

グリーン関数法による任意形状浮体の動揺解析

A GREEN'S FUNCTION METHOD APPLIED FOR RESPONSE
ANALYSIS OF A FLOATING BODY OF ARBITRARY
SHAPE UNDER REGULAR WAVES

清川 哲志*・大山 巧**・小林 浩***

By Tetsushi KIYOKAWA, Takumi OHYAMA and Hiroshi KOBAYASHI

1. はじめに

重力式石油生産プラットフォームなど、大型海洋構造物が実用化しているが、これらの構造物は洋上で係留・施工されることが多い¹⁾。また、施工中のみならず完成後も浮遊式海洋構造物として使用される大型プラントバージなどの例もある。これら大型浮体は、一般に海洋の特定の場所にかなり長期間係留され、その間常に波浪外力を受けるので、施工中の安全を確保するためにも、また、その使用目的を満足させるためにも、波浪による運動特性を推定することがきわめて重要となる。特に、暴風雨などの異常海象時に船舶のように退避することができないので、このときの動揺特性および係留力などを精度よく推定することが、設計上、あるいは施工計画上で不可欠となる。

このような浮体の波浪中動揺は、理論的には速度ポテンシャルに関する境界値問題として定式化される。この問題は、船舶の分野では古くから研究されており、種々の解析法が提案されているが、一般の浮遊式構造物の場合、船舶と異なって常時浅海中に係留されることが多く、また、形状も異なるので、船舶の運動性能の推定に用いられるストリップ法などの実用的解析法が適用できない場合も少なくない。

一般の浮遊式構造物のように、3 次元的に任意な形状を有する浮体に対応できる解析法としては、有限要素法、特異点分布法がある。これらは流体領域、浮体表面などを有限小領域に分割し、未知ポテンシャル、あるいは波源強度 (source strength) に関する離散化方程式を導いて、これを数値的に解くものである。このうち、特

異点分布法は計算時間がかかりすぎるとして非実用的であると結論されている²⁾。これに対し野尻³⁾は、要素分割の工夫などを行えば計算コストは決して“Prohibitive”なものではないと主張しているが、それでも計算時間 (cpu time) は、69 分割で 1 周波数当たり 7 分 (UNIVAC 1100 使用) と報告されており、通常的设计業務に用いるには計算時間がかかりすぎて実用的とはいえない。一方、有限要素法は Bai⁴⁾ 以来多くの研究者によって現在も研究が進められているが^{5)~7)}、無限遠方で課せられる“放射条件”を有限要素解析に取り入れるには本質的な困難がある。これを解決する工夫もさまざまになされているが^{8), 9)}、いずれにしても著者らは、有限要素法は無限に続く流体中に置かれた浮体の動揺解析法としてそれほど適した方法ではないと考えている。

本論文は、任意形状を有する浮体の実用的動揺解析法として、グリーン関数およびグリーンの定理を用いて未知ポテンシャル (散乱波のポテンシャルと 6 自由度運動に対応した 6 個の造波ポテンシャル) に関する 7 組の積分方程式を導き、これを離散化して数値的に解く方法を提案するもので、従来の特異点分布法がまず波源強度に関する積分方程式を解き、さらにこれから未知ポテンシャルを求めていたのに対し、日野ら¹⁰⁾が自由表面上に固定された板による波の散乱と波力を求める際に用いた定式化を応用し、直接未知ポテンシャルに関する積分方程式を導く方法について示したものである。本論文で示した解析法を用いるとき、波圧分布計算まで含めて、計算時間 (cpu time) は要素分割数 66 で約 7 秒、150 で約 50 秒 (IBM 3033 使用) であり、これを先に述べた野尻の報告と比較してみれば、本論文で示した解析法が、計算速度の点で従来の解析法に勝っていることが理解されよう。

以下、この解析法を中心に、実務適用上重要となる要素分割数と解析精度に関する考察、および、具体的な浮遊式構造物に対する適用例などについて述べる。

* 正会員 清水建設 (株) 大崎研究室

** 正会員 清水建設 (株) 研究所海洋研究部

*** 正会員 Eng. Sc.D. 清水建設 (株) 研究所海洋研究部
主席研究員

2. 解析理論

(1) 流体運動の基礎方程式と境界条件

一定水深 h の海域に浮遊式構造物があって、これに角振動数 ω の微小振幅波が入射している。そして、浮体は波力を受ける結果、自由表面上で微小運動をしているものとする。

Fig. 1 に示すように、平均水面上に座標原点 O をとり鉛直上方に z 軸、水平面内に x, y 軸をとる。入射波は x 軸の負の方向から正の方向に、 x 軸と α の角をなして進行するものとする。流体は非圧縮・非粘性とし、流体運動は非回転であるとする。このとき速度ポテンシャルが存在し、場の流体運動はこれによって記述される。この速度ポテンシャルを入射波のポテンシャルと入射散乱波のポテンシャル、および浮体の動揺によって発生する波のポテンシャルの和と考える。さらに、動揺による発生波のポテンシャルをその自由度に従って 6 成分に分ける。

このとき、場全体の速度ポテンシャル $\phi(x, y, z, t)$ は次のように表わすことができる。

$$\phi(x, y, z, t) = \{\phi_{in}(x, y, z) + \phi_{sc}(x, y, z)\} e^{-i\omega t} + \sum_{l=1}^6 \frac{d}{dt} (\bar{D}_l e^{-i\omega t}) \phi_l(x, y, z) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 ϕ_{in} : 入射波のポテンシャル、 ϕ_{sc} : 散乱波のポテンシャル、 ϕ_l : 単位速度振幅を有する l 方向の動揺によって発生する発生波のポテンシャルである。 i は虚数単位で、以下添字以外の i は虚数単位を表わすものとする。また、 \bar{D}_l は、 l 方向運動の振幅 ξ_l と、入射波に対する位相差 ϵ_l からつくられる複素変位振幅で、次式によって定義される。

$$\bar{D}_l = \xi_l \cdot e^{-i\epsilon_l} \quad (l=1, 2, \dots, 6) \dots\dots\dots(2)$$

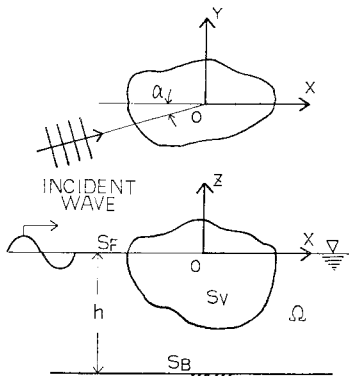


Fig. 1 Coordinate system.

場全体の速度ポテンシャル ϕ に関する基礎方程式と境界条件は次のようである。

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots\dots(3)$$

$$\partial \phi / \partial z - (\omega^2/g) \phi = 0 \quad (\text{on } S_F) \dots\dots(4)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots\dots(5)$$

$$\partial \phi / \partial n = v_n \quad (\text{on } S_V) \dots\dots(6)$$

これらは、それぞれ流体内部 Ω での流体の連続性、自由表面 S_F における運動学的・力学的条件、海底面 S_B における不透過条件、浮体没水表面 S_V における浮体と流体の速度の連続条件を表わしている。ただし、 n による微分は浮体表面における外向法線方向微分を表わし、 v_n は浮体表面各点の外向法線方向速度を表わす。また、 g は重力加速度である。

ところで、 x 軸の負の方向から x 軸と α の角をなして入射する波の速度ポテンシャルは、波高を H_0 、水深を h として、次式で表わされる。

$$\phi_{in}(x, y, z) = -\frac{igH_0}{2\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cdot e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 k は波数で、 $k \tanh kh = \omega^2/g$ の実正根である。

この ϕ_{in} は、単独に連続性と自由表面条件、および海底面条件を満足しているので、式 (1) を式 (3)~(6) に代入し、線形性を考慮すると、 ϕ_{sc} 、 ϕ_l ($l=1\sim6$) は、それぞれ次の関係式を満足すればよいことがわかる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi_{sc} = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots\dots(8) \\ \partial \phi_{sc} / \partial z - (\omega^2/g) \phi_{sc} = 0 \quad (\text{on } S_F) \dots\dots(9) \\ \partial \phi_{sc} / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots\dots(10) \\ \partial \phi_{sc} / \partial n = -\partial \phi_{in} / \partial n \quad (\text{on } S_V) \dots\dots(11) \\ \lim_{R \rightarrow \infty} R^{1/2} (\partial \phi_{sc} / \partial R - ik \phi_{sc}) = 0 \dots\dots\dots(12) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \phi_l = 0 \quad (\text{in } \Omega) \dots\dots(13) \\ \partial \phi_l / \partial z - (\omega^2/g) \phi_l = 0 \quad (\text{on } S_F) \dots\dots(14) \\ \partial \phi_l / \partial z = 0 \quad (\text{on } S_B) \dots\dots(15) \\ \partial \phi_l / \partial n = n_l \quad (\text{on } S_V) \dots\dots(16) \\ \lim_{R \rightarrow \infty} R^{1/2} (\partial \phi_l / \partial R - ik \phi_l) = 0 \dots\dots\dots(17) \end{array} \right.$$

ただし、式 (12)、(17) は無限遠における放射条件を表わしており、 R は原点からの水平距離である。また、 ∇^2 はラプラシアンを表わす。

式 (13)~(17) は $l=1\sim6$ の各運動成分について成立すべき関係式で、 l はそれぞれ次の運動を示すものとする。

$$\left. \begin{array}{l} l=1 : \text{surge} \\ l=2 : \text{sway} \\ l=3 : \text{heave} \end{array} \right\} \text{平行運動}, \quad \left. \begin{array}{l} l=4 : \text{roll} \\ l=5 : \text{pitch} \\ l=6 : \text{yaw} \end{array} \right\} \text{回転運動}$$

各運動の意味は Fig. 2 に示すとおりである。また、 n_l は、次式に示すように各方向の単位速度の法線方向成分 ($l=1\sim3$)、および単位角速度に対応する速度の法

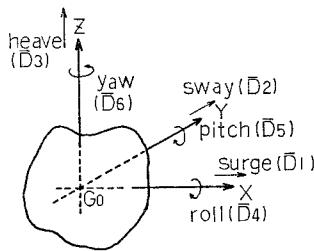


Fig. 2 Definition of motions.

線方向成分 ($l=4\sim 6$) である。

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_x, n_2 = n_y, n_3 = n_z \\ n_4 &= (y - y_0)n_z - (z - z_0)n_y \\ n_5 &= (z - z_0)n_x - (x - x_0)n_z \\ n_6 &= (x - x_0)n_y - (y - y_0)n_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ここで、 n_x, n_y, n_z は構造物表面上の外向単位法線ベクトルの x, y, z 成分、 (x_0, y_0, z_0) は浮体の重心座標である。

(2) 積分方程式の誘導と離散化

式 (8)~(12) を満たす ϕ_{sc} 、および式 (13)~(17) を満たす $\phi_l (l=1\sim 6)$ を解析的に求めるのは困難であるので、これらを、グリーン関数とグリーンの定理を用いて積分方程式に変換した後に数値的に解く“境界積分方程式法”によって求める。

a) グリーン関数

さて、グリーン関数であるが、ここでいうグリーン関数とは $1/r$ の特異性を持ち、 $r=0$ の場合の特異点を除いて、浮体表面以外の境界条件と、基礎方程式である 3次元ラプラス方程式を満足する関数をいう。すなわち、グリーン関数は次の方程式と境界条件、および放射条件を満たす関数として定義される。

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 G &= -4\pi\delta(x-\xi, y-\eta, z-\zeta) && (\text{in } \Omega) \dots(19) \\ \partial G / \partial z - (\omega^2/g)G &= 0 && (\text{on } S_F) \dots(20) \\ \partial G / \partial z &= 0 && (\text{on } S_B) \dots(21) \\ \lim_{R \rightarrow \infty} R^{1/2}(\partial G / \partial R - ikG) &= 0 && \dots\dots\dots(22) \end{aligned} \right.$$

ここに、 G : グリーン関数、 δ : ディラックのデルタ関数、 (ξ, η, ζ) : 流体内部の点を表わす座標である。

これらを満たす解は Wehausen & Laiton¹¹⁾ によって次式のごとく求められている。

$$\begin{aligned} G(P, Q) &= \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \\ &+ 2 \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{(\mu + \nu)e^{-\mu h} \cosh \mu(h+z)}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} \\ &\cdot \cosh \mu(h+\zeta) J_0(\mu R') d\mu + i \frac{2\pi(k^2 - \nu^2)}{h(k^2 - \nu^2) + \nu} \\ &\cdot \cosh k(h+z) \cosh k(h+\zeta) J_0(kR') \end{aligned} \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 r, r', R' 等は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \\ r' &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (x+2h+\zeta)^2} \\ R' &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

また、P.V. : コーシーの主値、 J_m : 第 1 種 m 次ベッセル関数、 $\nu \equiv \omega^2/g$ 、 P, Q : それぞれ流体内部、および浮体没水表面上の点で、 $P = (\xi, \eta, \zeta)$ 、 $Q = (x, y, z)$ である。

式 (23) はグリーン関数の積分表示であるが、John¹²⁾ によって級数形が次のように求められている。

$$\begin{aligned} G(P, Q) &= i \frac{2\pi(k^2 - \nu^2)}{h(k^2 - \nu^2) + \nu} \cosh k(h+z) \\ &\cdot \cosh k(h+\zeta) H_0^{(1)}(kR') \\ &+ 4 \sum_{n=1}^\infty \frac{k_n^2 + \nu^2}{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu} \cos k_n(h+z) \\ &\cdot \cos k_n(h+\zeta) K_0(k_n R') \end{aligned} \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 $H_m^{(1)}$: 第 1 種 m 次ハンケル関数、 K_m : 第 2 種 m 次変形ベッセル関数、 k_n : 固有値 ($k_n \tan k_n h = -\omega^2/g$ の実正根、 $0 < k_1 < k_2 < \dots$) である。

式 (23) と式 (25) は同じグリーン関数の別表現であり、各 P, Q に対して値は同じになるが、 kR' の値の大きさにより収束の速さが異なり、 kR' が大きい場合は級数形、小さい場合は積分形の方が収束が速い。したがって、実際の数値計算では両者を使い分けるとよい。Garrison ら¹³⁾ は $kR' > 0.2$ では級数形を、その他の場合は積分形を使うことを推奨している。

このグリーン関数とグリーンの定理を用いて、式 (8)~(12) および式 (13)~(17) などを積分方程式に変換する。

b) 積分方程式

一般に、領域 Ω 内で定義された微分可能な任意の関数 u, v について、次のグリーンの定理が成り立つ。

$$\iiint_{\Omega} (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dv V = \iint_S \left(\frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS \dots\dots\dots(26)$$

ここで S は Ω を囲む境界面を表わし、 n に関する微分は外向法線方向微分を表わす。

このグリーンの定理で、 $u = \phi_{sc}$ 、 $v = G$ とし、Fig. 3 に示す領域にこれを適用し、 $R \rightarrow \infty$ とすると次式を得る。

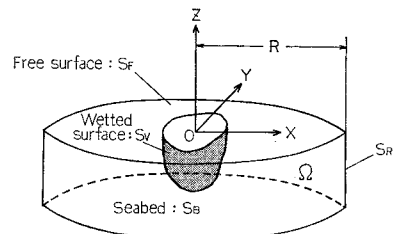


Fig. 3 Boundary surfaces and fluid region.

$$\begin{aligned} & \iiint_{\Omega} (\phi_{sc} F^2 G - G F^2 \phi_{sc}) dv \\ &= \iint_{S_V} \left(\phi_{sc} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial n} \right) dS \\ &+ \iint_{S_F} \left(\phi_{sc} \frac{\partial G}{\partial z} - G \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial z} \right) dS \\ &- \iint_{S_B} \left(\phi_{sc} \frac{\partial G}{\partial z} - G \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial z} \right) dS \\ &+ \lim_{R \rightarrow \infty} \iint_{S_R} \left(\phi_{sc} \frac{\partial G}{\partial R} - G \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial R} \right) dS \dots (27) \end{aligned}$$

次に、 ϕ_{sc} に関する式 (8)~(12)，および G に関する式 (19)~(22) を考慮すると，上式より ϕ_{sc} に関する次の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \phi_{sc}(P) = & -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_V} \left\{ \phi_{sc}(Q) \frac{\partial}{\partial n} G(P, Q) \right. \\ & \left. + G(P, Q) \frac{\partial}{\partial n} \phi_{in}(Q) \right\} dS \dots (28) \end{aligned}$$

これは、 Ω の内部点 P と，浮体の没水表面上の点 Q に関して成立するが，内部点 P を浮体表面上に近づけると，極限では P を囲む微小球面は半球となり，式 (28) の右辺の 4π は 2π となる。

すなわち，

$$\begin{aligned} \phi_{sc}(P) = & -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_V} \left\{ \phi_{sc}(Q) \frac{\partial}{\partial n} G(P, Q) \right. \\ & \left. + G(P, Q) \frac{\partial}{\partial n} \phi_{in}(Q) \right\} dS \\ & (P, Q \in S_V) \dots (29) \end{aligned}$$

となる。

式 (29) は散乱波のポテンシャル ϕ_{sc} の浮体没水表面上の値に関する第 2 種フレドホルム型積分方程式である。

浮体の動揺による造波ポテンシャル $\phi_l (l=1\sim 6)$ の浮体没水表面上の値に関しても，式 (26) の u を ϕ_l, v を G とし，さらに式 (13)~(17) および式 (19)~(22) を考慮することによって， ϕ_{sc} の場合とまったく同様に次の積分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi_l(P) = & -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_V} \left\{ \phi_l(Q) \frac{\partial}{\partial n} G(P, Q) \right. \\ & \left. - n_l(Q) G(P, Q) \right\} dS \quad (P, Q \in S_V) \\ & \dots (30) \end{aligned}$$

c) 積分方程式の離散化

積分方程式 (29)，(30) は，浮体形状が単純な場合を除いて数値的に解くしかない。このために，浮体没水表面 S_V を N 個の小要素に分割し，各要素内で未知ポテンシャル値を一定と近似する。また，積分方程式中の積分を和分で近似する。このとき，積分方程式は次のように複素係数連立 1 次方程式となる。

$$2\pi\phi_{sc}(P_i) + \sum_{j=1}^N \phi_{sc}(P_j) \frac{\partial}{\partial n} G(P_i, P_j) \Delta S_j$$

$$= -\sum_{j=1}^N G(P_i, P_j) \frac{\partial}{\partial n} \phi_{in}(P_j) \Delta S_j \quad (i=1\sim N) \dots (31)$$

$$\begin{aligned} & 2\pi\phi_l(P_i) + \sum_{j=1}^N \phi_l(P_j) \frac{\partial}{\partial n} G(P_i, P_j) \Delta S_j \\ &= \sum_{j=1}^N G(P_i, P_j) \cdot n_l(P_j) \cdot \Delta S_j \\ & \quad (l=1\sim 6, j=1\sim N) \dots (32) \end{aligned}$$

ここに， ΔS_j : j 番目要素の面積， P_i, P_j : それぞれ i 番目， j 番目要素の中心座標である。

これらを行列表示すると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sc}(P_1) \\ \phi_{sc}(P_2) \\ \vdots \\ \phi_{sc}(P_N) \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N1} & B_{N2} & \dots & B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{in}(P_1) \\ \bar{\phi}_{in}(P_2) \\ \vdots \\ \bar{\phi}_{in}(P_N) \end{bmatrix} \\ & \dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_l(P_1) \\ \phi_l(P_2) \\ \vdots \\ \phi_l(P_N) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N1} & B_{N2} & \dots & B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_l(P_1) \\ n_l(P_2) \\ \vdots \\ n_l(P_N) \end{bmatrix} \\ & \quad (l=1\sim 6) \dots (34) \end{aligned}$$

ただし行列の要素 A_{ij}, B_{ij} は次式で求められる。

$$A_{ij} = \begin{cases} \partial G(P_i, P_j) / \partial n \Delta S_j & (i \neq j) \\ 2\pi + \partial G^*(P_i, P_i) / \partial n \Delta S_i & (i = j) \end{cases} \dots (35)$$

$$B_{ij} = \begin{cases} G(P_i, P_j) \Delta S_j & (i \neq j) \\ G^*(P_i, P_i) \Delta S_i & (i = j) \end{cases} \dots (36)$$

ここで， $i=j$ のときグリーン関数の法線方向微分値，およびグリーン関数値に * 印を付けたのは，このとき特異点となり，数値計算上，他の要素と別計算をする必要があるため，この計算法については後に述べる。また，式 (33) の右辺の $\bar{\phi}_{in}(P_i)$ は， i 番目要素の中心点 P_i における入射波の速度ポテンシャルの法線方向微分値を表わす。式 (34) の右辺の $n_l(P_i)$ は， P_i における l 方向単位速度または単位角速度に対応する浮体表面の運動速度の法線方向成分であり，式 (18) で定義されるものである。 $\phi_{sc}(P_i), \phi_l(P_i)$ などは i 番目要素上の未知ポテンシャル値を表わす。

式 (33)，(34) は浮体没水表面上における未知ポテンシャル値に関する 7 組の連立方程式であるが，これらの左辺の係数行列はすべて共通なので，この逆行列を 1

回計算してメモリーに蓄えることにより、計算時間を大幅に節約することができる。また、右辺のグリーン関数の行列も1回求めて各ベクトルとの積を求めてしまえば不用となるので、左辺の係数行列と共通の領域を用いることによって計算機メモリーも節約することができる。

d) 行列要素および定数ベクトル項の計算

連立方程式 (33), (34) の左辺係数行列の要素 A_{ij} を構成するグリーン関数の法線方向微分値は、単位法線ベクトルの成分, n_x, n_y, n_z を用いて、次のように求められる。

積分形の場合：

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} = & \{n_{xj}(x_i - x_j) + n_{yj}(y_i - y_j)\} \left\{ \frac{1}{r_{ij}^3} + \frac{1}{r'_{ij}{}^3} \right. \\ & + 2 \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{\mu(\mu + \nu)e^{-\mu h}}{R_{ij}'(\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h)} \\ & \cdot \cosh \mu(h + z_i) \cosh \mu(h + z_j) J_1(\mu R_{ij}') d\mu \\ & + i \frac{2\pi k(k^2 - \nu^2)}{R_{ij}'(h(k^2 - \nu^2) + \nu)} \cosh k(h + z_i) \\ & \left. \cdot \cosh k(h + z_j) J_1(k R_{ij}') \right\} \\ & + n_{zj} \left\{ \frac{z_i - z_j}{r_{ij}^3} - \frac{z_i + 2h + z_j}{r'_{ij}{}^3} \right. \\ & + 2 \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{\mu(\mu + \nu)e^{-\mu h}}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} \\ & \cdot \sinh \mu(h + z_j) \cosh \mu(h + z_i) J_0(\mu R_{ij}') d\mu \\ & + i \frac{2\pi k(k^2 - \nu^2)}{(h(k^2 - \nu^2) + \nu)} \sinh k(h + z_j) \\ & \left. \cdot \cosh k(h + z_i) J_0(k R_{ij}') \right\} \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

級数形の場合：

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} = & \{n_{xj}(x_i - x_j) + n_{yj}(y_i - y_j)\} \\ & \cdot \left\{ i \frac{2\pi k(k^2 - \nu^2)}{R_{ij}'(h(k^2 - \nu^2) + \nu)} \cosh k(h + z_i) \right. \\ & \cdot \cosh k(h + z_j) H_1^{(1)}(k R_{ij}') \\ & + 4 \sum_{n=1}^\infty \frac{2\pi k_n(k_n^2 + \nu^2)}{R_{ij}'h(k_n^2 + \nu^2) - \nu} \cos k_n(h + z_i) \\ & \cdot \cos k_n(h + z_j) K_1(k_n R_{ij}') \left. \right\} \\ & + n_{zj} \left\{ i \frac{2\pi k(k^2 - \nu^2)}{h(k^2 - \nu^2) + \nu} \sinh k(h + z_j) \right. \\ & \cdot \cosh k(h + z_i) H_0^{(1)}(k R_{ij}') \\ & - 4 \sum_{n=1}^\infty \frac{2\pi k_n(k_n^2 + \nu^2)}{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu} \sin k_n(h + z_j) \\ & \left. \cdot \cos k_n(h + z_i) K_0(k_n R_{ij}') \right\} \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

ここに、 $\partial G_{ij}/\partial n \equiv \partial G(P_i, P_j)/\partial n$ であり、 P_i 点の座標を (x_i, y_i, z_i) 、 P_j 点の座標を (x_j, y_j, z_j) としている。また、 R_{ij}' 、 r_{ij} 、 r'_{ij} 等は式 (24) で (ξ, η, ζ) を (x_i, y_i, z_i) 、 (x, y, z) を (x_j, y_j, z_j) として求められる。 n_{xj} 、 n_{yj} 、 n_{zj} などは j 番目要素中心点におけ

る単位法線ベクトルの成分を表わしている。

また、式 (33) の右辺の $\bar{\phi}_{in}(P_i)$ 、すなわち入射波のポテンシャルの法線方向微分値は次式によって求められる。

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{in}(P_i) = & -i \frac{gkH_0}{2\omega \cosh kh} \{i(n_{xi} \cos \alpha \\ & + n_{yi} \sin \alpha) \cosh k(h + z_i) \\ & + n_{zi} \sinh k(h + z_i)\} e^{ik(x_i \cos \alpha + y_i \sin \alpha)} \\ & \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

e) 特異点における計算

すでに述べたとおり、グリーン関数は $1/r$ の特異性を有し、また、その法線方向微分値も式 (37), (38) などにみられるように特異性を有する。したがって、 $i=j$ の場合は、これらの関数値は発散し、式 (23), (25) および式 (37), (38) などを用いて行列要素を直接計算することができない。しかし、この場合もこれらの関数を含む積分は存在し、日野ら¹⁰⁾の方法に準じて以下のように求められる。

まず、グリーン関数 $G^*(P_i, P_i)$ であるが、これは $P_i \rightarrow P_j$ の極限では $G(P_i, P_j) \simeq 1/r_{ij}$ であるから、 $1/r$ を $r=0$ となる特異点を含む領域で積分することを考えればよい。この積分は幾何学的関係のみによって決まるので、 ΔS_j を局所的に平面と考えるとよいほどの半径 a_j 、中心 (ξ, η, ζ) の円領域と考えると、この中心に原点を一致させて局所極座標をとる。

このとき、

$$\begin{aligned} \lim_{P_i \rightarrow P_j} \iint_{\Delta S_j} G(P_i, P_j) dS & \simeq \iint_{\Delta S_j} \frac{1}{r} dS \\ & = \int_0^{a_j} \int_0^{2\pi} d\theta dr = 2\pi a_j \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

となる。

したがって、式 (36) を考慮すると次式を得る。

$$G^*(P_i, P_i) = 2\pi a_i / \Delta S_i \dots \dots \dots (41)$$

実際の数値計算では、 a_i を ΔS_i と等価な円の半径とし、 $a_i = \sqrt{\Delta S_i / \pi}$ とすれば十分である。

グリーン関数の法線方向微分値についても同様の考察を行い次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} G^*(P_i, P_i) = & n_{zi} \left\{ \frac{1}{4(z_i + h)^2} \right. \\ & - 2 \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{\mu(\mu + \nu)e^{-\mu h}}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} \\ & \cdot \sinh 2\mu(h + z_i) d\mu + i \frac{\pi k(k^2 - \nu^2)}{h(k^2 - \nu^2) + \nu} \\ & \left. \cdot \sinh 2k(h + z_i) \right\} \dots \dots \dots (42) \end{aligned}$$

すなわち、行列 $[A]$ 、 $[B]$ の対角要素 A_{ii} 、 B_{ii} は式 (41) および式 (42) を用いて、式 (35)、(36) によって求められる。

f) 分割要素の形状

分割要素の形や大きさは、有限要素法と同様に、必要に応じて任意に選ぶことができる。ただし、本解析法では離散化の際に要素内で未知ポテンシャル値を一定と仮定していることから、実際の現象がこの仮定から大きく外れることのない形状、大きさを選択し、適切な要素分割を行う必要がある。また、特異点の計算方法から、あまり細長い形状は精度上好ましくないと考えられる。

(3) 波強制力, 付加質量, 造波減衰係数

浮体に作用する流体力は、通常、入射波と散乱波によるものと、浮体の運動によるものとに分けて考える。前者が波強制力であり、後者はさらに運動加速度に比例する力と運動速度に比例する力に分けられ、それぞれ付加質量および造波減衰係数として評価される。

波強制力は、各座標軸に対して平行、回転、それぞれ3成分ずつ計6成分ある。これらは、入射波と散乱波のポテンシャル圧力による力の各方向成分を、浮体没水表面上で積分することによって得られる。すなわち、式(7)で求められる入射波ポテンシャルの各要素中心上の値を $\phi_{in}(P_j)$ で表わせば、これと式(33)を解いて得られる散乱波のポテンシャル値 $\phi_{sc}(P_j)$ 、および式(18)で定義される $n_m(m=1\sim6)$ を用いて、近似的に次のように表わされる。

$$E_m = i\rho\omega e^{-i\omega t} \sum_{j=1}^N \{ \phi_{in}(P_j) + \phi_{sc}(P_j) \} \cdot n_m(P_j) \Delta S_j \quad (m=1\sim6) \dots\dots\dots(43)$$

ただし、 $E_m(m=1\sim6)$ は波強制力の各方向成分で、それぞれ x, y, z 軸に平行な力、および浮体の重心を通り x, y, z 軸に平行な軸まわりの回転モーメントを表わしている。また ρ は流体密度である。

同様に、浮体の動揺によって浮体が周囲の流体から受ける力の m 方向成分 F_m は、式(34)を解いて得られる造波ポテンシャルの離散値を用いて、近似的に次式で求められる。

$$F_m = \rho\omega^2 e^{-i\omega t} \sum_{l=1}^6 \left\{ \bar{D}_l \sum_{j=1}^N \phi_l(P_j) n_m(P_j) \Delta S_j \right\} \quad (m=1\sim6) \dots\dots\dots(44)$$

これは次のように書きかえることができる。

$$F_m = - \sum_{l=1}^6 \left\{ M_{lm} \frac{d^2}{dt^2} (\bar{D}_l e^{-i\omega t}) + N_{lm} \frac{d}{dt} (\bar{D}_l e^{-i\omega t}) \right\} \quad (m=1\sim6) \dots\dots(45)$$

ただし、 M_{lm}, N_{lm} は次式によって定義される。

$$M_{lm} + i \frac{N_{lm}}{\omega} = \rho \sum_{j=1}^N \phi_l(P_j) n_m(P_j) \Delta S_j \quad (l, m=1\sim6) \dots\dots\dots(46)$$

$\bar{D}_l \exp(-i\omega t)$ は、浮体の l 方向変位を表わしているので、式(45)は浮体の動揺によって浮体自身が受ける

力が、運動加速度および運動速度に比例する成分からなっていることを示している。また、負号は運動方向と逆向きに力が働くことを表わしている。すなわち、 M_{lm} は l 方向運動による m 方向付加質量 ($m=1, 2, 3$) および付加慣性モーメント ($m=4, 5, 6$)、 N_{lm} は同じく造波減衰係数を表わしている。

(4) 浮体の運動方程式と定常解

浮体の動揺による各変位成分を $\{D\}$ とすると、粘性減衰を考慮しないとき、浮体の運動方程式は次のようになる。

$$([m] + [M]) \frac{d^2}{dt^2} \{D\} + [N] \frac{d}{dt} \{D\} + [C] + [T] \cdot \{D\} = \{E\} \dots\dots\dots(47)$$

ここに、 $[m]$: 質量行列、 $[M]$: 付加質量行列、 $[N]$: 造波減衰係数行列、 $[C]$: 静水圧による復元力行列、 $[T]$: 係留系による復元力行列、 $\{E\}$: 波強制力ベクトルである。これらは 6×6 の行列、および6成分からなるベクトルである。

$[M]$ および $[N]$ は式(46)、 $\{E\}$ は式(43)より求められる。 $[m]$ と $[C]$ は一般に次のように表わされる。

$$[m] = \begin{bmatrix} W/g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W/g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W/g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ 0 & 0 & 0 & J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ 0 & 0 & 0 & J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 0 \\ 0 & 0 & C_{43} & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & C_{53} & C_{54} & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots(48)$$

ここに、 W : 浮体の重量、 J_{ij} : 浮体の慣性テンソルである。

浮体の慣性テンソルは通常与条件として与えられるが、一般的には次式によって求められる¹⁴⁾。

$$J_{ij} = \iiint \rho' (x_i^2 \delta_{ij} - x_i x_j) dV \dots\dots\dots(49)$$

ただし、テンソルの添字については通常のテンソルの和の規則をとるものとする ($x_1=x, x_2=y, x_3=z$ とする)。また、 ρ' は浮体の密度であり、上式の積分は浮体全体の体積積分を表わす。 δ_{ij} は単位テンソルである。

静水圧による復元力行列の要素は次のようである¹⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} C_{33} &= \rho g A_W, \quad C_{44} = W (\overline{GM})_4, \quad C_{55} = W (\overline{GM})_5 \\ C_{34} &= C_{43} = \rho g I_x, \quad C_{35} = C_{53} = -\rho g I_y \\ C_{45} &= C_{54} = -\rho g I_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(50)$$

ここに、 $(\overline{GM})_4$: rolling のメタセンター高, $(\overline{GM})_3$: pitching のメタセンター高, I_x, I_y : それぞれ重心を通過して x 軸, y 軸に平行な軸まわりの浮体水線面の断面一次モーメント, I_{xy} : 浮体水線面の断面乗積である。

係留系による復元力は係留方法, 係留点の位置によって異なるので, そのつど考慮するものとする。

ここで, 規則波中の定常運動を考えると, 浮体の変位は式 (2) で定義される複素変位振幅を用いて,

$$\{D\} = \{\overline{D}\} e^{-i\omega t} \dots \dots \dots (51)$$

と置くことができ, これを運動方程式 (47) に代入して整理すると, 次の浮体の各運動の複素変位振幅に関する 6 元複素係数連立 1 次方程式を得る。

$$[[[C]+[T]]-i\omega[N] - \omega^2([m]+[M])]\{D\} = \{\overline{E}\} \dots \dots (52)$$

ただし, 右辺の $\{\overline{E}\}$ は式 (43) の時間項を分離したもので,

$$\overline{E}_m = i\rho\omega \sum_{j=1}^N \{\phi_{in}(P_j) + \phi_{sc}(P_j)\} \cdot n_m(P_j) \Delta S_j \quad (m=1 \sim 6) \dots \dots (53)$$

によって求められる。

なお,

$$\left. \begin{aligned} \{\overline{D}\} &= {}^t(\overline{D}_1, \overline{D}_2, \dots, \overline{D}_6) \\ \{\overline{E}\} &= {}^t(\overline{E}_1, \overline{E}_2, \dots, \overline{E}_6) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (54)$$

である。

式 (52) を解くことによって浮体の各運動の複素変位振幅が得られ, 式 (51) により各位相における浮体の変位を知ることができる。また式 (43) と, 式 (44) あるいは式 (45) によって浮体に作用する流体力を求めることができる。

3. 計算例と考察

(1) 要素分割数の検討

本解析法のように, 構造物表面を分割して計算する場合, 分割数をどの程度にとればよいか問題となる。むやみに分割数を大きくすることは, 計算経済性から不利となるだけでなく, 式 (33), (34) などの係数行列が特異性に近くなるために精度がかえって低下する場合があるので, この問題は実用上重要である。しかし, この点に関する検討はほとんど行われていないのが実状である。ここでは, 波圧分布, 波強制力を MacCamy・Fuchs¹⁶⁾ の円筒に関する厳密解と比較し, さらに付加質量と造波減衰を前田ら¹⁷⁾ の円板および矩形板に関する強制動揺試験結果と比較することによって, この問題を検討した。

a) 波圧分布, 波強制力

Fig. 4 は直径 D と水深 h の比が 2.0 の円柱の $z =$

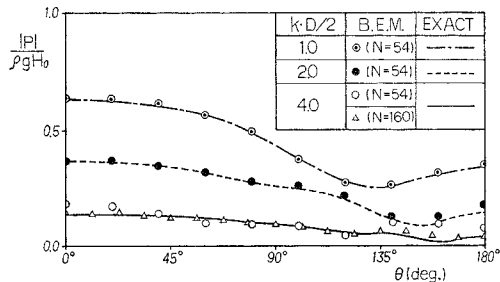


Fig. 4 Hydrodynamic pressures on a vertical cylinder ($z = -h/2$).

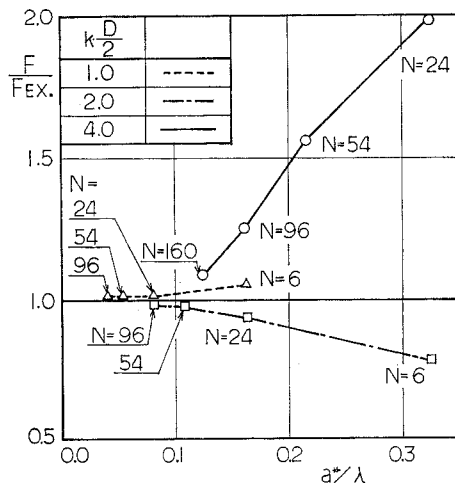


Fig. 5 Convergence of wave force calculation.

$-h/2$ における変動圧力振幅 $|p|$ を, $kD/2=1.0, 2.0, 4.0$ の場合について比較したもので, 図中 EXACT が厳密解を, B.E.M. が本解析法による計算値を表わす。ただし, N は要素分割数で, $N=54$ の場合, 周方向に 18, 水深方向に 3, $N=160$ の場合, 周方向に 32, 水深方向に 5 の等分割を行っている。また, θ は入射波が入射する円柱正面を 0 とした偏角である。

図から両者はよく一致しているが, N を一定 ($N=54$) としたとき, 入射波長が構造物の径に対して短くなるにつれて精度が悪くなっており, 特に $kD/2=4.0$ の場合は $N=160$ 程度にしないと正確な波圧分布が得られないことがわかる。このように, 一定の精度を得るために必要な分割数は, 入射波長, 構造物の径などによって異なる。

計算精度は分割要素の大きさと入射波長の関係から決まると考えられるので, 分割要素の代表長 a^* と入射波長 λ の比に対する, 円柱に作用する波強制力の計算値 F と厳密解 F_{EX} の比の関係を求めたのが Fig. 5 である。ただし代表長 a^* は次式で定義される。

$$a^* = \sqrt{S/N} \quad (S: \text{没水表面 } S_V \text{ の面積}) \dots \dots (55)$$

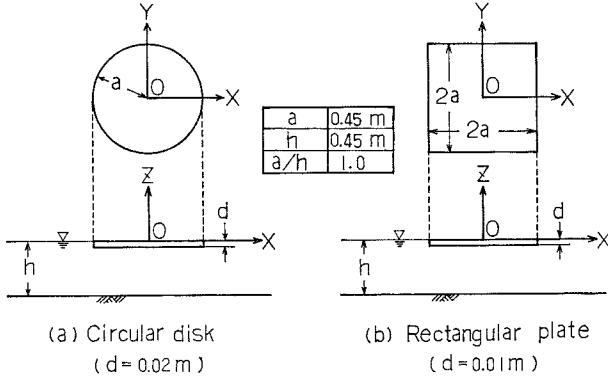


Fig. 6 Definition sketch for circular disk and rectangular plate.

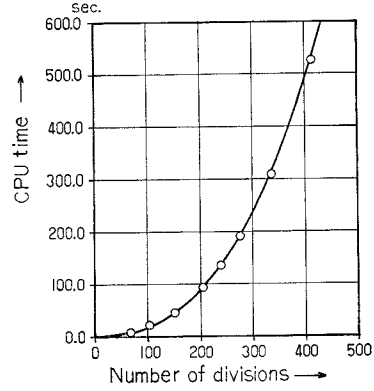


Fig. 9 CPU time versus number of divisions.

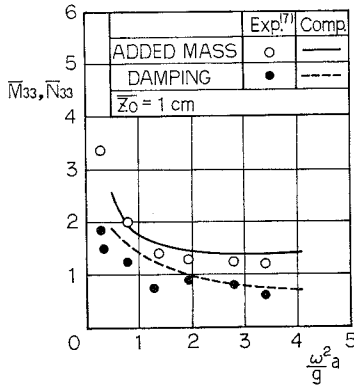


Fig. 7 Heave added-mass and damping coefficients for a circular disk.

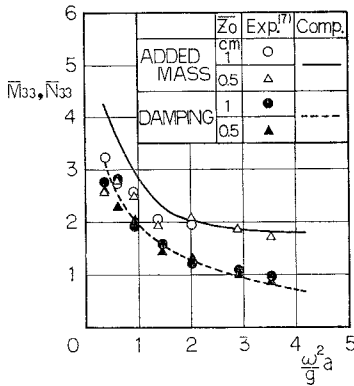


Fig. 8 Heave added-mass and damping coefficients for a rectangular plate.

Fig. 5 から、計算値はいずれの場合も a^*/λ が小さくなるに従って単調に厳密解に収束することがわかる。厳密解への収束性は、分割要素の大きさだけでなく、分割のしかた、あるいは要素形状によっても異なるが、この図にみられるように a^*/λ を 0.1 程度にとれば、実用上十分な精度の計算値が得られることがわかる。

なお、これらの計算例では、いずれも円柱の側面に沿

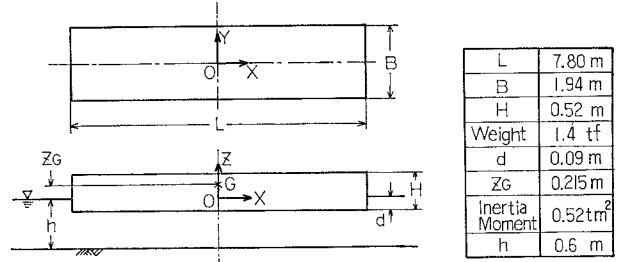


Fig. 10 Definition sketch for a box-shaped floating body.

って、わん曲した長方形曲面要素を用いて等分割しており、要素の縦横比は 0.981~1.047 である。

b) 付加質量，造波減衰

次に、前田ら¹⁷⁾の実験結果との比較検討により、上に述べたごとく a^*/λ が 0.1 程度になるように分割すれば、付加質量および造波減衰も実用上十分な精度で求められることを示す。

前田らは Fig. 6 に示す円板および矩形板について、heaving の強制動揺試験を行い、板と強制動揺装置の間に設置したロードセルで計測される流体反力から、付加質量と造波減衰を求めている。解析はこの実験と同一条件で行った。

Fig. 7, 8 はそれぞれ円板および矩形板に関する付加質量と造波減衰の計算値と実験値を無次元化して示したもので、無次元化は、 $\bar{M}_{33} = M_{33}/\rho a^3$, $\bar{N}_{33} = N_{33}/\rho \omega a^3$ のように行っている。また、それぞれの図中で実線が付加質量、破線が造波減衰の計算値を示している。そしてこれらの線は、各 $\omega^2 a/g$ に対して a^*/λ が 0.1 以下となるように分割数を変えて計算した結果を結んだもので、分割数は 25~169, a^*/λ は 0.05~0.1 となっている。また図中の Z_0 は実験における強制動揺振幅を表わしている。

これらの図から、 a^*/λ が 0.1 以下となるように分割数を決めて計算した計算値と、前田らの強制動揺法によ

る実験値は大略一致していることがわかる。通常、要素分割数は全周波数領域で一定とすることが多いが、この場合、分割数をかなり大きくとる必要がある。この種の解析では行列演算が主なので、分割数の増加に伴って計算時間は2乗のオーダーで増加するため、これは明らかに不経済である。これに対し、ここで示したように a^*/λ の値を目安として適切な分割数を選べば、一定の計算精度を保ちながら全体として計算時間を大幅に短縮することができる。なお、参考のために本解析法による要素分割数と計算時間 (IBM 3033 使用) の関係の一例を Fig. 9 に示す。これは、次節で示す浅喫水箱型浮体の場合の例で、浮体の幅 B (Fig. 10 参照) と入射波長 λ との比 B/λ が 0.279~0.915, および水深 h と λ との比 h/λ が 0.086~0.283 に対するものである。この例では、長方形要素を用いており、たとえば分割数 414 の場合、底面を 36×9 , 側面を 90×1 に分割している。計算時間は、同じ分割数でも入射波条件、構造物形状によって異なると思われるが、ほぼ図中の曲線の近傍に収まるものと考えられる。

(2) 浅喫水箱型浮体

本解析法の妥当性は、波強制力に関して厳密解と比較し、付加質量および造波減衰特性に関して実験結果と比較した前節によって十分示されたと考えることができるが、ここではさらに、浮体の動揺量に関しても実験値と本解析法による計算値を比較し、動揺まで含めた本解析法の妥当性、および適用範囲について検討する。このための実験値には高山ら¹⁸⁾のものを用いることにする。

実験は $25\text{m} \times 15\text{m} \times 1\text{m}$ の造波水槽を用いて Fig. 10 に示すような浅喫水箱型浮体に関して行われている。この実験は、係留系による拘束の影響、防舷材の反力、不規則波に対する応答など、多角的かつ詳細に行われているが、ここでは、上記の目的のために、規則波による自由浮体の動揺の問題に限定する。また、波の入射角も浮体の運動が最も単純になる直角入射 (ω 軸に平行に置かれた船体に対して 90° の入射角) の場合のみを取り上げる。

波強制力ベクトルは sway, heave, および roll の3成分のみ値をもち、本解析法によれば Fig. 11 のようになる。また、無次元化付加質量、造波減衰に関しては Fig. 12~14 に示すようになる。ただし、無次元化は図中縦軸に示したように、浮体が排除する流体の体積 V を用いて行った。付加質量、造波減衰に関しては、このほかに $\bar{M}_{24}, \bar{M}_{42}, \bar{N}_{24}, \bar{N}_{42}$ などの連成分があるが、これらについての結果は省略する。なお、これらの計算の際の要素分割数は、前節より、各周波数における a^*/λ の値が 0.1 程度になるように決めたもので、66~414 と

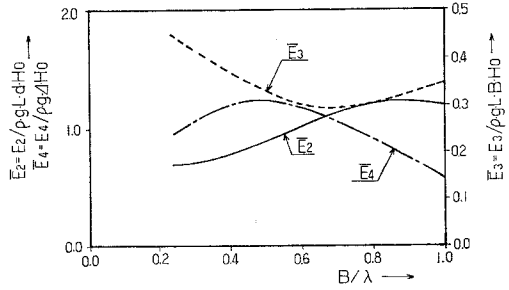


Fig. 11 Exciting force coefficients for a box-shaped floating body.

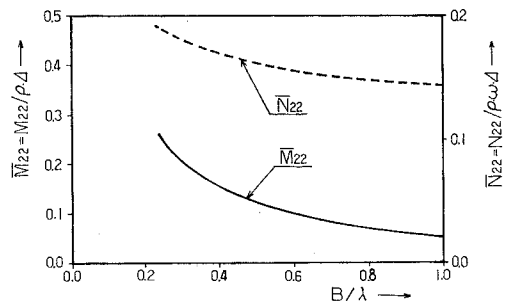


Fig. 12 Sway added-mass and damping coefficients for a box-shaped floating body.

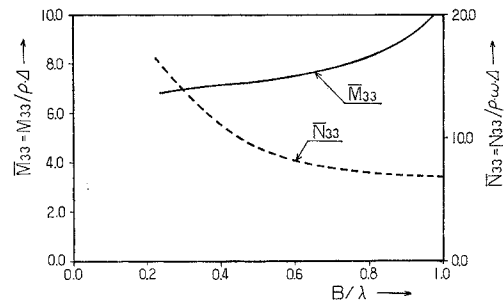


Fig. 13 Heave added-mass and damping coefficients for a box-shaped floating body.

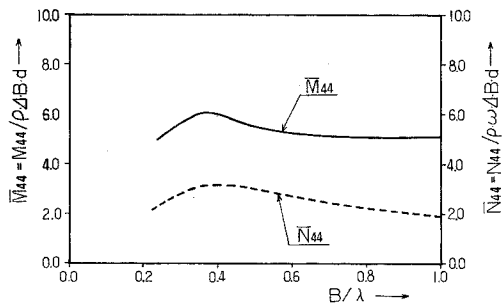


Fig. 14 Roll added-moment and damping coefficients for a box-shaped floating body.

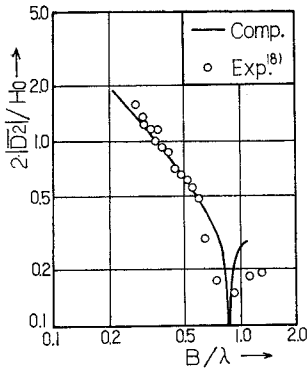


Fig. 15 Sway response of a box-shaped floating body.

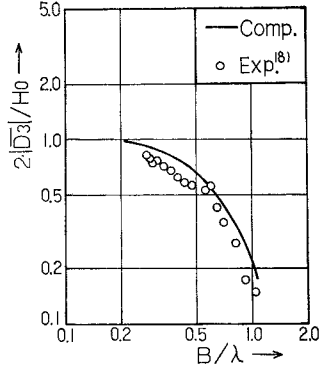


Fig. 16 Heave response of a box-shaped floating body.

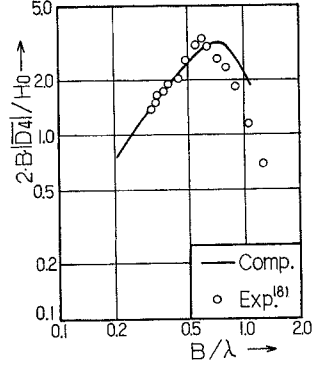


Fig. 17 Roll response of a box-shaped floating body.

なっている。

これらの値を用いて得られた各運動の応答特性の計算結果と高山らの実験結果との比較を Fig. 15~17 に示す。これらは、それぞれ sway, heave, roll の応答を示したもので、横軸に浮体幅 B と入射波長 λ との比をとり、各応答変位振幅 $|\bar{D}_1|$, $|\bar{D}_2|$, $|\bar{D}_4|$ をそれぞれ図中に示したように入射波高 H_0 および浮体幅 B などを用いて無次元化したものを縦軸にとって示してある。また、図中白丸は高山らによる実験値で、実線は本解析法による計算値である。

これらの図から実験値と計算値は大略一致することがわかる。特に sway と roll に関しては、 B/λ が 0.6 以下すなわち入射波長が浮体幅に対して比較的長い場合にはよく一致している。しかし、 B/λ が 0.6 以上では傾向は一致しているものの、値は計算の方がかなり大きくなっていることがわかる。これは、 B/λ が大きくなると、浮体と水粒子の相対速度が大きくなり、運動方程式で無視した粘性減衰などの非線形流体力の影響が実際には無視できなくなるためと考えられる。これに対し、heave に関しては B/λ の値に関わらず全体的によく一致している。これは heave の場合、Fig. 12, 13 からわかるように、他の運動に比較して付加質量、造波減衰など、線形流体力に関連する項が大きくなり、減衰力の項に非線形力が加わっても、全体的にはあまり大きく影響しないためと考えられる。

以上述べたことから、動揺に関しても本解析法の妥当性が示されたものと思われる。ただし、入射波長が浮体の大きさに比べて短くなると、相対速度の 2 乗に比例する粘性減衰力などの非線形流体力が無視できなくなり、動揺量の推定精度は悪くなる。この場合も、運動方程式に粘性減衰力の項を取り入れれば、精度の向上が期待できるが、粘性減衰力そのものの推定法が、現在のところ実験しかなく、ここではこれ以上触れないことにする。

なお、以上の数値計算例で取り扱った浮体はいずれも

単純な形状であったが、本論文で示した解析法はより複雑な形状に対しても同様に適用できるものである。この場合、先に述べた a^*/λ の値を目安にするほかに、構造物形状を表わすのに十分なように要素分割を行う必要があると考えられる。しかしながら、一方では a^*/λ が 0.1 程度、すなわち、波長に比べて 1/10 程度の代表長をもつ要素で表わし得ないほどの複雑さは、全体に対しての影響は小さいと考えられる。いずれにしても、微細な突起などの構造物の複雑さを忠実に数値モデルとして再現するのは計算経済性の上から得策でないし、必ずしも精度の向上につながらない。この点、著者らは、通常の浮遊式構造物の解析には、 a^*/λ が 0.1 程度になるように要素分割を行い、これで表現し得ない部分は適当に近似しても、設計上十分な精度の値が得られるものと考えている。

4. 結 語

以上述べてきたごとく、著者らは本論文において、任意形状を有する浮遊式構造物の波浪中動揺に関する実用的な 3 次元解析法を提案した。これは、グリーン関数とグリーンの定理を用いて、直接未知ポテンシャルに関する積分方程式を導き、これを離散化して数値的に解くものである。以下、得られた主要な結論を要約して述べる。

(1) 提案した方法では、波源強度という間接的な未知量を求める必要がないので、従来の特異点分布法に比べて大幅に計算時間が短縮される。これを具体的に示すために、論文中に本解析法を用いたときの分割数と計算時間 (IBM 3033 使用) の関係を示した。これより、本解析法による計算は、計算機性能の違いを勘案しても、すでに報告されているいずれの例よりも計算時間が短いことがわかる (たとえば、IBM 3033 の 1/8 程度の計算能力である FACOM 230/55 を用いた前田らの報告では heaving のみの解析に対し 64 分割で 1 周波数当たり

約 80 秒, 本解析法によれば波強制力および 6 自由度運動すべてを考慮して 66 分割で約 7 秒, 150 分割で約 50 秒). これは箱型浮体などの計算例からの結論であるが, 本解析法による計算時間は浮体形状にかかわらず, 主として要素分割数と入射波条件によって決まり, 他の形状に対しても分割数が同じならばほぼ同様の結果となる.

(2) また, 本解析法における要素分割数と解析精度の関係について, 厳密解への収束性, および実験値との比較などを通して, 基礎的な検討を行った. そして, 要素の代表長と入射波長の比を 0.1 程度にとれば, 実用上十分な精度で計算できることを示し, 適切な分割数の選り方を提案した.

(3) さらに, 浅喫水箱型浮体の付加質量, 造波減衰係数, および浮体に作用する波強制力を求め, これらを用いて浮体の運動方程式を解いた. そして, 得られた各運動の動揺振幅の計算値を既存の実験結果と比較して, 本解析法の妥当性を検討した. この結果, 入射波長が構造物の径に比べて短くなると, 若干推定精度が落ちるものの, その他の場合には, 実用上十分な精度で推定でき, 本解析法の妥当性が確かめられた.

以上, 大型浮遊式構造物の設計・施工計画の際重要となる, 実用的 (計算時間などの点で実務設計に適用可能な) 動揺解析法の開発を主眼として行った著者らの研究成果を要約して述べた. 今後は, 今回検討しなかった i) 係留系の影響, ii) 入射波の非線形性, iii) 動揺の有限振幅性などが重要と思われるので, これらについて引き続き研究を進めてゆく所存である.

おわりに, 本研究を進めるにあたり貴重なご意見をいただいた東京工業大学 日野幹雄教授, グリーン関数についてご教示いただいた電力中央研究所 宮永洋一氏に, 心から感謝の意を表します.

参 考 文 献

- 1) 長崎作治: 海洋コンクリート構造物の設計と施工, 東海大学出版会, pp. 115~149, 1977.
- 2) 藤井 齊・前田久明・小林正典: 海洋構造物の運動推定法 (I), 日本造船学会誌, No. 622, pp. 154~166, 1981.
- 3) 野尻信弘: 3 次元浮体に働く変動圧力および波浪荷重の研究, 日本造船学会論文集, 第 148 号, pp. 54~70, 1980.
- 4) Bai, K.J.: A Variational method in potential flows with a free surface, Univ. of Calif., Berkeley, College of Eng. Rept. NA 72-2, 1972.
- 5) 山本善之・中野孝照・光田哲久: 有限要素法による定常波動問題の基礎的研究, 日本造船学会論文集, 第 140 号, 1976.
- 6) 山本善之・中野孝照: 深海域における定常波動問題の近似解法, 日本造船学会論文集, 第 142 号, pp. 28~35, 1977.
- 7) 高品純志・藤野正隆・山本 茂: 有限要素法による流体力の計算例, 日本造船学会論文集, 第 136 号, pp. 141~151, 1974.
- 8) 瀬戸秀幸: 有限要素法による定常波動問題の基礎的研究 (第 3 報), (第 4 報), 日本造船学会論文集, 第 141 号, pp. 50~60, 1977, 第 144 号, pp. 88~95, 1978.
- 9) Yue, D.K.P., N.S. Chen and C.C. Mei: A hybrid element method for diffraction of water waves by three dimensional bodies, Int. J. Num. Eng. Vol. 12, 1978.
- 10) 日野幹雄・宮永洋一: グリーン関数および仮想法による波力と波の回折計算, 土木学会論文報告集, 第 237 号, pp. 51~62, 1975.
- 11) Laiton, E.V. and J.V. Wehausen: Surface waves, Encyclopedia of Physics, ed. S. Flugge, Vol. 9, Fluid Dynamics IIJ, Springer-Verlag, 1960.
- 12) John, F.: On the motion of floating bodies II, Comm. Pure & Appl. Math. 3, 1950.
- 13) Garrison, C.J.: Interaction of waves with submerged objects, Jour. of the Water ways, Harbors and Coastal Eng. Div. ASCE, pp. 259~276, 1971.
- 14) ランダウ・リフシッツ: 力学 (増訂第 3 版), 東京図書, pp. 122~132, 1974.
- 15) 大串雅信: 理論船舶工学 (上巻), 海文堂, 第 4 章, 1971.
- 16) MacCamy, R.C. and R.A. Fuchs: Wave forces on piles; a diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, Beach Erosion Board, pp. 1~17, 1954.
- 17) 前田久明・江口純弘: 浅海域において浅喫水船に作用する流体力について (第 2 報) —Heaving の流体力—, 日本造船学会論文集, 第 139 号, pp. 44~50, 1976.
- 18) 高山知司・永井紀彦・菊地 治・諸石一幸: 大型矩形浮体の波浪中の動揺と係留力に関する研究 (第一報) —模型実験による検討—, 港湾技術研究所報告, 第 19 卷, 第 3 号, pp. 71~103, 1980.

(1982.3.25・受付)