 台目の車両の運動方程式について述べる。基準点から距離 x にある不規則路面凹凸を $R(x)$ とすると，一定速度 v で走行する車両上では，この路面凹凸は時間関数 $r(t)$ として観測される。この路面凹凸より加振される1自由度系でモデル化された i 台目の車両の運動方程式は，車両直下の橋梁の動的たわみ $y_{vi}(t)$ ，車

両の垂直変位を $z_i(t)$ として，

$$m_i\ddot{z}_i(t) + c_i(\dot{z}_i(t) - \dot{y}_{vi}(t) - \dot{r}(t-t_{i1})) + k_i(z_i(t) - y_{vi}(t) - r(t-t_{i1})) = 0 \dots \dots \dots (3)$$

で記述される。ここに， m_i, c_i および k_i は i 台目の車両の質量，減衰定数およびばね定数である。このとき，この車両による接地力は，

$$P_i(t) = m_i(g - \ddot{z}_i(t)) \dots \dots \dots (4)$$

となる。ここで， g は重力加速度である。

i 台目の車両の固有振動数および減衰係数をおのおの ω_{oi} および h_{oi} とすると，橋梁-連行車両系の方程式は，改めて

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2q_k(t) &= \sum_{i=1}^n R_{ik}(g - \ddot{z}_i(t))\phi_k(v(t-t_i)) \\ \ddot{z}_i(t) + 2h_{oi}\omega_{oi}(\dot{z}_i(t) - \dot{y}_{vi}(t) - \dot{r}(t-t_{i1})) &+ \omega_{oi}^2(z_i(t) - y_{vi}(t) - r(t-t_{i1})) = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

で表わされる。なお， $R_{ik} = m_i/M_k$ である。

この橋梁-連行車両系の初期条件は，次のように考えられる。橋梁は先頭の車両が進入するまで静止しているので，

$$q_k(t_1) = \dot{q}_k(t_1) = 0 \dots \dots \dots (6)$$

となる。一方，車両はそれぞれ橋梁に進入するまで，路面凹凸上を走行している。このとき， i 台目の車両の運動方程式は，

$$\ddot{z}_i(t) + 2h_{oi}\omega_{oi}(\dot{z}_i(t) - \dot{r}(t-t_{i1})) + \omega_{oi}^2(z_i(t) - r(t-t_{i1})) = 0 \dots \dots \dots (7)$$

で与えられる。 i 台目の車両の初期条件は，この方程式において先頭の車両が橋梁に進入する直前の値

$$z_i(t_1) = z_{oi}, \dot{z}_i(t_1) = \dot{z}_{oi} \dots \dots \dots (8)$$

である。路面凹凸を確率過程でモデル化すると，これは確率変数となる。伸縮継手等の路面形状に関する条件は，路面凹凸関数 $r(t)$ をモデル化することにより解析の中に組み込むことは可能である。

(2) 路面凹凸のモデル化

路面凹凸は，平均値 0，パワースペクトル密度

$$S_R(\omega) = A\omega^{-n} \dots \dots \dots (9)$$

を有する正規性定常確率過程でモデル化することができる。ここに， ω, A および n は，それぞれ単位長さ当たりの凹凸数，路面凹凸の良否を表わす定数およびパワースペクトル密度の形状を表わす指数である。走行車両上から観測した路面凹凸のパワースペクトル密度は， $n = 2, A = 1.0 \times 10^{-3} (\text{cm}^2/\text{mC}^{-1})^{21}$ の値を有する。

$$S_r(\omega) = Av/(\omega/2\pi)^2 \dots \dots \dots (10)$$

の形が従来用いられている。なお， $\omega = 2\pi v\omega$ の関係が

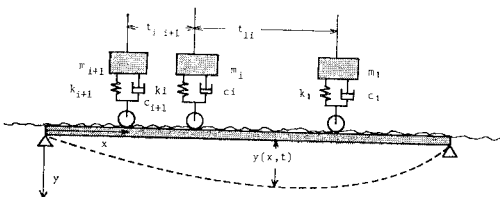


図-1 橋梁-連行車両系

ある。近年、路面凹凸の実測が行われ、資料が整備されつつある^{14), 18), 20)}。

本論文で提案する解法では、路面凹凸を路面系と称する常微分方程式

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = w(t) \dots\dots\dots(11)$$

の定常解過程でモデル化する^{5), 6)}。ここに $w(t)$ は次のような確率特性で規定される正規性白色雑音過程である。

$$(i) \quad E[w(t)] = 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$(ii) \quad E[w(t_1)w(t_2)] = S_0 \delta(t_1 - t_2) \dots\dots\dots(13)$$

ただし、 $E[\]$ は集合平均のための演算子である。 $\delta(t)$ は Dirac のデルタ関数である。路面系の解過程の平均値と分散は、それぞれ 0 および $S_0/2\beta$ となり、そのパワースペクトル密度は、

$$S_r(\omega) = S_0/(\omega^2 + \beta^2) \dots\dots\dots(14)$$

で与えられる。ここに、 $\beta = 2\pi\nu a$ 、 $S_0 = (2\pi)^2\nu A$ である。なお、 a は式 (11) に適合させるために $a=0.05$ とした。図-2 は、川合・森崎²¹⁾の実測結果と本解法に用いるパワースペクトル密度を图示したものである。

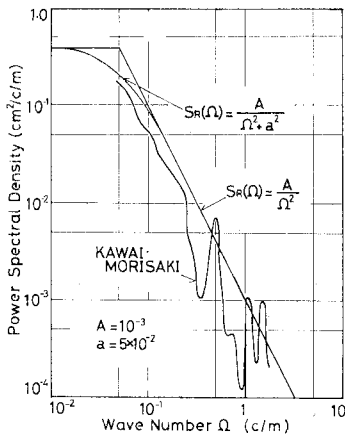


図-2 路面凹凸のパワースペクトル密度

3. 橋梁-連行車両-路面系の状態空間表示

本論文では、橋梁の力学モデルとして、2次以上の高次振動を無視した1自由度系を仮定する。高次振動を考慮した一般的な解析に対して、本解法を適用することは可能である。橋梁系の状態変数 $Y(t)$ を $m_1 (=2)$ 次元

$$A_Y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1^2 - \sum_{i=1}^n \omega_{0i}^2 R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) & -2h_1\omega_1 - \sum_{i=1}^n 2h_{0i}\omega_{0i} R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(23)$$

$$A_{YZ_i}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{0i}^2 R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) & 2h_{0i}\omega_{0i} R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) \\ 0 & (2h_{0i}\omega_{0i}\beta - \omega_{0i}^2) R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(24)$$

ベクトル

$$Y(t) = [q_1(t) \dot{q}_1(t)]^T \dots\dots\dots(15)$$

で表わす。2.式(5)の車両の運動方程式と式(11)の路面系の方程式より i 台目の車両-路面系の状態変数 $Z_i(t)$ を

$$Z_i(t) = [z_i(t) \dot{z}_i(t) r(t-t_{i1})]^T \dots\dots\dots(16)$$

で定義する。このとき、 n 台の連行車両-路面系の状態変数は $m_2(3 \times n)$ 次元ベクトル

$$Z(t) = [Z_1(t) \dots Z_n(t)]^T \dots\dots\dots(17)$$

で表わすことができる。

これらの状態変数を用いて、橋梁-車両連行-路面系の方程式を構成する。車両は橋梁に1台ずつ進入するので、1台進入するごとに連行車両-路面系の変数に $Z_i(t)$ が順次加わることになる。しかし、このような表現は解析を煩雑にするので、あらかじめ n 台の車両を対象として方程式を構成する。すなわち、 i 台の車両が橋梁上にある場合、残りの $(n-i)$ 台の車両は道路上を走行しているものとする。

橋梁系と連行車両-路面系の状態変数を合成し、橋梁-連行車両-路面系の状態変数を

$$X(t) = [Y(t) Z(t)]^T \dots\dots\dots(18)$$

で表わす。このベクトルの次元は $m (=m_1 + m_2)$ である。この変数を用いると、橋梁-連行車両-路面系の方程式は、式(5)、(11)より、伊藤型の確率微分方程式^{22)~24)}で表現できる。本論文では、この形式的表現である次式を基礎式とする。

$$\dot{X}(t) = A_X(t)X(t) + \sum_{i=1}^n F_i(t-t_{i1}) + \sum_{i=1}^n N_i(t), \quad X(t_1) = X_0 \dots\dots\dots(19)$$

ここに、係数行列は、

$$A_X(t) = \begin{bmatrix} A_Y(t) & A_{YZ}(t) \\ A_{ZY}(t) & A_Z(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(20)$$

で表わされ、各ブロックは次のように分割される。

$$A_{YZ}(t) = [A_{YZ_1}(t) \dots A_{YZ_n}(t)] \dots\dots\dots(21)$$

$$A_Z(t) = \begin{bmatrix} A_{Z_1}(t) & [0] \\ [0] & A_{Z_n}(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(22)$$

なお、 $[0]$ は $A_Z(t)$ の対角ブロック以外すべて 0 行列であることを表わしている。各行列の要素は、次のとおりである。

$$A_{Z_i Y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_{0i}^2 \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) & 2 h_{0i} \omega_{0i} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

$$A_{Z_i}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_{0i}^2 & -2 h_{0i} \omega_{0i} & (\omega_{0i}^2 - 2 h_{0i} \omega_{0i} \beta) \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 $u(t-t_i)$ は単位階段関数を表わすものとする。

次に外力ベクトルについて説明する。不規則外力は、一般に平均値の変化と平均値回りの変動に分離することができる。ここで、 $N_i(t)$ は外力の平均値の変化であり、 $F_i(t)$ は平均値回りの変動を表わしている。 $N_i(t)$ による応答は、従来の確定論的な手法で解析される。それぞれの外力による応答は重ね合わせが可能であるので、本論文では、 $F_i(t)$ による応答解析の手法について説明する。この $F_i(t)$ の要素は、次のように橋梁系と連行車両-路面系のブロックに分割される。

$$F_i(t-t_{1i}) = \begin{bmatrix} F_{Y_i}(t) \\ F_{Z_i}(t) \end{bmatrix} \omega(t-t_{1i}) \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 $\omega(t-t_{1i})$ は 2. 式 (12), (13) で定義される白色雑音過程である。ブロック $F_{Y_i}(t)$ の要素は

$$F_{Y_i}(t) = [0 \quad -2 h_{0i} \omega_{0i} R_{i1} \phi_1(v(t-t_i)) u(t-t_i)]^T \dots\dots\dots (28)$$

である。また、 $F_{Z_i}(t)$ はさらに次のようなブロックに分割できる。

$$F_{Z_i}(t) = [0_{i-1} \quad F_{Z_{ii}} \quad 0_{i+1:n}]^T \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 0_{kl} は k 台目から l 台目の車両-路面系の外力ベクトルが 0 であることを表わすものとする。また、 $F_{Z_{ii}}(t)$ の要素は

$$F_{Z_{ii}} = [0 \quad -2 h_{0i} \omega_{0i} \quad 1]^T \dots\dots\dots (30)$$

である。

各車両には車頭間隔時間の遅れで、同一の凹凸が作用する。式 (19) また式 (27) のような外力の表現は、各車両が同一路面上を走行することを強調したものである。上記のような橋梁-連行車両-路面系の記述を用いると、この系の方程式は簡潔な形で表現することができる。すなわち、車両台数の変化に対しては、対応する行列のブロックを増減するだけで、方程式の形を変化させる必要はない。さらに、車両が道路上を走行する状態と橋梁上を走行する状態は、係数行列 $A_X(t)$ および外力ベクトル $F_X(t)$ の所定の要素に、単位階段関数を掛けることにより統一的に表現できる。

4. 不規則応答解析の理論

(1) 応答過程の確率特性

路面凹凸を正規性過程でモデル化すると、その応答は

正規性過程となる。したがって、確率特性は平均値と分散・共分散により規定される。平均値応答は、ほぼ静的応答に一致することが知られている¹¹⁾。一般性を失うことなく、応答は平均値と平均値回りの変動に分離できるので以後、応答は平均値回りの変動を表わすものとする。

橋梁の変位および速度の分散・共分散応答は、橋梁の 1 次振動のみを考えると、

$$\begin{bmatrix} E[y(x, t)^2] & E[y(x, t) \dot{y}(x, t)] \\ E[\dot{y}(x, t) y(x, t)] & E[\dot{y}(x, t)^2] \end{bmatrix} = \phi_1(x) R_Y(t) \phi_1(x) \dots\dots\dots (31)$$

で表わされる。ここに、 $R_Y(t)$ は橋梁系の状態変数 $Y(t)$ の共分散行列。

$$R_Y(t) = E[Y(t) Y(t)^T] \dots\dots\dots (32)$$

である。 $Y(t)$ は橋梁-連行車両-路面系 $X(t)$ の要素であり、 $X(t)$ の時間的変化は式 (19) の確率微分方程式で表わされている。なお、ここでは、平均値の変動 $N_i(t)$ は考えていない。したがって、本解法は $X(t)$ の共分散

$$R_X(t) = E[X(t) X(t)^T] \dots\dots\dots (33)$$

の解析に帰着する。

この解過程の確率特性は、外力と初期条件の確率特性に規定されている。次に、これらの確率特性について簡単に説明しておく。外力 $F_i(t-t_{1i})$ は式 (27) により、次の確率特性を有する正規性白色雑音過程ベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} (i) \quad & E[F_i(\tau)] = 0 \\ (ii) \quad & E[F_i(\tau_1) F_j(\tau_2)^T] = Q_{X_{ij}}(\tau_1) \delta(\tau_1 - \tau_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

$Q_{X_{ij}}(t)$ は、橋梁系と連行車両-路面系のブロックに分割されて

$$\begin{aligned} Q_{X_{ij}}(t) &= \begin{bmatrix} Q_{Y_{ij}}(t) & Q_{YZ_{ij}}(t) \\ Q_{ZY_{ij}}(t) & Q_{Z_{ij}}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} F_{Y_i}(t+t_{1i}) \cdot F_{Y_j}(t+t_{1j})^T \\ F_{Z_i}(t+t_{1i}) \cdot F_{Y_j}(t+t_{1j})^T \\ F_{Y_i}(t+t_{1i}) \cdot F_{Z_j}(t+t_{1j})^T \\ F_{Z_i}(t+t_{1i}) \cdot F_{Z_j}(t+t_{1j})^T \end{bmatrix} \cdot S_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (35)$$

のように表わされる。また初期条件 X_0 は、先頭の車両が橋梁に進入する直前の橋梁-連行車両-路面系の状態変数である。路面凹凸が平均値 0 の正規性過程でモデル化されているので、 X_0 は平均値 0 、共分散

$$R_0 = E[X_0 X_0^T] \dots\dots\dots (36)$$

を有する正規性確率変数となる。この詳細な取扱いは後節で説明する。

(2) 非定常応答解析

$N_i(t)$ を除く確率微分方程式 (19) の解は、線形微分方程式の理論より

$$X(t) = \Phi_X(t, t_1) X_0 + \sum_{i=1}^n \int_{t_1}^t \Phi_X(t, \tau) F_i(\tau - t_{1i}) d\tau \quad \dots\dots\dots(37)$$

となる。ここに、 $\Phi_X(t, t_1)$ は橋梁-連行車両-路面系

$$\dot{X}(t) = A_X(t) X(t) \quad \dots\dots\dots(38)$$

の状態遷移行列である。この系は車両が次々に橋梁に進入し通過するような不連続な系であるが、3. で示したように係数行列 $A_X(t)$ を単位階段関数を含む要素で構成することにより、式の上では連続な系として取り扱うことができる。式 (37) において、変数変換 $\tau - t_{1i} = \tau'$ を行い、改めて τ' を τ と置くと、式 (37) は

$$X(t) = \Phi_X(t, t_1) X_0 + \sum_{i=1}^n \int_{t_1 - t_{1i}}^{t - t_{1i}} \Phi_X(t, \tau + t_{1i}) F_i(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots(39)$$

となる。この $X(t)$ を式 (33) の共分散の定義式に代入し、 $F_i(t)$ が白色雑音過程ベクトルであることを考慮して積分を実行すると、 $X(t)$ の共分散は

$$\begin{aligned} R_X(t) &= \Phi_X(t, t_1) R_{X_0} \Phi_X(t, t_1)^T \\ &+ \sum_{i=1}^n \int_{t_1 - t_{1i}}^{t - t_{1i}} \Phi_X(t, \tau + t_{1i}) E[F_i(\tau) \cdot X_0^T] d\tau \Phi_X(t, t_1)^T \\ &+ \Phi_X(t, t_1) \sum_{j=1}^n \int_{t_1 - t_{1j}}^{t - t_{1j}} E[X_0 F_j(\tau)^T] \Phi_X(t, \tau + t_{1j})^T d\tau \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{\max(t_1 - t_{1i}, t_1 - t_{1j})}^{\min(t - t_{1i}, t - t_{1j})} \Phi_X(t, \tau + t_{1i}) Q_{X_{ij}}(\tau) \Phi_X(t, \tau + t_{1j})^T d\tau \quad \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

と与えられる。ここに、 $\max(a, b)$ および $\min(a, b)$ は、それぞれ a および b の最大または最小を表わすものとする。次に式 (40) の両辺を t で微分し式の変形を行うと、次の共分散方程式を誘導することができる。

$$\begin{aligned} \dot{R}_X(t) &= A_X(t) R_X(t) + R_X(t) A_X(t)^T \\ &+ \sum_{i=1}^n E[F_i(t - t_{1i}) X_0^T] \\ &+ \sum_{j=1}^n E[X_0 F_j(t - t_{1j})^T] \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i Q_{X_{ij}}'(t - t_{ji}) \\ &\cdot \Phi_X(t, t - t_{ji})^T u(t - t_1 - t_{ji}) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \Phi_X(t, t - t_{ij}) \\ &\times Q_{X_{ij}}'(t - t_{ij}) u(t - t_1 - t_{ij}) \quad \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} Q_{X_{ij}}'(t) &= Q_{X_{ij}}(t) \quad (i \neq j) \\ &= \frac{1}{2} Q_{X_{ii}}(t) \quad (i = j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

である。

しかし、この方程式では、初期条件と外力の共分散 $E[F_i(t - t_{1i}) X_0^T]$ および $E[X_0 F_j(t - t_{1j})^T]$ が未知量として残っている。これは、次のような処理により得られる。無限遠点より発進した車両は、路面凹凸上を走行し、定常状態に達した後橋梁に進入するものとする。この場合、橋梁-連行車両-路面系の初期条件は、

$$X_0 = \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^t \Phi_X(t, \tau) F_j(\tau - t_{1j}) d\tau \quad \dots\dots\dots(43)$$

と与えられる。この式に $F_i(t - t_{1i})$ を掛けた後、両辺に平均操作を施し、白色雑音過程の性質を用いて積分を実行すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n E[F_i(t - t_{1i}) X_0^T] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i Q_{X_{ij}}'(t - t_{ji}) \\ &\cdot \Phi_X(t_1, t - t_{ji})^T (1 - u(t - t_1 - t_{ji})) \\ &\quad \dots\dots\dots(44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n E[X_0 F_i(t - t_{1i})^T] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \Phi_X(t_1, t - t_{ij}) \\ &\cdot Q_{X_{ij}}'(t - t_{ij}) (1 - u(t - t_1 - t_{ij})) \quad \dots\dots\dots(45) \end{aligned}$$

n 台の車両が橋梁に進入し、通過する状態を統一的に表現する共分散方程式は、式 (41), (44), (45) より

$$\begin{aligned} \dot{R}_X(t) &= A_X(t) R_X(t) + R_X(t) A_X(t)^T \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i Q_{X_{ij}}'(t - t_{ji}) \Phi_X(t, t - t_{ji})^T \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \Phi_X(t, t - t_{ij}) Q_{X_{ij}}'(t - t_{ij}) \quad \dots\dots\dots(46) \end{aligned}$$

$$R_X(t_1) = R_{X_0}$$

となる。この共分散方程式は、車両と橋梁の連成、橋梁を介する車両間の連成および車両間の相関を厳密に評価したものである。右辺第3項と第4項の $i \neq j$ の項は車両間の相関を表わす項である。小松・川谷が文献 17) で用いた共振車頭間隔は、不規則振動論で表現するとこの項に関係している。

ところで、この車両間の相関を無視すると、1つの近似解法が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{R}_X(t) &= A_X(t) R_X(t) + R_X(t) A_X(t) \\ &+ \sum_{i=1}^n Q_{X_{ii}}(t - t_{1i}) \quad \dots\dots\dots(47) \end{aligned}$$

$$R_X(t_1) = R_{X_0}$$

この方程式は車両間の相関を0としただけで、車両間の連成は考慮されている。式 (46) と比べて状態遷移行列

の計算が必要ないので、計算時間の短縮が図れる。以後、この方程式を車両間の相関を無視した共分散方程式と称することにする。

(3) 初期条件の処理

前項の共分散方程式の初期条件は、橋梁-連行車両-路面系の初期条件 X_0 の共分散 R_{X_0} である。この初期条件 R_{X_0} の誘導について説明する。

無限遠点より発進し、不規則路面凹凸上を走行する n 台の連行車両について考える。車両は道路上を走行し橋梁に達していないが、橋梁の変数も含んだ形で処理する。 $\infty < t \leq t_1$ において応答は定常過程

$$X(t) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^t \Phi(t, \tau) F_i(\tau - t_{i1}) d\tau \dots\dots\dots (48)$$

で表わされる。 $X(t)$ の共分散は、

$$R_{X(t)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{-\infty}^{\min(t-t_{i1}, t-t_{j1})} \times \Phi_X(t, \tau+t_{i1}) Q_{X_{ij}}(\tau) \Phi_X(t, \tau+t_{ij})^T d\tau \dots\dots\dots (49)$$

となる。この式は式 (46) と同形の共分散方程式に変換できる。しかし、路面上を走行する車両では、係数行列 $A_X(t)$ と外力の共分散行列 $Q_{X_{ij}}(t)$ はそれぞれ定数行列となる。これらをそれぞれ A_X および $Q_{X_{ij}}$ で表わす。したがって、この系は定数係数系となり、状態遷移行列は時間差の関数

$$\Phi_X(t, t-t_{ij}) = \Phi_X(t_{ij}) \dots\dots\dots (50)$$

となる。さらに、初期条件が無視できる時間経過後の応答を考えているので、応答の共分散の時間微分 $\dot{R}_{X(t)}$ は 0 となる。ゆえに、次の共分散方程式を得る。

$$A_X R_{X_0} + R_{X_0} A_X^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{X_{ij}}' \Phi_X(t_{ij})^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi_X(t_{ij}) Q_{X_{ij}}' = 0 \dots\dots\dots (51)$$

ここで、 R_{X_0} の要素について考える。これは、次のようなブロックに分割される。

$$R_{X_0} = \begin{bmatrix} R_{Y_0} & R_{Y_0 Z_0} \\ R_{Z_0 Y_0} & R_{Z_0} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (52)$$

車両が進入するまで橋梁は静止しているので、橋梁の変数を含む共分散 R_{Y_0} , $R_{Y_0 Z_0}$ および $R_{Z_0 Y_0}$ はすべて 0 となる。最後の R_{Z_0} を (i, j) ブロックの行列

$$R_{Z_0} = [R_{Z_{0ij}}] \dots\dots\dots (53)$$

より構成するものとする。各ブロックの行列 $R_{Z_{0i}}$ および $R_{Z_{0ij}}$ は次式より得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_{Z_i} R_{Z_{0i}} + R_{Z_{0i}} A_{Z_i}^T + Q_{F_{ii}} &= 0 \\ A_{Z_i} R_{Z_{0ij}} + R_{Z_{0ij}} A_{Z_j}^T + \Phi_{Z_i}(t_{ij}) Q_{F_{ij}} \\ &+ Q_{F_{ij}} \Phi_{Z_i}(t_{ij})^T = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

ここに、 $Q_{F_{ij}}$ は式 (30) の $F_{ii}(t)$ を用いて

$$Q_{F_{ij}} = F_{ii}(t) F_{jj}(t)^T \dots\dots\dots (55)$$

で表わされる。

(4) 定常応答解析

路面凹凸上を走行する車両の接地力が常に橋梁の定位置に作用するものと仮定すると、初期条件および車両の走行により生ずる非定常性を無視した、定常応答解析が可能になる。単一走行車両による橋梁の応答解析では、定常応答解析は非定常応答解析による最大応答を推定する近似解法として有効であった^{5),6)}。連行車両による応答に対しても、定常応答解析の有効性について検討する。

車両を定位置に固定すると、橋梁-連行車両-路面系の方程式の時変係数は、

$$\phi_1(v(t-t_{ij})) = \phi_1(\lambda_{ij}) \dots\dots\dots (56)$$

のように橋端から作用する車両までの距離 λ_{ij} の関数となる。この系の状態遷移行列は、初期時刻に関係のない i 台目の車両と j 台目の車両の車頭間隔時間 t_{ij} 、すなわち車頭間隔 λ_{ij} の関数

$$\Phi_X(t, t-t_{ij}) = \Phi_X(t_{ij}) = \Phi(\lambda_{ij}) \dots\dots\dots (57)$$

となる。このような仮定のもとで、共分散方程式 (46) の係数行列 $A_X(t)$ 、外力の共分散行列 $Q_{X_{ij}}(t)$ さらに状態遷移行列 $\Phi_X(t, t-t_{ij})$ はそれぞれ定数行列となる。対応する行列を A_X , $Q_{X_{ij}}$ および $\Phi_X(t_{ij})$ で表わす。したがって、 $t \rightarrow \infty$ では応答は定常応答になる。定常状態では、式 (46) の共分散方程式は連立方程式

$$A_X R_X + R_X A_X^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i Q_{X_{ij}}' \Phi_X(t_{ij}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \Phi_X(t_{ij}) Q_{X_{ij}}' = 0 \dots\dots\dots (58)$$

で表わされる。なお、 R_X は $R_X(t)$ の定常解を示すものとする。

一方、非定常応答解析と同様に、車両間の相関を無視した解法

$$A_X R_X + R_X A_X^T + \sum_{i=1}^n Q_{X_{ii}} = 0 \dots\dots\dots (59)$$

が提案できる。これを、以後車両間の相関を無視した定常応答解析と称する。この方程式において、車両の振動が互いに独立であるという仮定を導入する。すなわち、車両間の連成に関する項、 A_X における A_{ZY} を無視した場合、この解法は山田・小堀による文献 1) の解法と一致する。

5. 連行車両のモデルと橋梁の諸元

実際の橋梁では支間長が長くなると、大型車が同時に載荷する可能性が大きくなり、単一車両だけで道路橋の状態を推定することは不十分である。さらに、現実の状況を反映させるためには、車種、走行速度および車頭間

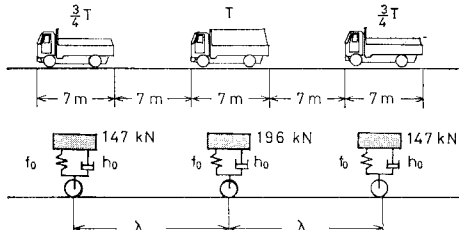


図-3 連行車両列荷重の解析モデル

隔を不確定変量とする取扱いが必要となる。ところで、走行車両を連行車両でモデル化すると、単一走行車両による応答では存在しなかった各種の干渉すなわち、車両間の連成および車両間の相関が発生する。この効果によって、連行車両の走行する橋梁は単一走行車両による場合と異なった振動性状を呈する。したがって、各種のパラメーターを確率変量として解析する前に、まず連行車両による応答を支配する主要なパラメーターを選び、そのパラメーターが応答に及ぼす影響について検討する必要がある。このような観点から、以下のような諸元の車両および橋梁を対象にした数値計算を行った。

道路橋示方書²⁹⁾によれば、一等橋の設計活荷重である $L-20$ は、図-3のような自動車列荷重を想定したものである。本論文では、この連行車両を図-3の下図のように各車両を1自由度系で表現した車両列荷重によりモデル化する。数値計算では、車両は大型車に限定し、車種の変動は考えない。さらに、車頭間隔 λ は確定量とする。大型車の動特性の実測は小松・川谷によるものがある。彦坂ら¹⁹⁾はこれまでの実測結果を要約している。本論文で用いた車両の諸元は、これらの平均的な値を用いた。

表-1 走行車両の諸元

総重量 w	196, 147 (kN)
ばね定数 k	7105, 5329 (kN/m)
固有振動数 f	3.0 (Hz)
減衰定数 h	0.03
走行速度 v	10.0 (m/s)

これを示したものが表-1である。車両の動特性として、車両重量が異なる場合でも、車両の固有振動数は同一であるものとした。さらに、進行速度は $v=10$ (m/s) で一定であるものとする。

次に、道路橋の諸元について述べる。道路橋の支間長と諸元は、文献1)より引用した表-2を用いる。これは、建設省土木研究所設計合桁橋標準設計書より概算

表-2 道路橋の支間長と諸元

スパン長 L (m)	総重量 W (kN)	曲げ剛性 EI (GN·m)	固有振動数 f (Hz)
20	474.3	6.085	6.23
30	760.4	12.171	3.97
40	1046.6	23.921	2.94
50	1332.8	47.236	2.45
60	1520.9	64.464	2.11
70	1905.1	78.547	1.70

したものである。

(1) 車両台数による影響

連行車両列荷重をモデル化する場合、走行車両の状態を規定する基本的なパラメーターは車両台数と車頭間隔である。車両台数と車頭間隔が橋梁の応答に及ぼす影響を検討することにより、単一走行車両と異なった連行車両による固有の応答性状を説明することができる。ここでは車両台数の応答に及ぼす影響について検討した。

車両間の相関を考慮した解法に基づき、車両を1台、2台、3台と載荷させた場合について、支間長 $L=50$ (m)の橋梁の解析を行った。図-4に、スパン中点の r.m.s. 変位応答を図示した。図の横軸は、先頭の車両が橋梁に進入した後の経過時間を、先頭の車両が橋梁を通過する時間 T で無次元化した時間である。したがって、先頭の車両が橋梁を通過した後では、 t/T の値は $t/T > 1$ となる。以後非定常応答解析ではこのような座標を用いる。図中の(A)および(B)は、それぞれ車頭間隔 $\lambda=14$ (m) および $\lambda=16$ (m) の計算結果である。これらの図で、実線は1台載荷、破線は2台載荷および1点鎖線は3台載荷による応答である。 $\lambda=14$ (m) では車両台数を増加させても応答には顕著な増加は認められない。しかも、3台載荷では、先頭の車両が通過する時刻で1台載荷より応答は小さくなっている。 $\lambda=16$ (m) では、車両台数の増加に伴って最大応答は増加している。このように載荷台数と応答の間には明確な対応関係は認められない。そこで、車両台数の影響のみを抽出するために、車両間の相関を無視した解析を試みた。図-5は $\lambda=16$ (m) の場合の結果である。載荷台数を増加させて

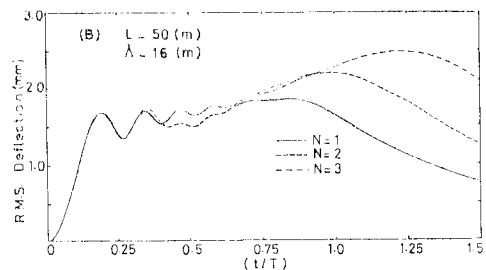
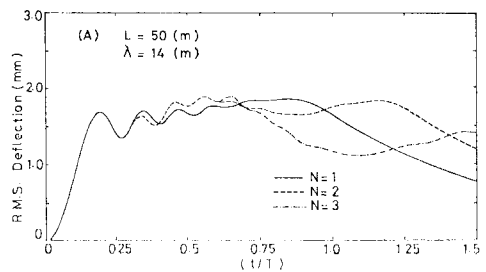


図-4 車両台数による r.m.s. 変位応答の変化

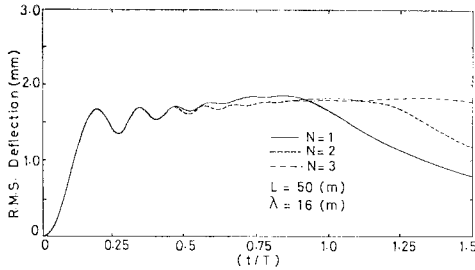


図-5 車両間の相関を無視した応答
(車両台数による変化)

も最大応答は変化しないし、応答形状にも差異は認められない。以上の結果より、車両間の相関を考えない限り車両台数を増加させても応答は増加しないことがわかる。すなわち、単一走行車両による応答解析において指摘したが、橋梁と車両の連成効果は振動を抑制するように作用する。連行車両による応答では、さらに各車両間の連成が加わり、さらに橋梁の振動を抑制するものと考えられる。

(2) 車頭間隔による影響

3台の車両を走行させた場合、異なる車頭間隔 λ に対する応答を図-6に示した。実線は $\lambda=14$ (m)、破線は $\lambda=15$ (m) および1点鎖線は $\lambda=16$ (m) とした場合の応答を表わしている。なお、支間長 $L=50$ (m) の場合は、 $\lambda=15$ (m) と $\lambda=16$ (m) の応答曲線が接近するので、 $\lambda=15$ (m) の代わりに $\lambda=14.75$ (m) で計算し、それを破線で表わした。また図中の(A)、(B)は、それぞれ支間長 $L=50$ (m) および 70 (m) の解析結果である。

図(A)では車頭間隔を 14, 14.75, および 16(m) と

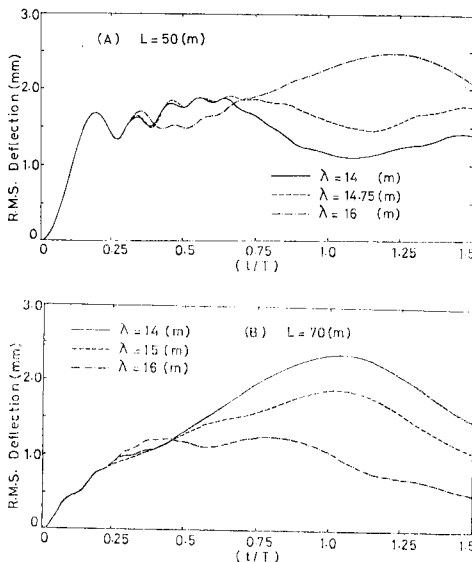


図-6 車頭間隔による r.m.s. 変位応答の変化

増加させると、最大応答は順次増大する。共分散方程式(46)において、右辺第3項と4項の $i=j$ 以外の外力による橋梁の変位応答の値によって、車両間の相関を評価するものとする。橋梁-車両系は時変係数系であるので車両間の相関は各時刻において変化する。したがって、厳密な表現ではないが $L=50$ (m) の場合、 $\lambda=14$ (m) では車両間の相関は負となり、 $\lambda=14.75$ (m) では相関はほぼ0、さらに $\lambda=16$ (m) では正と考えることにより、車頭間隔と応答の関係が説明できる。 $L=50$ (m) の解析例のように、車両と固有振動数が接近する支間長の橋梁の応答では、強い非定常効果のために1台目の車両が進入した直後にピークを生じ、この点が最大応答になる場合が多い。しかし、車頭間隔によっては、1台目の車両が通過した後、このピークを越えて最大応答を示す場合がある。一方、車両と橋梁の固有振動数が離れた $L=70$ (m) の場合、支間長が長くなると、応答の挙動は定常応答の挙動に近くなり、車両間の相関が応答に及ぼす影響も大きくなる。 $\lambda=14$ (m) と $\lambda=16$ (m) の最大応答では、約2倍の差が生じる。なお、 $\lambda=14$ (m) の最大応答は、単一車両による最大応答より小さな値となる。

図-7は $L=50$ (m) の場合、車両間の相関を無視した解析により、車頭間隔を変化させた応答を示したものである。車頭間隔によって応答はほとんど変化しない。この最大応答は単一車両によるものと一致し、応答形状も先頭車両が $(3/4)L$ に至るまでは、単一車両によるそれとほぼ一致する。

以上、連行車両による橋梁の振動性状について検討したが、連行車両による固有の振動性状は、車両間の連成および車両間の相関による効果より説明できる。車両台数は、車両間の連成の効果により橋梁の振動を抑制するように作用する。また、車頭間隔は車両間の相関に直接関係し、相関の値に対応して応答は増減する。

(3) 定常応答解析による最大応答の推定

最大 r.m.s. 応答は、応答を評価する重要な指標である。この最大 r.m.s. 応答は非定常応答解析により厳密に評価されるが、大次元の微分方程式を数値解析するこ

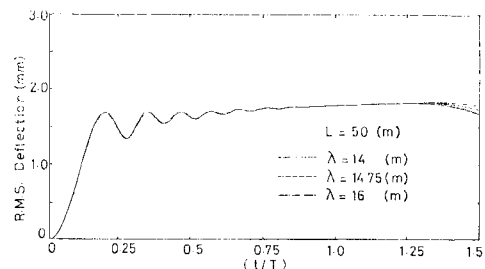


図-7 車両間の相関を無視した応答
(車頭間隔による変化)

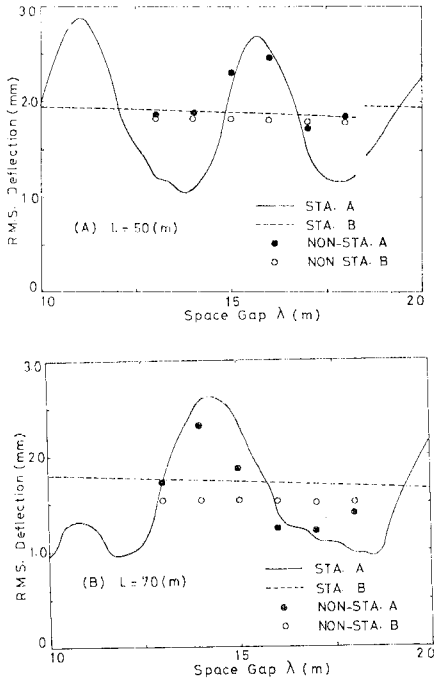


図-8 最大および定常 r.m.s. 変位応答の車頭間隔による変化

となる。そこで、単一走行車両による解析で提案した、定常応答解析による最大 r.m.s. 応答の推定を試みる。

図-8 は、車頭間隔 λ をパラメーターにして橋梁支間中点の最大 r.m.s. 変位応答と定常 r.m.s. 変位応答を図示したものである。図中の (A), (B) は、それぞれ $L=50(m)$ および $L=70(m)$ の結果である。図の横軸は、変化させた車頭間隔 $\lambda=10\sim 20(m)$ を表わしている。図中の ● は相関を考慮した非定常応答解析による最大 r.m.s. 変位応答、○ は相関を無視した場合の最大 r.m.s. 変位応答である。なお、非定常解析では、車頭間隔を 13(m) より 18(m) まで 1(m) 間隔で変化させた。また、図中の実線は相関を考慮した定常応答、破線は相関を無視した定常応答である。定常応答解析では、車両の載荷位置を次のように考えた。車両は最大 3 台まで載荷させ、静的たわみが最大となる位置に載荷するものとする。静的たわみが最大となる位置が、必ずしも動的たわみが最大となるとは限らないので、載荷台数が 3 台から 2 台に変わる所で、定常応答の曲線は不連続になっている。

図-8(A) すなわち $L=50(m)$ の非定常応答解析において、車両間の相関を無視した解析では、車頭間隔によって最大 r.m.s. 応答はほとんど変化しない。車両間の相関を考慮した解析では、図-6 で示したように、先頭の車両が通過する近傍の応答が初期のピークを越えた場

合、この値が最大応答となる。しかし、この応答が初期のピークを越えない場合は、初期のピークが最大応答となる。すなわち、車両間の相関が正と考えられる車頭間隔では、相関を考慮した最大応答がこれを無視した最大応答より大きくなる。相関が負と考えられる車頭間隔では、両最大応答は一致する。次に、定常応答解析では、車両間の相関を無視した場合、車頭間隔による応答の変化は少ない。しかし、相関を考慮した解析では、この応答は車頭間隔の増加に伴って、相関を無視した応答の回りを変動する。これは、車頭間隔によって車両間の相関が正と負の間で変化するためであると考えられる。

$L=70(m)$ すなわち図 (B) の場合、車両間の相関を無視した非定常応答解析では、最大応答は車頭間隔の変化に対してほぼ一定である。しかし、相関を考慮した最大応答は、 $L=50(m)$ の場合と異なり、相関を無視した最大応答の回りを変動する。これは、橋梁と車両の固有振動数が離れると、図-6(B) に示したように非定常性が緩やかになり、 $L=50(m)$ の場合に現われる初期のピークが消失するためである。すなわち、この応答は定常応答に近い挙動を示すことになる。一方、定常応答解析による車両間の相関考慮および無視による解析の結果は、 $L=50(m)$ の結果とほぼ同じ傾向を示している。

上述のような傾向を確認したうえで、連行車両による応答においても定常応答による最大応答の推定は可能である。特に、車両間の相関を無視した解析においては、非定常応答の最大応答と定常応答の関係は単一走行車両による応答と同じ傾向⁹⁾を示し、定常応答解析は有効な推定法と考えることができる。

(4) 衝撃係数の算定

本解法を用いて衝撃係数の算定を行う。衝撃係数は彦坂らが文献 19) で示した定義に従う。すなわち、非定常応答解析の場合は、

$$i = \frac{2 \sigma(l/2, t_s)}{y_{s, \max}} \dots \dots \dots (60)$$

である。ここに、 $y_{s, \max}$ は静的たわみの最大値、 $\sigma(l/2, t_s)$ は静的たわみが最大になる点に車両が到達したときの支間中点の動的たわみの標準偏差である。一方、定常応答解析による $\sigma(l/2, t_s)$ は、静的たわみが最大となる車両位置に車両の接地力を作用させた場合、支間中点の応答を表わしている。

図-9 は、支間長 $L=50(m)$ の橋梁を例にとり、車頭間隔による衝撃係数の変化を図示したものである。縦軸は式 (60) で算定した衝撃係数であり、横軸は車頭間隔 λ である。なお、図中の表記は図-7 に準じている。 $\lambda=(3/8) \cdot L$ 近傍の曲線の不連続は、前節でも述べたように $\lambda < (3/8) \cdot L$ では 3 台の載荷台数を考え、 $\lambda >$

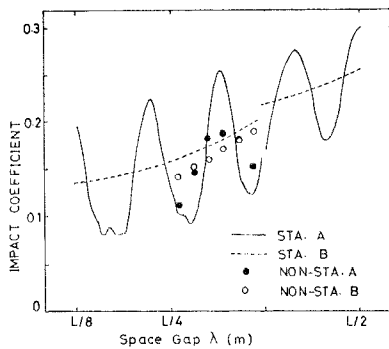


図-9 衝撃係数の車頭間隔による変動 ($L=50$ m)

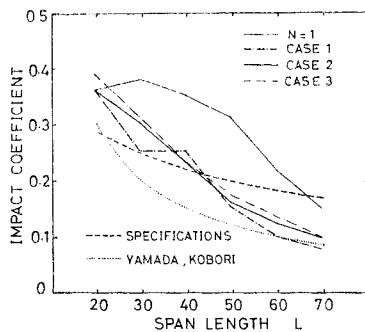


図-10 支間長と衝撃係数

$(3/8) \cdot L$ では2台を考慮しているために生じる。非常常および定常解析いずれによる場合でも車両間の相関を考慮した衝撃係数は、車頭間隔の変化に伴って相関を無視した衝撃係数の回りを変動する。したがって、車頭間隔に関する衝撃係数の平均的な挙動は、相関を無視した解析より近似的に評価できるものと考えられる。

図-10は支間長に対する衝撃係数を図示したものである。CASE-1、CASE-2はそれぞれ車両間の相関を考慮および無視した非常常応答解析、CASE-3は相関を無視した定常応答解析より算定した衝撃係数である。なお、この図では、連行車両の車頭間隔は14(m)に固定した。また、 $N=1$ は、単一車両による非常常応答解析より算定した衝撃係数である。さらに、破線は現行道路橋示方書による衝撃係数であり、点線は山田・小堀により文献1)で提案されたものである。図のように、単一走行車両による算定では明らかに過大な評価を与えることになる。CASE-1は車両と橋梁の固有振動数の関係により、支間長に対して変動する。CASE-2とCASE-3はよい一致を示し、車両間の相関を無視した定常応答解析に基づいた衝撃係数の算定が可能であることを示している。そこで、CASE-3と現行示方書の衝撃係数を比較すると、現行示方書は $L < 40$ (m)では過小評価となり、 $L > 40$ (m)では過大評価となっている。文献1)の衝撃係数と比較すると、 $L < 70$ (m)までこの衝撃係

数は本解法のそれより小さな値となっている。 $L=70$ (m)近傍では両者は一致する。文献1)の解析は、本解法と解析条件の仮定と車両の載荷条件が異なっている。すなわち、解析の仮定として、各車両の振動が独立であるとして車両間の連成を考慮していない。また、載荷条件は10(m)の間隔で20(t)の車両を載荷している。本解法によれば、支間長が長くなると車両台数の上限を3台と考えると、図のように衝撃係数は急激に減少する。この理由は、(2)、(3)で考察したように、車両間の連成効果により車両台数が増加しても橋梁の応答は単一車両の応答程度に抑止されるためであると考えられる。なお、ここでは良好な路面状態のデータを用いており、解析結果と示方書の比較には、さらに検討の余地が残されている。

以上のように、車両列荷重のモデルにより衝撃係数は変動する。今後、衝撃係数の算定のために、実際の交通流をモデル化した標準的な車両列荷重のモデル化の作成が望まれる。

6. むすび

本論文では、不規則路面凹凸上を走行する連行車両による、非定常性、各種の連成および車両間の相関をできるだけ厳密に評価した二乗平均応答の解析手法を提示するとともに、いくつかの近似解法を提案した。さらに、本解法を単純桁橋に適用し数値計算を行うことによって、いくつかの知見を得ることができた。得られた結果を要約すると以下のようである。

(1) 路面凹凸を白色雑音過程を入力とするフィルター系でモデル化すると、橋梁-連行車両-路面系は伊藤型の確率微分方程式で記述できる。この方程式に基づいて、連行車両による橋梁応答の分散・共分散を支配する共分散方程式を誘導することができた。この方程式では、非定常性、車両間の連成さらには相関を厳密に評価することができる。本解法では、車両間の連成および相関を無視した解析が可能であるばかりでなく、定常応答理論による近似解法も統一的に取り扱うことができる。

(2) 単純桁橋に対する数値解析より、連行車両による橋梁の振動を規定する主要なパラメーターについて検討した。車両台数は、連成の効果により橋梁の振動を抑止するように作用する。一方、車頭間隔は車両間の相関に直接関係する。すなわち、車頭間隔によっては車両台数の増加に伴って橋梁の応答は増加する場合もあるが、逆に単一車両による応答より小さくなる場合もある。

(3) 共振車頭間隔は車両間の相関に関係していることを示し、その定式化を行った。しかし、支間長の短い橋梁では強い非定常性のために共振車頭間隔を決定する

ことは困難である。

(4) 非定常応答の最大応答を推定するために、定常応答解析に基づく簡便法を提案するとともに、その妥当性の検討を行った。この解法では、車両間の相関を考慮した場合、非定常性の弱い $L=60(\text{m})$ 以上の支間長に対して、また車両間の相関を無視した場合、いずれの支間長に対してもよい推定値を示す。

(5) 本解法に基づいて衝撃係数の算定を行った。車両間の相関を考慮した解析では、車頭間隔を変化させると衝撃係数は変動する。車頭間隔が一樣に分布するものと考え、平均的な挙動を示す解析として車両間の相関を無視した解析を用いることができる。本解法で算定した衝撃係数は、載荷台数が最高3台の場合でも、支間長の増加に伴い急激に減少する。これは車両間の連成効果によるものであり、連行車両による橋梁の応答を考える場合、車両間の連成を無視することはできないものと思われる。

最後に、本研究を遂行するにあたり、有明工業高等専門学校 吉村虎蔵校長、九州大学 彦坂照助教授には常にご指導をいただき、また広島大学 花井正実教授には有益なご助言とご批判をいただき、ここに深く感謝の意を表します。

なお、本研究の計算には、九州大学大型計算機センター計算機 (FACOM M 200) および本学情報処理センター計算機 (FACOM M 180-2/40) を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 山田・小堀：活荷重に対する道路橋の動的応答—衝撃係数—に関する考察，土木学会論文集，No. 148，pp. 40～50，1967年12月。
- 2) 小堀・梶川：単一動荷重に対する道路橋の振動感覚，土木学会論文報告集，No. 248，pp. 11～23，1976年4月。
- 3) 吉村・彦坂・内容：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析，土木学会論文報告集，No. 258，pp. 35～44，1977年2月。
- 4) 成田・桂樹・江本：路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数，土木技術資料，Vol. 20，No. 3，pp. 27～32，1978年3月。
- 5) 岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，No. 286，pp. 15～27，1979年6月。
- 6) 岡林隆敏：高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常 r.m.s. 応答，土木学会論文報告集，No. 296，pp. 13～24，1980年4月。
- 7) 川谷・小松：路面不整を含む単純桁橋の走行荷重による

非定常不規則振動に関する研究，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集第1部，pp. 323～324，1980年9月。

- 8) 山田・小堀：ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究，土木学会論文集，No. 119，pp. 1～9，1965年7月。
- 9) Tung, C.C.: Random Response of Highway Bridges to Vehicle Loads, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 93, No. EM 5, pp. 79～94, October, 1967.
- 10) Tung, C.C.: Response of Highway Bridges to Renewal Traffic Loads, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, No. EM 1, pp. 41～57, February, 1969.
- 11) Shinozuka, M. and T. Kobori: Fatigue Analysis of Highway Bridge, Proc. of JSCE, No. 208, pp. 137～148, Dec. 1972.
- 12) Nakai, H. and H. Kotoguchi: Dynamic Response of Horizontally Curved Girder Bridges under Random Traffic Flows, Proc. of JSCE, No. 244, pp. 117～128, Dec. 1975.
- 13) 星谷・中根：橋の振動による心理的反応の理論解析，土木学会論文報告集，No. 246，pp. 1～8，1976年2月。
- 14) 成田・桂樹・江本・藤城：橋梁の設計動荷重に関する試験調査報告書 [II-1978]，土研資料 1466 号，1979年2月。
- 15) 桂樹・成田：路面凹凸に起因する実働自動車荷重，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集第1部，pp. 479～480，1979年10月。
- 16) 桂樹・成田：路面凹凸に起因する実働自動車荷重の実用推定式，土木学会第35回年次学術講演会講演概要集第1部，pp. 321～322，1980年9月。
- 17) 小松・川谷：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，No. 275，pp. 13～28，1978年7月。
- 18) 梶川康男：振動感覚を考慮した道路橋の使用性解析に関する考察，土木学会論文報告集，No. 304，pp. 47～58，1980年2月。
- 19) 彦坂・吉村・内容：連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数，土木学会論文報告集，No. 290，pp. 31～41，1979年10月。
- 20) 木田・城戸・梶川・小堀：道路橋の路面凹凸パワースペクトル密度に関する調査，土木学会論文報告集，No. 315，pp. 149～155，1981年11月。
- 21) 川合・森崎：自動車走行路面の性質と振動乗心地への関連性，三菱重工技報，Vol. 2, No. 2, pp. 20～28, 1965年。
- 22) 伊藤 清：確率論，岩波書店，1969年。
- 23) Soong, T.T.: Random Differential Equation in Science and Engineering, Academic Press, 1973.
- 24) Arnold, L.: Stochastic Differential Equation: Theory and Applications, John Wiley and Sons, 1974.
- 25) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，pp. 8～20，1973年2月。

(1982.2.2・受付)