

静的荷重と定常不規則変動荷重を同時に受ける 構造物の初通過破壊確率について

FIRST-PASSAGE FAILURE PROBABILITIES FOR STATIONARY RANDOM RESPONSES OF STRUCTURES WITH NON-ZERO MEANS

小松定夫*・中山隆弘**

By Sadao KOMATSU and Takahiro NAKAYAMA

1. 緒 言

耐用期間中厳しい自然環境の中にさらされる構造物は、しばしばある限定時間にわたって時間的に変動しない静的荷重と、現状では確率過程として扱わざるを得ない不規則変動荷重の作用を同時に受ける。その結果構造物の各部には、零でない平均値を有する変動応力が発生することになる。たとえば道路橋あるいは鉄道橋の各部材には、死荷重と走行車両の静的効果による静的応力と、走行車両の動的効果による動的応力が同時に生じる。また自然風を受ける長大橋あるいは煙突、送電線用鉄塔等の塔状構造物の構造部材には、死荷重と平均風圧による静的応力に加えて、風の乱れに起因する動的空気力による動的応力が重畳して作用する。本研究ではこの種の組合せ荷重を受ける構造物の初通過破壊確率¹⁾の定式化を計り、活用しやすい算定式を提示することを主目的としている。

南井²⁾は Bolotin³⁾ の理論を拡張して、零でない平均値を有する外乱が構造物に作用する場合の応答のレベル超過率の算定式を誘導し、わが国において構造物の動的信頼性問題に先鞭をつけた。また著者の1人⁴⁾も吊橋の耐風安全性を動的信頼性理論によって評価し、自然風に対する当時の慣用設計法の非合理性を指摘した。しかしいずれの場合も応答の許容値を確定量としているため、そこで展開された理論の応用範囲を広げるためには、応答の許容値を確率量とした理論への拡張が望ましい。

その後は研究者の関心が主として構造物の耐震問題に向けられたこともあって、動的信頼性理論の応用領域は、ほとんど応答の平均値が零であるような問題に限定されていた^{5), 6), 7)}。そのため零でない平均値を有する不

規則動的外乱に対する構造物の初通過破壊確率を、強度の確率・統計的変動性をも考慮して評価する方法は、非常に重要な問題でありながらいまだ明確に提示されていない。なお白木・高岡⁸⁾は強度を確率量として扱うことのできる Bolotin⁹⁾ の理論に基づいて、静的な荷重を繰り返し受ける構造物の信頼性を論じているが、強度の確率過程の扱い、換言すれば任意時刻における強度の確率分布に対する概念に検討の余地が残されているようである^{7), 10)}。

本論文ではまず前論文¹⁰⁾ (以下本論文で使用する「前論文」はすべて文献 10)を指すものとする)の成果をさらに発展させ、零でない平均値をもつ定常正規確率過程で表わされる構造物の任意点の変動応力が、ある限定時間内に正規分布あるいは対数正規分布を示す強度を超過する確率、すなわち初通過破壊確率の算定式を誘導する。そのとき前論文でも述べたが、本研究のようにたとえ強度の劣化を考慮する必要がない問題を対象とする場合でも、構造物の振動中における任意時刻の強度の確率分布は、その時刻まで構造物が破壊しなかったという事実に条件付けられること、ならびに算定式に普遍性をもたせるために、式中のパラメーターをすべて無次元量で表わすことの2点に特に留意して本文で定式化を行っている。そして若干の数値計算を行って、構造物あるいは構造部材の安全性のレベルが、全応力に含まれる静的応力と動的応力の割合に大きく影響されることを数値的に示し、今後動的信頼性理論を具体的な設計規準に活用する場合に、このような問題が重要な検討課題の1つになることを示唆する。

次に適用例として構造物の耐風安全性評価問題を取り扱い、構造物の建設地点における平均風速や地表粗度などのように破壊確率に関係するかを検討する。ただしここでは前述した本研究の主目的を考えて、時間的な風の乱れのみが問題になり、しかも1自由度振動系でモデル化できる構造物を考察の対象にする。

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 広島工業大学助教授 工学部土木工学科

さて、Davenport^{(1),(2)}は構造物の耐風設計問題に関し、いわゆる“gust response factor”（以下本論文では「ガスト応答倍率」と称する）を提案し、自然風に対する構造物の最大応答値の推定式を導いた。ただこのガスト応答倍率は応答の最大値の期待値のみによって定義されており、分散に対する情報は含まれていない。したがってこのガスト応答倍率がそのまま利用されて設計される構造物の安全性のレベルは、応答の最大値の分散や構造物の強度の確率特性によって変動することが推測される。本論文ではまずこの点を数値計算結果に基づいて明らかにし、信頼性工学的な立場からその非合理性を指摘する。そしてより合理的なガスト応答倍率の一決定法を提案して、その有用性について言及する。

2. 初通過破壊確率の評価

定常不規則変動外力によって構造部材の主要断面に生ずる断面力あるいは構造上主要な点に生ずる応力が、図-1に示す $x(t)$ のように、零でない平均値 \bar{x} の上に変動成分の重畳した定常正規確率過程に従うものとする。このとき \bar{x} を静的荷重効果、 $x_d(t) = x(t) - \bar{x}$ で与えられる $x_d(t)$ を動的荷重効果と考えることができる。なお本論文では便宜上一貫して \bar{x} を正とみなすが、そのために一般性が失われることはない。また以下では $x(t)$ を単に応答とよぶことにする。さらに本論文中ゴシック体で表わした変数は、それらがすべて確率量であることを示している。

さてこの場合の初通過破壊確率の評価式において前論文と異なる点は、強度超過率の算定式のみである。したがって以下ではその点についてのみ略述する。

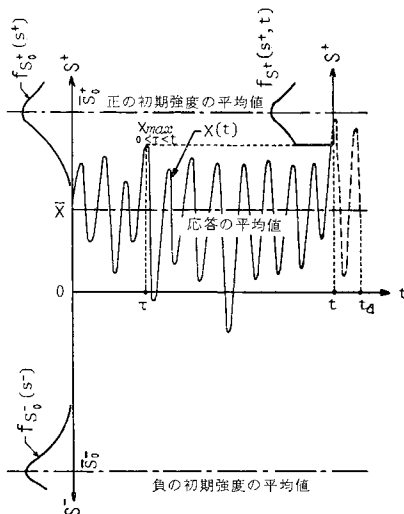


図-1 応答の強度超過現象の概略図

(1) 強度の条件付確率分布

構造物の振動中の任意時刻 t における強度の確率分布については、前論文において部材の非破壊条件を考慮して誘導した確率密度関数をそのまま利用することができる。すなわち、

$$f_S(S, t) = \frac{f_{S_0}(u) F_{x_{max}}(u)}{\int_0^\infty f_{S_0}(u) F_{x_{max}}(u) du} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $f_{S_0}(u)$ は無載荷材料に対する強度、すなわち初期強度 S_0 の確率密度関数であり、 τ は時刻 t までにおける応答の最大値 x_{max} の発生時刻を表わしている。また $F_{x_{max}}(u)$ は one-sided barrier problem⁽³⁾ としての x_{max} の確率分布であるが、いまだ厳密式は得られていない。したがって本論文でも前論文で示した近似式⁽⁵⁾を用いることとする。ただしここでは $x(t)$ が \bar{x} なる平均値を有することを考慮して、次式を使用する。

$$F_{x_{max}}(u) = \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf} \left(\frac{u - \bar{x}}{\sqrt{2} \sigma_x} \right) \right\} \times \exp \left[-N_{x,0^+} t \exp \left\{ -\frac{(u - \bar{x})^2}{2 \sigma_x^2} \right\} \right] \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{Erf} \left(\frac{u - \bar{x}}{\sqrt{2} \sigma_x} \right) \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 σ_x は $x(t)$ の r.m.s. 値であり、 $N_{x,0^+}$ は単位時間あたりに $x(t)$ が \bar{x} を正の勾配で超過する回数の期待値である。また

$$\text{Erf}(z) = \int_z^\infty \exp(-y^2) dy \dots \dots \dots (3)$$

である。式(2)を式(1)へ代入すれば、初期強度の確率密度関数に応じて任意時刻 t における強度の確率密度関数を求めることができる。なお図-2の説明図から理解できるように、正の強度 S^+ に対しては式(2)の \bar{x} を正値とし、負の強度 S^- に対しては \bar{x} を負値とする点に

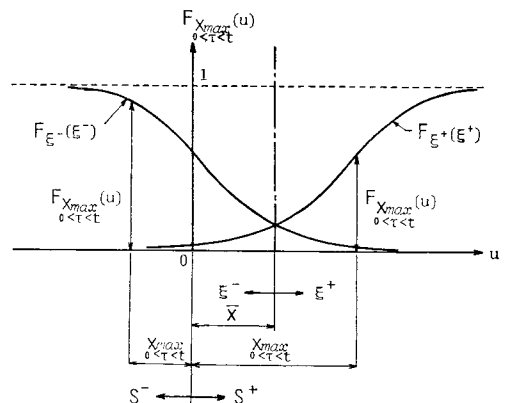


図-2 応答の最大値の確率分布

留意すれば、式(1)は強度の正負にかかわらず有効である。

(2) 応答過程の強度超過率

応答を零でない平均値 \bar{x} を有する定常正規確率過程とみなす。いま応答速度の r.m.s. 値を $\sigma_{\dot{x}}$ とすれば、式(1)と式(2)を用いて前論文の式(16)に対応する次式が得られる。

$$\nu_{x^+}(S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty f_{S_0}(u) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(u) du} \int_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}^0 \exp\left\{-\frac{(u-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right\} f_{S_0}(u) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(u) du \dots\dots\dots (4)$$

a) 初期強度が正規分布をなす場合

式(4)より前論文の式(19)に対応する $\nu_{x, N^+}(S, t)$ の算定式を誘導することができる。

$$\nu_{x, N^+}(\bar{m}, n, \delta_S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}^{\frac{x_{\max}^*}{\bar{m}\delta_S}} \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2}{2} r^2 + \frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2 n}{\delta_S} r\right) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(v)$ は式(2)と $v=u/\sigma_x$ なる関係より次式で与えられる。

$$F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(v) = \left\{1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Erf}\left(\frac{v-\bar{m}n}{\sqrt{2}}\right)\right\} \exp\left[-t^* \exp\left\{-\frac{(v-\bar{m}n)^2}{2}\right\}\right] / \left\{1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Erf}\left(\frac{v-\bar{m}n}{\sqrt{2}}\right)\right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $t^* = N_{x,0^+} t$ でやはり無次元量である。

なお式(5)および式(6)に含まれる \bar{m} , δ_S , x_{\max}^* の意味については前論文のとおりであるが、 n は静的荷重効果を表わす無次元パラメーターで、 $n = \bar{x}/\bar{S}_0$ と定義している。

b) 初期強度が対数正規分布をなす場合

初期強度の確率密度関数 $f_{S_0}(u)$ として対数正規分布の式を用いれば、次式を導くことができる。

$$\nu_{x, LN^+}(\bar{m}, n, \delta_S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1+\delta_S^2})^2}{2 \ln(1+\delta_S^2)}\right\} F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}^{\frac{x_{\max}^*}{\bar{m}\delta_S}} \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 \delta_S^2}{2} r^2 + \bar{m}^2 \delta_S n r\right) \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1+\delta_S^2})^2}{2 \ln(1+\delta_S^2)}\right\} F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr \dots\dots\dots (7)$$

(3) 包絡線過程の強度超過率

この場合も前論文の誘導過程に従えば、前論文の式(26)に対応する次式が得られる。

$$\nu_{a^+}(S, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x^2} \frac{1}{\int_0^\infty f_{S_0}(u) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(u) du} \int_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}^0 (u-\bar{x}) \exp\left\{-\frac{(u-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right\} f_{S_0}(u) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(u) du \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\sigma_1^2 = \sigma_{\dot{x}}^2 - \omega_m^2 \sigma_x^2$ であり、 ω_m は $x(t)$ の代表的円振動数である¹⁴⁾。

a) 初期強度が正規分布をなす場合

式(8)から、前述の無次元パラメーター \bar{m} , n , δ_S 等を用いて次式を誘導することができる。

$$\nu_{a, N^+}(\bar{m}, n, \delta_S, t) = \frac{\bar{m}\delta_S}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\delta_S}\right) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr} \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}^{\frac{x_{\max}^*}{\bar{m}\delta_S}} \left(1 - \frac{n}{\delta_S}\right) \exp\left(-\frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2}{2} r^2 + \frac{1+\bar{m}^2\delta_S^2 n}{\delta_S} r\right) F_{\frac{x_{\max}^*}{0 < \tau < t}}(\bar{m}\delta_S r) dr \dots\dots\dots (9)$$

b) 初期強度が対数正規分布をなす場合

同じく式(8)の右辺の $f_{S_0}(u)$ に対数正規分布の確率密度関数を代入すれば次式が誘導できる。

$$\begin{aligned}
 \nu_{a, LN^+}(\bar{m}, n, \delta_S, t) &= \frac{\bar{m}\delta_S}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_x}{\sigma_x} \frac{1}{\int_0^\infty \frac{1}{r} \exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1+\delta_S^2})^2}{2 \ln(1+\delta_S^2)}\right\} F_{x_{0 < r < t}^{m, \bar{m}}(\bar{m}\delta_S r)} dr} \\
 &\exp\left(-\frac{\bar{m}^2 n^2}{2}\right) \int_0^\infty \frac{x_{m, \bar{m}}^*}{m\delta_S} \left(1 - \frac{n}{\delta_S r}\right) \exp\left(-\frac{\bar{m}^2 \delta_S^2}{2} r^2 - n\bar{m}^2 \delta_S r\right) \cdot \\
 &\exp\left\{-\frac{(\ln r + \ln \delta_S \sqrt{1+\delta_S^2})^2}{2 \ln(1+\delta_S^2)}\right\} F_{x_{0 < r < t}^{m, \bar{m}}(\bar{m}\delta_S r)} dr \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

以上のように応答あるいは包絡線過程が正の強度を正の勾配で超過する場合の強度超過率（定義は前論文の式(14)）を算定するための基礎式を提示したが、無次元パラメーター $n = \bar{x}/\bar{S}_0$ を負値にすれば、各算定式は負の強度に対する強度超過率の算定式としてもそのまま成立する。

なお本論文でも前論文と同様、応答過程および包絡線過程の強度超過率を用いる初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ の評価法^{注1)}を、それぞれ「応答過程による方法 (RP 法)」および「包絡線過程による方法 (EP 法)」とよぶ。ここに t_d は振動の継続時間である。

(4) 数値計算例

3. 応用例に対する予備的な計算として、応答過程による方法を用いて行った数値計算の結果を、横軸に応答の平均値と初期強度の平均値との比 n を取り、縦軸に破壊確率の常用対数を取って、図-3 に示す。なお σ_i/σ_x は 2π rad/s とし、式(2)に含まれる $N_{x,0^+}$ もこの値を用いている。また初期強度の確率特性は正負ともに等しく、変動係数は0.1で、その確率分布は正規分布としている。さらに振動継続時間は600秒である。

n が大きく、 \bar{m} が小さいほど破壊確率が大きくなることは自明であるが、図-3 によって平均値の上に変動

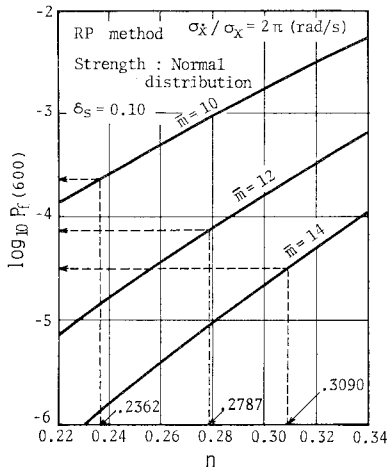


図-3 n に対する初通過破壊確率の変化

注 1) $P_f(t_d)$ の評価式は、前論文の式(1)および式(2)で与えられる。

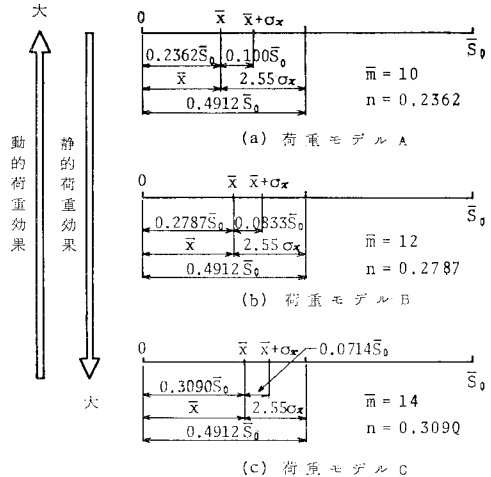


図-4 静的荷重効果と動的荷重効果の割合

成分の重畳したような振動性状を示す構造部材等の初通過破壊確率を評価することができる。

次に、ある構造部材に異なる静的荷重効果 \bar{x} と動的荷重効果 $k\sigma_x$ を与える 3 種類の荷重モデルを想定し、おのおのの荷重に対する部材の初通過破壊確率について考えてみよう。ただし部材に生ずる総荷重効果 $\bar{x} + k\sigma_x$ はいずれの荷重の場合にも等しいものとする。ここに、 k は応答の非超過確率に関する定数で、通常 2 から 3 の範囲の値を探ることが多い。ここでは 2.55 として計算を進めてゆく。

まず図-4 に(1)初期強度の平均値 \bar{S}_0 と総荷重効果との相対関係、(2)異なる 3 種類の荷重モデル A, B および C による静的荷重効果と動的荷重効果の大きさ、(3)各荷重モデルに対する無次元パラメーター $\bar{m} (= \bar{S}_0/\sigma_x)$ および $n (= \bar{x}/\bar{S}_0)$ の値、を示しておく。モデル A は 3 者の中では比較的動的荷重の割合が大きく、モデル C は静的荷重の比重の大きい荷重モデルである。それらの中間的な荷重モデルとしてモデル B が挙げられる。

図-4 に示した \bar{m} と n の値を用いて、各荷重モデルに対する部材の初通過破壊確率の値を図-3 を利用して求めることができる。表-1 に示す結果より、たとえ総荷重効果が等しくと

表-1 荷重モデルによる破壊確率の差異

Load	\bar{m}	n	$P_f(600)$
A	10.0	0.2362	2.3×10^{-4}
B	12.0	0.2787	7.4×10^{-5}
C	14.0	0.3090	3.2×10^{-5}

も、静的荷重効果と動的荷重効果の割合（荷重比）により、部材の安全性のレベルが異なり、本計算例に関しては、動的荷重効果の割合が増加すれば、安全性のレベルが低下することがわかる。不規則変動荷重に対する構造設計において、従来比較のおろそかにされていた荷重比と安全性レベルとの関係をさらに明快にするためには、より詳細な検討が必要であることはいままでの間、この1つの計算例によって、アプローチの道筋が見出されたものと考えている。

3. 応用例—自然風を受ける構造物の安全性評価問題および耐風設計法への応用—

ここでは点状構造物²⁾のガストに対する初通過破壊確率について論じ、さらに信頼性工学的立場から、ガスト応答倍率の一決定法を提示したい。なお吊橋等を対象にすれば当然乱れの空間的な相関関係が重要な問題になってくるが、ガスト応答倍率を決める概念そのものは特に変わるものではない。

(1) 点状構造物の変動抗力に対する応答

定常応答を考えれば振動系の変位の r.m.s. 値 σ_y と平均値 \bar{y} との比は、平均風速 V 、空力アドミッタンス $X_D(f)$ 、系の周波数伝達関数 $H(f)$ および変動風速の片側パワースペクトル密度関数 $S_{vv}(f)$ によって次式のように近似的に与えられる¹⁶⁾。ここに、 f は周波数 (Hz) である。

$$\frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{2}{V} \sqrt{\int_0^\infty |X_D(f)|^2 |H(f)|^2 S_{vv}(f) df} \dots\dots\dots(11)$$

いま変位 $y(t)$ と応力もしくは断面力 $x(t)$ が線形関係にあるとすれば、式(11)の左辺は $x(t)$ の r.m.s. 値 σ_x と平均値 \bar{x} との比に等しく、さらに σ_x/\bar{x} を前章で定義した無次元パラメーター \bar{m} および n で表わすと、

$$\frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{S}_0} \cdot \frac{\bar{S}_0}{\bar{x}} = \frac{1}{\bar{m}n} \dots\dots\dots(12)$$

なる関係式が成立するので、式(11)と式(12)より次式を得ることができる。

$$\frac{1}{\bar{m}n} = \frac{2}{V} \sqrt{\int_0^\infty |X_D(f)|^2 |H(f)|^2 S_{vv}(f) df} \dots\dots\dots(13)$$

なお本研究では $|X_D(f)|$ については通常の構造物のようなぶい断面に対する Vickery の式¹⁷⁾を、 $S_{vv}(f)$ としては日野の式¹⁸⁾を用い、さらに変動風速の分散 \bar{v}^2 については Davenport の式を使用している。すなわち、

$$|X_D(f)| = 1 / \left[1 + \left\{ \frac{2f\sqrt{A}}{V} \right\}^{4/3} \right], \dots\dots\dots(14)$$

注 2) 文献 15) で用いられている名称をそのまま使用する。

$$S_{vv}(f) = 0.476 \bar{v}^2 / [\beta \{1 + (f/\beta)^2\}]^{3/8}, \dots\dots\dots(15)$$

$$\bar{v}^2 = 6.0 K_r V_{10}^2 \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 A は流れに直角に置かれた構造物の流れに直面する面積、 V_{10} は高度 10 m における変動風の平均風速である。また

$$\beta = 1.169 \times 10^{-2} \frac{\alpha V_{10}}{\sqrt{K_r z}} \left(\frac{z}{10} \right)^{2m\alpha-1} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 K_r は地表粗度に関する定数、 α は風速の鉛直分布を表わすべき指数、 z は高度である。また m は熱フラックスの影響を表わす修正係数で、本論文では文献 19) に従って $m=2$ としている。

(2) 数値計算例

平均抗力による応答の平均値 \bar{x} はこの場合容易に求められるので、式(13)の右辺の計算を実行することによって σ_x を得ることができる。したがって強度の確率特性を用いて前述の無次元パラメーター $\bar{m} (= \bar{S}_0/\sigma_x)$ および $n (= \bar{x}/\bar{S}_0)$ を計算すれば、2. で示した諸式に基づいて振動系の初通過破壊確率を算定することができる。ここではある1つの振動モデルについて行った数値計算結果を示して、風速や地表粗度あるいは強度のばらつきが振動系の安全性レベルに及ぼす影響を検討する。

振動モデルとしては固有振動数を 0.1 Hz、構造減衰定数を 0.005 2、質量および流れに直面する面積をそれぞれ 105 kg および 1 m²、設置高さを 10 m とする。また初期強度は対数正規分布するものとし、高度 10 m における平均風速が 60 m/s のときに振動系の破壊確率の

表-2 振動モデルの破壊確率

(a) $K_r=0.003$

V_{10} (m/s)	\bar{x} (kgf)	σ_x (kgf)	n	\bar{m}	ζ^*	$P_f(600)$	
						$\delta_S=0.10$	$\delta_S=0.20$
30	97.2	23.7	0.122	33.76	0.054 4	—	9.86×10^{-14}
40	172.8	42.0	0.216	19.05	0.070 7	2.73×10^{-13}	1.72×10^{-6}
50	270.0	63.8	0.338	12.54	0.087 1	4.75×10^{-6}	4.48×10^{-3}
60	388.8	88.0	0.486	9.09	0.103 5	5.15×10^{-2}	1.31×10^{-1}

ζ^* : 空力減衰を含む振動系の減衰定数

(b) $K_r=0.004$

V_{10} (m/s)	\bar{x} (kgf)	σ_x (kgf)	n	\bar{m}	ζ^*	$P_f(600)$	
						$\delta_S=0.10$	$\delta_S=0.20$
30	97.2	26.9	0.112	29.74	0.054 4	—	1.01×10^{-12}
40	172.8	48.5	0.216	16.49	0.070 7	4.78×10^{-13}	8.24×10^{-6}
50	270.0	74.6	0.338	10.72	0.087 1	8.02×10^{-3}	1.13×10^{-2}
60	388.8	104.1	0.486	7.68	0.103 5	1.47×10^{-1}	2.01×10^{-1}

(c) $K_r=0.005$

V_{10} (m/s)	\bar{x} (kgf)	σ_x (kgf)	n	\bar{m}	ζ^*	$P_f(600)$	
						$\delta_S=0.10$	$\delta_S=0.20$
30	97.2	29.6	0.122	27.03	0.054 4	—	5.85×10^{-12}
40	172.8	54.0	0.216	14.81	0.070 7	1.75×10^{-11}	2.61×10^{-6}
50	270.0	83.9	0.388	9.54	0.087 1	5.10×10^{-4}	2.13×10^{-2}
60	388.8	118.0	0.486	6.78	0.103 5	2.62×10^{-1}	2.64×10^{-1}

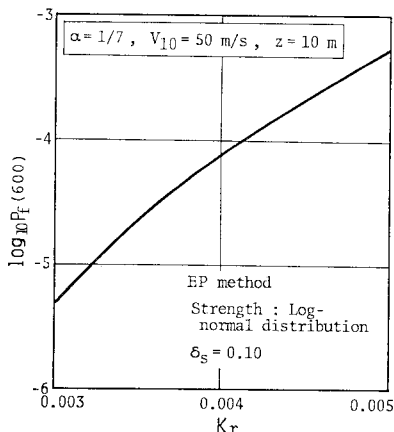


図-5 地表粗度が破壊確率に及ぼす影響

オーダーが 10^{-1} の程度になるよう、その平均値は 800 kgf (7.845 kN) と仮定する。さらに空気密度、風速の鉛直分布を表わすべき指数および抗力係数としてはそれぞれ $0.12 \text{ kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$, $1/7$ および 1.2 を用いる。

風の評価時間を 10 分間とし、包絡線過程による方法に基づいて計算した結果を、ガスト応答値とともに表-2 に示す。当然予測できることではあるが、表-2 より風速、地表粗度および強度の変動係数の増加に伴って、振動系の危険度が增大することがわかる。たとえば地表粗度が破壊確率に及ぼす影響は、平均風速および初期強度の変動係数をそれぞれ 50 m/s および 0.10 と固定して描いた粗度係数と破壊確率との関係曲線 (図-5) にみることができる。

(3) 許容破壊確率に応じたガスト応答倍率の決定法

従来自然風を受ける構造物のガスト応答倍率は、構造物のある主要な点の最大変位の期待値によって定義されることが多かった。この最大変位の期待値が構造物の安全性を支配する主要な因子であることはいうまでもないが、それだけでは構造物の安全性を定量的に論じることが難しいこともまた明白である。これに対して、風や強度に関する統計的情報を蓄積して、構造物の許容破壊確率に応じたガスト応答倍率を規定することができれば、自然風に対してより合理的な設計が可能になるものと思われる。ここではガスト応答倍率を、このより前進的な考え方によって決定する 1 つの方法を提示したい。なお本論文ではとりあえず構造物に作用する荷重としては風荷重のみを考えることにし²⁰⁾、さらに耐風設計が荷重係数設計法の規範に基づいて行われるものとする。

さてこの場合自然風 (公称風荷重) 注3) を受ける部材

注 3) 公称風荷重は一般には静的荷重として与えられることが多いと思われるが、本論文ではガスト応答倍率を決定するために、便宜上変動成分も含む風荷重と考えている。

断面の設計は、荷重係数 r_w と強度の低減係数 ϕ を用いて、次式、

$$r_w(\bar{x} + g\sigma_x) \leq \phi S_n \dots \dots \dots (18)$$

か、あるいは次式、

$$r_w G \bar{x} \leq \phi S_n \dots \dots \dots (19)$$

を条件式として行われるものと考えてよいであろう。ここに S_n は強度の公称値である。

式 (18) の g は通常、最大応答倍率とよばれているもので、式 (19) の G がここで問題にしているガスト応答倍率である。両式より g と G は次式によって関連付けられる。

$$G = 1 + g \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \dots \dots \dots (20)$$

本論文では式 (19) を設計条件式と仮定し、さらにその等号条件が成立するときの部材断面の初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ を構造物の許容破壊確率 $P_{f,a}$ とする。

さて上述のように $P_{f,a}$ を定義すれば、次式で与えられる G を $P_{f,a}$ に対応するガスト応答倍率であると考えることができる。すなわち、

$$G = \frac{\phi S_n}{r_w \bar{x}} = \frac{\phi k_s \bar{S}_0}{r_w \bar{x}} \dots \dots \dots (21)$$

ここに、 \bar{S}_0 は前述のとおり初期強度の平均値であり、 k_s は強度の公称値 S_n と \bar{S}_0 との比である。

ここで、前節で定義した無次元パラメーター n を導入すれば、式 (21) は次式のように書き改められる。

$$G = \frac{\phi k_s}{r_w} \frac{1}{n} \dots \dots \dots (22)$$

一方 $P_f(t_d)$ は前節で示したように、次式で与えられる。

$$P_f(t_d) = f(\bar{m}, n, \delta_S, t_d^*) \dots \dots \dots (23)$$

したがって式 (22) における ϕ , k_s および r_w が既知であるとすれば、式 (23) の $P_f(t_d)$ を $P_{f,a}$ として、与えられた構造条件 (形状、剛性など) および風荷重の条件 (平均風速、地表の粗度条件など) のもとで式 (13)、式 (22) および式 (23) の連立方程式を解けば、許容破壊確率に応じたガスト応答倍率 G を求めることができる。

なおいうまでもなく式 (22) に含まれる ϕ , k_s および r_w によって上述の G の値は変動する。したがってこれら 3 つのパラメーターの決定方法を検討することもわれわれの課題の 1 つであるが、本論文ではこの問題については言及しないことにする。

以下に、 G の算定手順を箇条書にして示す。

- (1) まず強度の確率分布と変動係数および評価時間を設定し、2. で示した算定式を用いて、種々の \bar{m} と n の組合せに対する初通過破壊確率を計算する。そして横軸に \bar{m} 、縦軸に $P_f(t_d)$ を取り、 n をパラメーターにして $\bar{m} \sim n \sim P_f(t_d)$ 曲線を作成する。

図-6 の実線は、強度が正規分布 ($\delta_S=0.10$) するも

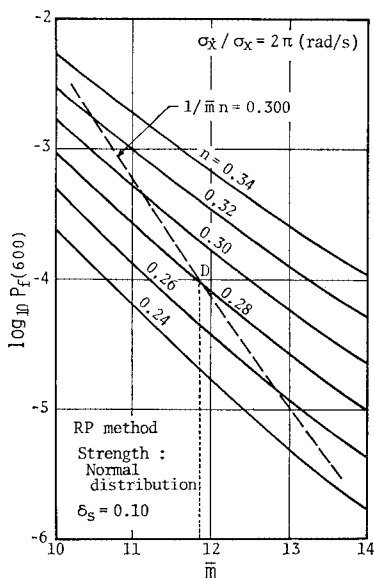


図-6 ガスト応答倍率を決定するための $\bar{m} \sim n \sim P_f(t_d)$ 曲線

のとし、 σ_x/σ_x を 2π (rad/s) として RP 法によって求めた $\bar{m} \sim n \sim P_f(t_d)$ 曲線である。

(2) ガスト応答解析により式(13)の右辺を計算し、 $c(=1/\bar{m}n)$ を求める。そして(1)で述べた $\bar{m} \sim n \sim P_f(t_d)$ 曲線を利用して、内挿法によって $1/\bar{m}n=c$ を満たす \bar{m} と n の関係曲線を図に挿入する。

仮に $c=0.30$ とした場合には、図-6 の破線がこれに相当する。

(3) 所要の許容破壊確率 $P_{f,a}$ を設定し、 $P_{f,a}$ に対する \bar{m} と n の関係曲線上の点Dの座標 $(\bar{m}_d, P_{f,a})$ を決定すると、 \bar{m}_d に対応する n_d が $n_d=1/\bar{m}_d c$ の関係式より得られる。

いま $P_{f,a}=10^{-4}$ とすれば、点Dは図-6 に示す座標で与えられる。すなわち $\bar{m}_d \doteq 11.83$, $n_d \doteq 0.282$ となる。

(4) 式(22)の関係式により、 n_d に対するガスト応答倍率 G を決定することができる。

仮に $r_w=1.2$, $\phi=0.85$ および $k_s=0.87$ とすれば、

$$G = \frac{\phi k_s}{r_w} \frac{1}{n_d} = \frac{0.85 \times 0.87}{1.20} \cdot \frac{1}{0.282} \doteq 2.19$$

となる。

上述の手順に従い、高さ 10 m に

おける平均風速が 40 m/s の変動風を公称風荷重と仮定して、前述した振動モデルに対するガスト応答倍率を求めてみる。ただし風の評価時間は 10 分間とし、初通過破壊確率の計算は EP 法を用いるものとする。また強度の公称値を決めるパラメーター k_s は変動係数に關係するパラメーターであり、ここでは $\delta_S=0.10$ のとき 0.87, $\delta_S=0.20$ のとき 0.7 と仮定する。さらに ϕ と r_w については A 58²¹⁾ や BS 5400²²⁾ の規準を参考にして、数値計算における一例としてそれぞれ 0.85 および 1.2 とする。

表-3 に 図-7 を用いて求めた地表粗度および許容破壊確率とガスト応答倍率との關係を示す。表よりガスト応答倍率がこれら 2 つのパラメーターにかなり大きく影響を受けることが理解できる。たとえば地表の粗度係数 K_r を 0.003, 初期強度の変動係数 δ_S を 0.20 と仮定してみれば、許容破壊確率を 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} と小さくするに従って、ガスト応答倍率がそれぞれ 1.63, 1.88, 2.11 と増大することがわかる。

次に表-3 の最下欄と他の欄とを比較すれば、Dave-

nport のガスト応答倍率を用いて式(21)の設計条件式によって設計される本振動モデルの、ここで仮定した風荷重 ($V_{10}=40$ m/s) に対する初通過破壊確率は、 δ_S が 0.20 の場合 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ のオーダーであることが

表-3 ガスト応答倍率

δ_S	P_f			
	K_r	0.003	0.004	0.005
0.10	10^{-3}	1.55	1.68	1.78
	10^{-4}	1.68	1.81	1.94
	10^{-5}	1.79	1.95	2.08
0.20	10^{-3}	1.63	1.75	1.85
	10^{-4}	1.88	2.02	2.07
	10^{-5}	2.11	2.27	2.41
by Davenport		1.77	1.89	1.99

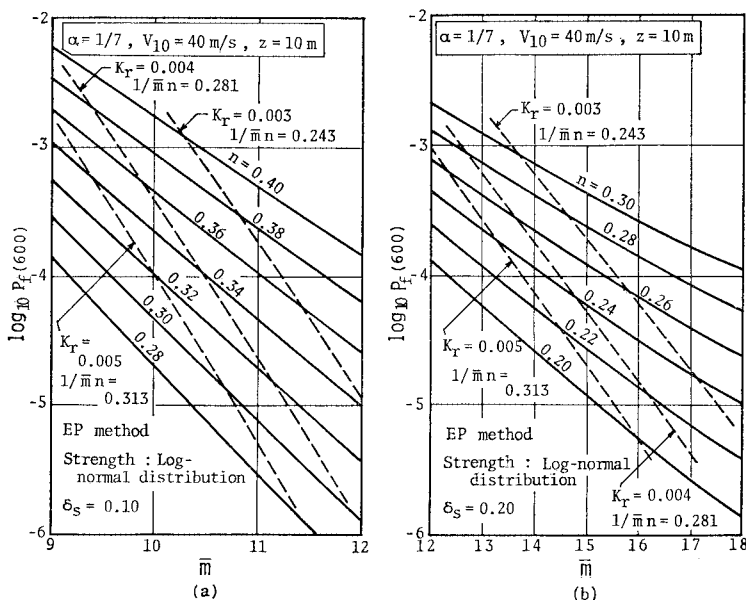


図-7 $\bar{m} \sim n \sim P_f(t_d)$ 曲線

わかる。ただし前述のように Davenport が定義したこのガスト応答倍率は、応答の最大値の期待値で評価しようとするものであり、これをそのまま構造設計にまで持ち込むとすれば、論理的矛盾を若干包含したガスト応答倍率であることを認識しておく必要があると考える²³⁾。

本手法は現在われわれが入手できる最高レベルの知識と情報の範囲内で、設置条件あるいは強度の条件が異なる構造物あるいは構造部材の安全性のレベルを個々に明確にできる方法であると考えているが、ここで示したガスト応答倍率の値そのものは、前述のように ϕ , k_s , r_w , 平均風速および評価時間等によって変化することはいうまでもない。この点に対する詳細な検討は次の機会に報告させていただきたい。また Simiu²⁴⁾ の研究にみられるように、耐用期間内における耐風安全性の評価問題についても、今後検討を進めてゆかなければならないと考えている。

以上のように前節で示した初通過破壊確率の評価式の1つの応用例として、自然風に対する構造物の安全性評価問題を考えてみたが、それらの評価式は零でない平均値を有する他の不規則変動荷重を受ける構造部材等の安全性と信頼性問題にも有効に活用できるものである。

4. 結 言

本研究は静的荷重と動的荷重を同時に受ける構造部材等の初通過破壊確率の精緻な評価式を誘導する目的で実施されたものである。本研究によって得られたおもな成果を以下に要約する。

(1) ある限定時間にわたって静的応力と同時に、正規型の定常不規則変動応力を受ける構造部材等の初通過破壊確率の評価式を、部材等の振動継続時間内の任意時刻における強度の確率特性がその時刻までに部材が破壊しなかったという事実に条件付けられることを考慮して誘導した。

(2) 静的応力 \bar{x} に上述の動的応力が重畳した応力履歴を受ける構造部材等の信頼度は、たとえ総荷重効果 $\bar{x} + k\sigma_x$ (σ_x : 動的応力の r.m.s. 値, k : 定数) が同一の値をとる場合でも、その中の動的応力の占める割合によって変動し、動的応力の割合が増加するに従って信頼度が低下することを数値計算結果により示すことができた。荷重係数設計法における荷重係数の決定あるいは上述の k の決定に際しては、この点を十分に認識しなければならないと考える。

(3) 自然風を受ける構造物の安全性の評価を初通過破壊確率によって行い、平均風速や地表粗度、さらに強度のばらつき増加に伴って危険度が増加することを定量的に示した。

(4) 応答の最大値の期待値のみによって定義されるガスト応答倍率を用いて耐風設計がなされるとすれば、構造物の安全性のレベルが普遍的には保証されないことを数値的に示し、その非合理性を解消するために、ガスト応答倍率を決定するより合理的な方法を提示した。本手法により構造部材等の許容破壊確率に応じたガスト応答倍率を決定することができる。

最後に本研究における数値計算はすべて大阪大学大型計算機センターの ACOS システム 900 および 1000 によって行ったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 小松定夫・中山隆弘：材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究，土木学会論文報告集，第 250 号，pp. 25~36, 1976.6.
- 2) 南井良一郎：擬定常外乱による統計的線型非定常応答のレベル超過回数について，日本建築学会大会学術講演要旨集，p. 8, 1962.9.
- 3) Bolotin, V.V.: Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures, Proc. of the 2nd W.C.E.E., Vol. II, pp. 1365~1373, 1960.
- 4) 小松定夫：長大吊橋の耐風設計法と安全性について，土木学会論文集，第 142 号，pp. 10~19, 1967.6.
- 5) 後藤尚男・亀田弘行：構造物の不規則振動における最大応答の確率分布について，京大防災研究所年報，No. 11-A, pp. 239~253, 1968.3.
- 6) Yamada, Y. and H. Takemiya: Statistical Estimation of the Maximum Response of Structures Subjected to Earthquake Motion, Proc. of JSCE, No. 182, pp. 115~132, Oct., 1970.
- 7) 小池 武：劣化構造物の動的信頼性解析，土木学会論文報告集，第 280 号，pp. 1~11, 1978.12.
- 8) 白木 渡・高岡直善：確率過程論による静定構造物の信頼性解析，土木学会論文報告集，第 258 号，1977.2.
- 9) V.V. ボロチン著/小林・佐藤・沢登・原・鈴木共訳：構造設計の確率論的方法と信頼性問題，pp. 201~209, 培風館，1981.
- 10) 小松定夫・中山隆弘：定常不規則変動外力を受ける構造物の初通過破壊確率の高精度評価について，(土木学会論文報告集投稿中)
- 11) Davenport, A.G.: Gust Loading Factors, Proc. of the ASCE, Vol. 93, No. ST 3, pp. 11~34, June, 1967.
- 12) Davenport, A.G.: Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Wind, Proc. of the ASCE, Vol. 88, No. ST 3, pp. 233~268, June, 1962.
- 13) 篠塚正宣：構造物の動的解析および設計，JSSC, Vol. 11, No. 118, pp. 22~27, 1975.10.
- 14) Lin, Y.K.: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, pp. 309~319, McGraw-Hill, 1967.
- 15) 岡内 功・伊藤 学・富田利雄：耐風構造，p. 237, 丸善，1977.
- 16) たとえば文献 15) の p. 239.
- 17) 文献 15) の p. 218.
- 18) 日野幹雄：瞬間最大値と評価時間の関係一とくに突風率について一，土木学会論文集，第 117 号，pp. 23~33, 1965-5.
- 19) 本州四国連絡橋公団：本州四国連絡橋耐風設計基準 (1967)・同解説，p. 43, 1976-3.
- 20) 文献 19) の p. 20.
- 21) Ellingwood, B., T.V. Galambos, J.G. MacGregor

- and C.A. Cornell : Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A 58, U.S. Department of Commerce/National Bureau of Standards, June, 1980.
- 22) BS 5400 : Part 2. Specification for loads, British Standards Institution, 1978.
- 23) 文献 9) の p. 7.
- 24) Simiu, E. : Wind Climate and Failure Risks, Proc. of the ASCE, Vol. 102, No. ST 9, pp. 1703~1707, Sept., 1976.

(1982.3.23・受付)
