

## 交通量調査資料を用いた OD 交通量の統計的推計法

### STATISTICAL ESTIMATION OF TRAFFIC DEMAND USING TRAFFIC CENSUS RESULTS

井 上 博 司\*

By Hiroshi INOUE

#### 1. ま え が き

交通計画において交通需要を推計する作業は重要であり、このためこれまでいろいろな調査手法や予測手法が開発されてきた。交通需要の推計に際して必要なことは、費用が低廉でかつ精度が高いことである。この点に関して家庭訪問調査が主体になるパーソントリップ調査による方法は、精度は高いが膨大な費用と労力を要する。したがって大規模なパーソントリップ調査の実施は、広域的な都市圏で長期的な総合交通計画を立案する場合に限られる。比較的近い将来を目標とした道路計画あるいは交通管制のためには、現在の交通需要をあまり費用をかけず、しかも迅速に精度よく推計する手法が用いられるべきであろう。

家庭訪問調査を実施せずに交通需要を推計しようとする場合、既存の資料特に交通量観測の資料が有用であり、これの活用を図ることによって交通需要推計の大幅な迅速化、低廉化が可能となる。このため最近交通量観測の資料を用いて地域間交通量を推計する手法が注目され、このような手法がいくつか開発されて実用に供されてきた。

地域間の分布交通量はこれまでの研究により重力モデルに比較よく適合することが知られており、したがって人口をもとにして発生・吸引交通量を推計すれば、重力モデルにより分布交通量が推計できるはずである。このため交通量観測の資料から交通需要を推計する研究の多くは、重力モデルのパラメーターを交通量観測の資料からいかに推定するかに主眼が置かれてきた。

Low<sup>1)</sup> はゾーン間交通量の値を人口をもとにした重力モデル値の線形回帰によって推計するモデルを作成した。Overgard<sup>2)</sup> は重力モデルの交通抵抗関数を、スクリーンラインを横断する計算交通量が観測交通量によく適

合するように推定する手法を展開した。T. Jensen および S.K. Nielsen<sup>3)</sup> は、重力モデルのパラメーターをオールオアナッシングによる配分によって得られた計算交通量と観測交通量の残差平方和が最小となるように決定する手法を開発した。彼らはさらにこのモデルを改良し<sup>4)</sup>、重力モデルのパラメーターを Smock の方法<sup>5)</sup>による配分によって得られた計算交通量と観測交通量とから、最尤法によって推定する手法に発展させた。

一方わが国においては飯田<sup>6)~10)</sup>によっていくつかのモデルが開発されてきた。飯田の手法は多様であるが、その特徴は文献 1)~4) とは逆に重力モデルのパラメーターを既知のものとして、各リンクでの計算交通量が観測交通量に合致するように、各ノードの発生・吸引交通量を求めることにある。しかしこの方法ではすべての道路区間での交通量観測が必要であり、また大規模な道路網での適用に問題を残している。

これらの研究とは別に、過去に OD 調査が実施されて信頼性のある OD 表が得られている場合に、この表をもとに現在の街路リンクでの観測交通量から現在の OD 交通量を推計するという手法が 2, 3 研究されてきた。著者<sup>11)</sup>はかつてスクリーンラインにおける観測交通量から、家庭訪問調査を集計して作成された OD 表を修正する方法を提案したが、この手法は街路リンクでの観測交通量からゾーン間交通量を推計するモデルに発展させることができる。これらは既存の OD 表をベースにして、街路リンクでの計算交通量が観測交通量に一致するような OD 交通量のある種の推定値を求めるものである。井上矩之<sup>12)</sup>はもとの OD 表の成分と新しい OD 表の成分との差の平方和が最小となるような推計法を提案した。著者<sup>13), 14)</sup>は OD 交通量に関する簡単な確率分布モデルを作成し、OD 交通量の最尤推定値を求める手法を提案した。しかしこの手法では OD 交通量の確率分布に関する考察が十分でなく、いくつかの問題点が指摘されてきた。

\* 正会員 工博 岡山大学助教授 工学部

本稿においては内外における以上のような研究成果をもとにして、交通量観測データを用いる2つのタイプの分布交通量推計モデルを提案する。第1のタイプのモデルは、過去にパーソントリップ調査が実施され、信頼性のあるOD表が得られている場合に、このOD表をベースにして道路網の各リンクでの観測交通量から現在のOD表を推計しようとするものである。第2のタイプのモデルは、過去にパーソントリップ調査が実施されていない場合、あるいは調査から相当年月が経過して分布のパターンが変化している場合に、重力モデル値を基本的な分布パターンとしてOD交通量を推計するものである。これらの手法の特徴は、OD交通量が独立に正規分布に従うという仮定のもとで、リンク観測交通量に最もよく適合するOD交通量の値の組を直接に、統計的手法により求めようとするところにある。そこでは起終点間の経路選択率は外生的に与えられており、またリンク観測交通量はOD交通量に関する間接的測定値として扱われている。以下ではまずOD交通量の確率分布に関する考察の後、2つのOD交通量推計手法を展開し、計算例より反復計算の収束性、推定値の性質、推定値の信頼性等について検討する。

## 2. OD交通量の統計的性質

家庭訪問調査結果を拡大してOD交通量を推定する際における推定の誤差の主要な原因として、(1)OD交通量のランダム変動、(2)標本の大きさが十分でないことによる標本誤差の発生が考えられる。本章においてはOD交通量の統計的推定のために、これらの変動、誤差をモデル化し、その性質を明らかにする。

### (1) OD交通量のランダム変動

OD交通量は通常は1日当たりのゾーン間交通量によって表わされるが、これは明らかに毎日変動しているものである。このOD交通量の変動には季節変動、月変動、曜日変動などの周期的な変動と、まったくの偶然によるランダム変動とが存在しているものと思われる。このうち周期的な変動については、その影響を統計的な処理により補正することが可能であると考えられる。しかしそのためには周期的な変動成分を有意に抽出し得るだけの多くの交通量観測回数が必要である。交通量観測を多数回行うことは交通需要推計の簡略化という目的にはそぐわないものであるから、なるべく周期変動の影響を受けにくいような期日を選んで交通量観測を行う必要がある。ここでは周期変動の影響が無視できるかあるいはすでに何らかの方法によって周期変動の影響が補正されているものとし、まったくの偶然によるランダムな日交

動をまず考察の対象とする。

さてOD交通量のランダム変動は、個々のトリップメーカーのトリップ発生の不確定性に起因している。ところで任意のODペアのOD交通量は、通常多くのトリップメーカーのトリップ行動の集積よりなるものであるから、これらのトリップ行動が互いに確率的に独立であるとすると、中心極限定理よりOD交通量は近似的に正規分布に従うものと考えられる。さらに各ODペアごとにそのODのトリップを行うトリップメーカーの集団があり、かつそれぞれのトリップメーカーの1日の当該のODペアに関するトリップ数がすべてのODペアについて同じ確率分布に従うことを仮定しよう。ODペア  $ij$  のトリップについてのトリップメーカーの数を  $n_{ij}$ 、任意の1人のトリップメーカーの当該のODペアに関する1日のトリップ数の平均値と分散を  $\mu, \sigma^2$  とする。このときODペア  $ij$  のOD交通量の平均値、分散はそれぞれ  $n_{ij}\mu, n_{ij}\sigma^2$  となり、これよりOD交通量の分散は平均値の  $\sigma^2/\mu$  倍となることが導かれる。特に各トリップメーカーが当該のODペアのトリップを1日にただ1回行うか行わないかだけとし、またトリップを行う確率を  $p$  としよう。この値はあるODペアのトリップを行う可能性のある者が実際にそのODペアのトリップを行う割合である。このとき、 $\mu=p, \sigma^2=p(1-p)$  となるから、OD交通量の分散は平均値の  $(1-p)$  倍となることになる。OD交通量の分散が平均値に比例するとき、OD交通量のばらつきの平均値に対する相対的な大きさいわゆる変動係数はOD交通量の値が大きくなるほどしだいに小さくなる。これは多数の独立なトリップメーカーのトリップ行動の集積の効果によるものである。

ここではトリップの生起に関する不確定性についてきわめて単純化して考えたが、厳密には都市地域ではゾーンによって土地利用や交通機関へのアクセシビリティが異なるから、トリップ行動にもそれぞれ若干の相違があるものと思われる。しかしトリップは各トリップメーカーの生活様式、行動様式に根ざしたものであり、これらはある都市地域内ではゾーンによってたいした違いはないと考えることができるであろうから、各トリップメーカーが無差別であり確率的に独立であるという仮定はおおむね妥当なものと考えられる。

以上よりランダムな日変動に対して、ODペア  $ij$  のOD交通量  $x_{ij}$  は近似的に平均値  $\mu_{ij}$  に比例する分散  $\alpha\mu_{ij}$  をもつ正規分布に従うものと仮定することができる。このとき  $x_{ij}$  の確率密度関数は次のようになる。

$$f(x_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{ij}}} e^{-\frac{(x_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\alpha\mu_{ij}}} \dots\dots\dots(1)$$

ここで定数  $\alpha$  は  $(1-p)$  によって近似することができる。

(2) 推計 OD 交通量の標本分布

パーソントリップ調査において家庭訪問調査結果より推計される OD 交通量は、家庭訪問調査がサンプリング調査であるため一種の統計量であり、これには当然標本誤差が含まれている。

いまゾーン  $i$  から  $j$  へのトリップを行うトリップメーカーの集団があるものとし、この母集団の大きさを  $n_{ij}$ 、実際に行われたトリップ数を  $x_{ij}$  とする。この母集団から抽出率  $r$  で  $n_{ij}r$  人を抽出しトリップ数を調査するとき、取り出されたトリップ数の分布は明らかに平均値  $x_{ij}r$ 、分散  $x_{ij}r(1-r)(n_{ij}-x_{ij})/(n_{ij}-1)$  の超幾何分布となる。しかし実際にはパーソントリップ調査では抽出率  $r$  は 2~5% 程度であり、また通常母集団の大きさは十分に大きいと考えることができるであろうから、この分布は平均値  $rx_{ij}$ 、分散  $rx_{ij}(1-x_{ij}/n_{ij})$  の正規分布に近似することができよう。ところで推計 OD 交通量はこの取り出されたトリップ数を  $1/r$  倍に拡大することによって限られるから、その分布は平均値  $x_{ij}$ 、分散  $x_{ij}(1-x_{ij}/n_{ij})/r$  の正規分布となる。ここで  $x_{ij}/n_{ij}$  は OD ペア  $ij$  のトリップに関してこの OD ペアのトリップを行うトリップメーカーがトリップを行う割合に等しいが、これは前述の各トリップメーカーのトリップ数に対する特性が OD ペアによって変わらないという仮定より近似的に OD ペアにかかわりのない一定値とみなすことができよう。それゆえこの値はトリップを行う確率  $p$  に等しいとみなすことにする。また  $x_{ij}$  の平均値は  $\mu_{ij}$  であるから、分散  $x_{ij}(1-x_{ij}/n_{ij})/r$  は大雑把に近似するならば平均 OD 交通量  $\mu_{ij}$  に比例すると考えることができる。以上より OD 交通量が  $x_{ij}$  であるとき、推計 OD 交通量  $S_{ij}$  は近似的に平均値  $x_{ij}$ 、分散  $\eta\mu_{ij}$  の正規分布に従うとみなすことができる。ここで定数  $\eta$  は  $(1-p)/r$  に等しい。

ところで  $x_{ij}$  自身もまた平均値  $\mu_{ij}$ 、分散  $\alpha\mu_{ij}$  の正規分布に従うから、OD 交通量のランダム変動と推計 OD 交通量の標本分布とが独立であるとすると、推計 OD 交通量  $S_{ij}$  は結局近似的に平均値  $\mu_{ij}$ 、分散  $\beta\mu_{ij} = (\alpha+\eta)\mu_{ij}$  の独立な正規分布に従うと考えることができる。それゆえ推計 OD 交通量  $S_{ij}$  の確率密度関数は

$$f(S_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\mu_{ij}}} e^{-\frac{(S_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\beta\mu_{ij}}} \dots\dots\dots(2)$$

と表わすことができよう。なおこのとき推計 OD 交通量  $S_{ij}$  の変動係数は平均 OD 交通量が小さいほど大きくなる。このことは OD 表の成分のうち、交通量の値の小さいものほど一般に信頼性が低いということを意味するものである。

3. 交通量調査データによる平均 OD 交通量の推計法

(1) 定式化

過去にパーソントリップ調査が実施され対象地域での OD 表が作成されている場合に、現在の道路網各所での交通量観測により現在の OD 交通量を推定することを考える。この場合パーソントリップ調査時点と交通量調査時点とが異なるので両調査は独立であるとして取り扱わねばならない。ただし両調査はあまり隔たっていないことを前提にしているので、OD 分布の基本的なパターンは変化していないと考えても差し支えないであろう。そこで各ゾーンペアの OD 交通量のランダム変動における平均値はパーソントリップ調査時点でもまた交通量調査時点でも同じであると仮定する。両調査データのうち、交通量調査については全数調査であるためその値は十分信頼し得るものであるが、パーソントリップ調査より推計された OD 交通量は標本調査データを拡大して推計されたものであるため、かなりの標本誤差が含まれており、現在の OD 交通量の推計にあたってはこの点が考慮されなければならない。

ところで交通量観測データから OD 交通量を推計するためには、各トリップメーカーが起点と終点の間をどのような経路を通してトリップを行うか明らかでなければならない。この起終点間の経路推定のためには走行中の自動車の登録番号を記載し、これを整理して走行経路を調べるという方法<sup>13)</sup>がある。しかしこの方法では調査作業がかなり繁雑になることは避けられず、交通需要推計の簡略化という目的にそぐわない。別の方法として経路推定モデル<sup>14)</sup>を用いる方法がある。これは OD 交通量と道路網のリンク交通量とがわかっているときに、各リンクの計算交通量が観測交通量に一致する経路交通量の組合せのうちで、その生起確率が最大となるものを求めるというものである。過去に OD 表が作成され、またこの時点での交通量観測データがあればこの方法によって経路選択率が推定できる。この値はあまり年月が隔たっていないければ過去も現在も変わらないものとして取り扱うことができよう。この方法の問題点はこのようにして推定された経路選択率がはたして信頼性のあるものかどうかということである。経路選択率は最終的な OD 交通量の推定値に影響を及ぼすのでもちろんできるだけ正確に推定されていることが望ましい。しかし経路が複数あるとき、いずれかの経路の選択率が過大に評価されていても他の経路の選択率が過小に評価される結果、OD 交通量の推定に際して正の誤差と負の誤差とが互い

に消去し合い、結果的に OD 交通量の推定値に及ぼす影響がさほど大きくはならないということが推測される。このことは必ずしも理論的には明らかではないが、いずれにしても経路選択率の信頼性およびその OD 交通量の推計値に及ぼす影響については今後検討を要する課題である。以下では経路選択率がすでに何らかの方法によって求まっているものとする。

さて OD ペア  $ij$  のトリップについて、第  $k$  番目の経路を選択する割合を  $r_{ijk}$ 、この経路がリンク  $l$  を通るとき  $\delta_{ijkl}=1$ 、通らないとき  $\delta_{ijkl}=0$  とする。また OD ペア  $ij$  のパーソントリップ調査からの推計 OD 交通量の値を  $S_{ij}$ 、OD 交通量の平均値を  $\mu_{ij}$ 、交通量調査によって観測されたリンク  $l$  の交通量を  $y_l$ 、リンクの数を  $m$  とする。一方交通量調査当日の OD ペア  $ij$  の OD 交通量を  $x_{ij}$  で表わす。  $x_{ij}$  もまた未知数であるが、これは単にある特定の 1 日の交通量に過ぎないから、それよりも平均 OD 交通量  $\mu_{ij}$  の値を推定することの方が有意義であろう。ここで母数の推定法として最尤推定法を適用することを考えよう。この方法は観測された標本に最もよく適合する母数の値、つまり観測された標本を生成する可能性が他よりも大きい仮説的母集団の値をみつけるというものであるが、特徴として有効性、一致性などに関して優れた漸近的性質をもつため母数推定法としてよく用いられている。

OD ペア  $ij$  の平均 OD 交通量が  $\mu_{ij}$  であるとき、任意の 1 日の OD 交通量  $x_{ij}$  の確率密度は式 (1) により表わされる。これよりリンク交通量の確率分布を誘導することができるが、ここではリンク交通量の確率分布を用いない。なぜなら最尤法が適用できるためにはリンク交通量の各観測値が確率的に独立であることが必要であるが、明らかにリンク交通量は相互に独立ではあり得ないからである。また一般にリンク交通量の観測値の数よりも推定すべき OD 交通量のペアの数の数が多く、OD 交通量を一意的に決定することができない。そこで  $x_{ij}$  の値はリンク観測交通量を通して間接的にその値が観測されているものと考え、この推定量を Bayes の統計的推論方式により求め、これを標本値のごとく取り扱って最尤法を適用することを考える。この方法によって求められる平均 OD 交通量の推定値は厳密には最尤推定値といえないものであるが、一種のいわば疑似最尤推定値と考えることができよう。

ここで Bayes の統計的推論方式とは ‘もし結果  $E$  が起こったことを知ったならば、すべての原因  $C$  についてその事後確率  $P_E(C)$  を計算し、それらを比較してその値が最大となる  $C^* : P_E(C^*) = \max_c P_E(C)$  が原因であったと推論せよ<sup>17)</sup>’ というものである。つまり結果  $E$  の起こるすべての標本点の集合のうちでその生起確率が

最大のもので実際に起こったと推論するわけである。この考え方を  $x_{ij}$  の推定に用いるならば、リンク交通量が観測交通量に一致する OD 交通量の組合せのうちで、その生起確率が最大のものを  $x_{ij}$  の推定値とすればよいことになる。これは制約条件

$$\sum_{ij} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk} x_{ij} = y_l, \quad (l=1, 2, \dots, m) \dots (3)$$

のもとで目的関数

$$P = \prod_{ij} f(x_{ij}) = \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{ij}}} e^{-\frac{(x_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\alpha\mu_{ij}}} \dots (4)$$

を最大にするものである。ラグランジェの未定乗数法を用いて、制約条件 (3) のもとでの目的関数 (4) の停留点を求めると、

$$x_{ij} = \mu_{ij} \{1 + \alpha \sum_l \lambda_l (\sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk})\} \dots (5)$$

となる。ここに  $\lambda_l$ 、 $(l=1, 2, \dots, m)$  はラグランジェの未定乗数である。式 (5) を式 (3) に代入すると未定乗数に関する次の連立一次方程式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_l \lambda_l \{ \alpha \sum_{ij} \mu_{ij} \sum_k \sum_{k'} \delta_{ijkl} r_{ijk} \delta_{ijk'l'} r_{ijk'l'} \} \\ = y_l - \sum_{ij} \mu_{ij} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk}, \quad (l=1, 2, \dots, m) \end{aligned} \dots (6)$$

式 (5) および (6) より明らかなようにラグランジェの未定乗数はここでは各リンクに対する調整係数としての役目を果たしている。式 (5) および (6) を満足する  $x_{ij}$  の値をあたかも標本値のごとく考える。

平均 OD 交通量が  $\mu_{ij}$  であるときの推計 OD 交通量の確率密度は式 (2) により表わされるから、これより推計 OD 交通量が  $S_{ij}$  となり、かつ各リンクでの計算交通量が観測交通量に等しくなるような OD 交通量  $x_{ij}$  がすべての OD ペアについて同時的に生起する確率密度は次の式により与えられる。

$$\begin{aligned} L = \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{ij}}} e^{-\frac{(x_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\alpha\mu_{ij}}} \\ \cdot \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\mu_{ij}^2}} e^{-\frac{(S_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\beta\mu_{ij}^2}} \dots (7) \end{aligned}$$

これは尤度関数に相当するものであり、この関数を最大にする母数  $\mu_{ij}$  の値はいわば疑似最尤推定値と考えることができる。  $L$  の停留点を求めるためにその対数を  $\mu_{ij}$  で偏微分すると、

$$\frac{1}{\mu_{ij}} + \frac{\mu_{ij}^2 - x_{ij}^2}{2\alpha\mu_{ij}^2} + \frac{\mu_{ij}^2 - S_{ij}^2}{2\beta\mu_{ij}^2} = 0 \dots (8)$$

となる。これより  $\mu_{ij}$  の推定値として

$$\mu_{ij} = \frac{-\alpha\beta + \sqrt{\alpha^2\beta^2 + (\alpha + \beta)(\alpha S^2 + \beta x^2)}}{\alpha + \beta} \dots (9)$$

を得る。ここで  $x_{ij}$  および  $\mu_{ij}$  は式 (5)、(6) および (9) を同時に満足しなければならないので、これらの値を求めるためには次のような反復計算を用いなければならない。

- (1)  $\mu_{ij}$  の初期値を適当に仮定する. たとえば  $\mu_{ij} := S_{ij}$ .
- (2) 連立一次方程式 (6) を解き, 未定乗数の組を求める.
- (3) 式 (5) より OD 交通量  $x_{ij}$  の組を求める.
- (4) 式 (9) より平均 OD 交通量  $\mu_{ij}$  の組を求める.
- (5)  $\mu_{ij}$  の値が収束すれば計算を終わる. さもなければ (2) へ.

なおここで式 (4) を最大にする  $x_{ij}$  を求めることは式 (7) を最大にする  $x_{ij}$  の値を求めることと同じであるので, 結局式 (7) を最大にする  $x_{ij}$  および  $\mu_{ij}$  を制約条件 (3) のもとで求めていることになる.

(2) 交通量観測回数が複数 のとき

交通量観測がただ 1 回のときには, 交通量の周期変動の影響を除去することが困難である. しかし多くの回数にわたって交通量が観測されている場合, たとえば常時交通量観測地点のデータを用いるような場合には, 周期変動の成分を抽出し, この影響を取り除くことが容易になる. そのための手法については分散分析法や時系列分析法としてよく知られたいくつかの方法があるので, ここでは交通量の観測データからすでに周期変動成分が取り除かれているものとしよう. 最尤推定法はすでに述べたように有効性, 一致性などに関して漸近的性質をもつものであるから, この方法が母数推定法として最良であるのは大標本においてである. したがって交通量観測回数が多ければ多いほど周期変動成分の除去が容易になるばかりでなく, 推定された母数の信頼度が向上するものと考えられる.

交通量観測回数が複数の場合には次のようにして平均 OD 交通量の値を推定することができる. いま  $y_l^{(\nu)}$  をリンク  $l$  の第  $\nu$  回目の観測交通量,  $x_{ij}^{(\nu)}$  をこのときの OD ペア  $ij$  の交通量,  $N$  を交通量観測回数とする. 式 (7) の同時確率密度をさらに各交通量観測について乗じることにより,

$$L = \prod_{ij} \prod_{\nu} \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha\mu_{ij}}} e^{-\frac{(x_{ij}^{(\nu)} - \mu_{ij})^2}{2\alpha\mu_{ij}}} \cdot \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta\mu_{ij}}} e^{-\frac{(S_{ij} - \mu_{ij})^2}{2\beta\mu_{ij}}} \dots\dots\dots(10)$$

となる. ここで各回の交通量観測で各リンクの計算交通量が観測交通量に一致しなければならないので

$$\sum_{ij} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk} x_{ij}^{(\nu)} = y_l^{(\nu)}, \quad (l=1, 2, \dots, m; \nu=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(11)$$

でなければならない. 前と同様に制約条件 (11) のもとで目的関数 (10) を最大にするにより,

$$\mu_{ij} = \frac{-(N+1)\alpha\beta + \sqrt{\{(N+1)\alpha\beta\}^2 + 4(\alpha+N\beta) \cdot \{\alpha S^2 + \beta \sum_{\nu} (x_{ij}^{(\nu)})^2\}}}{2(\alpha+N\beta)} \dots\dots\dots(12)$$

$$x_{ij}^{(\nu)} = \mu_{ij} \{1 + \alpha \sum_k \lambda_l^{(\nu)} (\sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk})\} \dots\dots(13)$$

が得られる. ここで未定乗数  $\lambda_l^{(\nu)}$ , ( $l=1, 2, \dots, m; \nu=1, 2, \dots, N$ ) は次の連立一次方程式を満足するものである.

$$\sum_{\nu} \lambda_l^{(\nu)} \{ \alpha \sum_{ij} \mu_{ij} \sum_k \sum_{k'} \delta_{ijkl} r_{ijk} \delta_{ijk'l'} r_{ijk'} \} = y_l^{(\nu)} - \sum_{ij} \mu_{ij} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk} \dots\dots\dots(14)$$

$(l=1, 2, \dots, m; \nu=1, 2, \dots, N)$

方程式 (12), (13) および (14) の連立解を得るためには, 前と同じようにこれらの式を順番に用いる反復計算法を用いればよい.

(3) 計算例

図-1 に示す簡単な道路網において平均 OD 交通量を表-1 のように仮定する. パーソントリップ調査から作成される推計 OD 交通量が式 (2) で表わされる確率分布に従うことから, 正規乱数を用いて推計 OD 交通量を疑似的に作成する. これを表-2 に示す. 各ゾーンペアー間の経路およびそれらの経路の選択率を図-2 のように仮定する. 次に OD 交通量のランダム変動が式 (1) で表わされる確率分布に従うことより, 同じように正規乱数を用いて交通量調査当日の OD 交通量を疑似的に作成し, これを OD 別の経路選択率に従って道路網に割り当てる. 結果は図-3 に示すとおりである. ここではこうして得られたリンク交通量を仮想的に観測交通量とし, これと疑似的に作成された推計 OD 交通量および経路選択率を用いて平均 OD 交通量の値を推定してみる. なおこの計算では  $p=0.7, r=3\%$ , したがって  $\alpha=0.3, \beta=10.3$  と仮定している.

$\mu_{ij}$  の初期値を  $\mu_{ij} := S_{ij}$  とおき反復計算を行った

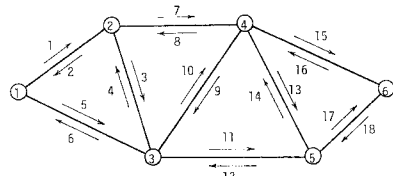


図-1 計算で用いた道路網

表-1 真の平均 OD 交通量 (トリップ)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	1000	1200	800	600	400
2	900	—	1100	700	500	500
3	1300	1100	—	1500	1100	600
4	500	700	1400	—	1100	700
5	500	500	1000	1000	—	600
6	400	400	500	700	500	—

結果、3回の反復で十分な収束が得られた。各反復段階におけるラグランジェの未定乗数の値は表-3に示すとおりである。最終的に得られた平均 OD 交通量の推定値を表-4に示す。ちなみにこの計算例においては、疑似的に作成されたパーソントリップ調査からの推計 OD

表-2 パーソントリップ調査からの推計 OD 交通量 (トリップ)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	1022	1304	793	589	479
2	715	—	1184	541	411	390
3	1233	1152	—	1482	1091	507
4	570	789	1597	—	1140	723
5	587	443	1078	1153	—	645
6	339	447	467	843	591	—

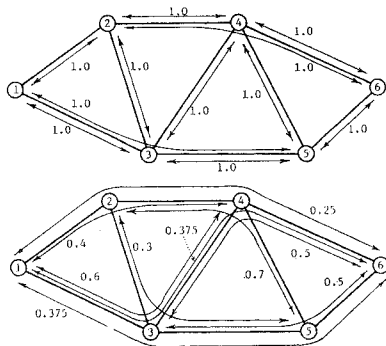


図-2 起終点間の経路および経路選択率

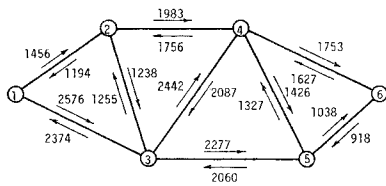


図-3 各リンクの観測交通量 (トリップ)

表-3 各反復段階の未定乗数の値

link\iteration	1	2	3
1	-0.06256	-0.00016	-0.00017
2	0.80334	0.01854	0.01854
3	-0.25506	-0.00699	-0.00698
4	-0.04869	-0.00059	-0.00059
5	-0.36135	-0.01012	-0.01011
6	-0.02648	0.00076	0.00075
7	0.98465	0.02192	0.02191
8	-0.13168	-0.00235	-0.00236
9	-0.39234	-0.01200	-0.01201
10	0.06450	0.00305	0.00305
11	0.17432	0.00587	0.00586
12	-0.10420	-0.00241	-0.00242
13	-0.14969	-0.00307	-0.00307
14	-0.30652	-0.00916	-0.00916
15	-0.06230	-0.00071	-0.00071
16	-0.15482	-0.00369	-0.00369
17	-0.18770	-0.00402	-0.00402
18	-0.02780	0.00100	0.00099

表-4 平均 OD 交通量の推定値 (トリップ)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	1004	1169	835	557	471
2	880	—	1097	695	476	493
3	1223	1136	—	1510	1147	505
4	572	760	1418	—	1092	709
5	566	397	1046	1053	—	610
6	323	411	421	806	587	—

交通量の平均 OD 交通量に対する RMS 誤差は 93.0 トリップであった。それに対してリンク観測交通量から求められた平均 OD 交通量の推定値の真の平均 OD 交通量に対する RMS 誤差は 54.4 トリップであり、パーソントリップ調査からの推計 OD 交通量に含まれている誤差の 4 割程度を消去していることがわかる。このような簡単な計算例から推計精度を議論することは適当ではないが、もし経路選択率が正確に推定されておれば、本推計法によってかなりの精度で OD 交通量を推定できる可能性があるものと考えられる。

#### 4. 重力モデルによる推計法

##### (1) 定式化

過去にパーソントリップ調査が行われていないか、あるいは行われていても相当年月が経過して交通量の分布パターンが変化していると思われる場合にはこれまで述べてきた手法は適用できない。ここではこのような場合に重力モデルを用いて交通量観測データから OD 交通量を推計する手法について考察する。

交通量観測データより重力モデルを用いて OD 交通量を推定する手法として文献 4) があるが、この研究では道路網各リンクでの観測交通量の分布の独立性を仮定することによって、交通量観測のデータより重力モデルの発生係数およびトリップ長指数の最尤推定値を求め、これにより OD 交通量を推定している。しかし実際には道路網各リンクでの交通量の分布は明らかに独立ではない。同じ路線のリンク相互間あるいは隣接しているリンク相互間では交通量に高い相関関係が認められるのが普通である。このような仮定の不適切さが OD 交通量の推定値にどのような影響を及ぼすのかは明らかではないが、推定 OD 交通量の信頼性を低下させるものと思われる。これに対し本研究では、実際の OD 交通量が独立に重力モデル値を平均値とする正規分布に従うことを仮定し、各リンクでの計算交通量が観測交通量に一致する OD 交通量の組合せのうちで、その同時生起確率密度を最大にする OD 交通量の値の組をモデルのパラメーターとともに求めようとするものである。この方法によって求められる交通量の値は既存の OD 表を用い

の場合と同様に、OD 交通量の一種の疑似最尤推定値と考えることができよう。

いまゾーン  $i$  の発生交通量ないしは居住人口などの発生指標を  $U_i$ 、ゾーン  $j$  の吸引交通量ないしは従業者人口などの吸引指標を  $V_j$  で表わす。また OD ペア  $ij$  の OD 交通量を  $x_{ij}$  で表わす。ここで  $x_{ij}$  の値は重力モデル値とこれからの偏差  $\epsilon_{ij}$  の和で表わされると仮定する。すなわち、

$$x_{ij} = \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau} + \epsilon_{ij} \dots \dots \dots (15)$$

ここに  $\alpha$  は発生係数、 $\tau$  はトリップ長指数である。また偏差  $\epsilon_{ij}$  は独立に平均値 0、分散

$$\sigma_{ij}^2 = \beta (\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega \dots \dots \dots (16)$$

の正規分布に従うと仮定する。ここに  $\beta$  および  $\omega$  は定数である。このとき OD 交通量  $x_{ij}$  の全 OD ペアについての同時生起確率密度は次式により表わされる。

$$P = \prod_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega}} e^{-\frac{(x_{ij} - \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^2}{2\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega}} \dots \dots \dots (17)$$

ここで  $x_{ij}$  の推定量を Bayes の統計的推論方式により求めるものとする。すなわち各リンクでの計算交通量が観測交通量に一致する OD 交通量の値の組合せのうちで、その同時生起確率が最大となるものをその推定量とする。これは制約条件

$$\sum_{ij} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk} x_{ij} = y_l, \quad (l=1, 2, \dots, m) \dots (18)$$

のもとで式 (17) を最大にする  $x_{ij}$  の値の組を求める問題となり、ラグランジュの未定乗数法を用いると、

$$x_{ij} = \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau} + \beta (\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega \sum_l \lambda_l \cdot (\sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk}) \dots \dots \dots (19)$$

となる。ここに未定乗数  $\lambda_l$ 、 $(l=1, 2, \dots, m)$  は  $\sum_l \lambda_l \{ \sum_{ij} \beta (\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk} \delta_{ijk} l' r_{ijk} \} = y_l - \sum_{ij} \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau} \sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk}$   
 $(l=1, 2, \dots, m) \dots \dots \dots (20)$

を満足するものである。

式 (19) および (20) を満足する  $x_{ij}$  の値の組を仮想的に標本値と考えると式 (17) は尤度関数と考えることができ、未知パラメーター  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  はこの疑似尤度関数を最大にすることにより求められる。式 (17) の最大化をその対数の最大化に置き換えると、問題は目的関数

$$F = \sum_{ij} \log \beta (\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega + \sum_{ij} \frac{(x_{ij} - \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^2}{\beta (\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega} \dots \dots \dots (21)$$

を最小にする非線形計画の問題となる。これは制約条件のない最小化問題であって、ニュートン・ラプソン法などのよく知られた汎用的な方法により解を求めることができる。ただし式 (19) および (20) の中に未知パラメーター  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  が含

まれているので、 $x_{ij}$  の値の組および  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  を同時に求めるためには次のような反復計算を用いなければならない。

- (1)  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  の初期値を適当に仮定する。
- (2) 式 (20) より未定乗数  $\lambda_l$  の組を求める。
- (3) 式 (19) より  $x_{ij}$  の値の組を求める。
- (4) 式 (21) を最小にするパラメーター  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  の値を求める。
- (5)  $\alpha, \beta, \tau, \omega$  の値が収束すれば計算を終わる。さもなければ (2) へ。

なお以上の計算においては、偏差  $\epsilon_{ij}$  の分散のパラメーター  $\beta$  および  $\omega$  の OD 交通量の推定値  $x_{ij}$  に及ぼす影響については、 $\alpha, \tau$  に比べてかなり鈍感であると考えられるので、これらを一定の近似値で置き換え、式 (21) の最小化を  $\alpha$  および  $\tau$  について行うのが実際的である。

(2) 仮定の妥当性の検討

本章においては、実際の OD 交通量が重力モデル値

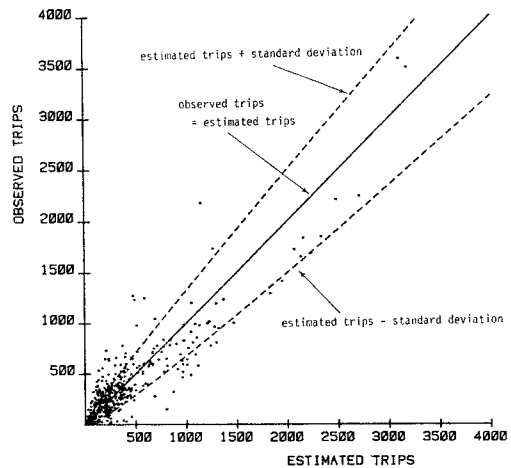


図-4 岡山県南都市圏における重力モデルによる推定交通量と実績交通量

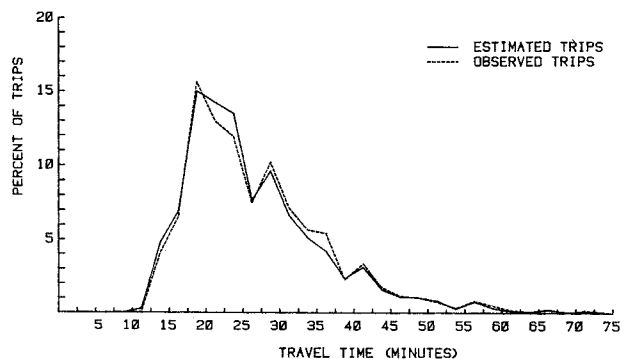


図-5 推定交通量と実績交通量のトリップ長分布の比較

を平均値とし、この平均値の指数乗に比例する分散を有する正規分布に従うことを仮定している。昭和46年度に行われた岡山県南地域パーソントリップ調査の資料<sup>18)</sup>を用いてモデルのキャリブレーションを行い、この仮定の妥当性を検討してみた。用いたOD交通量のデータは岡山市を中心とする半径15km圏内の31×31ゾーンペアのカートリップOD表である。まず式(21)における $U_i, V_j, x_{ij}$ および $t_{ij}$ の値を資料より与え、ニュートン・ラプソン法により同式を最小にするパラメーター $\alpha, \beta, \tau, \omega$ の値を求めた。これらは $\alpha, \beta, \tau, \omega$ の最尤推定値である。なおこの計算ではゾーン内内交通は除外している。求められたパラメーターの推定値は

$$\alpha=0.0001265, \tau=1.238, \beta=14.64, \omega=1.279$$

である。推定されたパラメーターに対して、実績交通量と重力モデル値とを图示したものが図-4である。両者の相関係数は0.920、データ数は863である。また両者のトリップ長分布の比較を図-5に示す。トリップ長分布はトリップ長のほぼ全域にわたってよい適合を示している。

先の仮定のもとでは、

$$z = \frac{x_{ij} - \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau}}{\sqrt{\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\tau})^\omega}}$$

は標準正規分布に従うことになるので、Kolmogorov-Smirnov検定を用いてその適合度検定を行うことができる。図-6に理論分布関数 $F(z)$ と推定されたパラメーターを用いて求められた標本分布関数 $\tilde{F}(z)$ を示す。両分布関数の差の絶対値の最大値は0.0799となり、これは有意水準5%および1%に対する限界値0.0463, 0.0555をいずれも上回っているため仮定の分布は棄却されるが、ここでは実は $x_{ij}$ の値は観測値そのものではなく、サンプリング調査の結果を拡大して得られたものであるため、 $x_{ij}$ の値自体にある程度の誤差が含まれている。特に交通量の小さいものについては信頼性が低いので、このようなことを考えあわせると先の仮定はほぼ妥当なものと考えてもよさそうである。

ここで求められたパラメーターの値は地域的なものと

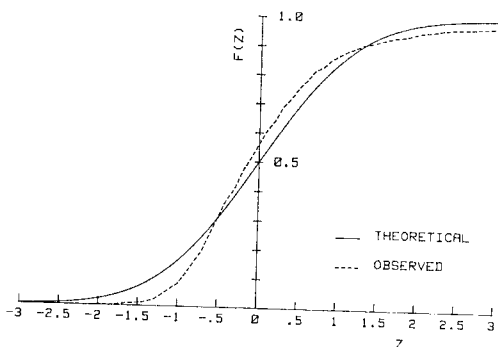


図-6 理論分布関数と標本分布関数

考えられ、他地域への転移は必ずしも可能ではないが、トリップ長指数 $\tau$ や $\beta, \omega$ の値については同じ地域では短期的には定数値として取り扱うことができよう。なお $\omega$ の値については $\omega=2.0$ のときOD交通量の変動係数が一定となるのに対して、求められた推定値は約1.28であり2.0よりもかなり小さい。このことはOD交通量の値が大きくなるほど重力モデル値からの乖離が大きくなるが、偏差のOD交通量の値に対する相対的な大きさは逆に小さくなるということの意味するものである。このような性質は直接にOD交通量の推定値に反映してくるので重要と思われる。

(3) 計算例

図-1, 2に示された道路網および起終点間の経路選択率を用いる。はじめに各ゾーンの発生指標および吸引指標として居住人口および従業者数を表-5のように仮定する。起終点間の所要時間は表-6に示す値とする。

パラメーター $\alpha, \beta, \tau, \omega$ の値を $\alpha=0.002, \tau=1.5, \beta=15.0, \omega=1.3$ と仮定する。

まず実際のOD交通量が重力モデル値を平均値とし、その指数乗に比例する分散を有する正規分布に従うという仮定より、正規乱数を用いて真

表-5 各ゾーンの発生・吸引指標(人)

ゾーン	居住人口	従業者数
1	3000	1000
2	4000	3000
3	5000	8000
4	6000	9000
5	5000	4000
6	4000	2000

表-6 ゾーン間所要時間(分)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	15	17	27	30	41
2	15	—	12	12	25	26
3	17	12	—	10	13	24
4	27	12	10	—	13	14
5	30	25	13	13	—	11
6	41	26	24	14	11	—

表-7 真のOD交通量(トリップ)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	161	963	221	9	67
2	43	—	1631	730	132	209
3	132	329	—	2484	293	262
4	22	838	2323	—	1095	877
5	16	290	2609	2182	—	922
6	9	225	137	1268	763	—

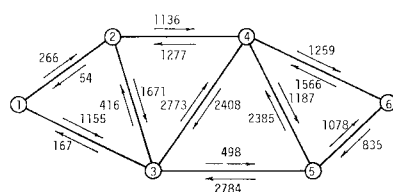


図-7 各リンクの観測交通量(トリップ)



の OD 交通量を疑似的に作成する。これを表一7に示す。次にこの OD 交通量を仮定された経路選択率によって道路網に割り当て、得られた各リンクの交通量を観測交通量とみなす。これを図一7に示す。ここではこうして得られた各リンクの観測交通量およびはじめに仮定された経路選択率と各ゾーンの発生指標、吸引指標のみを用いて OD 交通量の値を推定し、これを仮定された真の OD 交通量と比較してみる。なおこの推定計算においては  $\beta$  および  $\omega$  の近似値として  $\beta=10.0$ ,  $\omega=1.2$  という一定の値を用い、式 (21) の最小化を  $\alpha$  および  $r$  についてのみ行うものとする。

はじめに  $r$  の初期値を 1.3 とし、また  $\alpha$  の初期値は各リンクの計算交通量の総和が観測交通量の総和に等しくなるように設定する。以下 (2)~(5) の手順に従って計算を進める。反復の各ステップにおける  $\alpha$ ,  $r$  の値の経過は表一8に示すとおりである。4~5 回の反復によってこれらのパラメーターの値は十分収束しており、計算の収束性は良好といえる。最終

表一8 各反復段階の  $\alpha$ ,  $r$  の値

iteration	$\alpha$	$r$
initial	0.001 051	1.300
1	0.001 279	1.348
2	0.001 720	1.470
3	0.001 743	1.472
4	0.001 747	1.473
5	0.001 748	1.473

的に求められた OD 交通量の推定値を表一9に示す。この計算例では推定 OD 交通量の仮定された真の OD 交通量に対する RMS 誤差は 99.6 トリップであった。ちなみに求められたパラメーターより得られる重力モデル値の仮定された真の OD 交通量に対する RMS 誤差は 336.2 トリップである。この例では、重力モデル値を媒介として OD 交通量を直接に推定することにより、重力モデル値の真値に対する誤差の約 7 割を消去していることがわかる。

表一9 OD 交通量の推定値 (トリップ)

O\D	1	2	3	4	5	6
1	—	140	844	276	98	64
2	35	—	1 623	720	159	178
3	78	337	—	2 461	204	244
4	38	900	2 136	—	1 076	919
5	53	262	2 401	2 202	—	932
6	18	174	485	1 139	586	—

計算結果をみると、OD 交通量の推定値と真値の差の交通量に対する相対的な大きさは全般的に交通量が大きほど小さい。これは  $\beta$  が 2.0 よりも小さい場合、重力モデル値からの偏差の変動係数が交通量が大きくなるほど小さくなるという性質によるものと考えられる。交通量を推定するうえで、交通量の小さい OD ペアよりも交通量の大きい OD ペアについて正確に推定される必要があるから、OD 交通量の推定値のこのような性質は望ましいものである。このような簡単な計算例から

本推計法の精度を議論することは適当ではないが、リンク観測交通量から重力モデルにより OD 交通量を推計する場合、モデルのパラメーターだけを推定する従来の方法に比べて、パラメーターとともに OD 交通量を同時に推計する本方法によってかなりの精度の向上を期待できるものと思われる。

## 5. ま と め

道路網での交通量調査資料より OD 交通量を推計する手法には、家庭訪問調査は必要なく道路交通量だけを観測すればよいので調査に要する費用が安くてすみ、また調査データより OD 交通量を推計する作業が迅速に行えるという目覚ましい利点がある。本稿ではこの手法により信頼性の高い OD 交通量の推定値を得るために 2 つの統計的な手法を提案した。これらは起終点間の経路選択率を既知のものとして、OD 交通量の生起に関する確率統計的なモデルにより、道路網での観測交通量に最もよく適合する OD 交通量の推定値を求めるものである。

交通量調査資料より OD 交通量を推計する第 1 の手法は過去に行われたパーソントリップ調査より求められた OD 表を 1 つの標本値として用いるものであり、OD 交通量の分布パターンが短期的には基本的に変わらないということが前提になっている。この方法のモデル化のために OD 交通量のランダムな日変動および標本の拡大により求められる OD 交通量の標本分布について考察を行ったが、両者はともに正規分布に従うと考えることができ、またそれらの分布の分散は近似的に平均値に比例するとみなすことができる。この推計法はこのような仮定のもとで、パーソントリップ調査より求められた OD 交通量および道路網各リンクの交通量が観測交通量に一致する OD 交通量を生起する同時確率密度を最大にする平均 OD 交通量の値をその推定値とするものであり、これは平均 OD 交通量に関する疑似的な最尤推定値と考えることができる。なお交通量観測回数が複数の場合にはより信頼性の高い OD 交通量の推定値を得ることができると考えられるが、この場合に対する本推計法の拡張を行った。

交通量調査資料より OD 交通量を推計する第 2 の手法は重力モデル値を交通量分布の基本的なパターンとするものであり、これは OD 交通量に関する過去の資料がない場合にも適用することができる。この方法では実際の OD 交通量が重力モデル値を平均値とし、その指数乗に比例する分散を有する正規分布に従うということ仮定しており、各リンクでの計算交通量が観測交通量に一致する OD 交通量の値の組合せのうちで、その同

時生起確率密度を最大とする OD 交通量の値をその推定値とする。モデルのパラメーターは OD 交通量の値とともに同時的に非線形最適化手法によって求められる。本モデルのキャリブレーションを岡山市を中心とする地域の自動車 OD 交通量のデータを用いて行い、仮定の妥当性について検討した。

両推計法の計算には反復計算法を用いるが、その収束性については計算例から十分良好であると思われる。また推計精度についても簡単な計算例の結果ではあるが、第1の手法では OD 交通量の推定値はパーソントリップ調査からの推計 OD 交通量の真の交通量に対する誤差の約4割を消去しており、また第2の手法では推定値は重力モデル値の真の OD 交通量に対する誤差の約7割を消去している。これらの結果はもし経路選択率が正確に推定されれば、本推計法によってかなりの精度で OD 交通量を推定できる可能性があることを示唆するものといえよう。

本推計法はいまだ試験研究の域を出るものではなく、実用化を行ううえで多くの問題点を抱えている。まず第1に本推計法では起終点間の経路およびそれらの選択率を既知のものとして扱っているが、これをどのように与えるかが解決されなければならない。経路選択率を同時に推定する方法も考えられ、たとえば最初適当な経路を仮定し、これより推定された OD 交通量を道路網に配分して経路選択率を求め、これを用いて再度 OD 交通量を推定するというような反復法も可能であるが、計算がかなり複雑になることは避けられない。

問題点の第2は推定値の信頼性である。これについては経路選択率の信頼性と密接にかかわりあっており、経路選択率が正確に推定されるということが本推計法において信頼性の高い OD 交通量の推定値を得るための前提となろう。この意味で本推計法は経路選択の複雑な都市内交通よりも、比較的経路推定の容易な都市間交通あるいは高速道路のインターチェンジ間の交通量推定に適用するのが望ましいと思われる。推定値の信頼性に影響を及ぼす他の要因としてゾーン内交通等の局所的な交通や細街路の存在が挙げられる。これについては本推計法ではすべての道路リンクでの交通量観測は必要ではないので、交通量観測箇所をゾーン境界などゾーン内交通の影響を受けにくい箇所に設定するなり、また細街路をパンチングしてネットワークをつくるなどによりこれらの影響をかなり改善することができるものと思われる。いずれにせよ推定値の信頼性、精度については実際の道路網への適用や大規模な道路網でのシミュレーション等を通じて検討を行っていきたい。

最後に本研究を行ううえで金沢大学飯田恭敬教授をはじめ多くの方々から有益な助言をいただいたことを付記し、深甚なる謝意を表する次第であります。

#### 参考文献

- 1) Low, D.E. : A new approach to transportation systems modeling, *Traffic Quarterly*, pp. 391~404, July, 1972.
- 2) Overgard : Development of a simplified traffic model for the city of Silkeborg, Paper presented at the O. E.C.D.T. 7 group in Copenhagen, 1972.
- 3) Jensen, T. and S.K. Nielsen : Calibrating a gravity model and estimating its parameters using traffic volume counts, *Proceedings from the English University Traffic Engineer's yearly congress*, January, 1973.
- 4) Holm, J., T. Jensen, S.K. Nielsen, A. Christensen, B. Johnsen and G. Ronby : Calibrating traffic models on traffic census results only, *Traffic Engineering and Control*, Vol. 17, No. 4, pp. 137~140, April, 1976.
- 5) Smock, R. : An iterative assignment approach to capacity restraint on arterial networks, *HRB, Bulletin* 347, pp. 60~66, 1962.
- 6) 飯田恭敬 : サンプル交通調査と実測道路区間交通量による道路網交通需要推計法, *交通工学*, Vol. 13, 増刊号, pp. 17~25, 1978年2月.
- 7) 飯田恭敬 : 実測路上交通量を用いた部分道路網の結合による道路網交通需要推計法, *交通工学*, Vol. 13, No. 2, pp. 3~14, 1978年3月.
- 8) 飯田恭敬 : 実測路上交通量による OD 別道路区間利用率推定法の考え方, *土木学会 第1回土木計画学研究発表会講演集*, pp. 41~44, 1979年1月.
- 9) 飯田恭敬・大路久美子 : 基本部分道路網の結合による道路網交通需要推計法, *土木学会 第34回年次学術講演会講演概要集第4部*, pp. 80~81, 1979年10月.
- 10) 飯田恭敬・高村義晴 : OD 交通量変動が相関を有する場合の道路網交通需要推計モデル, *土木学会 第2回土木計画学研究発表会講演集*, pp. 161~165, 1980年1月.
- 11) 井上博司 : スクリーンライン調査による OD 調査の精度の検定および OD 表の修正法, *交通工学*, Vol. 12, No. 6, pp. 11~19, 1977年11月.
- 12) 井上矩之・佐佐木綱 : 断面交通量調査による OD 表の修正, *土木学会 第31回年次学術講演会講演概要集第4部*, p. 237, 1976年10月.
- 13) 井上博司 : 断面交通量による OD 表の推計, *土木学会 第32回年次学術講演会講演概要集第4部*, pp. 107~108, 1977年10月.
- 14) 井上博司 : 路上交通量観測による自動車 OD 交通量の推計, *土木学会 第1回土木計画学研究発表会講演集*, pp. 37~40, 1979年1月.
- 15) 渡辺新三・毛利正光・佐佐木綱・加藤 晃 : *交通工学* (新訂版), p. 72, 1977年5月.
- 16) 井上博司 : 等時間原則交通量配分における経路交通量の推定, *交通工学*, Vol. 13, No. 1, pp. 3~9, 1978年1月.
- 17) 日本数学会 : *岩波数学辞典* 第2版, p. 753, 1968年6月.
- 18) 岡山県南地域総合交通研究会 : *岡山県南地域総合交通計画調査資料集*, 1973年3月.

(1980.9.12・受付)