

境界要素法とブロック要素法の混用解析手法
による薄肉箱桁の立体解析THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF THIN-WALLED BOX GIRDERS
BY ANALYTICAL COMBINATION OF BOUNDARY ELEMENT
METHOD AND BLOCK ELEMENT METHOD

小松定夫*・長井正嗣**・西牧世博***

By Sadao KOMATSU, Masatsugu NAGAI and Tsuguhiro NISHIMAKI

1. ま え が き

長支間箱桁橋あるいは斜張橋のような薄肉大型構造物においては、部材の応力分布が構造物の局所においてまた全体にわたって初等曲げ理論あるいは曲げねじり理論に基づく応力分布から偏ることがよく知られている。たとえば、箱桁においては、支点上ダイアフラムおよび支点付近の主桁領域で局所的に応力集中が発生しており、またせん断遅れあるいは断面変形に伴う応力の不均一が桁全長にわたって発生している。したがって、このような応力の不均一現象を忠実に把握して応力集中現象、断面変形に対して適切な補剛を施すことが実施設計において肝要となる。

さて、箱桁のせん断遅れ現象の解明^{1),2)}および中間ダイアフラムと関連する断面変形挙動の解明^{3)~6)}に関する解析手法についてはすでに十分実用的と考えられる手法が発表されている。また、それらの挙動と関係する実用設計法^{7)~10)}もすでに提案されているのが実状である。

一方、支点上ダイアフラムは桁に作用する外荷重を支承に伝達する重要な機能を有することから、その強度に着目した研究は多くみられ¹¹⁾、設計法についても IDWR¹²⁾、米国の Proposed Design Specification for Steel Box Girder Bridges¹³⁾ および BS 5400, PART 3, B 12¹⁴⁾ の論拠となる Flint・Wood¹⁵⁾ の論文にかなり整備された提案が示されている。反面、わが国においては、道路橋設計便覧⁹⁾ 一指針が示されているのみで、支点上ダイアフラムに発生する応力分布を忠実に把握してより合理的な設計法を確立することが重要であると考えられる。ところで、この支点上ダイアフラムの剛度と全体

変形の関連を明確にした研究はみられない。支点上ダイアフラムの面内変形が大きくなると、左右支承の反力分配はダイアフラムの面内変形がないとした場合と異なるものとなり、このことは斜め支持桁では一層重大な問題となる。したがって、支点上ダイアフラムの剛度を忠実に評価した箱桁の全体解析を実施し、その特性を把握することは応力分布の正確な評価とともに重要な問題であると考えられる。特に近年では箱桁がしだいに大型化し、製作、架設などの実際面から大きな開孔部を有するラーメン構造およびトラス構造で補剛する支点上ダイアフラムが設けられるのが実状である。このような場合に、反力の正確な評価あるいは反力の変化に伴う主桁の変形挙動を明確にし、必要な剛度を確保するなり剛度変化の影響を設計に反映させることは重要な問題であると考えられる。

以上より、支点上ダイアフラムの複雑な応力分布および支点付近の主桁の応力分布の把握ならびにせん断遅れ現象、断面変形挙動を箱断面の補剛材の忠実な剛度を考慮して解明するというより洗練された解析手法の開発が望まれると考える。

ところで、箱桁の局所的な応力の不均一を含んだ全体系の解析を実施するうえでは有限要素法により解析するのが今日最も一般的である。そこでは、予想される膨大なデータ量および演算時間に対処するためにゾーミング^{16),17)}あるいはサブストラクチャー法^{18),19)}とよばれる手法が採用されているのが現状である。しかしながら、ゾーミング手法では、照査の対象領域の解析にあたって、棒理論で得られた断面力あるいは変位を境界条件として利用するため、対象領域を分離して断面力を境界条件として選ぶと変位の適合条件が無視されたり、変位を境界条件として選ぶと応力のつり合いが無視され、構造形式によっては誤差を与える可能性がある。また、一度に全体解析を実施するうえでは、要素分割において細かい分割から粗い分割へと分割の規則性が乱れ厄介である。また、この点を改善するには不規則な節点配列を有する要

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 川崎重工(株) 鉄構機器事業部橋梁設計第一設計課部員(昭和 54, 55 年度大阪大学委託研究員)

*** 正会員 工修 日本国有鉄道(前・大阪大学大学院)

素を開発する研究^{20)~22)} などがあるが、特別な処理を必要とする。さらに、有限要素法の特異性の存在するような応力勾配が急激な領域に適用することはあまり得策ではなく、むしろ複雑な構造物の全体挙動を把握するのに適していることが知られている。

さて、箱桁橋においては、応力分布の乱れる領域と比較的ならかな性状を示す領域の判定が過去の経験からも容易に実施できる。また、近年境界値問題における一解法として注目を浴び始めた境界要素法は、著者らが別途検討した結果²³⁾より

- ① 応力集中の評価に適している^{24),25)}。
- ② データ量の減少が期待できる。
- ③ 応力の乱れる領域と比較的スムーズな領域を同時に解析する場合には境界の節点配列に注意を施すことにより解析し得る。
- ④ 薄板立体構造解析に拡張でき、かつ適当な座標変換操作のみで斜め支持桁のような平面形状に不整を有する桁が容易に取り扱える。

等の特長を有することが確認されている。そこで、応力の乱れる領域に境界要素法を、その他の領域に断面定数の変化に対応しやすくかつ中間ダイアフラムの取扱いが簡便であるブロック要素法⁶⁾を適用し、両手法の特長を生かした一混用解析手法を提案することとした。

境界要素法と有限要素法を混用して解析する試みは古くからみられ、特に無限領域の一部に乱れが生じる問題で両者を混用して解析しようとする試みが実施されてきた^{26),27)}。近年では、Brebbia²⁸⁾ や Zienkiewicz^{29),30)} が積極的に両手法の混用解析手法について研究を重ねている。そのうち、Brebbia は

- ① 有限要素法で得られる剛性方程式を境界要素定式化で得られる弾性方程式と同様の形に変換し両者を機械的に結合する。
- ② 境界要素法で得られる弾性方程式を有限要素法の剛性方程式と同様の形に変換し多節点有限要素 (super element) を誘導し両者を結合する。

なる手法を提案している。また、Zienkiewicz も変分原理に基づき両者の結合手法を検討している。しかしながら、いずれの場合にも有限領域における実用的な計算例の報告はみられない。

本文においては、②の手法により得られる多節点有限要素の剛性マトリックスが非対称となり通常は不都合であることから、①の手法を用いて両手法を結合することとした。また、薄肉連続体の構造解析では未知量の一様な分布は期待できないことから、1次以上の力学量の変化を許す結合解析を実施することとした。

以上、本論文ではまず薄肉箱桁橋の境界要素法とブロック要素法の混用解析手法の定式化を示す。ここでは、

境界要素法のような厳密な弾性論に基づく解法とブロック要素法のような固有の機能をもつ解法との結合に関する問題点が議論される。次に数値計算例として単純箱桁橋の解析例が示される。そして、有限要素法単独の解析結果との比較を通して本手法の妥当性および特長が議論される。さらに、本手法を斜め支持箱桁橋に適用し、局所変形を含む全体解析を実施し、正確な支点反力あわせて支点付近の応力および変形状態を明確に把握できることを示す。

2. 箱桁橋の境界要素法とブロック要素法による混用解析

(1) 基礎理論

本解析手法の基本的な考え方は以下のとおりである。

- ① 支点上ダイアフラムおよび支点付近の主桁のように応力の乱れが生じる領域に境界要素法を適用する。
- ② はり理論で得られる基本モード (軸伸び, 2方向曲げ, 2方向たわみおよび回転) にせん断遅れおよび断面変形のモードを付加した形で現象が解明できる領域にはブロック要素法を適用する。
- ③ 薄板の板曲げ作用は無視する。なぜならば、局部微小曲げ変形が全体挙動における板面内応力に与える影響は少ないと考えることおよび設計計算では面内応力を的確に簡明に評価することが重要であるので面内応力解析で十分であると考えられる。

いま、図-1 に示すように箱桁橋を3つの領域に分割して、両端の領域に境界要素法を中央領域にブロック要素法を適用する。このとき、それぞれの領域に対して以下の式が成立する。

境界要素法適用領域に対して²³⁾,

$$[H]\{u^{(B)}\} = [G]\{P^{(B)}\} \dots\dots\dots (1)$$

ブロック要素法適用領域に対して,

$$[K]\{u^{(F)}\} = \{F\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $[H]$ および $[G]$ は立体構造物に対して得られる弾性係数より成るマトリックスで、境界未知力学量は2次関数で近似した。また、適当な座標変換操作により斜め支持桁も容易に取り扱える。さらに、 $[K]$ は剛

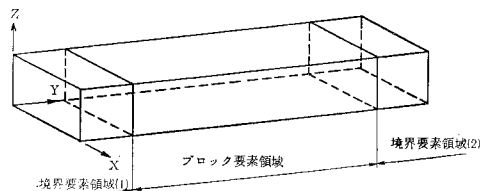


図-1 箱桁橋における境界要素法適用領域とブロック要素法適用領域の分割

性マトリックス, $\{u^{(B)}\}$, $\{u^{(F)}\}$ はそれぞれ境界要素領域および有限要素領域で定義される節点変位ベクトル, $\{P^{(B)}\}$ は節点応力ベクトル, $\{F\}$ は節点力ベクトルである。

式 (1), (2) を両解法の結合部 および 非結合部に分解して書き改めると以下の式を得る。

$$[H_0^1 \mid H_i^1] \begin{Bmatrix} u_0^{(B),1} \\ u_i^{(B),1} \end{Bmatrix} = [G_0^1 \mid G_i^1] \begin{Bmatrix} P_0^{(B),1} \\ P_i^{(B),1} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$[K_i^1 \mid K_0 \mid K_i^2] \begin{Bmatrix} u_i^{(F),1} \\ u_0^{(F)} \\ u_i^{(F),2} \end{Bmatrix} = [M_i^1 \mid L_F \mid M_i^2] \begin{Bmatrix} P_i^{(F),1} \\ F_0 \\ P_i^{(F),2} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$[H_i^2 \mid H_0^2] \begin{Bmatrix} u_i^{(B),2} \\ u_0^{(B),2} \end{Bmatrix} = [G_i^2 \mid G_0^2] \begin{Bmatrix} P_i^{(B),2} \\ P_0^{(B),2} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, $()_0$ は非結合部, $()_i$ は結合部に関するものである。また, 肩付き数字は領域番号である。節点力ベクトルについては

$$\left. \begin{aligned} \{F_i^1\} &= [M_i^1] \{P_i^{(F),1}\} \\ \{F_0\} &= [L_F] \{F_0\} \\ \{F_i^2\} &= [M_i^2] \{P_i^{(F),2}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)_{a,b,c}$$

なる関係が存在し, マトリックス $[M]$ は, たとえば 図-2 に示す有限要素の一辺 S_i で

$$[M] = \int_{S_i} \{N_1\}^T \{N_2\} t dS_i = \int_{-1}^1 \{N_1\}^T \{N_2\} |J| t d\eta \quad \dots\dots\dots (7)$$

と定義され, このマトリックスを結合線全体にわたって

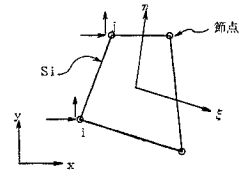
$$[M] = \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}\eta^2(\eta-1)^2 & 0 & \frac{1}{2}\eta(\eta-1)(1-\eta^2) & 0 & \frac{1}{4}\eta^2(\eta^2-1) & 0 \\ & \frac{1}{4}\eta^2(\eta^2-1)^2 & 0 & \frac{1}{2}\eta(\eta-1)(1-\eta^2) & 0 & \frac{1}{4}\eta^2(\eta^2-1) \\ & & (1-\eta^2)^2 & 0 & \frac{1}{2}\eta(\eta+1)(1-\eta^2) & 0 \\ & & & (1-\eta^2)^2 & 0 & \frac{1}{2}\eta(\eta+1)(1-\eta^2) \\ \text{sym.} & & & & \frac{1}{4}\eta^2(\eta+1)^2 & 0 \\ & & & & & \frac{1}{4}\eta^2(\eta+1)^2 \end{bmatrix} |J| t d\eta \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$|J| = \sqrt{\left\{ (x_i - 2x_j + x_k)\eta + \left(-\frac{1}{2}x_i + \frac{1}{2}x_k\right) \right\}^2 + \left\{ (y_i - 2y_j + y_k)\eta + \left(-\frac{1}{2}y_i + \frac{1}{2}y_k\right) \right\}^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

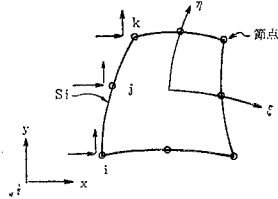
を得る。ここに, x_l および y_l ($l=i, j, k$) は節点 l での座標値である。

また, $[L_F]$ マトリックスは以下のように定義される。

$$[L_F] = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \left. \begin{aligned} &\text{領域 1 と結合する節点の総自由度数} \\ &\dots\dots\dots \\ &\text{領域 2 と結合する節点の総自由度数} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$



a) 1次要素



b) 2次要素

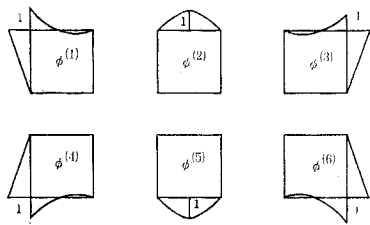
図-2 $[M]$ マトリックス作成用の積分領域 S_i

アセンブルすればよい。ここに, $\{N_1\}$ および $\{N_2\}$ はそれぞれ変位および応力度に関する内挿関数より成るベクトル, t は板厚, $|J|$ はヤコビアンである。この内挿関数をとともに1次関数と仮定すると (図-2(a) 参照),

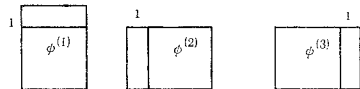
$$[M] = \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1-\eta)^2 & 0 & \frac{1}{4}(1-\eta)^2 & 0 \\ & \frac{1}{4}(1-\eta)^2 & 0 & \frac{1}{4}(1-\eta)^2 \\ & & \frac{1}{4}(1+\eta)^2 & 0 \\ \text{sym.} & & & \frac{1}{4}(1+\eta)^2 \end{bmatrix} |J| t d\eta \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$|J| = \frac{1}{2} \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

次に, とともに2次関数と仮定すると (図-2(b) 参照),



a) 断面方向モード



b) 横方向モード

図-3 ブロック要素の一般化座標

$$\left. \begin{aligned} \{U(z)\} &= f_1(z)\{U_i\} + f_2(z)\{U_j\} + f_3(z)\{U_k\} \\ \{V(z)\} &= f_1(z)\{V_i\} + f_2(z)\{V_j\} + f_3(z)\{V_k\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)_{a,b}$$

と定義する。ここに、 $\{U_i\}, \{V_i\}$ ($i = i, j, k$) は節点 l での節点変位ベクトルである。また、 $f_l(z)$ ($l = 1, 2, 3$) は

$$\left. \begin{aligned} f_1(z) &= 1 - 3\frac{z}{L_b} + 2\left(\frac{z}{L_b}\right)^2 \\ f_2(z) &= 4\left\{\frac{z}{L_b} - \left(\frac{z}{L_b}\right)^2\right\} \\ f_3(z) &= -\frac{z}{L_b} + 2\left(\frac{z}{L_b}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)_{a,b,c}$$

と定義する。次に、応力とひずみの関係はポアソン比の効果および断面母線方向ひずみ (ϵ_s) を無視することから、

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \tau_{zs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ r_{zs} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

となる。ここに、 E は縦弾性係数である。以上のように変位場が決定されればブロック要素の剛性方程式は容易に誘導できる。また、ダイヤフラム等の横策材の弾性体としての取扱いは文献 6) と同様である。図-4 にブロック要素の基本自由度を示す。

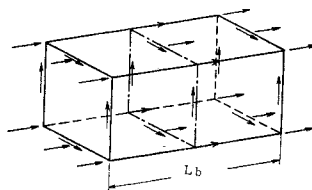
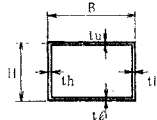


図-4 ブロック要素の基本自由度

リ ッ ク ス

					$-1/30 Bt_u$		$1/15 Bt_u$
						$-1/30 Bt_u$	$1/15 Bt_u$
$-1/30 Bt_l$							
		$-1/30 Bt_l$					
$1/15 Bt_l$							
		$1/15 Bt_l$					
$2/15 Bt_l$							
	$2/15 Ht_h$		$1/15 Ht_h$		$-1/30 Ht_h$		
	$2/15 Bt_l + 2/15 Ht_h$		$1/15 Ht_h$		$-1/30 Ht_h$		
	$1/15 Ht_h$		$8/15 Ht_h$		$1/15 Ht_h$		
		$1/15 Ht_h$		$8/15 Ht_h$		$1/15 Ht_h$	
				$2/15 Bt_u$			$1/15 Bt_u$
	$-1/30 Ht_h$		$1/18 Ht_h$		$2/15 Ht_h$		
		$-1/30 Ht_h$		$1/15 Ht_h$		$2/15 Bt_u + 2/15 Ht_h$	$1/15 Bt_u$
				$1/15 Bt_u$			$8/15 Bt_u$
						$1/15 Bt_u$	$8/15 Bt_u$



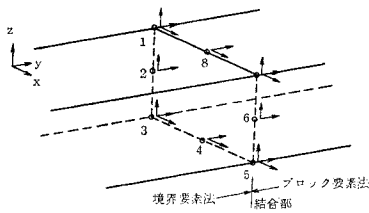


図-5 境界要素法とブロック要素法の結合部における節点配置

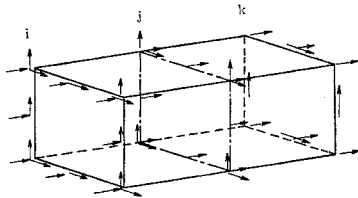


図-6 境界要素法と結合するブロック要素の自由度

(3) 境界要素とブロック要素結合部の処理

結合部における境界要素の節点配置は、放物線モードで現象が把握できる領域での両手法の結合を考えていることから図-5に示すものとなる。このように比較的荒い要素分割を採用しても支点付近の局所変形に対して何ら悪影響を及ぼさないことはすでに確認済みである²³⁾。また、この場合の具体的 $[M]$ マトリックスを表-1に示す。

次に、ブロック要素については

① 図-4に示すブロック要素を適当な座標変換¹⁸⁾を用いて図-5に示す自由度と対応させて結合する。

② 図-6に示すような一端で境界要素法と同一の自由度を有し、他端でブロック要素と同一自由度を有する特別な要素を開発して挿入する。本要素の変位場は、式(17)_{a,b}において節点変位ベクトル $\{U_i\}$, $\{V_j\}$ ($l=i, j, k$) に図-6に示す i, j, k 断面での自由度を考慮し、橋軸方向の変化を式(18)と同一としたものである。さらに応力-ひずみの関係式は平面応力問題における関係式を用いている。

本文に記述しないが、別途実施した数値計算結果より、①の手法によれば支点上ダイヤフラムの応力性状は②の手法による結果と変化はみられなかったものの、結合部での応力性状は実質的には乱れを生じない場所であるにもかかわらず曲げねじり理論と大きくかけ離れることがわかった。この原因は、境界要素法のような弾性論に基づく厳密な解法とブロック要素のような固有の機

能を有する解法において、両解法間での急激な剛性変化のためと考えられる。一方、②の手法によれば結合部で十分な精度を有する結果が得られることが確認されたので②の手法を採用することとした。

(4) マトリックスの解法

式(15)に示す1点鎖線でマトリックスを分割して解くこととした。

(5) 数値計算例

本法の妥当性および特長を検討するために図-7に示す支間48mの単純箱桁橋に本法を適用する。また、結果の比較は有限要素法単独の解析結果を用いて実施する。

モデル桁の諸元は幅2m、高さ1.5mまた支点上ダイヤフラム、上・下フランジおよび腹板はそれぞれ2cm、1cm、1cmとし、6mおきに部材断面積50cm²のX形対傾構を配した。荷重は片側腹板当たり1t/mとし等分布満載状態を考えた。

図-8に混用解析モデルを示すが、対称条件より支間の半分について解析を実施した。境界要素法適用領域を端支点から2mとし、残りの領域にブロック要素法を

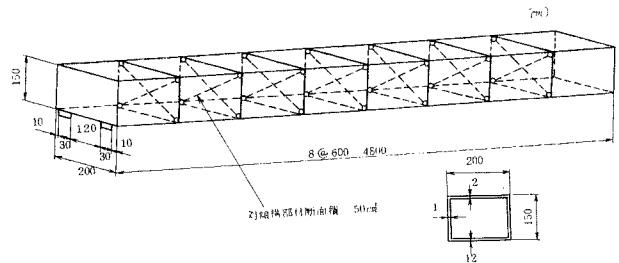


図-7 単純支持箱桁橋

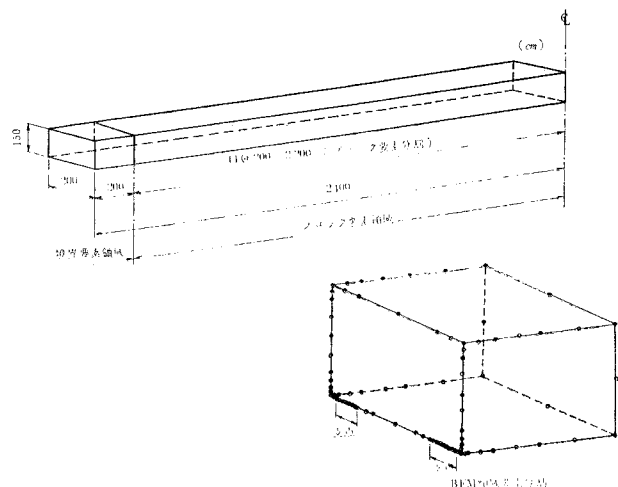


図-8 混用解析モデル

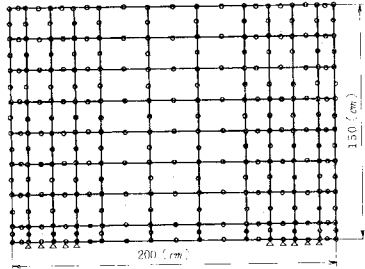


図-9 支点上ダイヤフラムの有限要素分割

適用したが、境界要素法との結合部には図-6に示す要素を用いている。図-8に同じく境界要素法の要素分割状況を示す。境界要素法における離散化手法においては、要素の幾何学的形状を1次関数で、力学量を2次関数で近似している。図中、●丸は要素端の、また○丸は要素の中間節点である。分割状況は、支点付近を細かくし応力の乱れる領域から徐々に境界節点数を減少させブロック要素との結合線で1辺に3節点を配置した。一方、ブロック要素は橋軸方向に2mの要素長とした。

図-9~11に慣用の有限要素法における要素分割状況を示す。この場合も応力の乱れが予想される領域で細分割し、徐々に粗い分割へと変化させ端支点より2m以上離れた所から本法と同様橋軸方向に2mおきの分割を採用した。また、有限要素は1辺に3節点を有する3角形および4角形要素を用いた。

以下に結果の一部を紹介する。図-12~14に片側腹板上に荷重載荷した場合の支点上ダイヤフラム内の垂直応力度(σ_x, σ_z)分布およびせん断応力度(τ_{xz})の分布を示す。図中、実線は本混用解析による値、○印が有限要素法による値である。また、破線は計算値(○印)を直線で結んだものである。いずれの場合も支点付近を除けば両者はきわめてよい一致を示している。一方、支点付近では両者に若干の差異がみられ、本法解が比較的スムーズで連続的な値を示していることが確認された。

図-15, 16に両側腹板上に荷重載荷した場合の支点近傍主桁の垂直応力度(σ_y)およびせん断応力度(τ_{xy}, τ_{yz})の分布を示す。有限要素法解との比較は有限要素の分割を規則的に実施した部分について示す。垂直応力度については有限要素法単独解が若干大きい値を示す部分があったものの両者はよい一致を示した。また、本法における結合部付近の応力分布はやはり理論による値とほぼ一致しており、このことから両解法の結合が支障なく実施されていることが確認された。さらに、両解法の結合線を桁端からフランジ幅と

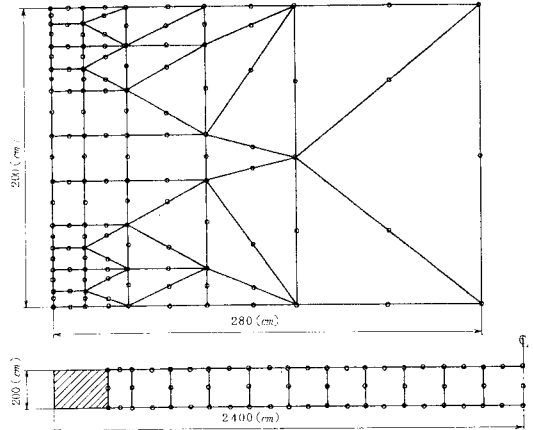


図-10 フランジの有限要素分割

同一長さ位置に設けたが、フランジ幅のほぼ1/2程度では理論と一致していることがわかった。

表-2に支点上ダイヤフラムの鉛直たわみの比較を示す。表中、ケース1は両側腹板上載荷、ケース2は片側

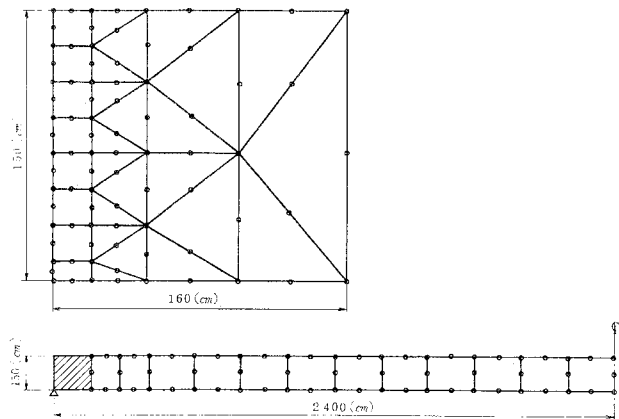
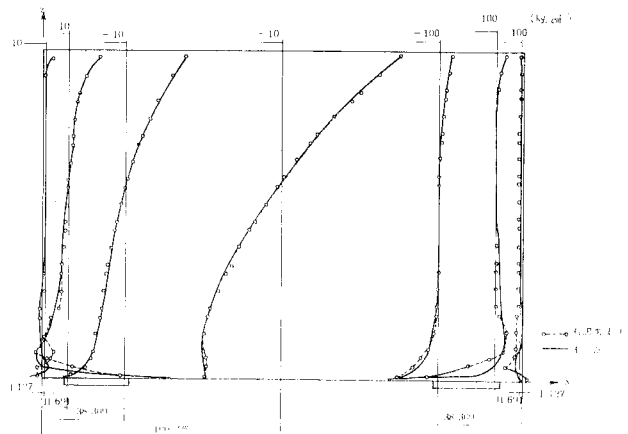


図-11 腹板の有限要素分割

図-12 支点上ダイヤフラムの垂直応力度分布(σ_x)

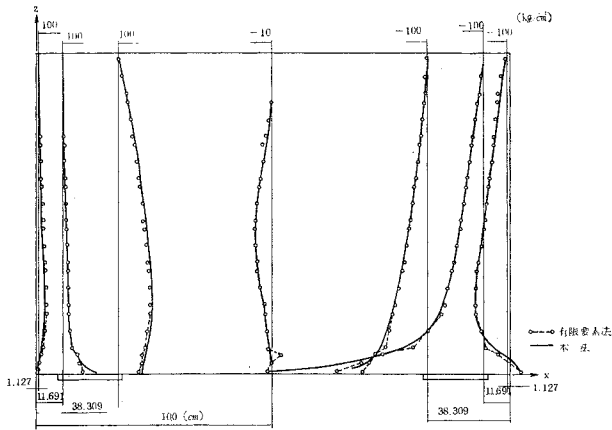


図-13 支点上ダイヤフラムの垂直応力度分布 (σ_z)

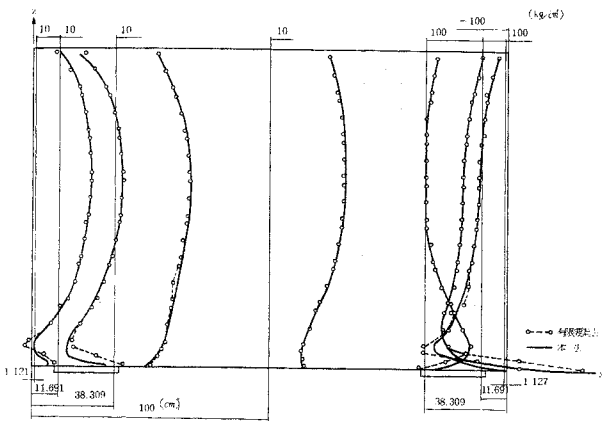


図-14 支点上ダイヤフラムのせん断応力度分布 (τ_{xz})

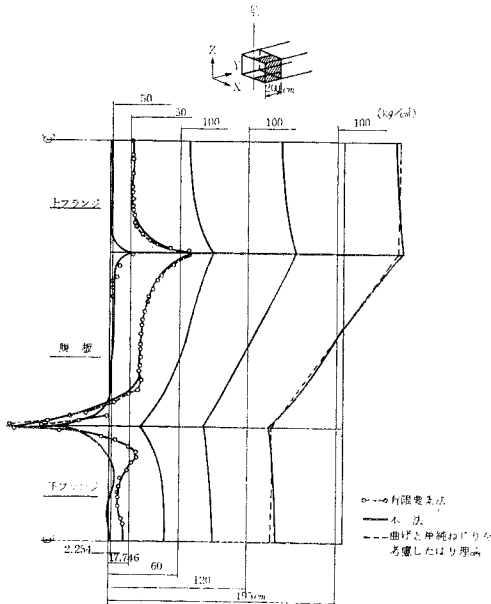


図-15 支点付近の主桁垂直応力度分布 (σ_y)

腹板上载荷に対応する。本混用解析法が若干大きい値を示したが、両者はよい一致を示した。また、主桁支間中央の最大たわみについては混用解析および有限要素法解析は完全に一致していた。これは、本法におけるブロック要素が有限要素と同程度の剛性(柔性)を有しているためと考えられる。

最後に、表-3に両解法の演算時間の比較を示す。演算時間は節点総数等によって変動するが、ここでの比較は、応力勾配の厳しい支点

表-2 支点上ダイヤフラムの鉛直たわみの比較

	ケース 1	ケース 2
A	1.0303	0.2054
	1.0315	0.2025
B	0.5671	0.0890
	0.5503	0.0846
C	0.3407	0.1703
	0.3352	0.1676
D	0.3504	0.1527
	0.3003	0.1501
E	1.0303	1.2357
	1.0315	1.2340
F	0.5671	0.6560
	0.5503	0.6349

本法
有限要素法

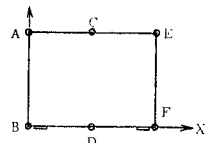


表-3 演算時間の比較

要素数	有限要素法	混用解析	
		境界要素	ブロック要素
要素数	294	42	11*
節点数	981	80	110
演算時間	101.0 (秒)	72.0 (秒)	

- 注) 1) 11* は箱を構成する一つのブロックの個数
 2) 演算時間はマトリックスの消去法まで
 3) 計算機は IBM-3033

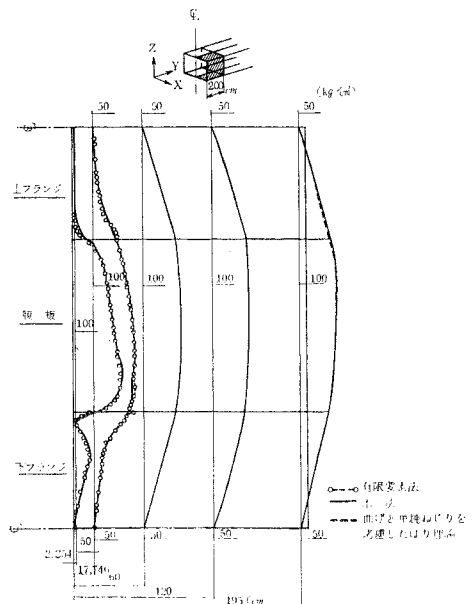


図-16 支点付近の主桁せん断応力度分布 (τ_{xy}, τ_{yz})

付近を除いた一般部分における応力分布について、両解法による値が同一精度を有するという意味での比較である。本法が有限要素法単独解に対して約7割程度であったが、支点付近の応力集中を有限要素法で追求しようとすると、要素のより一層の細分化、すなわちデータ量や演算時間が増加することは明らかである。

以上、本手法の妥当性が確認されるとともに、本法によれば支点上ダイアフラムの応力の乱れを含んだ局所変形と全体変形の連成変形挙動の解析が精度よくかつ効率的に実施できることが確認された。あわせて、高次関数で力学量を近似して定式化した境界要素法とブロック要素法の結合が支障なく実施し得ることが確認された。

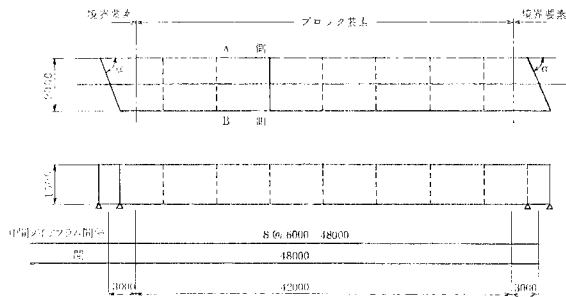
3. 斜め支持箱桁橋の解析例

局所変形と全体変形の連成変形問題として、特に左右の支承に常時反力差が生じ、かつその分配特性が局所変形の影響を強く受ける斜め支持箱桁橋の解析を実施する。

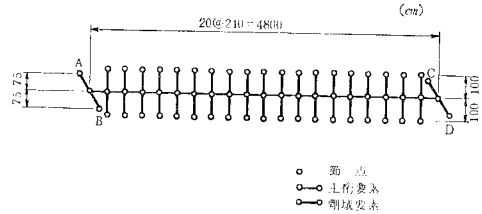
なお、本手法を斜め支持箱桁橋に適用することの妥当性については、別途実施した模型実験により確認済みである³¹⁾。

図一17に示す斜め支持箱桁橋の解析を実施する。本モデルの基本諸元は2.(5)で採用したモデルと同一であるが、斜め支持角度(α)を変化させて検討する。境界要素法適用領域は箱幅方向中心位置においてはより端より3mとし総節点数を98としている。また、境界要素分割の基本的考え方は2.(5)の数値計算例で述べたのと同様である。また、ブロック要素については、中間対傾構間を3等分(要素長2m)し、境界要素法との結合部と隣接中間対傾構間を2等分(要素長1.5m)した。荷重は両側腹板上の等分布満載荷重を考え、強度は片側腹板当たり0.5t/mとした。なお、支承については幅30cmならびに支承中心と腹板の垂直距離25cmを固定して解析した。

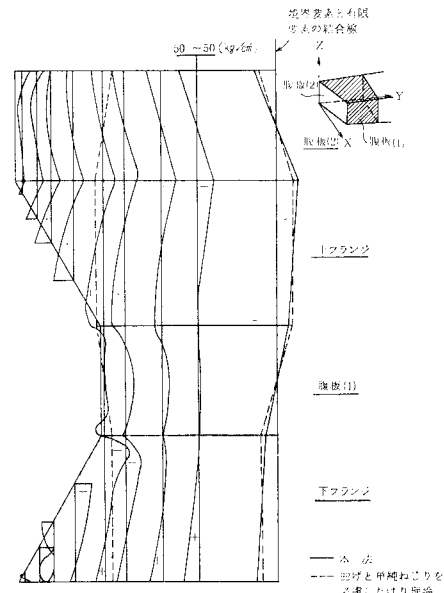
図一18にHombergら³²⁾が提案している骨組モデル図を示す。このモデルに変位法を適用して解析した結果



図一17 斜め支持単純箱桁橋



図一18 骨組解析モデル

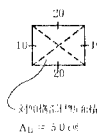


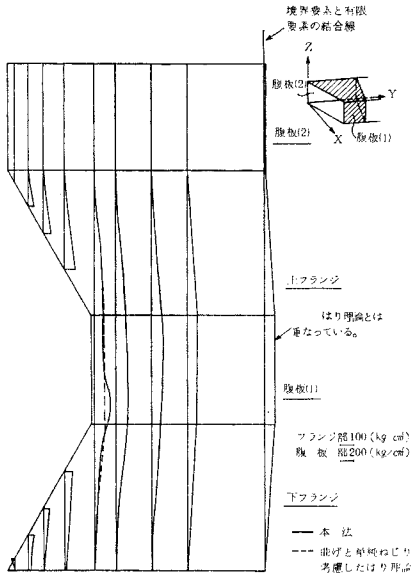
図一19 境界要素法を適用した領域内の垂直応力度

をより理論解とよぶ。以下に、支点付近の主桁応力状態および反力分配について解析した結果を報告する。

図一19, 20に $\alpha=60^\circ$ における主桁の垂直応力度およびせん断応力度分布を示す。図中、実線が本手法による値、破線がより理論による値である。垂直応力度は桁端部において複雑な性状を示し、フランジには引張りと圧縮応力度が混在している。一方、せん断応力度は支点付近に局部的に応力集中現象がみられるが、比較的スムーズな分布を示している。

図一21, 22に主桁の上フランジおよび腹板接合線ごく近傍の上フランジ垂直応力度の分布を示す。図一21が $\alpha=80^\circ$ 、図一22が $\alpha=40^\circ$ における結果である。これより、本手法による値は端支点と隣接中間対傾構では理論による値と差異を示すことがわかる。この差異はフランジ形状と支点上ダイアフラムの断面変形に起因すると考えられる。支点上の左右の支承反力差に伴い支点上ダイアフラムに断面変形が生じ、この影響が支間中央に伝達される。そして、この断面変

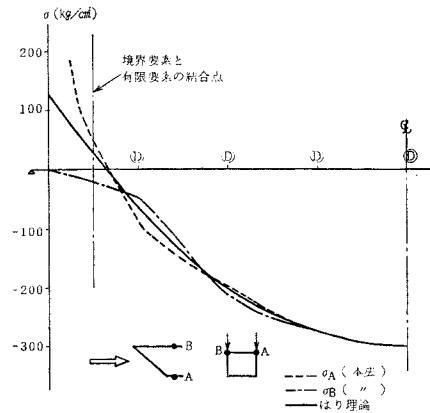




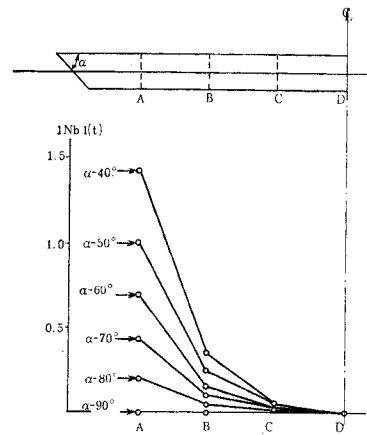
図—20 境界要素法を適用した領域内のせん断応力度

形は強固な隣接中間対傾構で防止され、そこからはほぼはり理論とよい一致を示す。このことは 図—23 に示す中間対傾構の部材軸力分布からも推定できる。この場合、支点に近い対傾構で大きい部材力が発生し支間中央に向かって減少している。

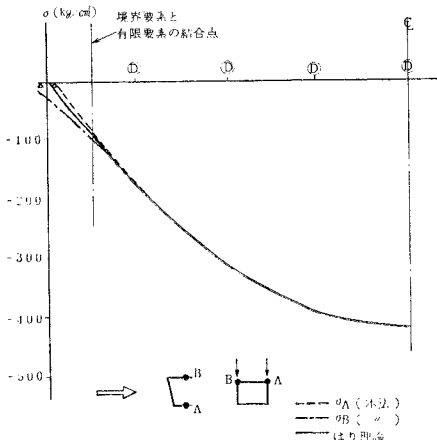
次に、図—24 に左右の支承上の反力分布を示す。図中、○および△印が本法による値、●および▲印がはり理論による値である。 α が小さくなるにつれて両者の差異が大きくなるが、支点上ダイアフラム板厚を 2 cm 程度にしておけば両者に顕著な差異は認められない。図—25 は支点上ダイアフラムの板厚を変化させた場合の鈍角側反力の変化を示す。これより、支点上ダイアフラム板厚を 1 cm 以上にしておけば反力変動はあま



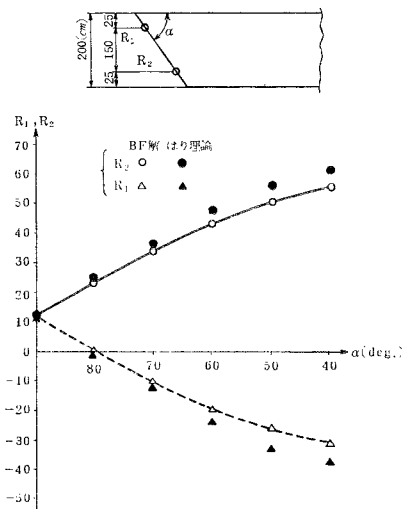
図—22 主桁曲げ応力度 ($\alpha=40^\circ$)



図—23 対傾構部材力



図—21 主桁曲げ応力度 ($\alpha=80^\circ$)



図—24 反力図

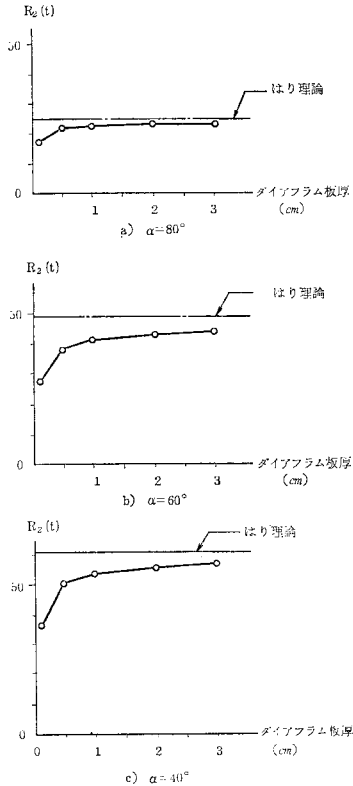


図-25 ダイアフラム板厚変化に伴う反力変化

りみられない。一方、板厚を 0.5 cm 以下（実際にはこのような板厚を有するダイアフラムは存在せず、対傾構形式のダイアフラムに対応すると理解されたい）にすると、反力変動が顕著になってくる。

以上、斜め支持箱桁橋の一解析例を示したが、支点付近でみられる応力集中を含む複雑な応力性状の解明あわせて支点上ダイアフラムの剛度変化に伴う反力分配特性の解明を実施することは重要であると考ええる。

4. まとめ

以上、境界要素法とブロック要素法を混用した一解析手法を提案した。得られた成果を要約すると以下のとおりである。

(1) 境界要素法とブロック要素法を混用して薄肉立体構造物を解析する手法を呈示した。そこでは、両解法の結合部において高次の関数で力学量が近似されており計算上の効率化と高精度化が達成されている。また、数値計算例より両解法が支障なく結合し得ることを示した。

(2) 本手法により、支点上ダイアフラムおよび支点付近主桁の複雑な応力分布性状あわせて箱桁の構造問題であるせん断遅れ現象および断面変形が同時に効率的に

解析し得ることを示した。

(3) 有限要素法の単独解との比較から本手法の妥当性が確認されるとともに、有限要素法の単独解析に対して、a) 応力勾配の急激な領域¹⁾において任意の位置で連続的な解を得る。b) 本問題においては演算時間上効率的である。c) データ作成が容易である。等の特長を有することが確認された。

(4) 斜め支持箱桁橋の解析に容易に拡張し得ることを示した。あわせて、本法により局所変形を含む全体変形特性が解明し得ることを示した。

著者らは現在、本手法に基づき直支持および斜め支持箱桁橋の解析を進めているが、支点上ダイアフラムおよび中間支点付近の主桁の応力性状の解明、補剛部材の剛度の影響、さらに設計との関連については別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) Fukuda, T.: Ein Beitrag zur Lösung der Mitwirkenden Bereiche, Report of Institute of Industrial Science Univ. of Tokyo, Vol. 12, 1960.
- 2) 近藤和夫・小松定夫・中井 博: 鋼床版桁橋の有効幅に関する研究, 土木学会論文集, 第 86 号, 1962 年 10 月.
- 3) Dabrowski, R.: Näherungsberechnung der Gekrümmten Kastenträger mit Verformbarem Querschnitt, Proc. of Seventh Congress of IABSE, 1964.
- 4) Vlasov, V.Z. 著 (奥村敏恵ほか訳): 薄肉弾性梁の理論, 技報堂, 1967.
- 5) Wright, R.N., S.R. Abdel-Samad and A.R. Robinson: BEF Analogy for Analysis of Box Girder, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. ST 7, July, 1968.
- 6) 坂井藤一・長井正嗣・佐野信一郎: ブロック有限要素法による薄肉箱桁の立体解析, 土木学会論文報告集, 第 255 号, 1976 年 11 月.
- 7) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 1980 年 2 月.
- 8) 坂井藤一・長井正嗣: 鋼箱桁橋の中間ダイアフラム設計法に関する一試案, 土木学会論文報告集, 第 261 号, 1977 年 5 月.
- 9) 日本道路協会: 鋼道路橋設計便覧, 1979 年 2 月.
- 10) 小松定夫・長井正嗣: 中間ダイアフラムの新しい設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 326 号, 1982 年 10 月.
- 11) Dowling, P.J., J.A. Loe and J.A. Dean: The Behaviour up to Collapse of Bearing Diaphragms in Rectangular and Trapezoidal Stiffened Steel Box Girders, Steel Box Girder Bridges, Proc. of International Conference Organized by ICE (in London), 1973.
- 12) The Subcommittee of Inquiry into the Basis of Design and Method of Workmanship Rules, Her Majesty's Stationery Office, 1973.
- 13) Federal Highway Administration Offices of Research & Development: Proposed Design Specifications for Steel Box Girder Bridges, Report No. FHWA-TS-80-205, 1980.
- 14) British Standard Institute: BS 5400 Part 3, 1979.
- 15) Flint, A.R. and J.C.M. Wood: Analysis for Box Girder Diaphragms Simplified for the New Code, The Design of Steel Bridges, 1981.
- 16) 川井忠彦・川島矩郎・二本木茂夫: 薄板構造解析, コン

- ピュータによる構造工学講座 II-7-A, 培風館, 1973年.
- 17) 吉田 裕・高橋 昇・増田陳紀：有限要素法による部分構造解析に際して断面力で与える境界条件の一処理法, 土木学会論文報告集, 第252号, 1976年6月.
 - 18) Petersson, H. and E.P. Popor : Substructuring and Equation System Solutions in Finite Element Analysis, Computers and Structures, Vol. 7, 1977.
 - 19) Noor, A.K., H.A. Kamel and R.E. Fulton : Substructuring Techniques—Status and Projections, Computers and Structures, Vol. 8, 1978.
 - 20) Feijoo, R.A. and L. Bevilacqua : Sequential Interpolation Functions, Int. J.N.M. in Engineering, Vol. 10, 1976.
 - 21) Cavendish, J.C., A.W. Gordon and C.A. Hall : Substructured Macro Elements Based on Locally Blended Interpolation, Int. J.N.M. in Engineering, Vol. 11, 1977.
 - 22) Gupta, A.K. : A Finite Element for Transition from a Fine to a Coarse Grid; Int. J.N.M. in Engineering, Vol. 12, 1978.
 - 23) 小松定夫・長井正嗣・坂本保彦：境界要素法による薄肉連続体構造解析に関する研究, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983年5月.
 - 24) 鷺津久一郎監修, 田中正隆・田中喜久昭著：境界要素法—基礎と応用, 培風館, 1982.
 - 25) 薦 紀夫・山地成一：周辺積分有限要素法とその応用(第1報), 川崎重工技報, 第75号, 1980年7月.
 - 26) Chen, H.S. and C.C. Mei : Oscillations and Wave Forces in a Man-Made Habor, in the Open Sea, 10th Symposium in Naval Hydro., Office of Naval Res. 1974.
 - 27) 坂井藤一・月岡康一：表面波の回折散乱に対する有限要素解析法, 土木学会論文報告集, 第257号, 1977年1月.
 - 28) Brebbia, C.A. : The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press, 1978.
 - 29) Zienkiewicz, O.C. and O.W. Kelly and P. Bettles : The Coupling of the Finite Element Method and Boundary Solution Procedure, Int. J.N.M. in Engineering, Vol. 11, 1977.
 - 30) Kelly, D.W., G.G.W. Mustoe and O.C. Zienkiewicz : Coupling Boundary Element Methods with Other Numerical Method, Development in Boundary Element Method-1, Appl. Science Publisher LTD., 1979.
 - 31) S. Komatsu, M. Nagai and T. Nishimaki : Analytical Combination of Boundary Element Method and Finite Element Method and it's Application to Thin-Walled Box Girder Bridges, The 15th JSSC Matrix Structural Analysis Symposium, 1981.
 - 32) Homberg, H., Marx, W.R. and Zahten, N. : Modelluntersuchung an einem Schiefen Kasten, Die Bautechnik, Heft. 4, 1961.

(1982.3.24・受付)