

漸拡水路における密度流先端部の挙動

MOTION OF THE HEAD OF A DENSITY CURRENT ADVANCING THROUGH A GRADUALLY WIDENING CHANNEL

平野 宗夫*・羽田野 袈裟義**

By Munuo HIRANO and Kesayoshi HADANO

1. ま え が き

高濃度の泥水が貯水池に流入すると、池水より密度が大きいために底面に沿って密度流的に流動する。この泥水密度流は貯水池濁度の長期化や貯水池の堆砂問題と密接に関連するため、その流動機構を解明することは水工学上重要な研究課題の1つである。泥水密度流をはじめとする傾斜密度流は一般に複雑な非定常運動をする先端部と、その後方の比較的定常な流れの部分から構成されている。このうち後者については早くから多くの実験的・理論的研究が行われ、その性状がかなり明らかにされている。一方先端部については、多くの研究者の興味を引いているものの、取扱いの困難さのために理論的研究はあまり行われていなかったが近年になって活発に研究されるようになった。たとえば福岡・水村・加納¹⁾は傾斜密度流先端部の流動を、先端部全体をコントロールボリュームとしてその相似形状を仮定し、体積保存則および運動方程式を用いて数値計算を行っている。一方、著者ら²⁾は形状の相似性および先端部最大厚さが流下距離に対して直線的に増大するという実験結果を用いて特性曲線法により速度と濃度変化を規定する式を展開し、連行係数・抵抗係数などを一定とした場合については解析解を得ている。また、Britter and Linden³⁾は底面近くの流線がフロントにおいて相対的よみ点に達するものと考え、この流線に沿うエネルギー損失が重力ポテンシャルの変化に等しくなると仮定し、ベルヌイの定理により先端部と後続部を結びつけた取扱いをしている。しかしながらこれらの研究はいずれも幅が一樣な二次元流に対するものであり、実際問題となる複雑な地形を考慮した研究は福岡・福岡・宮本⁴⁾の実験的研究にみられる程度である。

本研究は、水路幅が流下方向に直線的につながらる場合について下層密度流の室内実験を行い、二次元流に対する著者らの解析を拡張して先端部の運動を解析しようとするものである。

2. 理 論

断面の変化が緩やかな場合、傾斜密度流も開水路の一次元漸変流の解析と同様な手法が適用できる。図-1 に示すような二層モデルで考えると dx 離れた2断面間の重い流体に関する体積保存則、質量保存則および x 方向の運動方程式はそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \hat{q}_* b \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Q) = \rho_0 \hat{q}_* b \dots\dots\dots (2)$$

および

$$\iint_A \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA = - \iint_A \frac{\partial p}{\partial x} dA + \iint_A \rho g \sin \theta dA - \int_s \tau_x ds \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 t は時間、 x は流れ方向にとった距離、 y は水路中心線から幅方向にとった距離、 z は底面からの距離、 A は重い流体の流積、 Q は流量、 \hat{q}_* は周囲流体の連行速度の幅方向の平均値、 b は内部境界面の幅、 ρ お

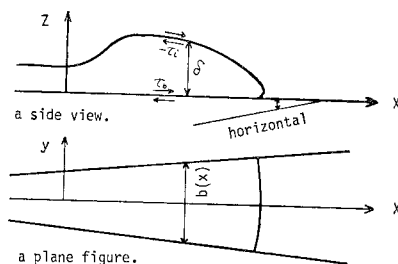


図-1 解析モデル

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科
** 正会員 工修 九州大学助手 工学部水工土木学科

よび ρ_0 はそれぞれ重い流体 および 周囲流体の密度, p は圧力, g は重力加速度, θ は底面傾斜角, τ_x は境界において作用する x 方向のせん断抵抗, s は境界の長さ, u, v および w はそれぞれ x, y および z 方向の流速成分である.

矩形水路の場合には $\hat{q}(x, t) = Q(x, t)/b(x)$ および $\hat{\delta}(x, t) = A(x, t)/b(x)$ を用いて簡略化することができる. ここで $\hat{q}(x, t)$ は重い流体の単位幅当たりの流量, $\hat{\delta}(x, t)$ は重い流体の流動厚さである. まず式 (1) は

$$\frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} = \hat{q}^* - \frac{\hat{q}}{b} \frac{db}{dx} \dots\dots\dots (4)$$

式 (2) に式 (1) を適用すると若干の変形のち次式となる.

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \Delta \rho}{\partial x} = -\frac{\Delta \rho \hat{q}^*}{\hat{\delta}} \dots\dots\dots (5)$$

ここに, $\hat{u} = Q/A$, $\Delta \rho = \rho - \rho_0$ である. また後述のごとく先端部最大厚さの断面付近について考え, 圧力に静水圧分布を仮定すれば式 (3) は次式で近似される.

$$\int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{\hat{\delta}} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz dy$$

$$= \Delta \rho g \hat{\delta} \sin \theta \cdot b - g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \hat{\delta}^2 \right) \cdot b$$

$$- (\hat{\tau}_i + \hat{\tau}_b) b - 2 \bar{\tau}_s \cdot \hat{\delta}_s \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

ここで, $\hat{\delta}_s$ は $\hat{\delta}$ の側壁における値, $\hat{\tau}_i, \hat{\tau}_b$ および $\bar{\tau}_s$ はそれぞれ界面, 底面および側壁に作用する平均せん断抵抗で, 記号 “—” および “^” はそれぞれ流動厚さおよび水路幅での平均を意味する. 上式左辺はブシネスク近似および連続の式を用いて以下のように変形される.

$$\text{左辺} \doteq \rho \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{\hat{\delta}} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz dy$$

$$= \rho \int_{-b/2}^{b/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\hat{\delta}} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} u^2 dz + u|_{z=\hat{\delta}} \right] dy$$

$$\cdot \left\{ w|_{z=\hat{\delta}} - \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} - u|_{z=\hat{\delta}} \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial x} \right\} dy$$

$$+ 2 \rho \int_0^{\hat{\delta}_s} u v|_{y=b/2} dz$$

ただし, $w|_{z=0} = 0$ を用いている.

また連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

を y について $-b/2$ から $b/2$ まで, z について 0 から $\hat{\delta}$ まで積分し, $w|_{z=0} = 0$ および $v|_{y=-b/2} = -v|_{y=b/2}$ の条件を考慮して得られる次式

$$\hat{w}|_{z=\hat{\delta}} - \hat{u}|_{z=\hat{\delta}} \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} \hat{u} dz - \frac{2}{b} \int_0^{\hat{\delta}_s} v|_{y=b/2} dz$$

を上式中の $w|_{z=\hat{\delta}} - u|_{z=\hat{\delta}} \cdot \partial \hat{\delta} / \partial x$ を代入すれば式 (3) 左辺は近似的に次のようになる.

$$\rho \int_{-b/2}^{b/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\hat{\delta}} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} u^2 dz - u|_{z=\hat{\delta}} \right]$$

$$\cdot \left\{ \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} \hat{u} dz \right\} dy - 2 \rho u|_{z=\hat{\delta}}$$

$$\cdot \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{\hat{\delta}_s} v|_{y=b/2} dz dy + 2 \rho \int_0^{\hat{\delta}_s} u v|_{y=b/2} \cdot dz$$

上式において最後の 2 項は側壁における付着条件より $u|_{y=b/2} = 0$ また $v|_{y=b/2} = \frac{1}{2} db/dx \cdot u|_{y=b/2}$ であることから無視される.

上式中 $\int_{-b/2}^{b/2} u|_{z=\hat{\delta}} \left\{ \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} \hat{u} dz \right\} dy$ を $\int_{-b/2}^{b/2} u|_{z=\hat{\delta}} \left\{ \frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\hat{\delta}} \hat{u} dz \right\} dy$ で近似し, さらに運動量補正係数 $\beta \left(\int_0^{\hat{\delta}} u^2 dz = \beta \bar{u} q \right)$ を導入し, 式 (4) の関係を用いることにより上式は次のように変形される.

$$\rho \int_{-b/2}^{b/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\hat{u} \hat{\delta}) + \frac{\partial}{\partial x} (\beta \bar{u} q) \right] dy$$

$$- u|_{z=\hat{\delta}} \left(\hat{q}^* - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \cdot \hat{q} \right) dy$$

$$\doteq \rho \left[\hat{u} \left(\frac{\partial \hat{\delta}}{\partial t} + \beta \frac{\partial \hat{q}}{\partial x} \right) + \hat{\delta} \left\{ \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial}{\partial x} (\beta \hat{u}) \right\} \right]$$

$$- \hat{u}|_{z=\hat{\delta}} \left(\hat{q}^* - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \hat{q} \right) b$$

したがって式 (3) は近似的に次のようになる.

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial}{\partial x} (\beta \hat{u}) = \frac{\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{1}{\rho \hat{\delta}} g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\cdot \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \hat{\delta}^2 \right) - \frac{\hat{u}^2}{\hat{\delta}} \left\{ E(1-k) + f_1 + 2 \frac{\hat{\delta}_s}{b} f_2 \right\}$$

$$+ \frac{\hat{u}^2}{b} \frac{db}{dx} (1-k) - (\beta - 1) \frac{\hat{u}}{\hat{\delta}} \frac{\partial}{\partial x} (\hat{u} \hat{\delta}) \dots\dots (7)$$

ここに, $\hat{\tau}_i + \hat{\tau}_b = f_1 \rho \hat{u}^2$, $\bar{\tau}_s = f_2 \rho \hat{u}^2$ および $k = \hat{u}|_{z=\hat{\delta}} / \hat{u}$ である.

以上得られた式 (4), (5) および (7) を解くことにより $\hat{\delta}, \Delta \rho$ および \hat{u} を求めることができる. 式 (4) および (5) は特性曲線 $dx/dt = \hat{u}$ でそれぞれ次のように書かれる.

$$\frac{d\hat{\delta}}{dx} = E - \frac{\hat{\delta}}{\hat{u}} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - \frac{\hat{\delta}}{b} \frac{db}{dx} \dots\dots\dots (8)$$

および

$$\frac{d\Delta \rho}{dx} = -\frac{\Delta \rho E}{\hat{\delta}} \dots\dots\dots (9)$$

ここに, E は連行係数で $E = \hat{q}^* / \hat{u}$ である. 式 (7) を同じ特性曲線上で書けば,

$$\frac{d\hat{u}^2}{dx} = 2 \frac{\Delta \rho}{\rho} g \sin \theta - \frac{2}{\rho \hat{\delta}} g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \Delta \rho \hat{\delta}^2 \right)$$

$$- 2 \frac{\hat{u}^2}{\hat{\delta}} \left\{ (1-k) E + f_1 + 2 \frac{\hat{\delta}_s}{b} f_2 \right\}$$

$$+ 2 \frac{\hat{u}^2}{b} \frac{db}{dx} (1-k) - 2(\beta - 1) \frac{\hat{u}}{\hat{\delta}} \frac{\partial}{\partial x} (\hat{u} \hat{\delta})$$

$$- 2 \hat{u} (\beta - 1) \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - 2 \hat{u}^2 \frac{\partial \beta}{\partial x} \dots\dots\dots (10)$$

式 (8), (9) および (10) は連立方程式であるが, 右辺の偏微分の項を正しく評価することは困難なため, こ

では簡単のため以下の取扱いをする。

すなわち、式 (8) の右辺において

$$m = E - \frac{\delta}{\hat{u}} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \dots\dots\dots (11)$$

とおけばその解は

$$\delta = \frac{1}{b} \left(\int_{x_0}^x m b dx + b_0 \delta_0 \right) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 b_0 および δ_0 はそれぞれ $x=x_0$ における b および δ の値である。 m は水路幅が一定の場合の流動厚さの発達割合であるが、この値については水路幅と底面勾配が一定の場合には一定としてよいことが実験的^{2),3),5)}に示されている。そこで以下の取扱いでは m および E を一定とすると、式 (8) および (9) より次式

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \left(\frac{b \delta}{b_0 \delta_0} \right)^{-E/m} \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。

さらに、水路幅が直線的に変化する場合

$$b = b_0 + i(x - x_0)$$

について式 (8) を解くと次式が得られる。

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \left\{ \frac{m}{2} (X - X_0)^2 - \frac{mB(X - X_0)}{i} + \frac{B}{i} \right\} \cdot \left(X - X_0 + \frac{B}{i} \right) \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $i = db/dx$, $B = b_0/\delta_0$ および $X = x/\delta_0$ である。次に式 (13) の δ に式 (14) を代入して

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} = \left\{ \frac{im}{2B} (X - X_0)^2 + m(X - X_0) + 1 \right\}^{-E/m} \dots\dots\dots (15)$$

最後に速度であるが、式 (10) を先端部最大厚さの断面に適用する。この断面では $\partial \delta / \partial x = 0$ としてよい。また密度流先端部内において $\Delta \rho$ の x 方向の変化量が $\Delta \rho$ そのものに比べて小さいと考えると式 (10) の右辺第 2 項は他の項に比べて一般に無視される。さらに式 (11) の関係を適用すると、式 (10) は無次元形で次のように書かれる。

$$\begin{aligned} \frac{dU^2}{dX} = & 2F_0^{-2} \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} \sin \theta - \frac{2U^2}{\delta/\delta_0} \\ & \cdot \left\{ (1-k)E + f_1 + 2 \frac{\delta_s}{b} f_2 \right\} \\ & + \frac{2U^2}{\delta/\delta_0} (1-k) \frac{db}{dx} + \frac{4U^2}{\delta/\delta_0} (\beta - 1) \\ & \cdot (m - E) - 2U^2 \frac{\partial \beta}{\partial X} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $F_0 = \hat{u}_0 / \sqrt{\Delta \rho_0 g \delta_0 / \rho}$ および $U = \hat{u} / \hat{u}_0$ である。上式の δ/δ_0 および $\Delta \rho / \Delta \rho_0$ に式 (12) または (14)、および式 (13) または (15) をそれぞれ代入して解くことにより \hat{u} / \hat{u}_0 が求められる。この場合解析的に解くことは一般に困難であるが、数値的に解くことは容易である。

なお、式 (16) の解として与えられる速度は先端部最大厚さの断面の速度であり、最先端の進行速度はこれに先端部が膨らむことによる伸びの分を加えたものとなる。したがって図-2に示すように時刻 t における最先端の位置を x_f 、最大厚さを δ_m 、最大厚さの断面から最先端までの長さを L とし、先端部の形状が近似に保たれるものと仮定すれば、最先端の進行速度 u_f は次式で表わされる。

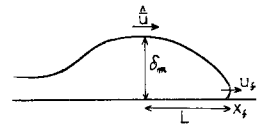


図-2 密度流先端部の諸量

$$\begin{aligned} u_f = & \hat{u} + \frac{dL}{dt} \\ = & \hat{u} + \frac{L}{\delta_m} \cdot \frac{dx_f}{dt} \cdot \frac{d\delta_m}{dx_f} \end{aligned}$$

よって

$$u_f = \frac{\hat{u}}{1 - \frac{L}{\delta_m} \cdot \frac{d\delta_m}{dx_f}} \dots\dots\dots (17)$$

結局、先端速度は式 (16) および (17) により計算される。

3. 実験および結果の考察

(1) 実験装置と方法

実験に用いた水路は、図-3に示すような下流端に高さ 0.7 m のせきをもつ長さ 4 m の片面アクリル張りの可変勾配水路で、水路の中に仕切を設けて水路幅を途中(上流より 1.0 m)から直線的に広げたものである。水路の拡幅率 $i = db/dx$ は 0, 0.02, 0.05 および 0.09 とした。実験は水路を所定の勾配にして水道水を満たしておき、上流から既知濃度の着色塩水を所定の流量で密度流を発生させ、その形状を V.T.R. で録画し、先端部の発達、先端移動速度について測定を行った。また、流れ方向の 3 地点(上流より 100 cm, 160 cm, 240 cm)で先端部がさしかかったとき、厚さ最大の断面で瞬時に採水し、塩分濃度の分布を測定した。

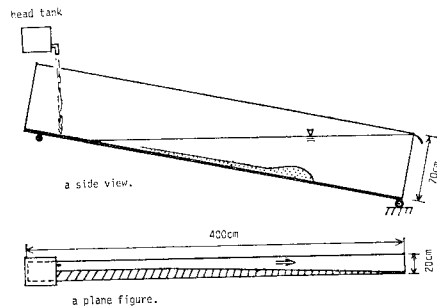


図-3 実験水路

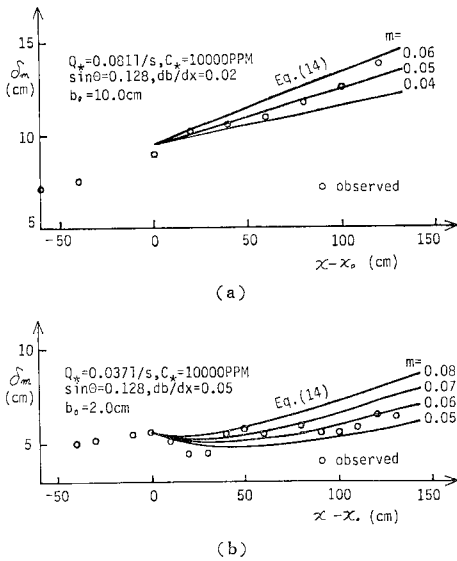


図-4 先端部最大厚さの変化

(2) 実験結果の考察

式 (11) に導入した m の値を求めるために、先端部最大厚さ δ_m の実験値と式 (14) による計算値をプロットしたものの一例を示したのが図-4である。その際、先端部の運動は不規則なため、 δ_m の初期値に適当なものをいくつか選び、そのおのおのについて種々の m に対する曲線を引き、その中で最も適合する m の値を目視により決定採用した。それによると、先端部の不規則な運動のため若干のばらつきはみられるものの、 $db/dx=0.02$ の場合でおよそ 0.05 、 $db/dx=0.05$ の場合で 0.06 程度のほぼ一定な m の値でよい一致を示すようである。二次元の場合、先端部最大厚さの増加割合、すなわち式 (11) の m が底面勾配によって変化することが最近^{2),3)}明らかにされているが、それによるとこの勾配における m の値 (以下二次元の場合の m を m_0 とする) は Britter and Linden の実験でほぼ 0.03 、著者らの実験で $0.04 \sim 0.045$ の程度であり、漸拡水路の場合には二次元水路の場合に比べて m の値が大きくなることうかがえる。

この状況をさらに詳しく調べるため、 $db/dx=0, 0.02, 0.05$ および 0.09 のおのおの場合について水路勾配を $0.0253 \sim 0.233$ の間で変化させ、同一の水利条件で繰り返し実験を行い、上のようにして m の値を求めた。図-5 は $db/dx=0.05$ の場合に得られた m の値を底面勾配 $\sin \theta$ に対してプロットしたものである。図より同一条件における個々の実験において m の値は多少ばらつくものの、二次元の場合と同様底面勾配とともに増大する傾向のあることがわかる。また、上のようにして求めた m の値を実験条件ごとにその平均値を求め、これ

を底面勾配に対してプロットしたのが図-6である。図より一定の db/dx では m の値が勾配とともに増大している。また、同一勾配についてみると拡幅率 db/dx が大きくなるにつれて m の値は増大し、しかも同一の db/dx に対する描点は二次元 ($db/dx=0$) の場合の $m_0 \sim \sin \theta$ の線とほぼ平行に並ぶようである。図-7 は上で求めた平均の m と二次元の場合の平均の m_0 の差 $m-m_0$ をとり、これを水路拡幅率 db/dx に対してプロットしたものである。それによると、 db/dx の増加とともに $m-m_0$ は直線的に増加する傾向を示しており、ほぼ次式

$$m-m_0 = 0.26 db/dx \dots\dots\dots (18)$$

で表わすことができる。なお図-6 からわかるように $m_0 = 0.35 \sin \theta$ と表わされるから結局

$$m = 0.35 \sin \theta + 0.26 db/dx \dots\dots\dots (19)$$

となる。 m の大半は連行によると考えられ、上述の結果は、先端部と後続部の違いはあるものの、漸拡水路における傾斜密度流後続部の連行係数が二次元の場合に比べて大きな値になるという福岡ら⁴⁾の結果とよく対応している。また、式 (19) の右辺の係数がほぼ同じ値にな

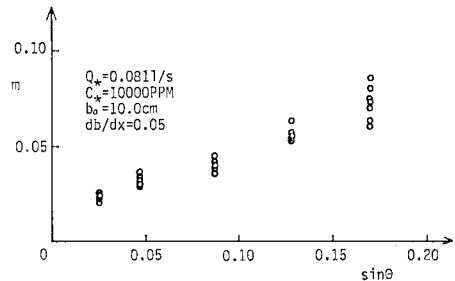


図-5 m と $\sin \theta (db/dx=0.05)$ の関係

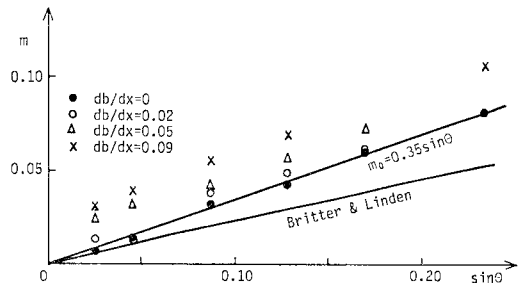


図-6 m と $\sin \theta$ の関係

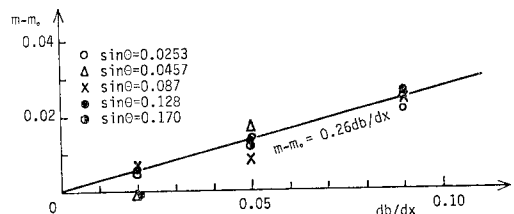


図-7 $m-m_0$ と db/dx の関係

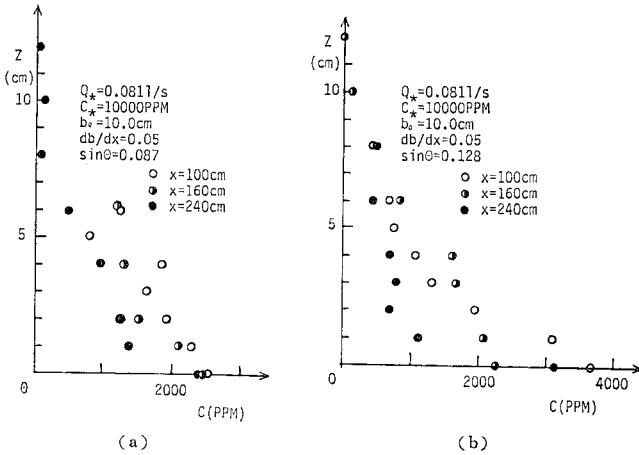


図-8 密度流先端部の塩分濃度

っており、 m の値に対して底面勾配 $\sin \theta$ と水路拡幅率 db/dx が同じ程度に寄与していることは興味深い点である。

次に、前述のようにして流れ方向の3地点で測定した密度流先端部の塩分濃度の測定結果の一例を示したのが図-8である。図より先端部の流下に伴い塩分濃度が減少していることがわかる。

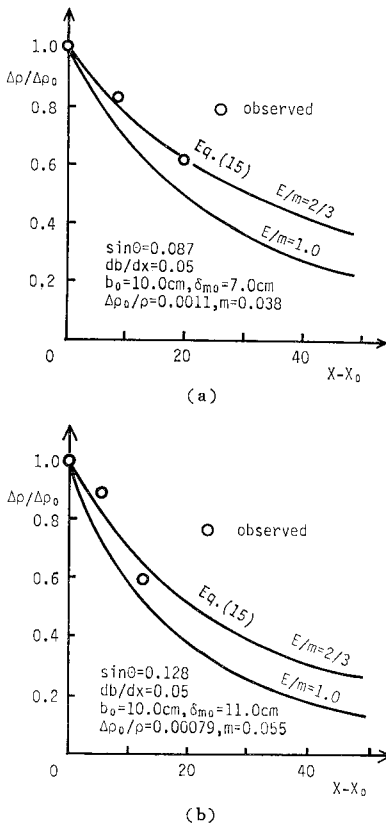


図-9 密度差の実験値と計算値

4. 計算結果とその検討

式 (15) および (16) の適合性をみるため、密度流先端部の塩分濃度の断面平均値および先端移動速度の実験値と計算値とを示したのが図-9 および 10 である。なお、実験は図-8 に示されたものと同一であり、計算は先端部の厚さ最大の断面について、先端部が拡幅開始地点 ($x=100$ cm) に来たときを初期条件として行い、 δ_{m0} および m は図-4 に示す方法で求めたものを用いた。また、 $m=E-\delta/\hat{u}\cdot\partial\hat{u}/\partial x$ に対する E の割合が明らかでないため、 $E/m=2/3$ および 1.0 の場合について計算を行った。

図-9 より塩分濃度の計算値は流下方向に減少しており実験値の傾向と一致している。速度については、式 (16) 中の f_1 および f_2 はブラジウスの抵抗則などから $f_1=f_2=0.01$ とし、また流速ゼロ点が目視による境界近くに生じていると考えられることから $k=0$ として計算した。 β については、漸拡水路における密度

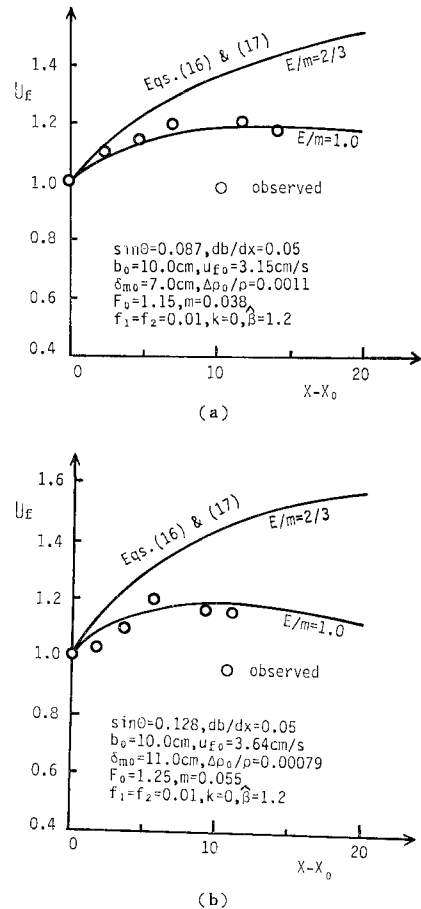
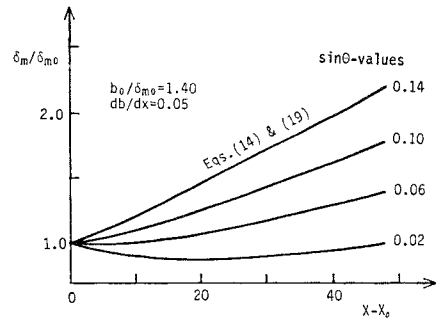


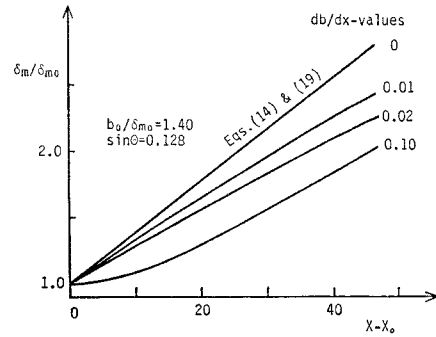
図-10 先端移動速度の実験値と計算値

流の流速分布が福岡ら⁴⁾により測定されており、それを用いて計算すると、下層流の流積で考えた運動量補正係数は先端部のかなりの部分で約 1.2~1.3, 定常な後続流で 1.5 程度である。ここでは $\beta=1.2$ として計算した。なお式 (17) 中の $d\delta_m/dx_f$ は実験値を用い、 L/δ_m は二次元の場合²⁾を参考にして $L/\delta_m=1.5$ とした。また δ の幅方向の変化は明らかでないが、ここでは簡単のため幅方向に一樣とおき $\delta_s=\delta$ とした。それによると $E/m=1.0$ とした計算が実験値とよい一致を示す。しかし、塩分濃度については $E/m=2/3$ とした計算がより近い値を示すようであり、検討の余地がある。この原因として、塩分濃度の測定精度が不十分なこと、したがって F_0 の値が不正確なことなどが考えられる。また流動厚さや密度差などの幅方向・高さ方向の非一様性が解析に反映されていないことが原因していることも考えられる。いずれにせよ E/m の値は 1.0 より小さいがそれに近いものと考えられる。

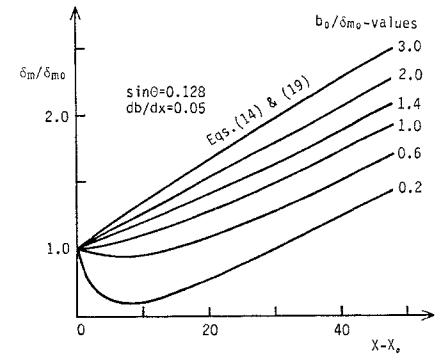
次に式 (14), (15), (16) および (17) において $\sin \theta$, db/dx , $B_m=b_0/\delta_{m0}$ および F_0 が変化した場合、先端部の最大厚さ、密度差および先端移動速度の変化特性がどのように違ってくるかをみるために以下の計算を行った。なお、式中の m には式 (19) を適用した。まず先端部の最大厚さの変化特性が上記のパラメーターによりどのような差異を生ずるかについて示したのが 図-11 である。それによると、 δ_m の変化は x に対していずれも下に凸の形を示すが、緩勾配では m が小さいために初め減少したのち増大し、急勾配では m が大きくなるので減少部分が現われずに単調増加となる。拡幅率 $i=db/dx$ が変化すれば同時に m も変化し、 db/dx が大きくなるほど二次元の場合の直線的な変化との違いが顕著になってくる。また $B_m=b_0/\delta_{m0}$ の効果についてみると、 B_m が大きい場合 δ_m は単調に増加するが、これが小さくなると δ_m は初め減少したのち増大するという形をとる。次に先端部の $d\rho/dx_0$ あるいは塩分濃度の変化の特性について計算した結果が 図-12 に示されている。なお計算は前と同様な理由から $E/m=2/3$ および 1.0 の場合について行ったがいずれの場合も指数関数的に減少し、また当然のことながら $E/m=2/3$ の方が 1.0 の場合よりも大きい値となる。まず $\sin \theta$ は式 (15) 中の m を変化させ、急勾配なほど m したがって E が大きくなり濃度の減少が著しくなっている。拡幅率 $i=db/dx$ も前述のように m したがって E を変化させ、 db/dx が大きくなるにつれて濃度の減少傾向が著しくなっている。また、 $B_m=b_0/\delta_{m0}$ が大きくなるにつれて濃度の減少が緩やかになることがわかる。最後に先端移動速度の変化特性に対する上記のパラメーターの効果は 図-13 に示されている。それによると、初め加速されのち減速



(a) 底面勾配 $\sin \theta$ が変化した場合



(b) 拡幅率 db/dx が変化した場合

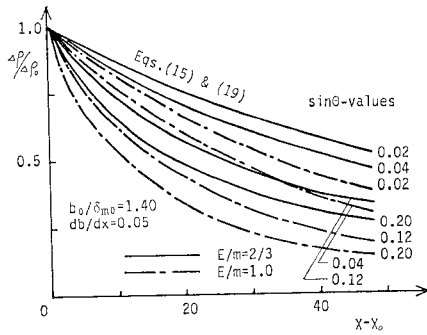


(c) b_0/δ_{m0} が変化した場合

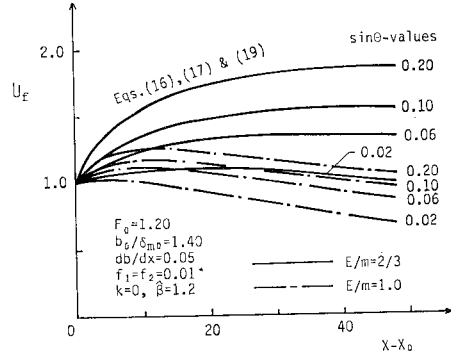
図-11 先端部最大厚さの変化

される場合が生じており、これが速度が単調に増加あるいは減速した二次元の場合と異なる点である。底面勾配による差異についてみると急勾配の場合上述のような特性を示すが、緩勾配になるにつれて初期の加速が目立たなくなる。また、 db/dx の値が大きくなるにつれて速度の増加・減少が激しくなっている。 $B_m=b_0/\delta_{m0}$ の変化に対しては B_m が小さくなるにつれて速度の変化が激しくなる。また、内部フルード数の初期値 $F_0=\hat{u}_0/\sqrt{4\rho_0/\rho \cdot g \delta_{m0}}$ についてみると F_0 が大きくなるにつれて初期の加速部分がみられなくなる。

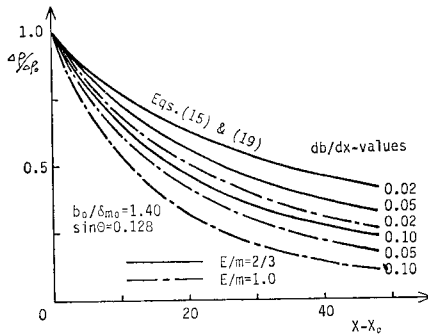
なお、上ではパラメーター $B_m=b_0/\delta_{m0}$ と $i=db/dx$ を別個に取り出して考えたが式 (14) および (15) においてこの両者は B/i の形で入っているため、 m が式 (19)



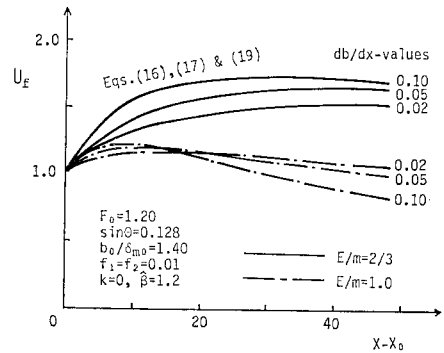
(a) 底面勾配 $\sin\theta$ が変化した場合



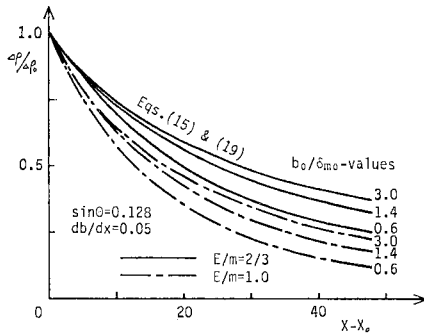
(a) 底面勾配 $\sin\theta$ が変化した場合



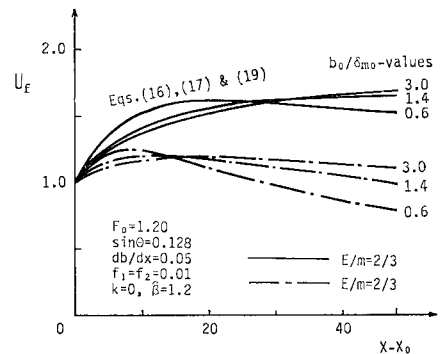
(b) 拡幅率 db/dx が変化した場合



(b) 拡幅率 db/dx が変化した場合



(c) b_0/δ_{m0} が変化した場合



(c) b_0/δ_{m0} が変化した場合

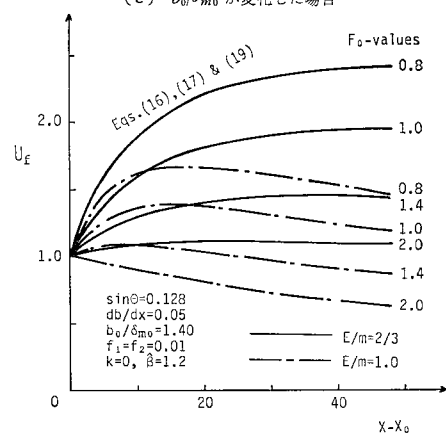
図一12 先端部の密度差の変化

で変化することを除けば B と $1/i$ はまったく同じ効果をもつ。速度については式 (16) からわかるように両者は必ずしも B/i の形では入っていないが、 B と $1/i$ は同じような効果を与えている。

5. 結 び

以上、矩形断面をもつ漸拡水路における傾斜密度流先端部の流動に関して、実験的理論的考察を行った。得られた主要な点は以下のである。

(1) 二次元の場合、傾斜密度流先端部の最大厚さは流下距離に対してほぼ直線的に増大するが、漸拡水路の場合には直線とはならず下に凸の形となり、条件によっては最大厚さが初めのうち減少する部分が生ずる。



(d) 初期内部フルード数が変化した場合

図一13 先端移動速度の変化

(2) 二次元の場合、先端部最大厚さは流下距離に対してほぼ直線的に増大し、かつその増加割合 $m (= E - \delta/\bar{u} \cdot \partial\bar{u}/\partial x)$ は底面勾配とともに増大するが、漸拡水路においても同一の水路拡幅率に対してはこの傾向が認められ、かつ同一の水路勾配では拡幅率の大きいほど m は大きい値を示し、近似的に式 (19) で表わされる。

(3) 塩分濃度を測定した結果、密度流先端部では周囲水の連行のため濃度が徐々に減少していくことが認められた。

(4) 漸拡水路における傾斜密度流先端部の流動を規定する式 (14), (15) および (16) を導き、それらが実験値と良好な一致を示すことを認めた。

最後に、本研究にあたり実験ならびにデータ整理において池田浩二氏 (現・熊谷組) の熱心な協力を得た。記して謝意を表します。

なお、計算は九州大学大型計算機センター FACOM M-200 によった。

記号説明

A : 重い流体の流積

B : 無次元水路幅, $B = b_1/\delta_0$

B_m : $B_m = b_0/\delta_{m0}$

b : 水路幅

b_0 : 基準地点 $x = x_0$ における水路幅

C : 塩分濃度

C_* : 供給水の塩分濃度

E : 連行係数, $E = \hat{q}_*/\hat{u}$

F_0 : 内部フルード数の初期値, $F_0 = \hat{u}_0/\sqrt{A\rho_0/\rho \cdot g\delta_0}$

f_1, f_2 : 抵抗係数でそれぞれ $\hat{\tau}_i + \hat{\tau}_b = f_1\rho\hat{u}^2$, $\bar{\tau}_s = f_2\rho\hat{u}^2$

g : 重力加速度

i : 水路拡幅率, $i = db/dx$

k : 無次元界面流速, $k = \hat{u}|_{x=\delta}/\hat{u}$

L : 先端部最大厚さの断面から最先端までの距離

m : 先端の発達に及ぼす連行および速度差の効果を示す係数, $m = E - \delta/\hat{u} \cdot \partial\hat{u}/\partial x$

m_0 : m の二次元流における値

p : 圧力

Q : 重い流体の流量

Q_* : 供給した塩水の流量

q : $q = \int_0^{\delta} u dz$

\hat{q} : 重い流体の単位幅当たり流量, $\hat{q} = Q/b$

q_* : 周囲流体の連行速度

\hat{q}_* : q_* の幅方向の平均

s : 境界の長さ

t : 時間

U : 無次元流速, $U = \hat{u}/\hat{u}_0$

u : x 方向の流速成分

\bar{u} : 密度流の流動厚さで平均した u

\hat{u} : \bar{u} の幅方向の平均

\hat{u}_0 : \hat{u} の $x = x_0$ における値

\bar{u}_0 : \bar{u} の $x = x_0$ における値

u_f : 先端移動速度

$u|_{y=b/2}$: $y = \pm b/2$ における u の値

$u|_{z=\delta}$: $z = \delta$ における u の値

v : y 方向の流速成分

$v|_{y=b/2}$: $y = \pm b/2$ における v の値

w : z 方向の流速成分

$w|_{z=\delta}$: $z = \delta$ における w の値

X : 無次元流下距離, $X = x/\delta_0$

X_0 : X の $x = x_0$ での値

x : 流下距離

x_0 : x のある値

x_f : 最先端の位置

y : 水路中心線より幅方向にとった距離

z : 底面から垂直上方にとった距離

β : 運動量補正係数

$\delta, \hat{\delta}$: 密度流の流動厚さ, δ の幅方向の平均

$\delta_0, \hat{\delta}_0$: δ の $x = x_0$ における値, δ_0 の幅方向の平均

δ_m : 密度流先端部の最大厚さ

δ_{m0} : δ_m の $x = x_0$ における値

δ_s : δ の側壁における値

θ : 底面傾斜角

ρ : 流体密度

ρ_0 : 周囲流体の密度

$\Delta\rho$: 密度流流体と周囲流体の密度差, $\Delta\rho = \rho - \rho_0$

τ_b : 底面せん断応力

$\bar{\tau}_b$: τ_b の幅方向の平均

τ_i : 界面せん断応力

$\bar{\tau}_i$: τ_i の幅方向の平均

τ_x : 境界面でのせん断応力の x 方向成分

τ_s : 側壁に作用するせん断応力

$\bar{\tau}_s$: τ_s の流動厚さでの平均

参考文献

- 福岡捷二・水村和正・加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第 274 号，p. 41, 1978.
- 平野宗夫・羽田野袿義：密度流先端部の流動特性について，土木学会論文報告集，第 314 号，p. 67, 1981.
- Britter, R.E. and P.F. Linden: The motion of the front of a gravity current travelling down an incline, J. Fluid Mech., Vol. 99, p. 531, 1980.
- 福嶋祐介・福岡捷二・宮本高行：三次元貯水池における密度流先端部の運動，第 25 回水理講演会論文集，p. 637, 1981.
- 福岡捷二・水村和正・加納敏行：泥水密度流先端部の流動特性，第 21 回水理講演会論文集，p. 63, 1977.

(1981.6.22・受付)