

風圧により変形した吊橋の動力学的特性と耐風性

DYNAMICS AND AERODYNAMIC STABILITY OF A SUSPENSION BRIDGE DEFORMED BY WIND FORCE

山 口 宏 樹*・横 山 晴 生**・伊 藤 学***
By Hiroki YAMAGUCHI, Haruo YOKOYAMA and Manabu ITO

1. まえがき

吊橋は一般にフレキシブルな構造であり、耐風安定性照査が重要となるが、風を受ける吊橋の挙動についてはタコマ旧橋の事故を契機として1940年以降内外において多くの研究が行われ、特に耐風性が設計を支配することの多い長大吊橋についてはこれらの研究成果の設計実務への反映が進められてきた。しかし、橋梁構造の多様性、自然風の性質の複雑さ、および現象が多岐にわたること等のために解決を要する問題がいまだに多く残されている。現在のところわが国においては、吊形式橋梁の耐風性は主として一様気流中における部分模型によるいわゆる二次元風洞実験で検証することとなっているが、その結果の解釈も一つの問題である。

トラス補剛桁吊橋の風による動的不安定現象の中で最も問題となることの多いねじれフラッターを取り扱う場合、それを二次元風洞実験によって検証しようとなれば、吊橋構造の動力学的特性の把握が前提となるが、従来その特性として無風時における構造特性を考えるのが普通である。しかし強風を受けた場合、長大吊橋は他の形式の橋梁に比べて大きな静的変位を生じ、その形状変化によって力学的特性が有意に変わり得ることが予想される。したがってねじれフラッターのようにかなりの強風下で発生することの多い現象を対象とする際には、強風時の風圧により変形した状態での動力学的特性を把握し、その耐風性への影響を明確にして二次元風洞実験に反映することが必要となると思われる。

以上のような観点から、本論文では風圧による変形の考慮の有無によって吊橋の構造動力学的特性にいかなる差異が生じるのかを数値解析により調べ、その差異によ

る耐風性への影響を調べるために風洞実験を行った。

従来、風を受けた吊橋の変形問題については、風荷重のうち特に抗力成分が大きいことから「水平荷重を受ける吊橋の構造解析」という形で多くの研究がなされている¹⁾。しかし風を受けた吊橋の構造特性をその動力学的特性をも含めて無風時のものと比較検討した研究はなく、本論文では立体骨組多質点モデルを用いて強風を受けた吊橋の静的変形形状を求めた後、その状態での動力学的特性を数値解析によって調べた。動力学的特性としては吊橋固有振動における鉛直たわみ、横たわみ、ねじれの各変位成分の連成性に着目し、ねじれフラッターに対する耐風性との関連を念頭においてねじれ卓越1次固有振動にしほって検討を加えている。

このように風圧により変形した吊橋の構造動力学的特性としてその固有振動における変位の連成性に着目したわけであるが、変位の連成がその空力特性にいかなる影響を与えるかについてはIrwin²⁾により回転中心位置のフラッター特性に及ぼす影響として研究されている。この回転中心位置とは本論で詳述するように吊橋の連成固有振動特性を表わす一つのパラメーターであるが、Irwinの研究はあくまで無風時の構造特性としての連成性に着目しただけのものであり、同様の実験報告も他にいくつかなされている³⁾ものの、強風時の吊橋の連成固有振動特性が空力特性に及ぼす影響についての研究はまったくない。そこで本論文では、先の強風時の吊橋連成振動に関する解析結果を踏まえて、回転中心位置のトラス補剛桁断面空力特性に及ぼす影響をばね支持部分模型を用いた二次元風洞実験により調べている。

2. 風圧により変形した吊橋の連成振動特性

(1) 解析モデルおよび解析手法

解析に用いたモデルは従来吊橋の構造解析に用いられ

* 正会員 工博 埼玉大学講師 工学部建設基礎工学科

** 正会員 工修 山梨県土木部河川課

*** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

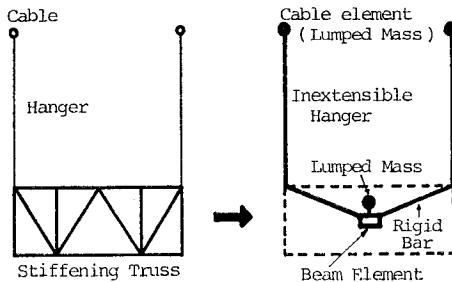


図-1 解析モデル

表-1 定常空気力

補剛桁	抗 揚 空力モーメント	$1/2 \cdot C_D \rho V^2 A$	$C_D = 2.02$
		$1/2 \cdot C_L \rho V^2 B$	$C_L = 0.095$
		$1/2 \cdot C_M \rho V^2 B^2$	$C_M = 0.011$
ケーブル	抗 力	$1/2 \cdot C_C D \rho V^2 d$	$C_C D = 0.70$

(単位長さ当たり)

ることの多い立体骨組多質点モデルを基本としている。つまり、図-1に示すように補剛桁剛性はせん断中心位置のはり要素で、補剛桁質量は重心位置の集中質量で置換し、それらとケーブル要素とが幾何学的位置関係を満足するようにハンガー要素および剛体要素で連結している。また吊橋主塔については塔頂での換算ばねでモデル化した。

解析はまず風を受けた吊橋の静的変形形状を、幾何学的非線形性を考慮して荷重増分法により求め、その変形形状を初期状態として固有振動解析を行った。解析に用いた吊橋諸元は本州四国連絡橋因島大橋設計計画案（3径間2ヒンジ吊橋）を基本としており、風荷重としては風速 90 m/s の強風時を想定し、表-1に示す補剛桁三分力およびケーブル抗力³⁾を用いた注1)。ただし、補剛桁のねじれ変位に伴い風の相対迎角が変化し、それによって風荷重も変化するが、ねじれ変位そのものが小さく影響が少ないと思われるため無視することとした。

(2) 強風時の静的変形形状

図-2に解析結果として吊橋の強風時における静的変形形状を示す。図には補剛桁の水平変位（横たわみ） v 、鉛直変位（鉛直たわみ） w 、ねじれ変位 φ 、および桁とケーブルの水平相対変位に基づくハンガー傾斜角 θ を示したが、 v 、 w については主径間長 l で無次元化してある。これをみると補剛桁変位そのものは強風時においてあまり大きくはないものの、ハンガー傾斜角が最大 15 度程度に大きな値となっており、強風時の吊橋の動力学的特性が無風時とは異なることが予想される。

注 1) 因島大橋といい、風速 90 m/s といい、ここでは想定上の計算対象例にすぎない。特に風速については本研究で考えたいとしている要因の影響を明確に取り出したいため、このようにきわめて高い値を用いた。

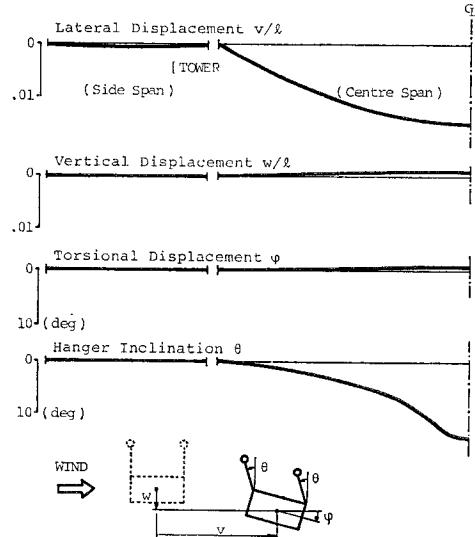


図-2 風圧による静的変形形状

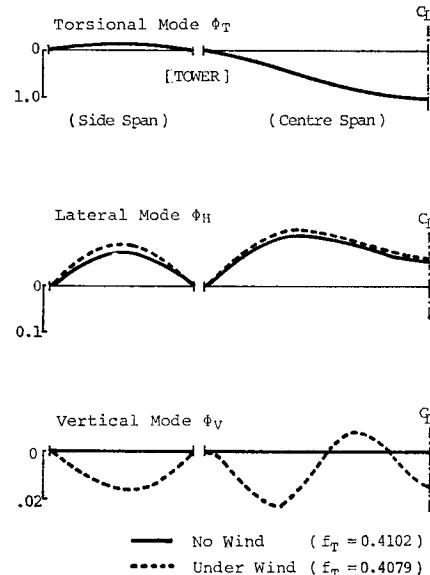


図-3 連成固有振動モード

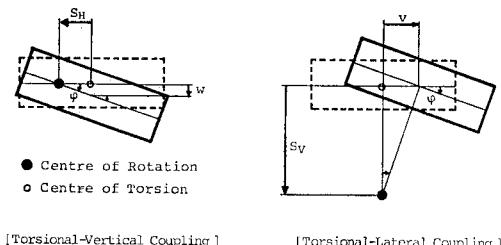
(3) 強風時の連成振動持性

図-3に吊橋の強風時におけるねじれ変位卓越最低次固有振動モード（ねじれ対称1次モード）の解析結果を示す。図に示した補剛桁のねじれ変位成分 ϕ_T 、水平変位成分 ϕ_H 、鉛直変位成分 ϕ_V は、ねじれ変位成分の最大値が 1 となるように正規化し、水平、鉛直各変位成分はねじれ変位によってハンガー取付点に生ずる鉛直変位の最大値（つまり桁半幅 b ）で無次元化している。図には無風時のそれを比較して示したが、卓越変位であるねじれモードおよび固有振動数 f_T は無風時と強風時とでほとんど同じであるものの、連成している水平変位お

より鉛直変位の大きさは強風時の方が大きい。特に鉛直変位成分については無風時ではまったく存在しないのに対し、強風時には有意な大きさで存在することがわかる。つまり、吊橋の固有振動は無風時においてねじれ変位と水平変位のみが連成するのに対し、強風時においてはさらに鉛直変位が連成し、連成の度合も大きい。

この原因としては、風圧により生じた補剛桁の水平変位に基づく曲線ぱりとしての効果（構造非対称）、およびケーブルと補剛桁の相対水平変位による吊橋断面の形状変化（断面非対称）の2点が考えられるが、(2)で示したように補剛桁の水平変位は主径間長の1~2%程度（図-2）と小さく、連成性増大に及ぼす曲線ぱりとしての効果は少ないものと思われる。したがって、風圧により変形した吊橋の連成固有振動はケーブルと補剛桁の相対水平変位がもたらす断面変形によるものと思われ、吊橋に特有の性質であるといえる。

この連成固有振動は図-4に示すようにある点まわりの回転運動を考えることができる。つまりねじれ変位と水平変位との連成では回転中心がねじれ中心から鉛直方向に移動したところに存在し、ねじれ変位と鉛直変位との連成では水平方向に移動したところに存在すると考え



[Torsional-Vertical Coupling] [Torsional-Lateral Coupling]

図-4 連成振動における回転中心

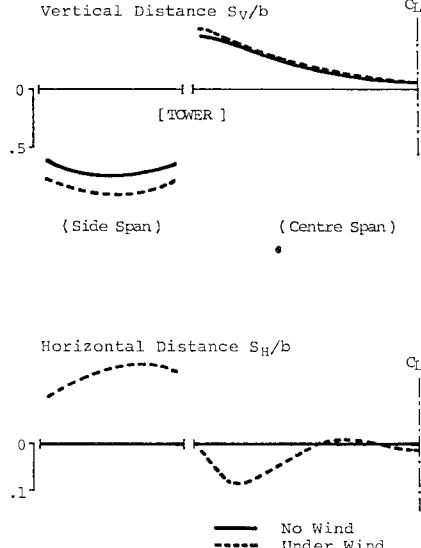


図-5 回転中心位置の分布

られるわけで、この回転中心のねじれ中心からの鉛直位置 \$S_V(x)\$、および水平位置 \$S_H(x)\$ は連成固有振動特性を表わすパラメーターとなる。図-5は図-3に示した連成固有モードを回転中心位置で整理したものであり、強風時における連成特性がより明確にわかる。

(4) 風圧による静的変形量に対する特性変化

以上のような風圧により変形した吊橋の連成振動特性を、ねじれフランジャーに対する吊橋の耐風性という面から考えて回転中心の鉛直位置、水平位置および等価慣性モーメントに着目して整理することとし、風圧による吊橋形状の変化との関係を求めた。なお、ここでの数値計算においては0m/s~90m/sの風速範囲を対象としており、吊橋の最もフレキシブルな状態と思われる補剛桁閉合直前の架設時についても合わせて解析結果を示すこととする。

図-6は回転中心位置についての結果であるが、横軸は各風速での風圧により生じた吊橋補剛桁の最大水平変位 \$v_{max}\$（風速とほぼ線形関係にある）を主径間長 \$l\$ で無次元化したものであり、縦軸は回転中心位置の代表値 \$R_V\$（鉛直位置）、\$R_H\$（水平位置）を主構間隔の半幅 \$b\$ で無次元化したものである。回転中心位置の代表値として

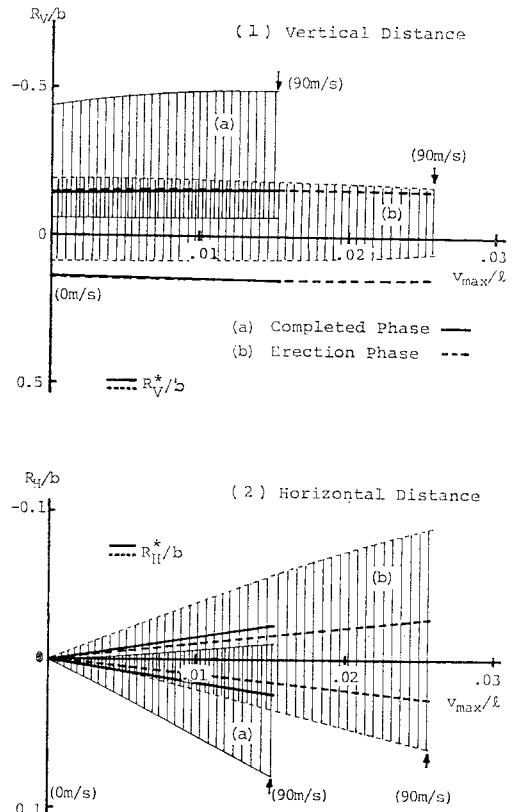


図-6 静的変形に対する回転中心位置

は主径間における最大値および最小値を採り、回転中心の存在範囲を示した。また、ねじれフラッターに対する耐風性を考慮して、回転中心位置のスパン方向分布をねじれモードで平均化した R_V^* , R_H^* を次式で定義し、これも代表値として図に示した。

$$|R_V^*| = \sqrt{\int_L S_V^2 \phi_T^2 dx / \int_L \phi_T^2 dx} \quad \dots \dots (1 \cdot a)$$

$$|R_H^*| = \sqrt{\int_L S_H^2 \phi_T^2 dx / \int_L \phi_T^2 dx} \quad \dots \dots (1 \cdot b)$$

ここで、 $S_V(x)$, $S_H(x)$ は図-5 に示したような回転中心位置分布、 ϕ_T は図-3 に示したような固有モードのねじれ変位成分であり、積分は全スパンにわたっての積分を意味する。

図-6 より回転中心の鉛直位置は吊橋の変形量に対してあまり変化しないものの、回転中心の水平位置は桁最大水平変位に依存して増大し、ほぼ線形な関係にあることがわかる。図は風速 90 m/s までのものを示しているが、架設時の回転中心水平位置の変化は大きく、 R_H/b が 0.1 近くまで増大している。

図-7 は等価極慣性モーメントの最大水平変位に対する変化を示したものである。等価極慣性モーメントとはねじれ固有振動の一般化質量であり、連成固有振動の場合次式で定義される。

$$I_{eq} = \frac{\int_L I \phi_T^2 dx + \int_L m_s b_s (\phi_H^2 + \phi_V^2) dx + \int_L m_c b^2 (\phi_{h1}^2 + \phi_{v1}^2 + \phi_{h2}^2 + \phi_{v2}^2) dx}{\int_L \phi_T^2 dx} \quad \dots \dots (2)$$

ここで I , m_s , m_c は単位長さ当たりの補剛桁の極慣性モーメント、質量、ケーブル質量であり、 ϕ_T , ϕ_H , ϕ_V は補剛桁のねじれ変位、水平変位、鉛直変位の基準関数、 ϕ_{h1} , ϕ_{h2} 、および ϕ_{v1} , ϕ_{v2} はケーブルの水平変位および鉛直変位の基準関数 (ϕ_H , ϕ_V と同様 b で無次元化されている) である。ただし、ここで対象としているねじれ卓越 1 次固有振動では橋軸方向変位の連成は大変小さ

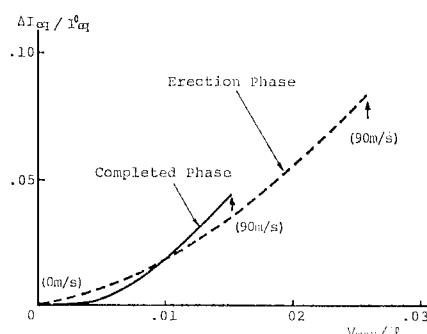


図-7 静的変形に対する等価極慣性モーメント

く、式(2)においてそれを無視している。図はこの等価極慣性モーメントの無風時からの増加分 ΔI_{eq} を無風時のそれ I_{eq}^0 で無次元化した量を示しているが、架設時において等価極慣性モーメントが無風時の数パーセント増大しており、吊橋のねじれフラッターに対する耐風性を考えるうえで有意な変化といえよう。

3. 吊橋の空力特性に及ぼす回転中心位置の影響

(1) 実験模型および実験方法

吊橋トラス補剛桁断面の空力特性に及ぼす回転中心位置の影響を調べるためにばね支持部分模型を用いた二次元風洞実験を行った。実験に用いた風洞は東京大学工学部土木工学科橋梁研究室所属の空力弹性試験用風洞（エッフェル型）で、測定部断面は高さ 1.8 m、幅 1.1 m である。また使用した模型は図-8 に示すような断面を有する吊橋補剛トラス模型で、ねじれフラッターが生じやすいように高欄を閉塞したものであり、その諸元は表-2 のとおりである。

この模型を用い、2. の結果を踏まえて回転中心位置

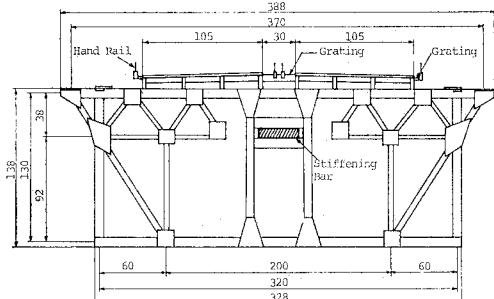


図-8 二次元風洞実験模型

表-2 部分模型諸元

模 型 長	105 cm
主 橋 間 隔	32 cm
固 有 振 動 数	4.48 Hz (ねじれ), 2.90 Hz (たわみ)
構 造 減 衰	0.01

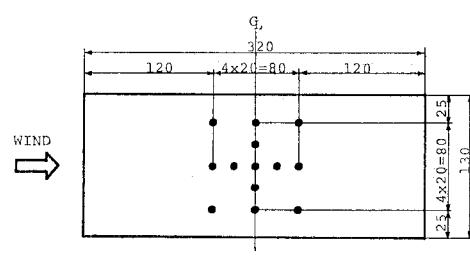


図-9 実験における回転中心位置

を断面中心から最大 $0.25 b$ だけ変化させ(図-9), 自由振動応答を測定した。つまり, 所要の回転中心まわりの回転と上下方向並進の2自由度を与えるように剛体模型をばねによって支持し, 送風時のねじれ変位および曲げ変位を測定した。実験条件としてはねじれおよび曲げの固有振動数, 重量, 回転中心まわりの極慣性モーメント, 構造減衰をすべての実験ケースで一定とし, 気流は迎角 0° の一樣流である。

(2) 回転中心位置の鉛直方向移動の影響

図-10 は風洞実験結果を、回転中心の鉛直位置をパラメーターに、風速とフラッター振幅との関係 (V - A 図) として示したものであり、図-11 はそのときの風速と減衰との関係 (V - δ 図) である。ともに横軸は換算風速 $U_r = V/f_T B$ (V : 風速, f_T : ねじれ振動数, B : 主構間隔) であり、図-10 の縦軸はねじれ倍振幅 2ϕ 、図-11 の縦軸は対数減衰率 δ である。また図-11 の V - δ 図はねじれ倍振幅 4° におけるものを示している。

この結果をみると回転中心位置によって $V-A$ 図, $V-\delta$ 図ともにほとんど差は生じておらず, 鉛直方向の回転中心移動はトラス補剛桁断面の空力特性に有意な差異をもたらさないといえる. これは回転中心を重心位置, せん断中心位置, およびその中間位置に設定して特性変化を調べた既往の実験報告³⁾と同じ結果である. また, Irwin の行った部分模型風洞実験²⁾によれば, 回転中心の鉛直方向移動によりフロッターフラッター発振風速が比較的

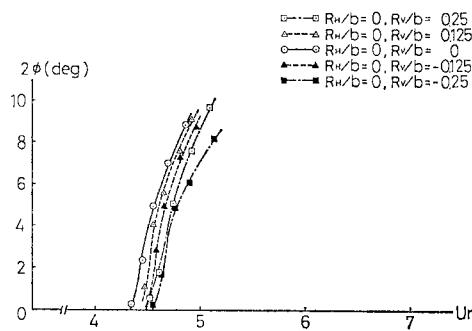


図-10 風速とフラッター振幅との関係（鉛直方向移動）

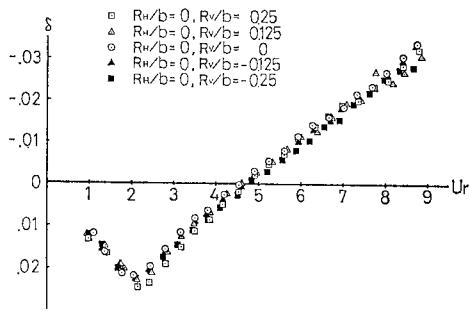


図-11 風速と減衰との関係（鉛直方向移動）

大きく変化しているが、Irwin の実験では対象とした回転中心移動量の範囲が広く、本論文で対象とした領域では Irwin の実験結果においても同じ傾向を示している。

(3) 回転中心位置の水平方向移動の影響

図-12、図-13 は回転中心の水平位置をパラメーターにした $V-A$ 図および $V-\delta$ 図である。

図-12 をみると水平方向の回転中心移動はフラッタ一発振風速を上昇させ、発振風速が3割程度も上昇する場合のあることがわかる。また回転中心を上流側($R_H/b > 0$)に移動させるにつれてV-A曲線の傾きはしだいに緩やかになるが、下流側($R_H/b < 0$)に移動させると傾きはしだいに急になり、ハードフラッター的傾向を示している。

回転中心の水平方向移動によるトラス補剛桁断面の空力特性変化は 図-13 の $V-\delta$ 図により顕著である。すなわち、回転中心を断面中心より上流側に移動させた場合、 $V-\delta$ 曲線は $U_r=5$ 度程の風速まではほぼ一致しており、それより高風速になると回転中心の上流側への移動量が大きいほど $V-\delta$ 曲線の傾きが緩やかになって差異が生じてくる。これに対し、回転中心を断面中心より下流側に移動させると $U_r=2$ 度以上 の風速で $V-\delta$ 曲線の差異が現われ、この差異は回転中心の下流側への移動量に依存して $V-\delta$ 曲線が高風速側にほぼ平行にシフトした形で生じている。

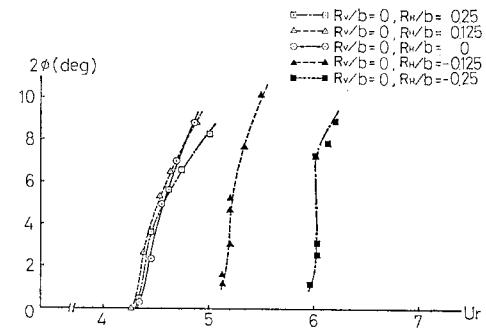


図-12 風速とフラッター振幅との関係（水平方向移動）

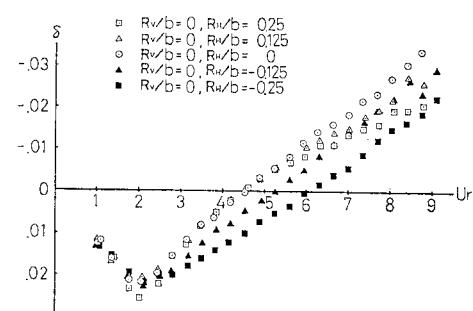


図-13 風速と減衰との関係（水平方向移動）

以上のように回転中心が上流側に移動するか、下流側に移動するかにより空力特性の変化の様子が異なるものの、回転中心の水平方向移動はねじれフラッター発振風速を上昇させる。このねじれフラッター発振風速

U_{fr}^{cr} が回転中心の移動量によってどのように変化するかを示したものが 図-14 で、構造減衰 δ_s をパラメータに 図-13 より求めたものである。これをみると構造減衰が比較的小さい場合は回転中心が上流側に移動しても発振風速はほとんど変化せず、下流側に移動すると発振風速が高くなっている。一方、構造減衰が比較的大きい場合には、回転中心が上流側、下流側いずれに変化しても発振風速が同程度に高くなっている。回転中心が水平方向に桁幅 ($2b$) の 1 割程度移動した場合にフラッター発振風速が 2 割以上も上昇することがわかる。

なお、回転中心の水平位置を $R_H/b = \pm 0.25$ に固定したうえで鉛直方向に移動させた実験も行ったが、鉛直方向の移動は空力特性にほとんど変化を与えたかった。

(4) 実験結果の物理的考察

トラス補剛桁の場合、フラッター現象に支配的影響を及ぼすのは床版であると考えられることから従来、定常振動する平板翼に作用する理論的な空気力を近似的にトラス補剛桁断面に作用する非定常空気力と考え、吊橋のフラッター特性を推定することが行われる場合がある。架設中における吊橋のフラッター安定化対策に関連して、準定常の仮定をおいた平板翼の空気力を用い、回転中心位置の水平方向変化によるフラッター発振風速の差異を理論的に論じている Brancaleoni らの研究⁴⁾もその一つである。

しかし、トラス補剛桁断面の場合、床版がフラッターにとって支配的であるにせよ、トラス補剛桁断面に発生するフラッターは必ずしも平板翼に生ずる曲げねじれフラッターと特性が同じでなく、縦桁や地覆などの桁前縁部からの剥離渦による剥離型フラッターを生ずる場合も多い⁵⁾。本実験で観測されたフラッターでは、ねじれ振動数がフラッター発生後も一定であったこと、および鉛直曲げ振動を拘束したねじれ 1 自由度での実験を行った結果、発振風速等があまり変化しなかったことから、本実験でのフラッターは曲げねじれフラッターではなく剥離型のねじれフラッターと考えられる⁶⁾。したが

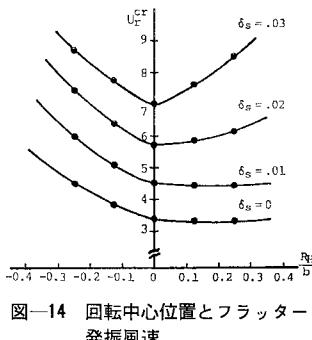


図-14 回転中心位置とフラッター発振風速

って平板翼に作用する非定常空気力によって本実験結果の回転中心水平方向移動による空力特性変化を説明することは難しいと思われる。

このほか、本実験に使用した吊橋トラス補剛桁断面の非定常空気力および床版上の非定常圧力分布の測定結果⁷⁾（ただし回転中心は断面中心の場合のみ）から、本実験で得られた結果の物理的意味を考察しようと試みたが、すべての現象をうまく説明する考察はなし得なかった。

4. 風圧により変形した吊橋の耐風性

吊橋はその振動に際して種々の変位成分が連成した複雑なモードをもつ。特に強風を受け変形した吊橋では、ねじれ変位卓越 1 次固有振動モード（ねじれ対称 1 次モード）の場合に 2. で示したような水平変位および鉛直変位の連成が生じる。一般に吊橋に限らず橋梁の耐風安定性を考える際にはその系の動力学的特性を把握しておくことが必要であり、吊橋のねじれフラッターに対する耐風性の場合もその例外ではない。いま、風圧により変形した吊橋の動力学的特性としての連成振動がその耐風性にいかに影響するかについて考えてみると、

- 1) ねじれ変位に伴う水平変位および鉛直変位による回転中心の移動がもたらす空力特性の変化
- 2) ねじれ変位に連成する桁およびケーブルの水平変位、鉛直変位による極慣性モーメントの増大がもたらす空力効果⁸⁾
- 3) 桁およびケーブルの水平変位に伴う抗力による空力減衰効果⁹⁾

等があるものと思われる。

まず回転中心移動については、スパン方向に変化する回転中心位置の代表値設定には議論があろうものの、図-6 より強風時に回転中心が水平方向に桁幅 ($2b$) の数パーセント程度移動する場合があり、この程度の回転中心移動でも 図-14 により若干のフラッター発振風速上昇が考えられる。この発振風速の上昇量は必ずしも大きいとはいえないが、強風時の連成固有振動に起因する回転中心水平移動はねじれフラッター発振風速を上昇させ、耐風安定性を増大させる効果を有することは注意するに値する。

一方、極慣性モーメントについては、2. で述べたように強風時において連成変位成分の増大により等価極慣性モーメントが増大する（図-7）。一般に極慣性モーメントの増加は相対的に作用空気力の減少を意味するわけであり、ねじれフラッター発振風速は上昇し、耐風安定性が増大すると考えられる。

以上のように、強風時の風圧による変形に起因した吊

橋の連成振動特性はそのフランジャーに対する耐風安定性を高め得る。現在の耐風設計におけるフランジャー照査においては風圧による変形を考慮に入れておらず、無風時の動力学的特性をもとに行っていられるわけで、より合理的な耐風設計にあたってはこのことは重要であると考える。

5. 結論

本論文は風圧により変形した吊橋の動力学的特性を明らかにし、その特性と吊橋のねじれフランジャーに対する耐風性との関連について論じたものである。得られたおもな結論は以下のとおりである。

(1) 吊橋は種々の変位成分が連成した複雑な固有振動モードを有するが、その連成モードは無風時と風圧により変形が生ずる強風時とで異なり、ねじれ卓越1次固有振動において無風時に比べて強風時の方が連成変位成分が大きい。特に無風時には連成しない補剛桁鉛直変位が強風時には有意に連成し、回転中心がねじれ中心から水平方向にも移動する。これは強風時に風圧によってケーブルと桁に相対水平変位が生じ、吊橋断面が非対称となることに起因している。

(2) 一般にねじれとたわみの連成振動はねじれ中心とは異なる回転中心まわりの振動として考えられるが、回転中心のねじれ中心からの鉛直方向移動は吊橋トラス補剛桁断面の空力特性にほとんど影響を与えないのに対し、水平方向移動は空力特性に無視できない影響を与える。

(3) 風圧により変形した吊橋ではその連成振動特性が無風時に比べて有意に変化するが、この変化は吊橋のねじれフランジャーに対する耐風安定性を高める効果をもつ。したがって、吊橋の耐風性照査にあたってはこのことを念頭に置く必要がある。

なお、回転中心水平方向移動によるトラス補剛桁断面の空力特性変化についてその理論的考察はなし得なかつたが、フランジャー発生メカニズムの解明と相まって今後の課題といえる。

参考文献

- 1) 小西一郎編：鋼橋 設計編 II，丸善，pp. 1067～1106，1976.
- 2) Irwin, H.P.A.H. : Centre of rotation for torsional vibration of bridges, Journal of Industrial Aerodynamics, 4, pp. 123～132, 1979.
- 3) たとえば、本州四国連絡橋公団、因島大橋補剛桁工事共同企業体：因島大橋補剛桁工事風洞試験報告書，1981年10月。
- 4) Brancaleoni, F. and D.M. Brotton : Analysis and prevention of suspension bridge flutter in construction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 489～500, 1981.
- 5) 岡内 功・伊藤 学・宮田利雄：耐風構造，丸善，1977.
- 6) 中村泰治・吉村 健：吊橋断面の2自由度フランジャーについて、土木学会論文報告集，第226号，pp. 13～20, 1974年6月。
- 7) 金崎智樹：補剛トラスの自励振動に及ぼす気流の乱れの効果、東京大学工学部修士論文，1981年3月。
- 8) 東京大学工学部橋梁研究室：長大吊橋の三次元的動特性と耐風性に関する研究、本州四国連絡橋公団第二建設局委託研究報告書，1981年3月。

(1982.3.26・受付)