

定常不規則変動外力を受ける構造物の初通過 破壊確率の高精度評価について

HIGH-ACCURATE EVALUATION OF FIRST PASSAGE FAILURE PROBABILITIES FOR STATIONARILY RANDOMLY EXCITED STRUCTURES

小松 定夫*・中山 隆弘**

By Sadao KOMATSU and Takahiro NAKAYAMA

1. 緒 言

常に安全性と経済性の最適なバランスを宿命的に希求せざるを得ない構造技術者にとって、適切な構造安全性の評価方法を確立する意義はきわめて重大である^{1),2)}。

いうまでもなく、この問題に対する究極的な解決は、種々の荷重と種々の破壊形態に対する的確な安全性評価法を確立し得て初めて達成されるものであるが、本研究においては、あらかじめ確率・統計的な情報が与えられた不規則変動荷重、たとえば地震、風、波浪などの作用を受ける構造物の初通過破壊³⁾に対する安全性評価問題に論点を絞っている。すなわち荷重と構造特性に対して入手し得る情報の範囲内で、できるだけ精度の高い初通過破壊確率の評価手法を提示しようとするものである。

現状では、構造解析に含まれる不確定性、製作・施工上の不確実性などの統計的取扱いが困難な因子の処理方法などに多くの問題が山積しているため、絶対的な安全性の尺度になり得ないとして、信頼度あるいはそれと相補の関係にある破壊確率の定量評価に対して否定的立場をとる発言も技術者の中にもあるが^{4),5)}、少なくとも複数の構造物あるいは構造部材の相対的な安全性指標としてのそれらの有用性は、決して否定されるべきではないと著者らは考えている。

さて確率過程論における初通過理論⁶⁾を構造物の動的信頼性問題に応用し、初通過破壊確率を指標として構造物の安全性を論じた研究は今までも数多くみられる。

それらの一部についてはすでに論述したし^{7),8)}、その多くが強度の不確定性を無視したものであることも、前論文⁷⁾で指摘したとおりである。著者らはそのような現状をよく考え合わせて、強度の統計的変動性を考慮し得る

初通過破壊確率の算定式を導き、安全性水準の高い重要構造物の初通過破壊確率が、強度のばらつきという材料の本来の特性に強く影響されることを定量的に示した^{7),8)}。その後高岡・白木⁹⁾も同様の観点から強度の不確定性に着目し、多次元空間における超過の理論¹⁰⁾を用いて多部材からなる静定構造物の信頼性解析を行い、有用な知見を提示している。さらに小池¹¹⁾は疲労クラックの進展による強度の劣化を考慮して構造物の動的信頼性を論じ、残存抵抗力の概念の重要性を指摘している。しかし(1)たとえ劣化が起ころなくとも、構造物の振動継続時間中における強度の確率分布の変動性が重大であること、(2)荷重と強度が同一の確率過程に従わない場合にも利用し得るような、一般性のある破壊確率の算定式を定式化すること、また(3)いかなる設計条件の際に残存抵抗力の概念を考慮して信頼性解析を行わなければならないかという点を明確にすることなどが重要な問題であると考えられる。これらの諸問題に今後さらに検討の余地が残されているように思われる。

本研究は上述のような問題意識のもとに、著者らの前論文⁷⁾の内容をさらに発展させることを目的に実施されたものである。すなわち、前論文において無視していた強度の確率分布の経時変化——具体的には 2. (2) で詳述する。——を考慮して新たに初通過破壊確率の算定式を誘導し、パラメトリック数値計算によって、定常不規則変動荷重を受ける構造物の初通過破壊確率について論及することを本研究のおもな目的としている。

本論文では 2. で基礎式の定式化過程を示し、3. で 1 自由度振動系を対象にしてパラメトリック数値計算を行った結果を提示する。さらに 4. において、先端に不規則変動する集中荷重を受ける直立円柱の降伏破壊確率について考察し、応答の最大値分布を用いて静的信頼性理論によって評価した破壊確率と本法に基づいて算定した破壊確率との比較・検討を行う。そして 5. において

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 広島工業大学助教授 工学部土木工学科

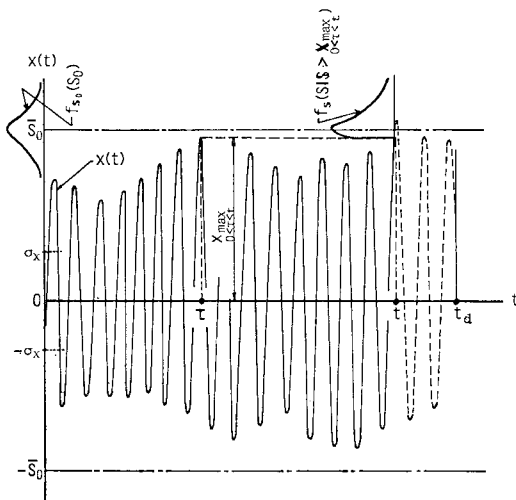
本研究で得られた成果を要約する。

なお本研究では、構造物の応答に影響を与える部材寸法の誤差、製作・施工上の誤差あるいは減衰特性に内在する不確定性^{12),13)}などについては考慮の対象外としている。またここで考究する内容は1次元確率過程論に属するものであり、破壊領域が2次元あるいはさらに高次元で与えられる初通過破壊問題¹⁴⁾に対しては、別途破壊確率の評価式を定式化しなければならない。——もちろん、ある種の高次元破壊領域の問題については、本研究の成果をそのまま利用することができる。——しかし強度の確率分布の経時変化を初通過破壊確率の評価に反映させる概念および手法そのものは、その場合にも有効である。

2. 初通過破壊確率の評価式

(1) 基本的概念

不規則変動荷重を受ける構造物の破壊形態の1つとして、構造上主要な部分——断面や接合部——におけるある種の変動断面力もしくは変動応力（以下動的応答あるいは単に応答と称する） $x(t)$ が、ある時刻に初めて $x(t)$ に対応する部材強度あるいは材料強度（以下単に強度とよぶ） $S(t)$ を超過することによって生ずる破壊、すなわち初通過破壊を考える。ある限定時間にわたる1回の変動荷重の作用下では、強度の劣化は無視できるほど小さいものとして、この現象を図解的に示すと、図1のようになる。図における $x(t)$ および $x_{\max}^{\substack{0 < t < T \\ 0 < r < T}}$ は、それぞれ $x(t)$ および時間間隔 $[0, t)$ における $x(t)$ の最大値 $x_{\max}^{\substack{0 < t < T \\ 0 < r < T}}$ の1つの標本関数であり、 S_0 および $S(t)$ は、それぞれ時刻零および $t(0 \leq t \leq t_d; t_d$: 構造物の



図一 初通過破壊の概念図

振動継続時間)における強度を表わす。また $f_S(S_0)$ および $f_S(S|S > x_{\max}^{\substack{0 < t < T \\ 0 < r < T}})$ はそれらの確率密度関数であり、後者は時刻 t までの応答の最大値によって下限に条件を付されたものである。さらに \bar{S}_0 は S_0 の平均値、 σ_x は定常確率過程 $x(t)$ のr.m.s.値である。なお本文中、ゴシック体で表わした変数は、それらがすべて確率量であることを示している。

このとき1回の荷重作用に対する構造物の初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ を、振動継続時間 $[0, t_d]$ において、 $x(t)$ が S_0 あるいは $S(t)$ を1回も超過しない確率 $P_s(t_d)$ によって、式(1)のように定義することができる。

$$P_f(t_d) = 1 - P_s(t_d) \dots\dots\dots (1)$$

いま $x(t)$ が強度を超過する現象がポアソン過程に従うとすれば、 $P_s(t_d)$ は次式で与えられる。

$$P_s(t_d) = P_{s,x}(0) \exp \left\{ - \int_0^{t_d} \nu_x^+(S, t) dt - \int_0^{t_d} \nu_x^-(S, t) dt \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに $P_{s,x}(0) = \text{Prob}[x(0) < S_0]$ であり、 $\text{Prob}[A]$ は事象 A の生起する確率を表わす。また $\nu_x^+(S, t)$ および $\nu_x^-(S, t)$ は時刻 t における $x(t)$ の単位時間当たりの強度超過率——初通過問題における、いわゆる単位時間当たりの期待超過率——で、 $\nu_x^+(S, t)$ は $x(t)$ が正の強度を正の勾配で超過する場合の強度超過率を、 $\nu_x^-(S, t)$ は $x(t)$ が負の強度を負の勾配で超過する場合の強度超過率を表わす。

したがって式(1)と式(2)によって

$$P_f(t_d) = 1 - P_{s,x}(0) \exp \left\{ - \int_0^{t_d} \nu_x^+(S, t) dt - \int_0^{t_d} \nu_x^-(S, t) dt \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。

ただ前論文⁷⁾でも示したように、振動系の減衰が小さく、同時に強度の平均値 \bar{S}_0 と応答のr.m.s.値 σ_x との比が小さい場合には、応答が強度を超える現象がいわゆる“clump”¹⁵⁾の状態では生起するため、応答の強度超過現象をポアソン過程として導かれる式(3)には精度上の問題が残る。したがってその場合には破壊現象を $x(t)$ の包絡線 $a(t)$ の初通過問題としてとらえ、 $a(t)$ の時刻 t における強度超過率 $\nu_a^+(S, t)$ および $\nu_a^-(S, t)$ を用いて $P_f(t_d)$ を評価するのが望ましい。ここに ν に付した肩付き添字+あるいは-の表わす意味は $x(t)$ に対する ν の場合と同様である。すなわち $P_f(t_d)$ は $P_{s,a}(0) = \text{Prob}[|a(0)| < S_0]$ なる $P_{s,a}(0)$ を用いて次式で与えられる。

$$P_f(t_d) = 1 - P_{s,a}(0) \exp \left\{ - \int_0^{t_d} \nu_a^+(S, t) dt - \int_0^{t_d} \nu_a^-(S, t) dt \right\} \dots\dots\dots (4)$$

本論文では、式 (3) による $P_f(t_d)$ の評価法を「応答過程による方法」^{注1)}、式 (4) による評価法を「包絡線過程による方法」とよび区別することにする。

(2) 任意時刻における強度の確率密度関数

構造物の振動継続時間 $[0, t_d]$ 内の任意時刻 t における強度 $S(t)$ の確率分布は、図-1 に示すように、その時刻 t まで構造物あるいは構造部材が破壊しなかったという非破壊条件によって条件付けられた条件付確率分布 $F_S(S|S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max})$ によって与えられる。すなわち

$$F_S(S|S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}) = \text{Prob}[S \leq S | S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}] \\ = \frac{\text{Prob}[S \leq S \cap S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}]}{\text{Prob}[S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}]} \dots\dots\dots (5)$$

式中、 $\text{Prob}[A|B]$ は事象 B の生起条件のもとで事象 A が生起する確率を表わし、 $\text{Prob}[A \cap B]$ は事象 A と事象 B の同時生起確率を示す。

前述のように、 $[0, t_d]$ 内における強度劣化を無視し得るような問題を対象にすれば、 $S(t)$ と $\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}$ とは互いに統計的に独立な確率変量であると考えられるので、式 (5) の分子 P_n は以下のように求められる。

$$P_n = \text{Prob}[S \leq S \cap S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}] \\ = \iint_{D_n} f_{S, \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u, v) du dv \\ = \int_0^S f_S(u) \left\{ \int_0^u f_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(v) dv \right\} du \\ = \int_0^S f_S(u) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) du \dots\dots\dots (6)$$

式中、 $f_{S, \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u, v)$ 、 $f_S(u)$ 、 $f_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(v)$ および $F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u)$ は、それぞれ $S(t)$ と $\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}$ との結合確率密度関数、 $S(t)$ の確率密度関数、 $\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}$ の確率密度関数およびその確率分布関数を表わす。また D_n は $(S, \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max})$ 平面において、 $S \leq S$ かつ $S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}$ なる条件を満たす領域である。

次に式 (5) の分母を P_d とすれば、同様に

$$P_d = \text{Prob}[S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}] \\ = \iint_{D_d} f_{S, \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u, v) du dv \\ = \int_0^\infty f_S(u) \left\{ \int_0^u f_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(v) dv \right\} du \\ = \int_0^\infty f_S(u) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) du \dots\dots\dots (7)$$

注 1) 前論文⁷⁾では「ポアソン近似による方法」と称したが、「応答過程」を用いて初通過破壊確率を算定する方法であることを明示するために、本論文では「応答過程による方法」とよび直すことにする。

となる。

式中、 D_d は $S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}$ を満たす $(S, \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max})$ 平面の領域を示す。

式 (6) と式 (7) を式 (5) へ代入して次式を得ることができる。

$$F_S(S|S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}) = \frac{\int_0^S f_S(u) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) du}{\int_0^\infty f_S(u) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) du} \dots\dots\dots (8)$$

さらに式 (8) を S で微分すれば、任意時刻 t における強度の確率密度関数 $f_S(S|S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max})$ が以下のように得られる。

$$f_S(S|S > \mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}) = \frac{f_S(S) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(S)}{\int_0^\infty f_S(u) F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) du} \dots\dots\dots (9)$$

さて式 (9) における $F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u)$ 、すなわち定常確率過程の最大値の確率分布については、いまだ厳密式は得られていない。したがって本研究では次の近似式を用いることにする¹⁰⁾。

$$F_{\mathbf{x}_{0<r<t}^{\max}}(u) = \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf} \left(\frac{u}{\sqrt{2} \sigma_x} \right) \right\} \\ \times \exp \left[-N_{x,0^+} t \exp \left(-\frac{u^2}{2 \sigma_x^2} \right) / \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf} \left(\frac{u}{\sqrt{2} \sigma_x} \right) \right\} \right] \dots\dots (10)$$

式中、 $N_{x,0^+}$ は $\mathbf{x}(t)$ が確定的レベル $x=0$ を正の勾配で超過する単位時間当たりの回数の期待値であり、 $\text{Erf}(y)$ は次式によって定義される誤差関数である。

$$\text{Erf}(y) = \int_y^\infty \exp(-z^2) dz \dots\dots\dots (11)$$

(3) 新たな強度超過率の概念

以下では $\nu_x^+(S, t)$ と $\nu_a^+(S, t)$ にのみ着目して強度超過率の概念を述べるが、 $\nu_x^-(S, t)$ および $\nu_a^-(S, t)$ についても概念はまったく同様である。

前論文⁷⁾に示したように、強度が時間には無関係な確率分布で与えられるとき、定常応答過程 $\mathbf{x}(t)$ あるいはその包絡線過程 $\mathbf{a}(t)$ の強度超過率 $\nu_x^+(S)$ あるいは $\nu_a^+(S)$ は次式で与えられる。

$$\nu_z^+(S) = \int_{D_{S_0}} \left\{ \int_0^\infty \dot{z} f_{z\dot{z}}(u, \dot{z}) d\dot{z} \right\} f_S(u) du \dots\dots\dots (12)$$

式中 z は \mathbf{x} あるいは \mathbf{a} をとり、 \dot{z} は z の時間的導関数である。また D_{S_0} は S の存在領域で、 $f_S(u)$ は S の確率密度関数である。さらに $f_{z\dot{z}}(z, \dot{z})$ は確率変数 z と \dot{z} の結合確率密度関数を表わす。

ところが本研究では前論文の手法をさらに発展させ、

強度の確率分布の連続的経時変化を忠実に初通過破壊確率の評価に反映させようとするものである。この場合式(12)における強度の確率密度関数 $f_S(u)$ の代わりに、前節の式(9)で与えられる確率分布を用いれば、時刻 t における応答過程あるいは包絡線過程の強度超過率の高精度の算定式を得ることができる。すなわち式(12)の $f_S(u)$ に $f_S(u|S > x_{0<r<t}^{\max})$ を代入し、さらに式(9)を用いれば次式が得られる。ただし $x_{0<r<t}^{\max}$ が確率量であるため S の存在領域 D_S も確率的な領域 D_S になり、その結果 ν_z^+ も確率量になる。同時に ν_z^+ は時間関数になるので、 $\nu_z^+(S)$ を $\nu_z^+(S, t)$ と表わす。

$$\nu_z^+(S, t) = \frac{1}{\int_0^{\infty} f_S(u) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(u) du} \times \int_{D_S} \left\{ \int_0^{\infty} \dot{z} f_{z\dot{z}}(u, \dot{z}) d\dot{z} \right\} f_S(u) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(u) du \quad \dots\dots(13)$$

式中、 D_S は $S > x_{0<r<t}^{\max}$ を満たす S の領域を示す。

本研究では式(13)で与えられる $\nu_z^+(S, t)$ を用いて、次式のように新たに強度超過率を定義した。

$$\nu_z^+(S, t) = \int_0^{\infty} \nu f_{\nu z^+}(\nu, t) d\nu \quad \dots\dots(14)$$

式中、 $f_{\nu z^+}(\nu, t)$ は $\nu_z^+(S, t)$ の確率密度関数であり、陽な形ではもちろん表わすことはできないが、式(13)を数値計算することにより離散的な確率分布として求めることができる。

(4) 応答過程の強度超過率

応答 $x(t)$ が零平均値を有する定常正規確率過程を示す場合、応答 $x(t)$ と応答速度 $\dot{x}(t)$ とは互いに独立であり、両者の結合確率密度関数 $f_{x\dot{x}}(x, \dot{x})$ は次式で与えられる。

$$f_{x\dot{x}}(x, \dot{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\right) \quad \dots\dots(15)$$

式中、 σ_x^2 および $\sigma_{\dot{x}}^2$ はそれぞれ $x(t)$ および $\dot{x}(t)$ の分散である。式(13)において z を x とし、それに式(15)を代入すれば、若干の定積分の計算を実行することによって次式が得られる。

$$\nu_z^+(S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{z}}}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^{\infty} f_S(u) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(u) du} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^2} \right) f_S(u) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(u) du \quad \dots\dots(16)$$

式(16)を式(14)に適用すれば、応答過程の強度超過率が得られる。無載荷材料の強度の確率分布が正規分布あるいは対数正規分布で与えられるとして、式(16)を書き改めれば以下のようになる。

a) 強度が正規分布をなす場合

この場合、 $f_S(u)$ は次式で与えられる。

$$f_S(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \exp\left\{-\frac{(u-\bar{S}_0)^2}{2\sigma_s^2}\right\} \quad \dots\dots(17)$$

式中、 \bar{S}_0 および σ_s は、それぞれ無載荷材料の強度の平均値と標準偏差である。式(17)を式(16)へ代入し、同式を前論文⁷⁾と同様の無次元パラメーター $\bar{m} = \bar{S}_0/\sigma_x$ および $\delta_S = \sigma_s/\bar{S}_0$ によって表わし、さらに $r = u/\sigma_s$ なる無次元化変数変換を行えば次式が得られる。

$$\nu_z^+(S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{z}}}{\sigma_x} \times \frac{1}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(\sigma_s r) dr} \int_0^{\frac{x_{\max}}{\sigma_s}} \frac{1}{\sigma_s} \times \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2}{2} r^2 + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{0<r<t}^{x_{\max}}(\sigma_s r) dr \quad \dots\dots(18)$$

さらに $x_{0<r<t}^{\max} = \sigma_x x_{0<r<t}^{\max*}$ とおいて式(18)を書き改め、 $\nu_z^+(S, t)$ を上記の無次元パラメーター \bar{m} と δ_S の関数であることを明示するために $\nu_{x,N^+}(\bar{m}, \delta_S, t)$ と書き改める。ここに添字 N は強度が正規分布であることを意味する。

$$\nu_{x,N^+}(\bar{m}, \delta_S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{z}}}{\sigma_x} \times \frac{1}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{0<r<t}^{x_{\max}^*}(\bar{m}\delta_S r) dr} \times \int_0^{\frac{x_{\max}^*}{\bar{m}\delta_S}} \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2}{2} r^2 + \frac{r}{\delta_S}\right) \times F_{0<r<t}^{x_{\max}^*}(\bar{m}\delta_S r) dr \quad \dots\dots(19)$$

式中

$$F_{0<r<t}^{x_{\max}^*}(w) = F_{0<r<t}^{x_{\max}}(\sigma_x w) \quad \dots\dots(20)$$

であり、 $F_{0<r<t}^{x_{\max}}(\sigma_x w)$ として式(10)を用いれば次式が得られる。

$$F_{0<r<t}^{x_{\max}^*}(\bar{m}\delta_S r) = \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf}\left(\frac{\bar{m}\delta_S}{\sqrt{2}} r\right) \right\} \times \exp\left[-N_{x,0^+} t \exp\left(-\frac{\bar{m}^2\delta_S^2}{2} r^2\right)\right] \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf}\left(\frac{\bar{m}\delta_S}{\sqrt{2}} r\right) \right\} \quad \dots\dots(21)$$

b) 強度が対数正規分布をなす場合

この場合、 $f_S(u)$ は次式で与えられる。

$$f_S(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\ln(1+\delta_S^2)} u} \times \exp\left[-\frac{\{\ln u - \ln(\bar{S}_0/\sqrt{1+\delta_S^2})\}^2}{2 \ln(1+\delta_S^2)}\right] \quad \dots\dots(22)$$

以下は a) とまったく同様の誘導過程により、 $\nu_{x,N^+}(\bar{m}, \delta_S, t)$ に代わる $\nu_{x,LN^+}(\bar{m}, \delta_S, t)$ の算定式を以下の

ように求め得る. 添字 LN は強度が対数正規分布であることを示す.

$$\nu_{x, LN^+}(\bar{m}, \delta_S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_x}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1 + \delta_S^2})^2}{2 \ln(1 + \delta_S^2)}\right\} F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr} \times \int_{\frac{x_{max}^*}{\bar{m} \delta_S} < r < t} \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2 \delta_S^2}{2} r^2 - \frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1 + \delta_S^2})^2}{2 \ln(1 + \delta_S^2)}\right\} F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr \dots (23)$$

(5) 包絡線過程の強度超過率

零平均値を有する狭帯域定常正規確率過程の包絡線過程については, Rice の理論⁹⁾に基づいて Lyon¹⁵⁾ がその確率モデルを与えている. それによれば $a(t)$ と $\dot{a}(t)$ の結合確率密度関数は次式で与えられる.

$$f_{a\dot{a}}(a, \dot{a}) = \frac{a}{\sqrt{2\pi} \sigma_x^2 \sigma_1} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\dot{a}^2}{2\sigma_1^2}\right) \dots (24)$$

式中, $\sigma_1^2 = \sigma_x^2 - \omega_m^2 \sigma_x^2$ であり, ω_m は $x(t)$ の代表的振動数である.

式 (13) の z を a とし, $f_{a\dot{a}}(a, \dot{a})$ に式 (24) を代入すれば次式が得られる.

$$\nu_{a^+}(S, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x^2} \frac{1}{\int_0^\infty f_S(u) F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(u) du} \times \int_{\frac{x_{max}^*}{\bar{m} \delta_S} < r < t} u \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_x^2}\right) f_S(u) F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(u) du \dots (25)$$

a) 強度が正規分布をなす場合

式 (17) を式 (25) に代入し, (4), a) で示したのと同様の変数変換を行い, $\nu_{a^+}(S, t)$ を $\nu_{a, N^+}(\bar{m}, \delta_S, t)$ と書けば次式が得られる.

$$\nu_{a, N^+}(\bar{m}, \delta_S, t) = \frac{\bar{m} \delta_S}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr} \times \int_{\frac{x_{max}^*}{\bar{m} \delta_S} < r < t} r \exp\left(-\frac{1 + \bar{m}^2 \delta_S^2}{2} r^2 + \frac{r}{\delta_S}\right) \times F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr \dots (26)$$

b) 強度が対数正規分布をなす場合

式 (26) に対応する結果のみを示せば次式のとおりである.

$$\nu_{a, LN^+}(\bar{m}, \delta_S, t) = \frac{\bar{m} \delta_S}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1 + \delta_S^2})^2}{2 \ln(1 + \delta_S^2)}\right\} F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr} \times \int_{\frac{x_{max}^*}{\bar{m} \delta_S} < r < t} \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2 \delta_S^2}{2} r^2 - \frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1 + \delta_S^2})^2}{2 \ln(1 + \delta_S^2)}\right\} F_{0 < r < t}^{x_{max}^*}(\bar{m} \delta_S r) dr \dots (27)$$

式 (19), 式 (23), 式 (26), 式 (27) および式 (21) さらに式 (14) から理解できるように, 任意時刻における $x(t)$ および $a(t)$ の強度超過率は, それぞれ $\bar{m}, \delta_S, \sigma_x/\sigma_x, t$ および $\bar{m}, \delta_S, \sigma_1/\sigma_x, t$ なるパラメータによって†

算定できる. さらに 1 自由度振動系でモデル化される減衰の小さい構造物にホワイトノイズ状の不規則変動荷重が作用する場合には, σ_x/σ_x は系の固有円振動数 ω_0 にほぼ等しくなる. また前論文⁷⁾で示したように Lyon の方法によって σ_1/σ_x も近似的に次式のように表わせる.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_x} = \frac{\pi \zeta \omega_0}{\sqrt{12}} \dots (28)$$

ここに ζ は系の減衰定数である. したがってその場合には, 応答過程の方法を用いるにせよ, 包絡線過程の方法を用いるにせよ, いずれにしても構造物の初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ は $\bar{m}, \delta_S, \omega_0$ および ζ なるパラメータによって決定されることになる.

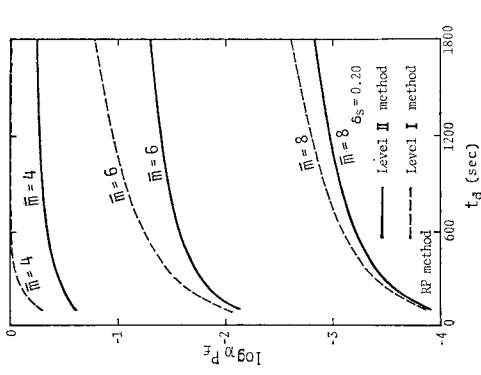
3. 数値計算結果および考察

(1) 数値計算モデル

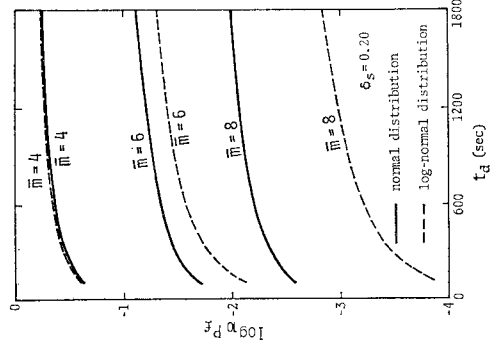
強度の確率分布の経時変化が構造物の初通過破壊確率に及ぼす影響を検討するために, ホワイトノイズ状の不規則変動外力を受ける線形 1 自由度振動系を想定し, 以下の条件のもとで数値計算を行った.

- 振動系の固有円振動数: $\omega_0 = 2\pi$ (rad/s)
- 振動系の減衰定数: $\zeta = 0.01$
- 振動継続時間: $t_d = 100 \sim 1800$ (s) 補遺
- 強度の確率分布形: 正規分布, 対数正規分布
- 強度の変動係数: $\delta_S = 0.05 \sim 0.20$ ¹⁷⁾
- \bar{m} の範囲: $\bar{m} = 4 \sim 8$

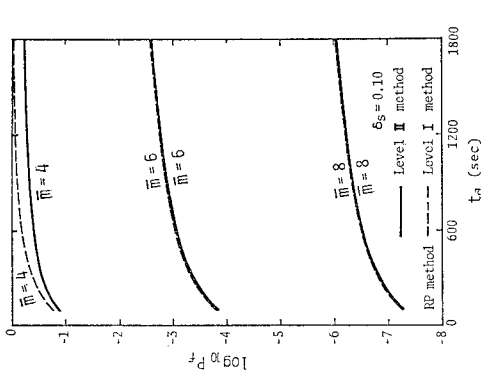
いま応答 $x(t)$ に対応する強度が正・負領域でともに等しいものとすれば $\nu_{x^+} = \nu_{x^-}$ あるいは $\nu_{a^+} = \nu_{a^-}$ であるから, 式 (21) を式 (19) あるいは式 (23), 式 (26), 式 (27) へ代入して任意時刻の ν_{x, N^+} あるいは $\nu_{x, LN^+}, \nu_{a, N^+}, \nu_{a, LN^+}$ の確率分布を数値的に求め, それらを



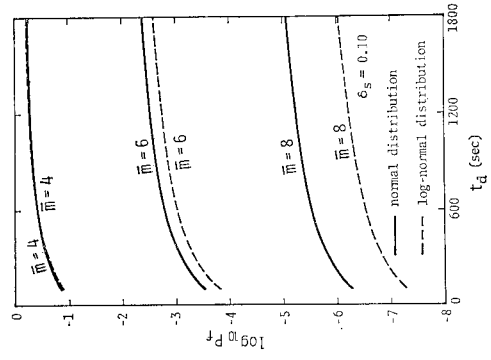
(d) Strength : Log-normal distribution ($\epsilon_S = 0.20$)



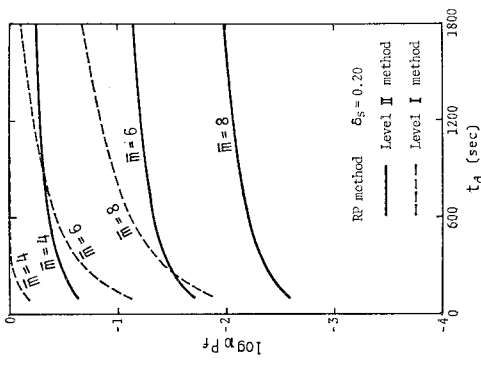
(d) Level II method ($\epsilon_S = 0.20$)



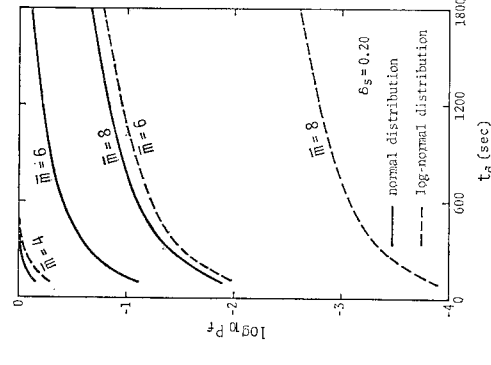
(c) Strength : Log-normal distribution ($\epsilon_S = 0.10$)



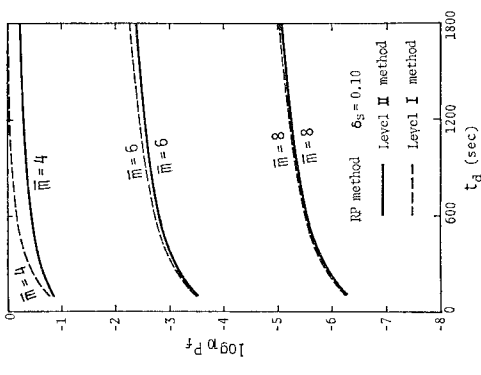
(c) Level II method ($\epsilon_S = 0.10$)



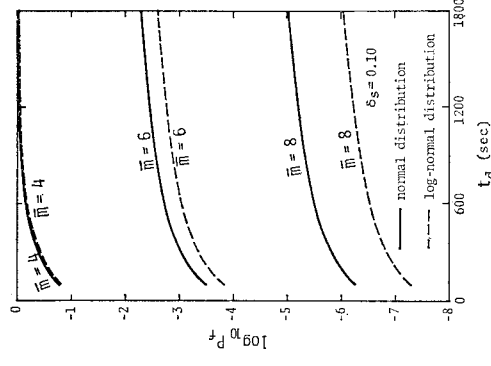
(b) Strength : Normal distribution ($\epsilon_S = 0.20$)



(b) Level I method ($\epsilon_S = 0.20$)



(a) Strength : Normal distribution ($\epsilon_S = 0.10$)



(a) Level I method ($\epsilon_S = 0.10$)

図一2 初通過破壊確率 (レベルIの方法とレベルIIの方法との比較)

図一3 初通過破壊確率 (強度の確率分布形の影響)

用いて式 (14) の積分をやはり数値的に計算して強度超過率を求めれば、式 (3) あるいは式 (4) によって、与えられた \bar{m} , δ_s , t_d に対して系の初通過破壊確率を算定することができる。以下に計算結果を示し、考察を加える。なお式 (19) あるいは式 (23), 式 (26), 式 (27) の数値積分は予備計算によって収束性を確認したうえで Gauss の方法を、式 (14) および式 (3) あるいは式 (4) の数値積分は Simpson の方法を用いて行った。また本論文では便宜上、強度の確率分布の経時変化を無視する初通過破壊確率の評価法⁷⁾を「レベル I の方法」と称し、考慮する場合の評価法を「レベル II の方法」とよぶことにする。

(2) 計算結果および考察

a) レベル I の方法とレベル II の方法との比較

まず応答過程による方法(以下「RP 法」と略記する)を用いて求めた 振動継続時間 t_d と初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ との関係、 \bar{m} をパラメーターにして 図-2 (a), (b) (強度が正規分布) および 図-2(c), (d) (強度が対数正規分布) に示す。本計算結果を待つまでもなく、 \bar{m} や δ_s あるいは強度の分布形にかかわらず、 t_d の増加とともに $P_f(t_d)$ が漸増することは自明であるが、 \bar{m} , δ_s および強度の分布形の組合せいかんによっては、レベル I の方法による $P_f(t_d)$ とレベル II の方法による $P_f(t_d)$ との間にかかなり大きな差異が認められる。すなわち 図-2 (a) および (c) より、 δ_s が 0.1 で、かつ \bar{m} が 6 を越えるような条件下では、ここで扱った強度の分布形によらず、両法による $P_f(t_d)$ の差異は無視できるほど小さいことがわかる。この結果から判断して、強度の変動係数が 0.1 より小さく、かつ \bar{m} が 6 以上の領域における初通過破壊問題では、レベル I の方法で $P_f(t_d)$ を評価してもまず問題はないといえよう。ところが 図-2 (b) および (d) にみられるように、 δ_s が 0.2 になると両法による $P_f(t_d)$ の差は顕著になり、特に強度が正規分布する場合にその傾向が著しい。たとえば $\bar{m}=8$ で $t_d=1800$ (s) の場合、レベル I の方法およびレベル II の方法によって求めた $P_f(t_d)$ は、それぞれ 0.21 および 0.01 となり(図-2 (b) を参照)、レベル I の方法では振動系の初通過破壊確率をかなり過大に評価する結果を招く。したがってこのような場合

には、より精緻な評価法であるレベル II の方法を用いて $P_f(t_d)$ を算定すべきであると判断できる。

次に強度の分布形による $P_f(t_d)$ の差異を検討するために 図-3 (a), (b) (レベル I の方法) および 図-3 (c), (d) (レベル II の方法) を示す。これらの図より、 \bar{m} と δ_s が増大するに従って、強度の分布形が $P_f(t_d)$ に敏感に影響し、正規分布の場合、より大きな破壊確率になることがわかる。また δ_s が大きくなると、レベル I とレベル II の方法の差異が明瞭になることも、図-3 (b) と (d) との比較によって理解できる。

以上の結果は定性的には包絡線過程による方法(以下 EP 法と略記する)の場合もまったく同様であるので、結果の一部のみを 図-4 (a) (強度が正規分布) および 図-4 (b) (強度が対数正規分布) に示す。

RP 法と EP 法との比較は、たとえば強度を正規分布とし、その変動係数を 0.2 とした 図-2 (b) と 図-4 (a) との比較、あるいは強度を対数正規分布とし、同じく変動係数を 0.2 とした 図-2 (d) と 図-4 (b) との対比によってなされる。今回の数値計算モデルの減衰定数が $\zeta=0.01$ と小さいことから、両方法に基づく $P_f(t_d)$ の算定値には約 1 桁程度の差異がみられる。またその傾向はレベル I の方法を用いても、レベル II の方法を用いたとしてもほとんど変わらないようである。したがってレベル II の方法に基づいて $P_f(t_d)$ を算定する場合の RP 法と EP 法との差異に対しては、レベル I の方法を用いた前論文⁷⁾の考察結果をそのまま適用し得るものと考えられる。すなわち \bar{m} が大きく、応答過程が広帯域であるほど RP 法の精度が期待でき、応答過程が狭帯域である場合には EP 法がより合理的であるとの従来の研究結果は、強度の確率分布形やばらつき

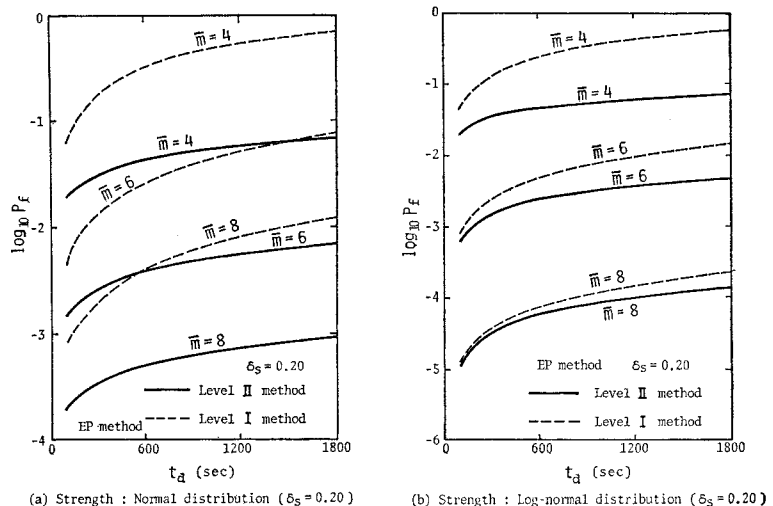


図-4 包絡線過程の方法による初通過破壊確率

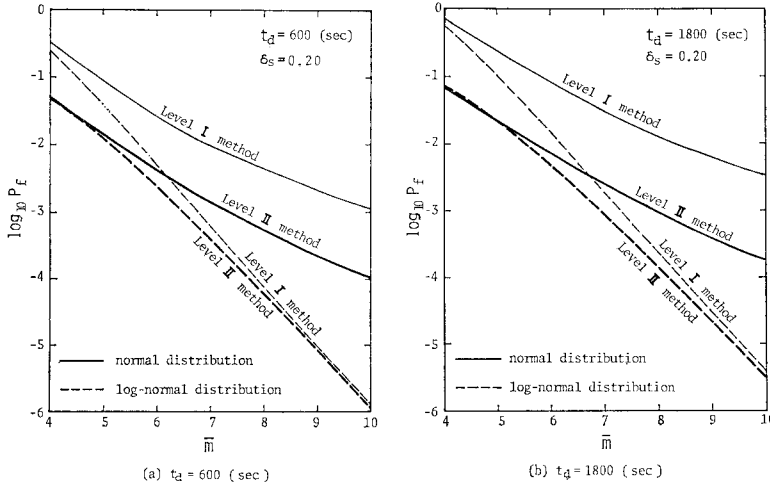


図-5 \bar{m} と初通過破壊確率との関係

に関係なく成立するものと考えられる。

b) 初通過破壊に対する目標信頼度を満たす \bar{m} の値について

パラメーター \bar{m} は静的信頼性理論における中央安全率に相当するもので、構造物の信頼性を決定する最も主要な因子である。本項では構造物の設計に際し、あらかじめ適当に設定した目標信頼度 P_s^* を満たす \bar{m} の値を、レベル I とレベル II の方法によって算定し（それぞれ \bar{m}^I 、 \bar{m}^II と記述する）、従来のレベル I の方法では過度に大きい \bar{m} の値が要求される場合があることを定量的に指摘してみよう。なお計算は系の減衰定数が小さいことを考慮して、EP 法に基づいて行っている。

図-5 (a) ($t_d=600$ 秒) および 図-5 (b) ($t_d=1800$ 秒) はそれぞれ振動継続時間 t_d を 600 秒と 1800 秒とした場合の $P_f(t_d)$ と \bar{m} との関係を示したものであり、いずれも δ_S を 0.2 としている。両図を利用して、1 自由度振動系でモデル化できる構造物の初通過破壊に対する P_s^* を 99% および 99.9% としたときの \bar{m} を求めた結果を表-1 (a) ($P_s^*=99\%$) および 表-1 (b) (P_s^*

表-1 目標信頼度を満たす \bar{m} の値

(a) 99% Reliability $\delta_S=0.20$

$f_S(S)$	$t_d(s)$	\bar{m}^I	\bar{m}^{II}	\bar{m}^I/\bar{m}^{II}
normal	600	6.92	5.25	1.32
	1800	8.23	5.68	1.45
log-normal	600	5.66	5.13	1.10
	1800	6.18	5.53	1.12

(b) 99.9% Reliability $\delta_S=0.20$

$f_S(S)$	$t_d(s)$	\bar{m}^I	\bar{m}^{II}	\bar{m}^I/\bar{m}^{II}
normal	600	10.15	7.35	1.38
	1800	12.25	7.93	1.54
log-normal	600	6.77	6.48	1.04
	1800	7.27	6.92	1.05

=99.9%) に示す。

表より、強度の分布形あるいは P_s^* にかかわらず、レベル I の方法を用いた場合には、レベル II の方法によるよりも大きい \bar{m} を算定する結果になり、特に強度が正規分布を示す場合にその傾向が顕著であることがわかる。たとえば強度を正規分布として、 $P_s^*=99.9\%$ 、 $t_d=1800$ 秒とすると \bar{m}^I が 12.25 であるのに対し \bar{m}^{II} は 7.93 であり、目標信頼度を満たす \bar{m} 値に大きな差があることは歴然としている。経済性の問題を論ずることは本論のテーマから外

れるが、この事例は、信頼性評価法が直接的に経済性に関与することを明示しており、その重要性を端的に示唆しているといえる。また \bar{m}^I と \bar{m}^{II} との差は t_d の増加とともに大きくなり、差異の程度は強度が正規分布を示す場合に大きいようである。

次にレベル II の方法を用いれば、強度の分布形の差異による所要の \bar{m} 値の変動が、レベル I の方法によるよりもかなり小さくなることを示してみる。すなわち P_s^* を 99.9%、 t_d を 1800 秒としたとき、表-1 (b) の第 3 欄および第 4 欄の第 3 行と第 5 行に示した値によって以下の結果が得られる。

$$\bar{m}_N^I / \bar{m}_{LN}^I = 12.25 / 7.27 = 1.69$$

$$\bar{m}_N^{II} / \bar{m}_{LN}^{II} = 7.93 / 6.92 = 1.15$$

ここに \bar{m}^I および \bar{m}^{II} の添字 N および LN は強度の確率分布を示すもので、 N は正規分布を、 LN は対数正規分布を表わす。

この例にみられるように、初通過破壊確率が 0.001 程度のとき、レベル I の方法を用いる場合には、強度の分布形が \bar{m} の値に強く関与するが、レベル II の方法ではその影響を比較的小さく押さえられる。したがって強度の分布形を決定する明確な資料がない場合にも、レベル II の方法を用いることによって信頼性評価の有意性が保持されることがわかる。

周知のとおり、構造物の信頼性を破壊確率によって評価することに対して、現時点では技術者、研究者のためらいがあることは否めない。その理由の 1 つとして、破壊確率が小さい領域では、強度の分布形が破壊確率に強い影響を及ぼすことを挙げることができる。上述の結果は動的信頼性問題におけるこの種の議論に対して 1 つの有用な資料になるものと考えている。

4. 例 題

初通過理論の構造信頼性問題へのより具体的な応用例として、先端に零平均値を有する定常不規則変動荷重を受ける鋼製直立円柱基部断面の降伏破壊確率について考える。円柱の高さ方向の強度の確率特性が一樣で、さらに振動性状が1次モードの卓越したものであれば、基部断面の降伏破壊確率は円柱の降伏破壊確率に等しい。

ここでは 2. で示したレベルIIの方法による包絡線過程に対する初通過破壊確率の算定式を用いて降伏破壊確率を求め、荷重強度や材料強度のばらつきの影響を論述する。さらに応答の最大値分布を用いて静的信頼性理論によって算出した破壊確率と、本法に基づく破壊確率との定量的な比較・検討を試みる。

(1) 円柱基部断面の降伏破壊確率

いま円柱の全断面において局部座屈が生じないような補剛設計がなされ、さらに材料の引張側降伏点と圧縮側降伏点が等しいものとする。また自重による圧縮応力も荷重による垂直応力と比較して無視できるほど小さいものと仮定する。このとき1回の変動荷重の作用に対する円柱の基部断面の降伏破壊確率 $P_f(t_d)$ は、2. の式 (4) で与えられる。すなわち

$$P_f(t_d) = 1 - S_{s,a}(0) \exp \left\{ - \int_0^{t_d} \nu_{a^+}(\bar{m}, \delta_s, t) dt - \int_0^{t_d} \nu_{a^-}(\bar{m}, \delta_s, t) dt \right\} \dots\dots\dots (4)'$$

ここに $P_{s,a}(0)$ は前述のように $P_{s,a}(0) = \text{Prob} [|a(0)| \leq S_0]$ で与えられる。また $\nu_{a^+}(\bar{m}, \delta_s, t)$ および $\nu_{a^-}(\bar{m}, \delta_s, t)$ は最大縁応力 $x(t)$ の発生点の引張側降伏点および圧縮側降伏点に対する強度超過率である。ところが変動荷重が零平均値を有し、さらに上述のような条件が成立する場合には、明らかに $\nu_{a^+}(\bar{m}, \delta_s, t) = \nu_{a^-}(\bar{m}, \delta_s, t)$ であるから、このとき式 (4)' は以下のようなる。

$$P_f(t_d) = 1 - P_{s,a}(0) \exp \left\{ - 2 \int_0^{t_d} \nu_{a^+}(\bar{m}, \delta_s, t) dt \right\} \dots\dots\dots (29)$$

したがって不規則振動解析によって円柱基部断面の最大縁応力 $x(t)$ および $\dot{x}(t)$ の r.m.s. 値 σ_x および $\sigma_{\dot{x}}$ を計算して、式 (26) あるいは式 (27) によって $\nu_{a^+}(\bar{m}, \delta_s, t)$ を求めれば、式 (29) によって基部断面の降伏破壊確率を評価することができる。

(2) 円柱基部断面に生ずる最大縁応力の r.m.s. 値

詳細な誘導過程は省略するが、頂部に作用する水平方向の不規則変動荷重 $P(t)$ による直立円柱の弾性応答の

結果、基部には次式で与えられる r.m.s. 値 σ_x を有する最大縁応力 $x(t)$ が発生する。ただし2次以上の高次振動モードの影響は無視している。

$$\sigma_x = \left[\frac{22.812}{m^2 l^6} \frac{(EI)^2}{W^2} \int_0^\infty S_{PP}(\omega) \times \frac{1}{\{(\omega_{0,1}^2 - \omega^2)^2 + 4 \zeta_1^2 \omega_{0,1}^2 \omega^2\}} d\omega \right]^{1/2} \dots\dots\dots (30)$$

式中、 ω は円振動数 (rad/s)、 $\omega_{0,1}$ および ζ_1 はそれぞれ円柱の1次モードの固有円振動数 (rad/s) および1次モードに対する減衰定数、 l および m はそれぞれ円柱の高さおよび単位長当たりの質量、 I および W はそれぞれ円柱断面の断面2次モーメントおよび断面係数、 E は鋼材のヤング率、 $S_{PP}(\omega)$ は荷重 $P(t)$ の片側パワースペクトル密度関数である。

(3) 数値計算モデル

計算モデルとして、ドルフィンの脚としてしばしば使用される規模の鋼製中空直立円柱を想定した。断面諸元などの関係諸量は以下のとおりである。

- a) 円柱関係
 - $l=38.72(\text{m})$, $D=150(\text{cm})$ (直径)
 - $t=2(\text{cm})$ (板厚), $\omega_{0,1}=2\pi(\text{rad/s})$
 - $\zeta_1=0.01$
- b) 材料関係
 - $E=2.1 \times 10^7(\text{t/m}^2)$ (205.9 GN/m²)
 - $\bar{S}_0=2850(\text{kg/cm}^2)$ (0.279 5 GN/m²) (降伏点の平均値)
 - $\delta_s=0.10, 0.15, 0.20$ (降伏点の変動係数)
 - $f_S(S)$: 正規分布, 対数正規分布 (降伏点の確)

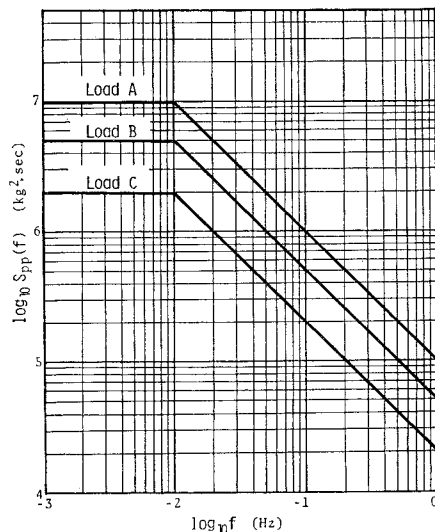


図-6 変動荷重のパワースペクトル密度関数

率密度関数)

c) 荷重関係

図-6 に示す片側パワースペクトル密度関数を有する3種類の定常正規不規則変動荷重.

(4) 数値計算結果および考察

まず図-6 に示した3種類の荷重 (Load A, Load B, Load C) に対する円柱基部断面の縁応力 $x(t)$ の r.m.s. 値 σ_x を式 (30) によって求め、降伏破壊確率 $P_f(t_d)$ を決定する最も主要な因子であるパラメーター $\bar{m} = \bar{\delta}_0 / \sigma_x$ を計算した. 結果は Load A, B, C に対してそれぞれ 3.127, 4.423, 6.992 である.

次に式 (26) あるいは式 (27) に含まれる σ_t / σ_x を, $\omega_0 = \omega_{0,1} = 2\pi$ (rad/s), $\zeta = \zeta_1 = 0.01$ として式 (28) によって求め、両式を用いて t_d を 50 等分した各時刻の $\nu_{\alpha^+}(\bar{m}, \delta_S, t)$ を数値計算によって算定した. そして最終的に式 (29) により、各荷重モデルおよび材料強度の各確率特性 (分布形, 変動係数) に対する $P_f(t_d)$ を計算した. 結果を、横軸に t_d を、縦軸に $P_f(t_d)$ をとって図-7 (a) (強度が正規分布) および 図-7 (b) (強度が対数正規分布) に示す.

これらの図より、Load A, B のように、材料強度との相対性においてパワーの大きい荷重が、かなりの継続時間——たとえば 10 分間以上にわたり振動系に作用する場合には、降伏点の分布形や δ_S があまり $P_f(t_d)$ に影響しないことがわかる. 一方 Load C のように比較的低パワーレベルの低い荷重作用を受ける構造物の $P_f(t_d)$ は、それら 2 つの因子に強い影響を受けている. なお参考のために、図-8 (a) (強度が正規分布) および 図-8

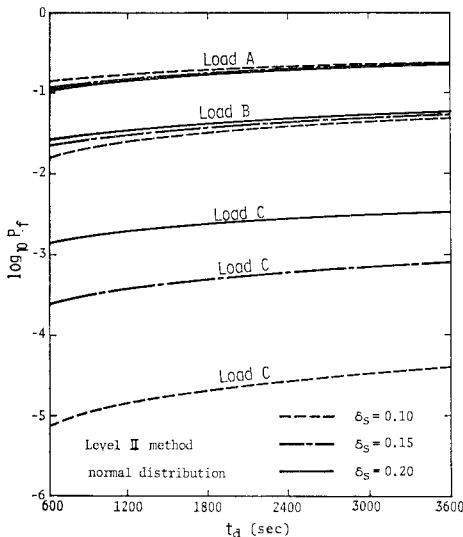
(b) (強度が対数正規分布) に、レベル I の方法によって求めた結果を示しておく. 図-7 と比較すれば、 δ_S の $P_f(t_d)$ に与える影響がレベル II の方法によるよりも強いことが理解できる.

次に t_d と $P_f(t_d)$ との関係についてみれば、 t_d が 10 分と 60 分と極端に異なる場合には、もちろんそれぞれに対応する $P_f(t_d)$ にも相応の差が認められるが、たとえば 30 分と 40 分といった程度の継続時間の差は、ほとんど $P_f(t_d)$ の値に影響しないといえる. これは構造物の耐風安全性に関する篠塚¹⁵⁾ のコメント、すなわち「暴風あるいは台風の継続時間を 30 分と考えても 40 分と考えても、ガストレスポンスファクターに大差はない。」——したがってこのとき構造物の安全性レベルにも大きな差異は生じないと理解できる.——を、動的信頼性の観点から定量的に示すものである.

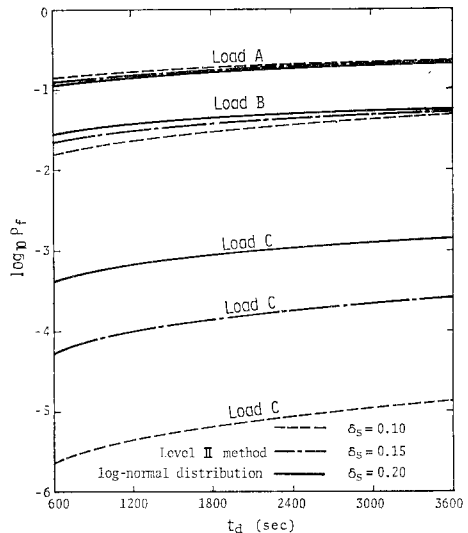
さて不規則変動荷重に対する構造物の信頼性を、振動の継続時間内における応答の最大値が強度を上回る確率によって論じられることは多い¹⁶⁾. そこで本法 (レベル II の方法) と、この応答の最大値分布を用いて静的信頼性理論によって破壊確率を求める方法 (便宜上、MAX 法としておく) とを比較するために、両法による結果を図-9 (a) (強度が正規分布) および 図-9 (b) (強度が対数正規分布) に示す. ただし、MAX 法では、式 (10) で与えられる応答の最大値分布 $F_{\mathbf{x}_{\max}(u)}(u)$ を用いて、次式により、強度の確率分布の時間的変動性を無視して破壊確率 $P_f^M(t_d)$ を求めた.

$$P_f^M(t_d) = \int_0^\infty F_{\mathbf{x}_{\max}(u)}(u) f_S(u) du \dots \dots \dots (31)$$

さらに表-2 (a) (強度が正規分布) および 表-2 (b)

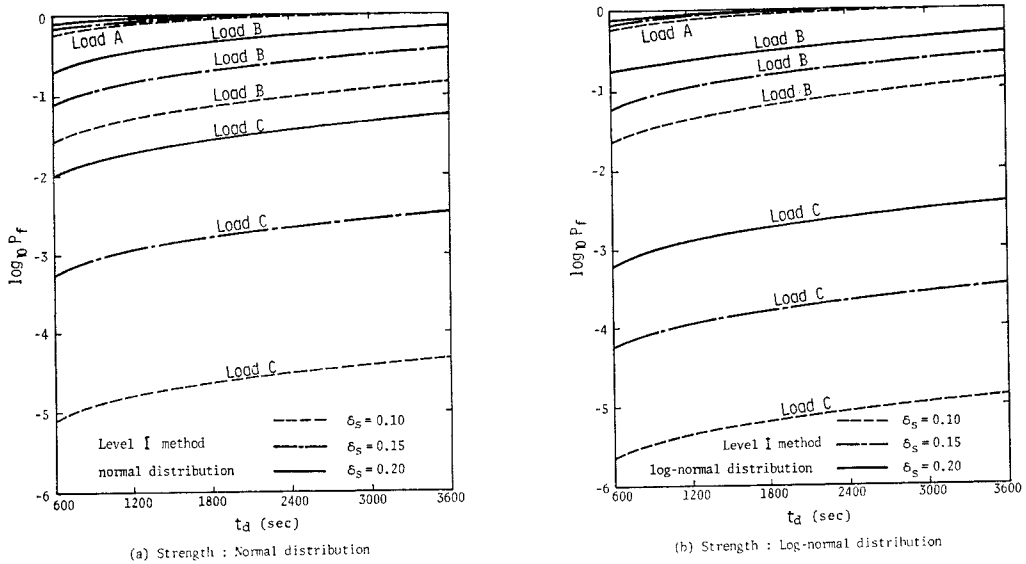


(a) Strength : Normal distribution

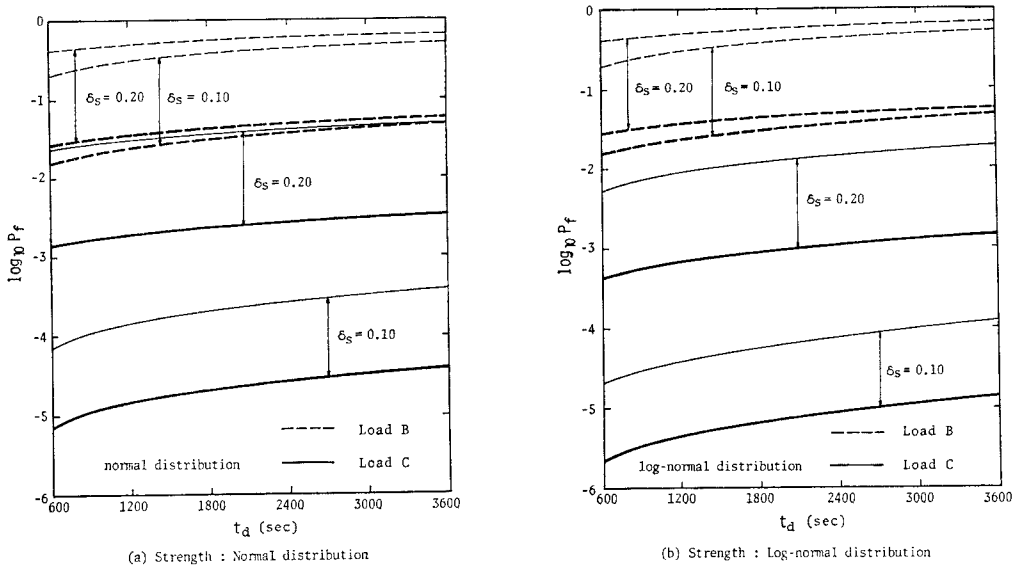


(b) Strength : Log-normal distribution

図-7 円柱基部断面の降伏破壊確率 (レベル II の方法)



図一八 円柱基部断面の降伏破壊確率（レベル I の方法）



図一九 円柱基部断面の降伏破壊確率（レベル II の方法（太線）と最大値分布による方法（細線）との比較）

（強度が対数正規分布）に、 t_d を 600 秒，1800 秒および 3600 秒としたときの結果を示す。なお MAX 法で評価した場合，Load A に対しては $P_f^M(t_d)$ が 1 に非常に近くなるので，図および表への記入を省略している。

これらの図あるいは表にみられるように，MAX 法は，少なくとも本数値計算例で用いた範囲内の \bar{m} ， δ_S あるいは強度の分布形にかかわらず，本論文では提示したレベル II の方法よりも，約 1 桁程度大きな破壊確率を与えている。したがって応答の最大値分布を用いて破壊確率を評価する手法は，構造物の安全性を過小に評価する結

果を導く場合があるものと考えられる。

5. 結 言

本論文ではあらかじめ確率構造の与えられた定常不規則外乱の作用下において，構造物の振動継続時間中における材料強度あるいは部材強度の確率分布の経時変化が破壊確率に及ぼす影響に注目し，構造物の初通過破壊確率に関する問題をより精緻な立場から論じた。ただし材料の劣化がない場合についてのみ取り扱っている。得ら

表-2 円柱基部断面の降伏破壊確率

Load method		$t_d(s)$		600		1 800		3 600	
		δ_S		0.10	0.20	0.10	0.20	0.10	0.20
Load B	MAX	1.96×10^{-1}	4.03×10^{-1}	3.84×10^{-1}	5.47×10^{-1}	5.29×10^{-1}	6.33×10^{-1}		
	Level II	1.56×10^{-2}	2.64×10^{-2}	3.19×10^{-2}	4.24×10^{-2}	4.69×10^{-2}	5.75×10^{-2}		
Load C	MAX	6.99×10^{-3}	2.31×10^{-2}	1.99×10^{-1}	3.72×10^{-2}	3.79×10^{-4}	4.87×10^{-2}		
	Level II	7.40×10^{-3}	1.36×10^{-3}	2.09×10^{-3}	2.36×10^{-3}	3.93×10^{-5}	3.33×10^{-3}		

Load method		$t_d(s)$		600		1 800		3 600	
		δ_S		0.10	0.20	0.10	0.20	0.10	0.20
Load B	MAX	1.88×10^{-1}	4.11×10^{-1}	3.85×10^{-1}	5.74×10^{-1}	5.38×10^{-1}	6.67×10^{-1}		
	Level II	1.56×10^{-2}	2.79×10^{-2}	3.26×10^{-2}	4.41×10^{-2}	4.81×10^{-2}	5.73×10^{-2}		
Load C	MAX	2.05×10^{-5}	5.13×10^{-3}	5.73×10^{-5}	1.17×10^{-2}	1.12×10^{-4}	1.85×10^{-2}		
	Level II	2.24×10^{-6}	4.07×10^{-4}	6.67×10^{-6}	9.10×10^{-4}	1.32×10^{-3}	1.41×10^{-3}		

れた結論を要約すると次のとおりである。

(1) 構造物の振動継続時間における強度の確率分布の経時変化を考慮し得る初通過破壊確率の評価式を、応答過程による方法と包絡線過程による方法によって定式化できた。それらは強度の変動係数 δ_S 、および強度の平均値と応答の r.m.s. 値との比 \bar{m} なる 2 つの無次元パラメータと、構造物の減衰定数、卓越振動数、さらに振動の継続時間によって表示される。したがってパラメトリック数値計算が可能であり、それぞれの因子が初通過破壊確率へ及ぼす影響を定量的に検討できる。

(2) 強度の変動係数が大きく、かつ上記パラメータ \bar{m} が比較的小さい場合には、構造物の振動継続時間における強度の確率分布を不変とする前論文⁷⁾の評価手法は、かなり過大な初通過破壊確率を与えることがあり、強度が正規分布を示す場合にその傾向が著しい。ただしその場合にも、 δ_S が 0.10 より小さく、かつ \bar{m} が 6 を越えるような条件下では、強度の確率分布の経時変化の影響はほとんど無視できるので、そのような場合には、計算の簡便性を考えて、前論文の評価式を用いることが望ましい。

(3) 強度の確率分布形が初通過破壊確率に与える影響については、強度の確率分布の経時変化を考慮する場合も、無視する場合も定性的には同様の傾向を示す。すなわち強度が対数正規分布するときには、正規分布する場合よりも破壊確率は小さくなる。しかし両者の差異は \bar{m} と δ_S が小さくなるに従って減少し、 \bar{m} が 5 以下であれば、 δ_S が 0.2 のように大きい場合でも、有意な差異は認められない。

(4) 応答過程による方法 (RP 法) と包絡線過程による方法 (EP 法) の初通過破壊確率に及ぼす影響についても、強度の確率分布の経時変化を考慮した本法と、無

視した前論文⁷⁾の手法による差異はない。したがって前論文の結論が、ここでもそのまま成立する。すなわち RP 法と EP 法による初通過破壊確率の差異に関しては、無載荷材料の強度のばらつきの大きさはほとんど関与しない。

(5) 目標信頼度を設定して変動荷重を受ける部材の断面設計を行う場合、強度の確率分布の経時変化を考慮した初通過破壊確率の評価式によれば、目標信頼度が 99%~99.9% の程度であれば、強度の確率分布形の影響が比較的小さくなる。したがって強度が正規分布するか対数正規分布するかの

明確な判断資料を欠き、かつ強度のばらつきが大きい場合にも、今回提示した初通過破壊確率の評価式を利用することにより、信頼性評価の有意性が保持される。

(6) 不規則変動荷重を受ける構造物の安全性を、振動継続時間中における最大応答の確率分布を用いた静的信頼性解析に基づいて評価する手法は、場合によっては破壊確率をかなり大きく評価する結果を与える。

以上が本研究で得られたおもな結論であり、これらの成果は海洋構造物の耐波設計あるいは挑性構造物の耐風設計などにおける安全性評価問題に有効に活用し得るものと考えている。以上の評価法をさらに精度のよいものにするためには、(1) 応答の最大値分布を決定する厳密な算定式へのアプローチ、(2) 荷重および強度に対する統計的データの蓄積、および (3) 構造物の減衰特性の究明など、将来の研究に委ねられる具体的問題が数多く残されている。

最後に本研究の数値計算は、すべて大阪大学大型計算機センターの ACOS システム 900 によって行ったことを付記しておく。

[補遺] 構造物の振動継続時間について

構造物の初通過破壊問題を論じる場合、特殊な問題を除きその振動継続時間は、ほぼ外力の作用時間に一致すると考えても支障はない。対象とする外力の種類、あるいは構造物の地理的位置などにより、作用時間はかなり異なるが、たとえば海洋構造物の耐波設計問題を想定すると、まず海洋鋼構造物設計指針 (案)¹⁹⁾ によれば、設計波高 H_{max} は 1/3 有義波高と次式で関係づけられている。

$$H_{max} = \min \{ 2 H_{1/3}, H_b \} \dots \dots \dots (A \cdot 1)$$

式中, $\min\{a, b\}$: a または b のいずれか小の値, H_b : 砕波限界波高.

一方不規則振動論によると, 両者の関係は波数 N_0 と超過確率 μ によって, 次式のように近似的に与えられる²⁰⁾.

$$\frac{\langle H_{\max} \rangle_{\mu}}{H_{1/3}} \approx 0.706 \sqrt{\ln \left[\frac{N_0}{\ln\{1/(1-\mu)\}} \right]} \quad \dots\dots\dots (A.2)$$

いま H_{\max} が $\langle H_{\max} \rangle_{\mu}$ を超過する確率 μ を 5% とすれば, 式 (A.2) は式 (A.3) のようになる.

$$\frac{\langle H_{\max} \rangle_{0.05}}{H_{1/3}} \approx 0.706 \sqrt{\ln \left\{ \frac{N_0}{\ln(1/0.95)} \right\}} \quad \dots\dots\dots (A.3)$$

ここで右辺を式 (A.1) と比較して 2.0 とすれば, $N_0 \approx 157$ が得られる.

さらに 1/3 有義波周期 $T_{1/3}$ を, ごく一般的な海洋波に対する値として, 10~12 秒としてみれば, 前記設計指針 (案) の設計波高は, 波浪の継続時間 T_d として

$$T_d = T_{1/3} \cdot N_0 = (10 \sim 12) \times 157 = 1570 \sim 1884 (\text{s})$$

で与えられる程度の値を考えているものと推察できる.

このような資料を背景にして, 本研究では t_d を 100~1800 秒 (ただし 4. の例題では 3600 秒まで) とした.

参 考 文 献

- 1) 松尾 稔: 土構造物の安全性評価における土質力学の役割, 土木学会誌, Vol. 58, No. 2, pp. 18~24, 1973-2.
- 2) 高岡宣善: 構造物の設計・安全性・信頼性, 土木学会誌, Vol. 61, No. 3, pp. 33~41, 1976-3.
- 3) Lin, Y.K. (森大吉郎他共訳): 構造力学の確率論的方法, 培風館, p. 281, 1972.
- 4) 高岡宣善・星谷 勝: 信頼性理論と確率論の土木工学への応用, 土木学会誌, Vol. 60, No. 9, pp. 61~69, 1975-8.
- 5) 藤野陽三: 確率論に基づく安全性照査法と構造設計, 土木学会誌, Vol. 63, No. 2, pp. 33~39, 1978-2.

- 6) Rice, S.O.: Mathematical Analysis of Random Noise, Selected papers on noise and stochastic processes, ed. Wax, N., Dover, New York, pp. 136~246, 1955.
- 7) 小松定夫・中山隆弘: 材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究, 土木学会論文報告集, No. 250, pp. 25~36, 1976-6.
- 8) 小松定夫・中山隆弘: 材料強度のばらつきを考慮した非定常不規則振動体の初通過破壊確率, 土木学会論文報告集, No. 278, pp. 25~38, 1978-10.
- 9) 高岡宣善・白木 渡: 確率過程論による静定構造物の信頼性解析, 土木学会論文報告集, No. 258, pp. 23~33, 1977-2.
- 10) B.V. Болотин (小林繁夫他共訳): 構造設計の確率論的方法と信頼性問題, 培風館, pp. 201~209, 1981.
- 11) 小池 武: 劣化構造物の動的信頼性解析, 土木学会論文報告集, No. 280, pp. 1~11, 1978-11.
- 12) 星谷 勝・千葉利晃: 弾性せん断ばりの自由振動に与える不確定要因の影響, 土木学会論文報告集, No. 234, pp. 23~31, 1975-2.
- 13) 山田善一・古川浩平・北島 清: 長大吊橋タワーピアー系の地震応答に及ぼす不確定要因の影響に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 293, pp. 23~33, 1980-1.
- 14) Veneziano, D., M. Grigoriu and C.A. Cornell: Vector-Process Models for System Reliability, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. EM3, pp. 441~460, June, 1977.
- 15) Lyon, R.H.: On the Vibration Statistics of a Randomly Excited Hard-spring Oscillator II, Jour. of Acoust. Soc. Am., Vol. 33, No. 10, pp. 1395~1403, 1961.
- 16) 亀田弘行: 不規則地震動に対する構造物の最大応答の推定法について, 土木学会論文報告集, No. 201, pp. 1~12, 1972-5.
- 17) 西村 昭: 鋼材の機械的性質のばらつきについて, JSSC, Vol. 5, No. 48, pp. 68~74, 1969.
- 18) 篠塚正宣: 構造物の動的解析および設計, JSSC, Vol. 11, No. 118, pp. 22~27, 1975-10.
- 19) 土木学会編: 海洋鋼構造物設計指針 (案) 解説, p. 30, 1973-8.
- 20) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, p. 16, 1977.