

軸方向すべりが埋設管の地震応答に与える 影響について

EFFECT OF SLIPPAGE ON THE SEISMIC RESPONSE OF BURIED PIPES

秋 吉 卓*・澗 田 邦 彦**

By Takashi AKIYOSHI and Kunihiko FUCHIDA

1. 序 論

埋設管の耐震安全性については、これまで多くの研究がなされてきて、その成果の一部は新しい設計基準として生かされようとしているが、土の動的性質の不確かさや地震動の不確かさなどのため、埋設管の地震時挙動の不確かな点が依然多く残されているようである。

まず外力としての地震波については、一般的には表面波と実体波に分けられようが、前者の波速は S 波のそれに近い場合も多く、記録波形からの抽出はそれほど容易ではないようである。したがって今のところ埋設管への入力地震波としては、両者を区別して使用する必然性はないものと思われる。また、強震記録のうち上下動成分は水平動成分に対して比較的小さいが、震央方向とそれに直角方向の水平 2 成分のスペクトル分布はそれほど大差ないことが多く、したがって同一地点で観測された地震動の互いに直交する成分波は相当に相関性が高くなり、これらが管路へ斜め方向より入射するときは、この相関性の影響が大きく出ることが予想されるが、従来の多くの研究あるいは設計基準²⁾では卓越振動数における正弦波を入力することが多く、直交成分波の相関性にはあまり配慮されていなかった。

一方土は、地震波を伝播させる媒体であるから弾性体として取り扱う方が、現象の解釈を容易にする利点があり、この方面からの埋設管の地震応答の研究もこれまでいくつか発表されている^{3)~5)}。しかしながらこの波動論的取扱いでは数値モデルが単純でなくてはならないので、当然対象とする系の中に非線形性があると解析が著しく困難になるという問題点があった。特に大変形時には土と管路との密着を仮定することは相当に無理があり、この点を克服するために単純なすべりを許すモデル

についてのいくつかの提案がなされてはきたが⁶⁾、波動論との関連が不明確なところがあった。

このような点を考慮して本研究では、無限に広がった弾性地盤中に水平に埋設された継目のない様な直管路に、P 波および S 波が同時に斜め方向より入射するときの応答について解析しようとするものである。このとき土と管路の境界は Coulomb 摩擦面とし、正弦定常振動時の境界面のすべり変位とその応力の非線形関係を等価線形化することにより、すべり発生条件式を解析的に導いた。これより管路の周波数応答関数が地震波の変位振幅に依存した形で得られるので、定常波形と考えた P-S 波を離散変位スペクトルに分解したものと積をとることにより、管路の応答ひずみの RMS (2 乗平均平方)などを計算した。さらに継手をもつ系を一樣管路に等価的に変換する近似手法により、継手伸縮量の最大値についての推定を行った。

2. 解析手法とその解

図-1 のように、継目のない様な長い管路が土中に水平に埋設されているところに、管軸を含む平面 (図中 xz 平面) に沿って管軸に対して角度 ϕ で平面 P 波および S 波 (SH 波) が同時に入射してくる場合を考える。このとき土は等方均質な線形弾性体であり、地表面での

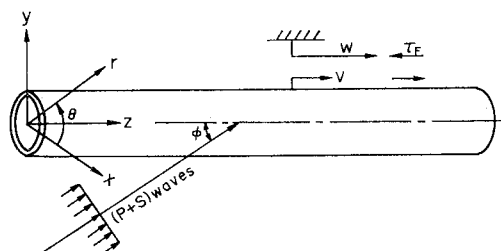


図-1 土・管・地震波のモデル (平面 P-S 波は管軸を含む xz 平面に沿って進行する)

* 正会員 工博 熊本大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 八代工業高等専門学校助手 土木建築科

波動の反射は考えないものとする。さらに管断面については極座標 (r, θ) ，管軸方向に z 座標を設定し，管と土の変位をおのおの v および w [ただし管軸方向のときは $v_z, w_z, (r, \theta)$ 座標のときは v_r, v_θ および w_r, w_θ と記す] より，すべり変位 (土と管との相対変位) を u として， $u=w-v$ と定義する。

そこでまず円振動数 ω で振動する単弦調和 P 波 (平面波) の変位を ψ_p とすると，次式のように書ける。

$$\psi_p = w_1 e^{i(\omega t - k_1 x \sin \phi - k_1 z \cos \phi)} \dots\dots\dots (1)$$

ただし， $w_1 = P$ 波の変位振幅， $k_1 = \omega/v_1 =$ 波数， $\omega =$ 円振動数， $v_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} = P$ 波の伝播速度， $\phi =$ 入射角， $\rho =$ 土の密度， $\lambda, \mu =$ Lamé の定数。

土と管路の軸方向振動 P 波に対する軸方向の振動を考えるときは，土については軸方向変位 w_z と動径方向変位 w_r を考えれば十分であろう。そこで鶴飼の方法⁴⁾により式 (1) の入射波に対して，管路よりの反射波も重ね合わせた式を書くこととなる。

$$w_r = A \frac{q_l}{k_l^2} H_1^{(2)}(q_l r) + B \frac{i k_l}{k_s^2} \cos \phi H_1^{(2)}(q_s r) \dots\dots\dots (2)$$

$$w_z = w_1 \cos \phi \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) (-i)^m J_m(k_l r \sin \phi) \cos m\theta + A \frac{i}{k_l} \cos \phi H_0^{(2)}(q_l r) + B \frac{1}{k_s^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r H_1^{(2)}(q_s r)] \dots\dots\dots (3)$$

ここに， $(2m+1)$ ($m=0$) および $2(m=1, 2, \dots)$ ， $A, B =$ 未定係数， $r, \theta =$ 円筒座標， $J_m(\) =$ 第 1 種 m 次の Bessel 関数， $H_0^{(2)}(\)$ ， $H_1^{(2)}(\) =$ 第 2 種 0 次および 1 次の Hankel 関数， $k_s = \omega/v_s = S$ 波の波数， $v_s = \sqrt{\mu/\rho} = S$ 波の伝播速度， $\mu = G =$ 土のせん断弾性係数， $q_l = k_l \sin \phi$ ， $q_s = k_s \cos \phi$ ， $h_s = \sqrt{1 - (v_s/v_1)^2 \cos^2 \phi}$ 。また式 (2)，(3) においては指数部分 $\exp[i(\omega t - k_1 z \cos \phi)]$ は省略してある。

さて軸方向の振動では，式 (2) の動径方向変位 w_r は一般には小さいので³⁾，管表面上で 0 と仮定すると，式 (3) の未定係数 A, B のうち 1 つを消去できる。一方地震波の変位スペクトルは一般的には低振動数域で卓越するので，管半径が $r_0 < 1$ m， $v_1 \cong 400$ m/s 程度の場合を考えると，

$$q_l r_0 = k_l r_0 \sin \phi = r_0 \omega \sin \phi / v_1 < 1$$

となるので， $q_l r_0$ の小さい範囲では Bessel 関数は次数の増加とともに減少するようになる。すなわち，

$$J_0(q_l r_0) > J_1(q_l r_0) > J_2(q_l r_0) > \dots$$

したがって，これらのことを勘案すると，式 (3) は結局次式のように簡単な式に書き改められる。

$$w_z = w_{z1} + w_{z2} = (w_{z1}' + w_{z2}') e^{i(\omega t - k_1 z \cos \phi)} \dots\dots\dots (4)$$

ただし，

$$w_{z1}' = w_1 \cos \phi J_0(k_l r \sin \phi) \text{ [=入射波]} \dots (5)$$

$$w_{z2}' = B \left(\frac{v_s}{\omega} \right)^2 H_1^{(2)}(q_s r_0) F(r) \text{ [=反射波]} \dots\dots\dots (6)$$

$$F(r) = \frac{k_l^2 \cos^2 \phi}{q_l} \frac{H_0^{(2)}(q_l r)}{H_1^{(2)}(q_l r_0)} + \frac{q_s H_0^{(2)}(q_s r)}{H_1^{(2)}(q_s r_0)} \dots\dots\dots (7)$$

式 (4) を用いると，土と管の境界面 ($r=r_0$) におけるせん断応力 τ_{rz} は次式で与えられる。

$$\tau_{rz}|_{r=r_0} = \mu \left. \frac{\partial w_z}{\partial r} \right|_{r=r_0} = -[\alpha_1 w_{z1} + \alpha_2 w_{z2}] \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$\alpha_1 = \mu k_l \sin \phi \frac{J_1(q_l r_0)}{J_0(q_l r_0)}, \quad q_l r_0 = r_0 \omega \sin \phi / v_1 \dots\dots\dots (9)$$

$$\alpha_2 = \frac{\rho \omega^2}{F(r_0)} \dots\dots\dots (10)$$

特に式 (10) の α_2 は resistance factor⁷⁾ とよばれている。

すべりの定式化 境界面でのすべりが生じているときは，摩擦応力 τ_F と境界面でのせん断応力 τ_{rz} [=式 (8)] とはつり合っている。

$$\tau_F = \tau_{rz}|_{r=r_0} \dots\dots\dots (11)$$

ところで，多くの摩擦モデルでは摩擦応力 τ_F はすべり変位 u およびその速度振幅 $\dot{u} = du/dt$ で表現されることが多い。そこで土と管の境界面に図-2 のような Coulomb 摩擦

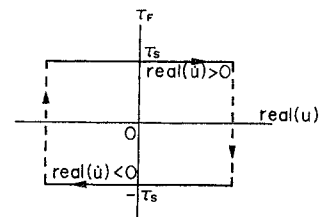


図-2 すべり変位 u と摩擦応力 τ_F の関係 (Coulomb 摩擦)

を考えるとき，これを等価線形化手法により線形化すると次式のように簡単な形に書ける^{8)~10)}。

$$\tau_F = c_e \dot{u} = \frac{4 \tau_s}{\pi \omega U} \dot{u} \dots\dots\dots (12)$$

ただし， $c_e = 4 \tau_s / \pi \omega U =$ 等価粘性係数， $\tau_s =$ すべり応力， $U =$ すべり変位 u の実振幅。

ここですべり変位 u も定常調和振動しているものとして，次の形に書く。

$$u = U e^{i(\omega t - k_1 z \cos \phi - \phi_U)} \dots\dots\dots (13)$$

ただし $\phi_U = u$ の位相差である。このとき式 (8)，(12) および (13) を式 (11) に代入すると次式を得る。

$$\alpha_1 w_{z1} + \alpha_2 w_{z2} = -i \frac{4 \tau_s}{\pi} e^{i(\omega t - k_1 z \cos \phi - \phi_U)} \dots (14)$$

管軸方向の相互作用 軸方向に振動している管路の

運動方程式は次のように書ける。

$$m \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial t^2} = ES \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial z^2} + 2\pi r_0 \tau_{rz}|_{r=r_0} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 v_{z1} = 管路の軸方向変位、 m = 管路の単位長質量、 E = 管路の Young 率、 S = 管路の実断面積、 $\tau_{rz}|_{r=r_0}$ = 境界面のせん断応力 = 式 (8)。

ここで先述のように、すべり変位 u を境界面における土と管路の変位の差 (相対変位) と定義すると、次式のように書ける。

$$u_1 = w_{z1} - v_{z1} \dots\dots\dots (16)$$

そこで、式 (4)、(8)、(13)、(16) を式 (15) に代入して、時間項を省略すると次式を得る。

$$M_0 U e^{-i\phi U} + 2\pi r_0 i \frac{4\tau_s}{\pi} e^{-i\phi U} = M_0 \left[\left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) w_{z1}' - i \frac{4\tau_s}{\pi \alpha_2} e^{-i\phi U} \right] \dots\dots\dots (17)$$

この式 (17) を実数部・虚数部に分解すると次の2式となる。

$$\left(U + \frac{4\tau_s}{\pi} s_2 \right) \cos \phi U + \frac{4\tau_s}{\pi} \left(\frac{2\pi r_0}{M_0} + s_1 \right) \sin \phi U = (1 - \alpha_{1s1}) w_{1R}' - \alpha_{1s2} w_{1I}' \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{4\tau_s}{\pi} \left(\frac{2\pi r_0}{M_0} + s_1 \right) \cos \phi U - \left(U + \frac{4\tau_s}{\pi} s_2 \right) \sin \phi U = \alpha_{1s2} w_{1R}' + (1 - \alpha_{1s1}) w_{1I}' \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 w_{1R}' 、 $w_{1I}' = w_{z1}'$ の実数・虚数部、 a 、 $b = \alpha_2$ の実数・虚数部および

$$M_0 = -m\omega^2 + ES k_I^2 \cos^2 \phi, \\ s_1 = a/(a^2 + b^2), s_2 = b/(a^2 + b^2)$$

したがって式 (18)、(19) の各平方の和をとると、すべり変位の実振幅 U が解析的に得られる。

$$U = - \frac{4\tau_s}{\pi} s_2 + \sqrt{ \left\{ (1 - \alpha_{1s1})^2 + \alpha_{1s2}^2 \right\} |w_{z1}'|^2 - \left(\frac{4\tau_s}{\pi} \right)^2 \left(\frac{2\pi r_0}{M_0} + s_1 \right)^2 } \dots\dots\dots (20)$$

上式は $|w_{z1}'| > w_{cr}$ のときに成立するが、それ以外のときは $U=0$ (土と管路は完全密着) となる。ただし w_{cr} はすべりの限界変位であり、次式で与えられる。

$$w_{cr} = \frac{4\tau_s}{\pi} \sqrt{ \left(\frac{2\pi r_0}{M_0} + s_1 \right)^2 + s_2^2 } \dots\dots\dots (21)$$

鶴飼⁶⁾も式 (20)、(21) と同様な関係式を導いているが、その場合は管体の質量を考慮しておらず、かつ式 (21) の限界変位を表わす式において α_2 の虚数部 s_2 を 0 と置いて導いた形となっている。しかし s_2 は α_2 の実数部 s_1 に比べてそれほど小さい値ではないので、これを無視して w_{cr} を誘導するのは若干問題がある。

同様に式 (18)、(19) より位相角 ϕU も導かれるので、これら U および ϕU を用いると、式 (4)、(13)

および (16) より管の軸方向変位 v_z が次式のように得られる。

$$v_z = H_{z1}(\omega) w_1 \cos \phi e^{i(\omega t - k_I z \cos \phi)} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 $H_{z1}(\omega) = P$ 波に対する 管路の軸方向周波数応答関数であり、次式のようなものである。

$$H_{z1}(\omega) = (k_{z2}' - k_{z1}) \frac{J_0(k_I r_0 \sin \phi)}{M_0 + k_{z2}'} \dots\dots\dots (23)$$

ただし、 $k_{z1} = 2\pi r_0 \alpha_1$ 、 $k_{z2}' = 2\pi r_0 \alpha_2'$ = 土の単位長当たりの見掛けの剛性、 α_2' = 見掛けの resistance factor で次式で表わされる。

$$\alpha_2' = \alpha_2 \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) M_0 U}{M_0 U + i \frac{4\tau_s}{\pi} \frac{M_0 + 2\pi r_0 \alpha_2}{\alpha_2}} \right] \dots\dots\dots (24)$$

したがって、P 波に対する 管路の軸ひずみ ϵ_{a1} は次式のようになる。

$$\epsilon_{a1} = \frac{\partial v_z}{\partial z} = -i k_I \cos \phi H_{z1}(\omega) \times w_1 \cos \phi e^{i(\omega t - k_I z \cos \phi)} \dots\dots\dots (25)$$

土と管路の横方向振動 式 (1) の P 波の管軸直角方向 (図-1 の x 軸方向) 成分波に対する 管路の横方向の振動については、 (r, θ) 方向変位成分の w_r 、 w_θ を考えれば十分であろう。そこで式 (1) の x 軸方向の入射波とその反射波を重複させて書くと次式のようになる³⁾。

$$w_r = w_1 \sin \phi \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2)^m}{2} (-i)^{m-1} [J_{m-1}(q_I r) - J_{m+1}(q_I r)] \cos m\theta + \sum_{m=0}^{\infty} \left[C \frac{\partial H_m^{(2)}(q_I r)}{\partial r} + D \frac{m}{r} H_m^{(2)}(q_I r) \right] \cos m\theta \dots\dots\dots (26)$$

$$w_\theta = -w_1 \sin \phi \sum_{m=0}^{\infty} (-i)^{m-1} \frac{2m}{q_I r} J_m(q_I r) \sin m\theta - \sum_{m=0}^{\infty} \left[C \frac{m}{r} H_m^{(2)}(q_I r) + D \frac{\partial H_m^{(2)}(q_I r)}{\partial r} \right] \sin m\theta \dots\dots\dots (27)$$

ただし、 C 、 D = 未定係数であり、時間項 $\exp[i(\omega t - k_I z \cos \phi)]$ を省略してある。

そこで管路の横方向変位を

$$v_x = v_x' e^{i(\omega t - k_I z \cos \phi)} \dots\dots\dots (28)$$

と書くと、管周方向のすべりや断面変形を無視し得るときは、 w_r 、 w_θ に関して次の境界条件を設定することができる。

$$\left. \begin{aligned} w_r|_{r=r_0} &= v_x' \cos \phi e^{i(\omega t - k_I z \cos \phi)} \\ w_\theta|_{r=r_0} &= -v_x' \sin \phi e^{i(\omega t - k_I z \cos \phi)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

これらの境界条件より、 C 、 D は管と入射波の振幅 v_x' と w_1 で書き表わすことができるので、このとき単位長の管路に作用する 地震力 p_x' は次式のように書き表わ

される。

$$p_x' = \rho\pi r_0^2 \omega_1 \omega^2 h_s^2 \sin \phi K_{x1} - \rho\pi r_0^2 v_x' \omega^2 h_s^2 K_{x2} \dots\dots\dots (30)$$

ここに

$$K_{x1} = \frac{2[J_0(q_l r_0)(R_s - 2) + J_1(q_l r_0)(R_l - R_s)] / (q_l r_0)}{R_l R_s - R_l - R_s}$$

$$K_{x2} = \frac{R_l + R_s - 4}{R_l R_s - R_l - R_s}, \quad R_l = q_l r_0 \frac{H_0^{(2)}(q_l r_0)}{H_1^{(2)}(q_l r_0)}$$

$$R_s = q_s r_0 \frac{H_0^{(2)}(q_s r_0)}{H_1^{(2)}(q_s r_0)}$$

管軸直角方向の相互作用 管軸直角方向に振動している管路の運動方程式は次のように書ける。

$$EI \frac{\partial^4 v_x}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} = p_x' e^{i(\omega t - k_l z \cos \phi)} \dots\dots (31)$$

ここに、 l =管路の断面2次モーメント。

式(28),(30)を式(31)に代入すると次式を得る。

$$v_x = H_{x1}(\omega) \omega_1 \sin \phi e^{i(\omega t - k_l z \cos \phi)} \dots\dots (32)$$

ここに、 $H_{x1}(\omega)$ =P波に対する管軸直角方向の周波数応答関数であり、次式のようになる。

$$H_{x1}(\omega) = \frac{\rho\pi r_0^2 \omega^2 h_s^2 K_{x1}}{EI k_l^4 \cos^4 \phi - m \omega^2 + \rho\pi r_0^2 \omega^2 h_s^2 K_{x2}} \dots\dots\dots (33)$$

これより管路の曲げひずみ ϵ_{b1} は次のように求められる。

$$\epsilon_{b1} = -r_0 \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = r_0 k_l^2 \cos^2 \phi \cdot v_x \dots\dots\dots (34)$$

それゆえP波に対する管路の全ひずみ ϵ_1 は式(25)の軸ひずみと式(34)の曲げひずみとの和となり、次式のように書き表わされる。

$$\epsilon_1 = \epsilon_{a1} + \epsilon_{b1} = G_1(\omega) \omega_1 e^{i(\omega t - k_l z \cos \phi)} \dots\dots (35)$$

ただし、 $G_1(\omega)$ =P波に対する管ひずみの周波数応答関数であり、次式となる。

$$G_1(\omega) = -ik_l \cos \phi H_{z1}(\omega) \cos \phi + r_0 k_l^2 \cos^2 \phi H_{x1}(\omega) \sin \phi \dots\dots (36)$$

一方、同じ方向よりS波(SH波)が入射するときは、図-1を参照するとP波入射の場合の $\omega_1 \cos \phi$, $\omega_1 \sin \phi$, $k_l = \omega/v_l$ をそれぞれ $\omega_2 \sin \phi$, $-\omega_2 \cos \phi$, $k_s = \omega/v_s$ と置き換えれば、同様の手順で解が得られる。ただし、 ω_1, ω_2 =P・S波の変位振幅、 v_l, v_s =P・S波の伝播速度。したがってS波に対する管ひずみ ϵ_2 は次式のように書ける。

$$\epsilon_2 = G_2(\omega) \omega_2 e^{i(\omega t - k_l z \cos \phi)} \dots\dots\dots (37)$$

ただし、 $G_2(\omega)$ =S波に対する管ひずみ ϵ_2 の周波数応答関数であり、次式のように軸ひずみと曲げひずみの和である。

$$G_2(\omega) = -ik_s \cos \phi H_{z2}(\omega) \sin \phi - r_0 k_s^2 \cos^2 \phi H_{x2}(\omega) \cos \phi \dots\dots (38)$$

ここに、 $H_{z2}(\omega), H_{x2}(\omega)$ =S波に対する管軸および同

直角方向の変位の周波数応答関数。

かくしてP波・S波が同時に管路に入射するときの管路の全ひずみ ϵ は、式(35)の ϵ_1 と式(37)の ϵ_2 の和として次式で与えられる。

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = G_1(\omega) \omega_1 e^{i\omega(t - z \cos \phi/v_l)} + G_2(\omega) \omega_2 e^{i\omega(t - z \cos \phi/v_s)} \dots\dots\dots (39)$$

不規則P・S波に対する解析 地震波を定常不規則振動しているP・S波とすることは、上述の単弦波 $\omega_1 \exp(i\omega t), \omega_2 \exp(i\omega t)$ を定常確率過程 $\omega_1(t), \omega_2(t)$ と考えればよい。しかしながら地震動の継続時間は有限であるから、その継続時間を T とすると、 $\omega_1(t), \omega_2(t)$ は $[0, T]$ で次のように級数に展開し得る。

$$\omega_1(t) = T \int_0^F W_1(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \sum_{k=0}^{N-1} W_1(\omega_k) e^{i\omega_k t} \dots\dots\dots (40)$$

$$\omega_2(t) = T \int_0^F W_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \sum_{k=0}^{N-1} W_2(\omega_k) e^{i\omega_k t} \dots\dots\dots (41)$$

ただし、 $F=1/\Delta t$ =振動数の上限値、 Δt =選点間隔、 $W_1(\omega_k), W_2(\omega_k)$ =P・S波の $\omega = \omega_k$ における離散変位スペクトル、 $d\omega = 1/T, t_j = j\Delta t, \omega_k = 2\pi f_k = 2\pi k\Delta f = 2\pi k/T$ 。したがって、式(40),(41)の逆変換形を次式のように書くと、結局これらは高速Fourier変換対となっていることがわかる。すなわち

$$W_1(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \omega_1(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \omega_1(t_j) e^{-i\omega t_j} \dots\dots\dots (42)$$

$$W_2(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \omega_2(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \omega_2(t_j) e^{-i\omega t_j} \dots\dots\dots (43)$$

定常振動論によると¹⁴⁾、式(39)のように周波数応答関数が得られているときは、次式のようなFourier変換形で表わすことができる。

$$\epsilon = G_1(\omega) e^{-ik_l z \cos \phi} W_1(\omega) + G_2(\omega) e^{-ik_s z \cos \phi} W_2(\omega) \dots\dots\dots (44)$$

したがって、式(44)をFourier逆変換すれば管ひずみの時間応答が得られる。

さらに管ひずみ ϵ の2乗平均を σ_p^2 とすると、同様に次式のように表わすことができる。

$$\sigma_p^2 = \sigma_{p1}^2 + \sigma_{p2}^2 + 2\sigma_{p12}^2 \dots\dots\dots (45)$$

ただし

$$\sigma_{p1}^2 = \int_0^\infty |G_1(\omega)|^2 S_1(\omega) d\omega \dots\dots\dots (46)$$

$$\sigma_{p2}^2 = \int_0^\infty |G_2(\omega)|^2 S_2(\omega) d\omega \dots\dots\dots (47)$$

$$\sigma_{p12}^2 = \int_0^\infty \text{Re}[G_1^*(\omega) G_2(\omega) S_{12}(\omega)] d\omega \dots\dots (48)$$

ここに、 $S_1(\omega)$, $S_2(\omega) = P \cdot S$ 波の変位パワースペクトル密度関数, $S_{12}(\omega) = P \cdot S$ 波の変位クロスパワースペクトル密度関数, $G_1^*(\omega) = G_1(\omega)$ の複素共役関数.

ところで、 $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$ および $S_{12}(\omega)$ は式 (42), (43) の定義により、 $W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$ と次のように関係づけられている.

$$S_1(\omega) = T |W_1(\omega)|^2 \dots\dots\dots (49)$$

$$S_2(\omega) = T |W_2(\omega)|^2 \dots\dots\dots (50)$$

$$S_{12}(\omega) = T W_1^*(\omega) W_2(\omega) \dots\dots\dots (51)$$

しかるに、入力として強震記録などの比較的定常とみなし得る主要動部分の加速度波形 $\ddot{w}_1(t)$, $\ddot{w}_2(t)$ を用いるときは、それらの Fourier 変換形 $\dot{W}_1(\omega)$, $\dot{W}_2(\omega)$ より変位スペクトル $W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$ は近似的に次式で計算してよいであろう.

$$W_1(\omega) = -\dot{W}_1(\omega)/\omega^2$$

$$W_2(\omega) = -\dot{W}_2(\omega)/\omega^2$$

3. 継手伸縮量の簡易推定法

これまで継手のない一様管路の地震応答についての解析手法を述べてきたが、これを用いて継手のある管路の地震応答についての大きな推定を試みる.

そこで有限長の管体と継手が交互に周期的に直列結合している管路を考えよう. このとき管体の軸方向のばね剛性を k_p , 継手のそれを k_j とし、管長を l , 管実断面積を S , その Young 率を E とすると、 $k_p = ES/l$ であるから、静的なつり合い関係より等価なばね剛性 $k' = E'S/l$ および等価な Young 率 E' は次の関係を満たすことは明らかである.

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_j} \text{ あるいは } \frac{E'}{E} = 1 - \frac{1}{1 + k_j/k_p} \dots\dots\dots (52)$$

一方、管路の等価伝播速度 v_p' については、 $v_p'/v_p = \sqrt{E'/E}$ の関係があるので、これの一部を k_j/k_p に対して示したのが 図-3 である.

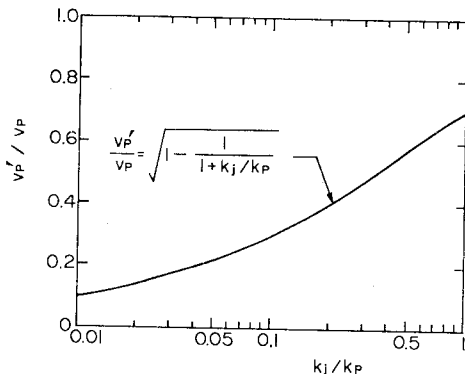


図-3 継手・管体剛性比に対する等価伝播速度比

そこで後出の数値計算で対象とするダクタイル鋳鉄管について考えてみよう. 内径 30 cm, 管長 6 m 程度の管では、破壊しない限り $k_p = 3 \times 10^4$ t/m, $k_j = 5 \times 10^3$ t/m 程度と推定されるので^{(12),(13)}, k_j/k_p が l に比例的であることを考え合わせると、ダクタイル鋳鉄管では $k_j/k_p \cong l/36$ (l =メートル単位) の近似式が成立することになる. したがって 図-3 は管長 l の 1~50 m の範囲を示していることになる.

ところで、管表面にすべりが発生するときはそれだけ管体の応答が小さくなるのが予想されるが、管路の一端が何らかの拘束、たとえばマンホールや分枝などのためほぼ地盤と同じ動きをしているときは、その点の土と管路の相対変位(すべり)に相当した大きな変形が生じる可能性がある. したがってそのようなところに継手が入っているとすると、継手の伸縮量 d の最大値は、概略管体部分のすべり量 d_s と継手部分の前後端間の相対変位 d_j との和で推定することができよう.

まずすべり量 d_s については、P 波によるもの $[u = Ue^{-i\phi u}]$ と S 波によるものとの和をとることになるが、このとき $z=0$ としても一般性を失うことはないので、次式のように表わす.

$$d_s = L_1(\omega)w_1e^{i\omega t} + L_2(\omega)w_2e^{i\omega t} \dots\dots\dots (53)$$

ただし、 $L_1(\omega)$, $L_2(\omega)$ はそれぞれ P・S 波による管路のすべり量の周波数応答関数に相当するもので、 $L_1(\omega)$ のみを示すと次のようになる.

$$L_1(\omega) = \left(1 - \frac{\alpha_2'}{\alpha_2}\right) \cos \phi J_0(kl r_0 \sin \phi) [e^{-ikl \cos \phi} - 1] \dots\dots\dots (54)$$

ここに、 α_2' , α_2 は P 波に対する土の resistance factors [=式 (24)] であるが、特に前者の見掛けの resistance factor α_2' はすべり変位振幅 U の関数となっている. また $L_2(\omega)$ については、これまで S 波について導いた方法で式 (54) とほぼ同様な形のものが見られる.

さらに d_j については、一様管路のひずみを表わす式 (39) を継手有効長 e だけ積分すればよいので、次式のようになる.

$$d_j = \int_0^e \varepsilon dz = N_1(\omega)w_1e^{i\omega t} + N_2(\omega)w_2e^{i\omega t} \dots\dots\dots (55)$$

ここに

$$N_1(\omega) = [H_{21}(\omega) \cos \phi + ir_0 k_l \cos \phi H_{21}(\omega) \sin \phi] [e^{-ik_l e \cos \phi} - 1] \dots\dots\dots (56)$$

$$N_2(\omega) = [H_{22}(\omega) \sin \phi - ir_0 k_s \cos \phi H_{22}(\omega) \cos \phi] [e^{-ik_s e \cos \phi} - 1] \dots\dots\dots (57)$$

したがって、一継手の最大伸縮量の推定値 d は $d_s + d_j$ より

$$d = P_1(\omega)w_1e^{i\omega t} + P_2(\omega)w_2e^{i\omega t} \dots\dots\dots (58)$$

ここに、 $P(\omega) = L_1(\omega) + N_1(\omega)$,

$$P_2(\omega) = L_2(\omega) + N_2(\omega)$$

さらに前節と同様の手法により、継手伸縮量の RMS を σ_d とすると

$$\sigma_d^2 = \int_0^{\infty} \{ |P_1(\omega)|^2 S_1(\omega) + |P_2(\omega)|^2 S_2(\omega) + 2 \operatorname{Re}[P_1^*(\omega) P_2(\omega) S_{12}(\omega)] \} d\omega \quad \dots(59)$$

4. 数値計算結果とその考察

ここでは管路としてよく使用されているダクタイル鋳鉄管を解析の対象とし、土・管路・地震波の諸元については以下のように設定した。

管路は通常地表面のごく近くに埋設されるので、すべり応力 τ_s と土のせん断弾性係数 G との比は、静的には $\bar{\tau}_s = \tau_s / G = 10^{-4} \sim 10^{-5}$ 程度と推定されるが、特に砂質性の土では振動時にはこれより相当低下することが予想されるので、 10^{-6} までを検討することにした。一方土の S 波の伝播速度 v_s は本来 τ_s と関連を有すると思われるが明瞭ではないので、ここでは互いに独立に取り扱い、 $v_s = 50 \sim 400 \text{ m/s}$ 程度を対象にした。さらに管と土の質量比を $\bar{m} = \rho_p S / \rho \pi r_0^2 = 0.5$ (ρ_p = 管の質量, S = 管の実断面積, ρ = 土の密度, r_0 = 管半径), $I / S r_0^2 = 0.5$ (I = 管の断面 2 次モーメント), 管体の縦波伝播速度 $v_p = 4.0 \text{ km/s}$, 土の P-S 波の伝播速度比 $v_l / v_s = 0.2$ を固定して計算に具した。また断らない限り、地震波の管路への入射角は $\phi = 45^\circ$ とした。

さて本解析において実地震波を入力するときの、選点

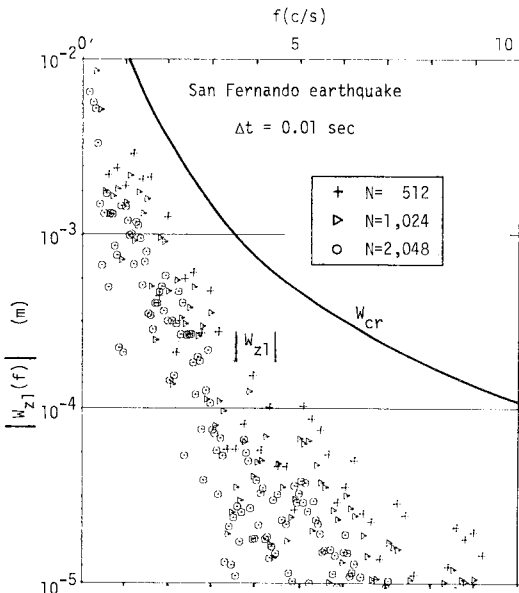


図4 地震波の変位スペクトル $|W_{z1}|$ と限界すべり変位 w_{cr}

総数 N の値についてここで検討しておく。すなわちすべりが発生するかどうかを、地震波の変位スペクトルの絶対値 $|W_{z1}'(f)|$ および $|W_{z2}'(f)|$ [=式 (42) および (43)] と限界すべり変位 w_{cr} [P 波による場合は式 (21)] との大小関係で判断することになっているが、この W_{z1}' および W_{z2}' は式 (42), (43) の定義でわかるように、ある振動数における平均変位振幅であるから、離散時間間隔 Δt が一定ならば選点数 N , したがって継続時間 $T = N\Delta t$ が大きいほどこの平均化が安定してくることになる。そこで $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ の選点に対して、その状況の一部を San Fernando 地震について示したのが図-4 であり、図中では $|W_{z1}'|$ のスペクトルを + ($N = 512$), ▷ ($N = 1024$) および ○ ($N = 2048$) という記号で示している。高振動数域では N による差が若干出てくるが、値そのものが相当小さいことと変位スペクトルでは低振動数域が重要であることから、これらの差はほとんど問題にならないであろう。むしろ低振動数域ではそれほどの差はないので、本研究では、 $N = 1024$ と 2048 とが比較的接近していることからほぼ安定しているとみなして、以後の解析では $N = 1024$ として、 $\Delta t = 0.02 \text{ s}$ の選点を行った。これに伴って、振動数の間隔は $\Delta f = 1/T = 0.0488 \text{ c/s}$, 積分上限値 $F = 1/\Delta t = 50 \text{ c/s}$ となる。なお図中にすべりの限界変位 w_{cr} も図示しているが、この状態では $|W_{z1}'| < w_{cr}$ であるから、いかなる f についても P 波によるすべりは発生していないが、式 (21) よりもわかるように w_{cr} はすべり応力 τ_s に比例的であるため、 τ_s が低下するにつれて図中の w_{cr} は下方に移動していくので、しだいにすべりに至る振動数成分が増していく。ところで実地震動のスペクトルは凹凸が激しいので、管路のすべりは τ_s のある範囲では散発的に生じ、依然として弾性的な相互作用も存在する、いわゆる管路と土の不完全密着の状態が続くことがわかる。

さて本解析では、地震波の主要動部分が定常的に継続することを想定して、入力 P-S 波として El Centro (1940) 波の NS-EW 成分をそれぞれ充てた。これらの主要動の 10.24 s ($\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 間隔で、 $N = 1024$ 点サンプリング) の RMS (Root mean square) 値はともに 100 gal (1.0 m/s^2) にも達するが、ここでは定常応答を取り扱っているので、入力のパワーが一定の方が応答の比較に都合がよいことと、強震記録波形の震央方向とその直交成分はそれほど大差ないことが多いことなどにより、本解析ではこれら P-S 波として用いた El Centro (1940) 強震記録の RMS はともに 50 gal (0.5 m/s^2) を標準として設定した。これら P-S 波として用いた修正 El Centro 波形の加速度スペクトルの絶対値 $|\dot{W}_1(f)|$, $|\dot{W}_2(f)|$ の一部を 図-5 中にそれぞれ実・点線として示した。

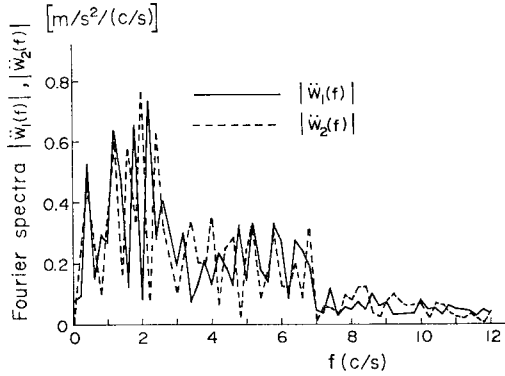


図-5 入力 P・S 波 (RMS=0.5 m/s²) の加速度パワースペクトル

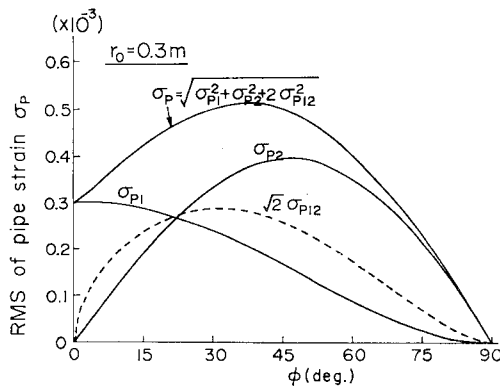


図-6 入射角 ϕ に対する管ひずみの RMS σ_p

図-6 は、ほとんどすべりが生じていない場合の管ひずみの RMS σ_p の一例を入射角 ϕ に対して図示したものであるが、従来の研究⁴⁾の結果と同様に $\phi=35^\circ$ 付近が最大ひずみを与えることがわかる。また図中の σ_{p1} 、 σ_{p2} はおのおの P・S 波による管ひずみの RMS、および σ_{p12} は P・S 波のクロスパワーによる管ひずみの RMS であるが、当然 σ_{p12} は全管ひずみ σ_p を増大させるとともに、管軸に沿って地震波が入射するときは P 波が、入射角が 45° に近いときは S 波が管ひずみに大きな効果

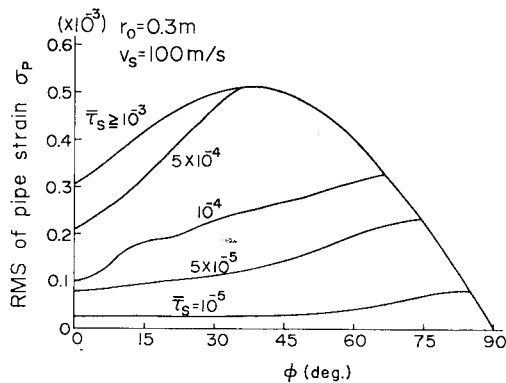


図-7 入射角 ϕ に対する管ひずみの RMS σ_p

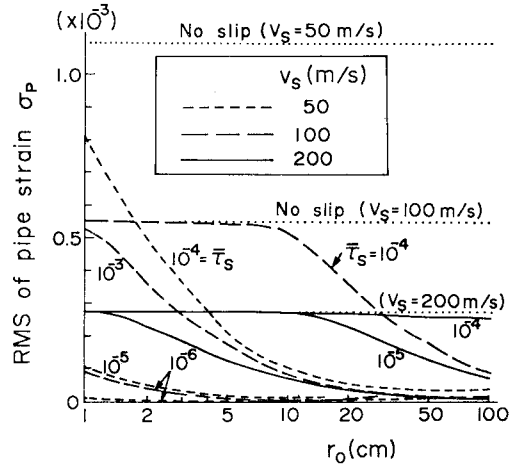


図-8 管半径 r_0 に対する管ひずみの RMS σ_p

をもつことがわかる。

図-7 は前図と同様に管ひずみの RMS σ_p を入射角 ϕ に対して図示したものである。すべり応力 τ_s が小さくなくても、入射角 ϕ が小さいときは、すべりが発生しやすいことが示されているが、このことは前図の σ_p の構成からもわかるように、すべりは管軸に沿って入射する P 波によって引き起こされる可能性が大きく、 τ_s の低下とともに S 波の影響も出てくるといえよう。

図-8 は管ひずみの RMS σ_p と管半径 r_0 との関係を図示したものであるが、すべり応力 τ_s が小さいほど、

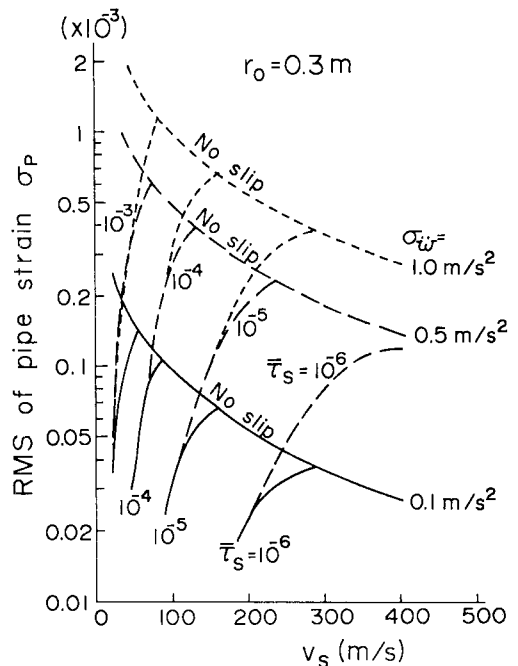


図-9 S 波伝播速度 v_s に対する管ひずみの RMS σ_p

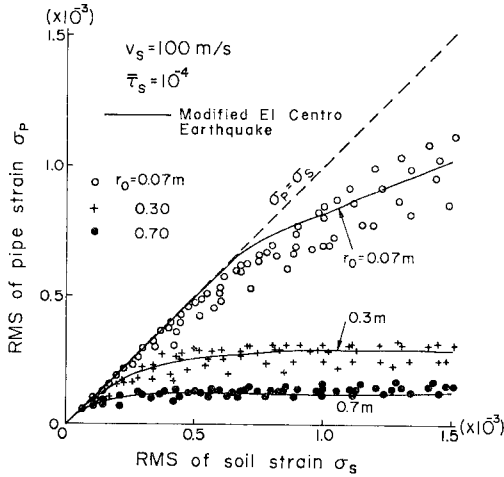


図-10 地震波と管の RMS ひずみの関係

土が軟らかい (v_s が小さい) ほど、かつ管径が大きいほどすべりが発生しやすく、このとき σ_p は著しく小さな値にとどまることが示されている。このような場合は、管体には地震被害が生じにくく、逆にそれだけ継手部分に負担がかかることが予想されるが、このことについては後述する。

図-9 は、土の剛性を S 波の伝播速度 v_s で代表させて、入射 P-S 波 (修正 El Centro 波) の加速度 RMS σ_{w1} , $\sigma_{w2}=0.1$ (実線), 0.5 (破線) および 1.0 (点線) m/s^2 の 3 種に対して v_s と管ひずみの RMS σ_p との関係を図示したものである。土が軟弱になるにつれて、すべり応力 τ_s のいかんでは、すべりが急速に発生するために、管路に地震波が入力しにくくなり、 $r_0=0.3m$ 程度の管路での管ひずみ σ_p は 10^{-3} 程度以下の値にとどまることが示されている。

次にいくつかの強震波形の強度 (加速度振幅) を増減させて管路へ入射させたときの土 (入射波) のひずみの RMS σ_s を横軸、管のひずみの RMS σ_p を縦軸にとって図化したものが 図-10 である。一般的には σ_p は σ_s より小さいので、図中の $\sigma_p = \sigma_s$ (点線) より下側に現われることになる。また図中の実線は El Centro 波、離散点はその他の強震波 (この場合も水平・直交成分波を P-S 波とみなし、両者の RMS を等しくしている) による σ_p と σ_s の関係であるが、すべりが著しいほど結果がまとまってくるが示されている。また管径が小さいほどすべりが生じにくくなり、管ひずみは土のひずみと大差なく、従来からいわれていたように³⁾ 埋設管路のように比較的剛性の小さい構造物と土との相互作用は顕著ではないといえよう。一方、 r_0 の大なるほど σ_s の小さな地震波に対してもすべりを生じ、管体の σ_p を増大させない効果をもつことがわかる。この例のように、いったんすべりが生じると完全なすべりに入ってし

まうのは、前出の 図-5 のように仮定した P-S 波の加速度振幅スペクトル $\dot{W}_1(\omega)$, $\dot{W}_2(\omega)$ を ω^2 で除して得られる変位振幅スペクトル $W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$ (図-6 で説明済み) は低振動数域が強調される曲線となるため、すべりの限界変位 w_{cr} との大小関係によっては低振動数域で大幅なすべりが生じて、一挙に管ひずみの全パワーがすべりによって失われることになり、 σ_p は外力の σ_s とは無関係になるのであろう。

さて、これまでは継手のない一様な管路について検討してきたが、これから管長 l の管体と継手部 (その有効長を $e=0.2m$ とする) とが交互に結合されている場合

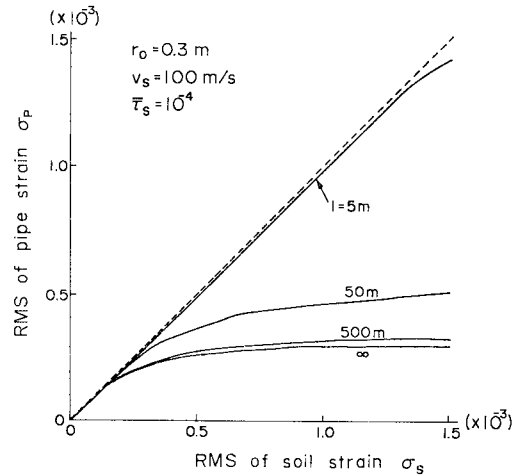


図-11 地震波と管の RMS ひずみの関係

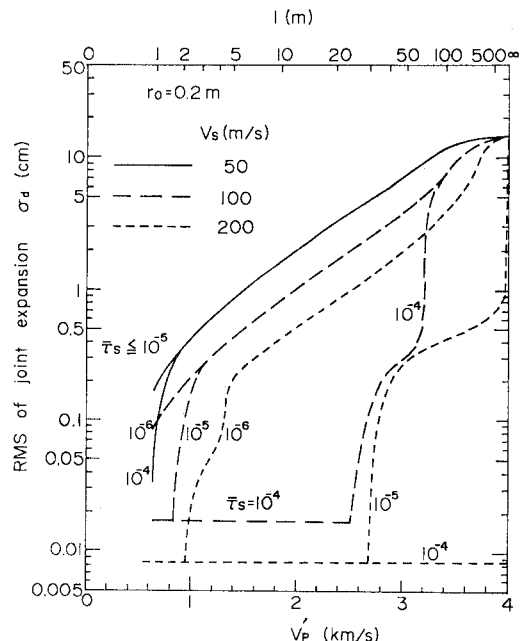
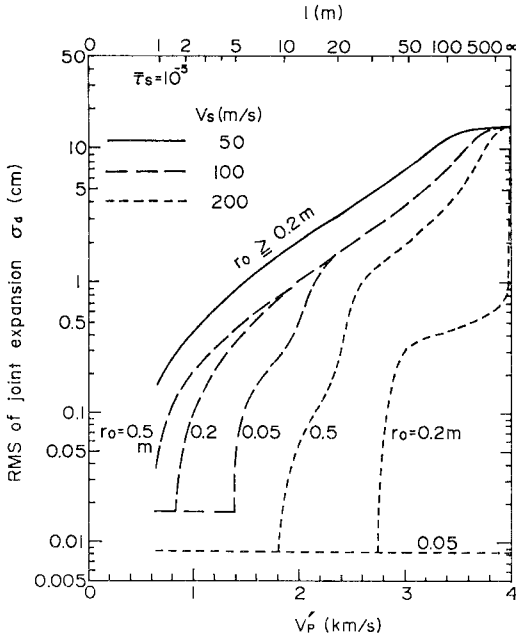


図-12 管長 l (等価伝播速度 v_p') に対する継手伸縮量の RMS σ_d



図—13 管長 l (等価伝播速度 v_p') に対する継手伸縮量の RMS σ_d

の管ひずみの RMS σ_p および継手部の最大伸縮量の RMS σ_d について考えてみよう。まず 図—11 は地震波のひずみの RMS σ_s に対する管ひずみの RMS σ_p を管長 l をパラメーターとして図示したものである。図より明らかに、管長が短いほどすべりが生じにくくなり、それだけ管体のひずみは増すが、これは等価管路の剛性が小さくなるために見掛け上すべりにくくなるものと思われる(式 (32) および前出の $k_j/k_p \cong l/36$ の関係を使用)。

図—12 および 13 は、継手部の伸縮量を管路の等価伝播速度 v_p' および管長 l に対して図示したものである。図—12 は、すべり応力 τ_s および土の S 波の伝播速度 v_s をパラメーターとして示したもので、当然管長 l が小さいほど継手伸縮量 σ_d は減少する。したがって継手部の伸縮量を小さく抑えるには、継手を多めに入れて個々の管長を短くして、管路全体の剛性を下げればよいことになるが、硬い (v_s が大きい) 地盤ですべり応力が大なるほどその効果が上がることが示されている。このことは管路の埋設深を大きくすることなどに対応することはいうまでもない。

一方 図—13 は、前図と同様に継手伸縮量 σ_d の図であるが、管半径 r_o および v_s をパラメーターにしたものである。この場合も継手部に負担をかけないようにするには、より硬い地盤中に埋設すればよいことになるが、管径の効果はあまり顕著ではないようである。しかるに細い管はすべりにくいので継手部に無理がかかからな

いと思われるのに(図—8 参照)、実際の被害件数が多いのは、埋設深が浅く(したがって、 v_s , τ_s が小さく)総延長が長いことのほかに継手部がねじ継手など伸縮余裕が少ないためではないかと推察される。逆に管径の大きいものは、たとえば $l=5$ m 程度では、 σ_d は高々 1 cm 程度であるから、伸縮継手をもっている本管などではこの程度は十分許容範囲といえよう。

5. 結 論

本研究では、継手のないような埋設管路に不規則に振動する P・S 波が同時に作用したとき、管体のすべりがその応答ひずみなどに与える効果および継手部をもつ管路を等価系に置き換えたときの継手伸縮量の 2 乗平均応答に与える効果について、波動論的に考察した。得られた結果を整理すると以下ようになる。

(1) 土と管路との境界にすべりを許すことにより、従来の波動論解における微小変位の仮定が不要となった。

(2) すべりは、P 波が管軸に沿って入射するとき生じやすく、管表面のすべり応力が小さいときには S 波も P 波とともにすべりに関与ようになる。さらにすべりは、管径の大なるほど、管と土の剛性比が大なるほど、および地震動のパワーが大なるほど生じやすいといえる。

(3) 管径が小さい場合は、土と管路の相互作用は小さいので、管路のひずみは地震波より推定し得る。

(4) 管径が大きい場合は、すべりと管路-土の波動的相互作用とが混在するため、不完全密着の状態になりやすい。そのため管体のひずみはあまり軽減されないが、継手部の伸縮量は逆に緩和される。

(5) 継手を多く入れるほど管路全体の剛性が低下するためすべりにくくなり、継手部に負担がかからない。同様に埋設深が大きく硬い地盤ほど、その伸縮量は緩和される。

本解析は、管と土の定常振動時の特性を調べるのが目的であるため、すべり現象を等価線形化して系全体を線形問題とすること自体には妥当性はあると思われるが、管の拔出し・圧潰などのいわば永久変形を問題にする場合には、本解析法は適用できないことはいうまでもない。

謝 辞：本文の内容について貴重なご意見をいただき、かつ資料を使用させていただいた、神戸大学 高田至郎助教授に深謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 高田至郎・J.P. Wright：ライフライン系解析のための相

- 対地盤震動，土木学会論文報告集，第 299 号，pp. 13～21, 1980.
- 2) ダクタイル管路設計施工例と質疑応答集，日本ダクタイル鉄管協会，1977.
 - 3) Toki, K. and S. Takada : Earthquake Response Analysis of Underground Tubular Structure, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Part 2, Vol. 221, pp. 107～125, 1974.
 - 4) 鶴飼恵三・山口柏樹：埋設管の動的地盤ばね定数に関する理論的考察，土質工学会論文報告集，Vol. 19, No. 4, pp. 93～102, 1979.
 - 5) Parnes, R. and P. Weidlinger : Dynamic Interaction of an Embedded Cylindrical rod under Axial Harmonic Forces, Int. J. Solids Struct., Vol. 17, pp. 903～913, 1981.
 - 6) 鶴飼恵三：軸方向すべりを考慮した場合の地中埋設管の震動応答解析，土木学会論文報告集，第 272 号，pp. 27～37, 1978.
 - 7) Nogami, T. and M. Novak : Soil-Pile Interaction in Vertical Vibration, Int. J. Earthq. Eng. Struct. Dyn., Vol. 4, pp. 277～293, 1976.
 - 8) Caughey, T.K. : Equivalent Linearization Techniques, J. Acoust. Soc. America, Vol. 35, No. 11, pp. 1706～1711, 1963.
 - 9) Miller, R.K. : An Approximate Method of Analysis of the Transmission of Elastic Waves through a Frictional Boundary, J. App. Mech., ASME, Vol. 44, pp. 652～656, 1977.
 - 10) Akiyoshi, T. and K. Fuchida : Soil-Pipeline Interaction through a Frictional Interface during Earthquakes, Proc. Int. Conf. Soil Dyn. Earthq. Eng., pp. 497～511, 1982.
 - 11) Robson, J.D. : An Introduction to Random Vibration, Edinburgh Univ. Press, Edinburgh, 1963.
 - 12) 高田至郎・高橋俊二・山部泰男：硬質塩化ビニール管の地震時挙動シミュレーション，水道協会誌，第 547 号，pp. 27～39, 1980.
 - 13) Takada, S. : Dynamic Response Analysis of PVC and Ductile Pipelines, Proc. Pressure Vessel and Piping Conf., ASME, pp. 23～32, 1980.

(1982.3.29・受付)