

道路橋床版の低周波域における振動性状について

DYNAMIC RESPONSE IN INFRASONIC FREQUENCY RANGE OF HIGHWAY BRIDGE DECK SLABS

足立 義雄*・岡村 宏一**・島田 功***

By Yoshio ADACHI, Hirokazu OKAMURA and Isao SHIMADA

1. ま え が き

走行車両による道路橋床版の振動性状に関する理論的研究は古くから行われ、等方性単一板や、直交異方性板のモデルについての解析^{1)~6)}、あるいは有限帯板法などによる立体的モデルの解析など^{7)~9)}、数多くの研究がみられる。しかし、これらのほとんどのものは、主として強度的な観点に立ったもので、音響制御的な観点に立ったものは数少ない。最近、土木の分野においても、構造物から発生する騒音の問題が、環境問題の1つとして注目されており、今後、この分野での研究の必要性が増大するものと思われる。ここで、音響制御的な観点に立って道路橋床版の振動特性をとらえようとするれば、それなりの解析上の配慮が加味されねばならない。たとえば特に低周波音域においては、橋梁の伸縮継手から誘発される振動が問題になる場合もあり¹⁰⁾、従来の解析例にみられるような、単純支持などの簡単な条件の導入が許されず、また、床版と結合している骨組構造の補剛条件が十分に考慮されねばならないことなどである。

本論文は、以上のような観点を踏まえ、解析手段として、先に発表した道路橋の立体解析法^{11), 12)}を拡張した手法を用い、合成桁橋、PC・T 桁橋、上路トラス橋の3橋について、特に低周波域における発振体としての鉄筋コンクリートスラブの振動性状を探究したものである。まず、前述のような伸縮継手の沈下、床版と桁組の有機的関連、またトラス橋の場合には主構部のせん断変形などを考慮した立体解析によって床版の固有振動のモードを詳細に求め、次に、モーダルアナリシスによって、走行車両による床版の低周波域における振動応答を解析し、実測値との比較も行った。

* 正会員 工修 建設省土木研究所 道路部
** 正会員 工博 大阪工業大学教授 土木工学科
*** 正会員 東洋技研コンサルタント(株)

得られた結果によれば、従来指摘されているように、道路橋床版の低周波域の振動性状には、大別して、橋梁全体の振動にかかわるものと、伸縮継手より誘発される振動にかかわるものとの2つのパターンが存在することを立証できたと思う。

2. 自由振動の立体解析

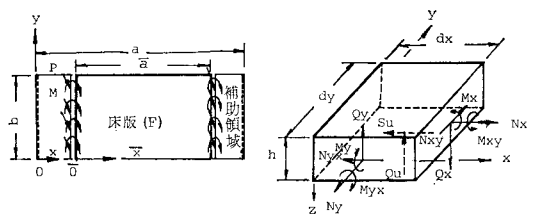
(1) 桁組と合成される床版の振動方程式とその解

図一に示す床版要素の自由振動の微分方程式は面内方向の慣性力を無視するとき、次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) \\ + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -Q_u - \frac{h}{2} \frac{\partial S_u}{\partial x} \\ h \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \bar{x}^4} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{x}^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} \right) \\ = \nu \frac{\partial S_u}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int S_u d\bar{x} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 D は床版の曲げ剛度、 ν はポアソン比、 h は版厚、 ρ は床版の質量、 W はたわみ、 Φ は面内力の応力関数、 Q_u 、 S_u はそれぞれ、桁組と床版の合成面に作用する垂直、水平方向の不静定力である。

$$\left. \begin{aligned} W = w \cos \omega t, \quad \Phi = \phi \cos \omega t, \\ Q_u = q_u \cos \omega t, \quad S_u = s_u \cos \omega t \end{aligned} \right\} \dots (2)$$



図一 床版の諸元および微小要素

と置き、式 (1) に代入すると、次の振動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - \rho h \omega^2 w &= -q_u - \frac{h}{2} \frac{\partial s_u}{\partial x} \\ h \left(\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} \right) &= \nu \frac{\partial s_u}{\partial x} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int s_u d\bar{x} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

式 (3) に含まれる諸量を次のような級数に展開する。

$$\left. \begin{aligned} w &= \sum_m \sum_n w_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ q_u &= \sum_m \sum_n q_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ s_u &= \sum_m \sum_n s_{mn} \cos \alpha_m x \sin \beta_n y \\ \phi &= \sum_m \sum_n \phi_{mn} \sin \alpha_m \bar{x} \sin \beta_n y \\ s_u &= \sum_m \sum_n \bar{s}_{mn} \cos \bar{\alpha}_m \bar{x} \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

ここに、 $\alpha_m = m\pi/a$, $\bar{\alpha}_m = m\pi/\bar{a}$, $\beta_n = n\pi/b$
($m, n = 1, 2, 3, \dots$)

式 (4) を式 (3) に代入すると、周辺単純支持の場合の特解 w_p , ϕ_p が次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} w_p &= \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \frac{h}{2} \frac{\alpha_m s_{mn} - q_{mn}}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2 - \kappa^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \\ \phi_p &= \frac{1}{h} \sum_m \sum_n \frac{\bar{\alpha}_m}{(\bar{\alpha}_m^2 + \beta_n^2)^2} \left(\frac{\beta_n^2}{\bar{\alpha}_m^2} - \nu \right) \cdot \bar{s}_{mn} \sin \bar{\alpha}_m \bar{x} \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

また、式 (3) の同次方程式の解は、-1 を参照して、橋梁床版の相対 2 辺 ($y=0, y=b$) を自由辺とし、他の 2 辺 ($x=0, x=a$) を単純支持とする条件のもとで、次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w_c &= \frac{1}{D} \sum_m \left(A_m \sinh \gamma_m y + B_m \cosh \gamma_m y + C_m \sinh \gamma_m' y + D_m \cosh \gamma_m' y \right) \sin \alpha_m x \\ \phi_c &= \frac{1}{h} \sum_m \left(\bar{A}_m \sinh \bar{\alpha}_m y + \bar{B}_m \cosh \bar{\alpha}_m y + \bar{C}_m \bar{\alpha}_m y \sinh \bar{\alpha}_m y + \bar{D}_m \bar{\alpha}_m y \cosh \bar{\alpha}_m y \right) \sin \bar{\alpha}_m \bar{x} \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

ここに、 $\gamma_m = \sqrt{\alpha_m^2 + \kappa}$, $\gamma_m' = \sqrt{\alpha_m^2 - \kappa}$, $\kappa = \omega \sqrt{\rho h} / D$ となり ω は固有円振動数である。また、積分定数 $A_m \sim D_m$, $\bar{A}_m \sim \bar{D}_m$ は、相対 2 辺 ($y=0, y=b$) の境界条件により定まるが、 y 方向の対称性を考慮することにより、次のような相互の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} B_m &= -\Gamma_m A_m, D_m = -\Gamma_m' C_m \\ \bar{B}_m &= -\bar{\Gamma}_m \bar{A}_m - \bar{A}_m \bar{C}_m, \bar{D}_m = -\bar{A}_m \bar{C}_m \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

ただし、 $\Gamma_m, \Gamma_m', \bar{\Gamma}_m, \bar{A}_m, \bar{D}_m$ は表-1 に示すものと

表-1 対称性による分類

y 方向の対称性	Γ_m	Γ_m'	$\bar{\Gamma}_m$	\bar{A}_m	\bar{A}_m
正 対 称	δ_m	δ_m'	ζ_m	$\bar{\delta}_m$	$\bar{\epsilon}_m$
逆 対 称	$1/\delta_m$	$1/\delta_m'$	$\bar{\delta}_m$	ζ_m	$-\bar{\epsilon}_m$

$$\delta_m = \coth \frac{\gamma_m b}{2}, \delta_m' = \coth \frac{\gamma_m' b}{2}, \zeta_m = \coth \bar{\lambda}_m \pi + \operatorname{cosech} \bar{\lambda}_m \pi, \\ \bar{\delta}_m = \coth \bar{\lambda}_m \pi - \operatorname{cosech} \bar{\lambda}_m \pi, \bar{\epsilon}_m = \bar{\lambda}_m \pi \operatorname{cosech} \bar{\lambda}_m \pi, \lambda = b/a$$

なる。式 (7) を用いると、相対 2 辺が自由な場合の積分定数は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A_m &= -\Gamma_m' (\gamma_m'^2 - \nu \alpha_m^2) \frac{V_m}{X_m} \\ C_m &= \Gamma_m (\gamma_m^2 - \nu \alpha_m^2) \frac{V_m}{X_m} \\ \bar{A}_m &= -\frac{\bar{A}_m T_m}{\bar{X}_m}, \bar{C}_m = \frac{\bar{C}_m T_m}{\bar{X}_m} \end{aligned} \right\} \dots\dots (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} X_m &= \Gamma_m (\gamma_m^2 - \nu \alpha_m^2) \{ \gamma_m'^2 - (2-\nu) \alpha_m^2 \} \gamma_m' \\ &\quad - \Gamma_m' (\gamma_m'^2 - \nu \alpha_m^2) \{ \gamma_m^2 - (2-\nu) \alpha_m^2 \} \gamma_m \\ \bar{X}_m &= -(\bar{\Gamma}_m \bar{A}_m + \bar{A}_m) \bar{\alpha}_m^2 \\ V_m &= -D \left\{ \frac{\partial^2 w_{pm}}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_{pm}}{\partial x^2 \partial y} \right\}_{y=0} \\ T_m &= -h \left(\frac{\partial^2 \phi_{pm}}{\partial \bar{x} \partial y} \right)_{y=0} \end{aligned}$$

結局、式 (3) の解は重ね合わせにより、

$$w = w_p + w_c, \phi = \phi_p + \phi_c \dots\dots (9)$$

となる。なお、橋梁端部の伸縮継手 ($\bar{x}=0, \bar{x}=\bar{a}$) の条件は、(3) に述べるように、式 (9) を素解とし、いわゆる積分法によって与える。

(2) 床版と桁の相互間に作用する力と境界調整力の分布の近似

本解法では、床版と桁の相互間に作用する不静定力の分布を、先に発表した解法⁽²⁾と同様に、細かく分割された区間で等分布する垂直力と水平力の重ね合わせによって与える。すなわち、-2 に示すように、床版と主桁の合成面にとつた小領域 ($2c_k \times 2d_l$) に、強さ q_{kl} , s_{kl} の垂直力と水平力を作用させる。さらに、これらの力のほかに、伸縮継手の境界条件を切り出すための調整力として、床版に設けた解析上の補助領域内の小さい分割区間に、強さ p_r, m_r の線荷重と線モーメントを作用させる。このような分布荷重を重ね合わせた形で、床版に作用する力の分布を近似すると、式 (4), 式 (5) に含まれるフーリエ係数を次のように与えることができる。

$$\left. \begin{aligned} q_{mn} &= \frac{q_{kl}}{ab} \frac{16}{\alpha_m \beta_n} \sin \alpha_m x_k \sin \alpha_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l \\ &\quad - \frac{p_r}{ab} \frac{8}{\beta_n} \sin \alpha_m x_b \sin \beta_n y_r \sin \beta_n d_r \\ &\quad - \frac{m_r}{ab} \frac{8 \alpha_m}{\beta_m} \cos \alpha_m x_b \sin \beta_n y_r \sin \beta_n d_r \end{aligned} \right\}$$

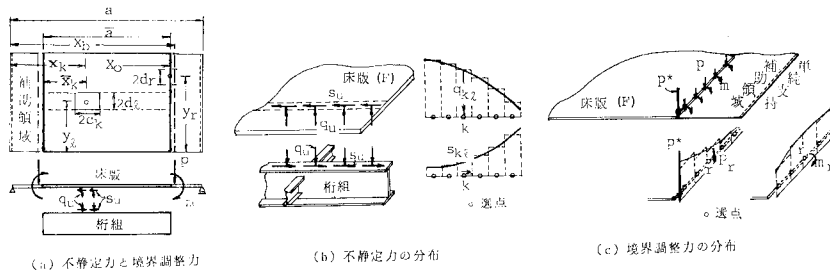


図-2 床版に作用する力の分布の近似

$$\begin{aligned}
 s_{kl} &= \frac{s_{kl}}{ab} \frac{16}{\alpha_m \beta_n} \cos \alpha_m x_k \sin \alpha_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l \\
 \bar{s}_{mn} &= \frac{s_{kl}}{ab} \frac{16}{\bar{\alpha}_m \bar{\beta}_n} \cos \bar{\alpha}_m \bar{x}_k \sin \bar{\alpha}_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l
 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 p_r の係数は q_{kl} の係数の極限をとり、作用位置と分布幅を変更して求まる。また、 m_r の係数は p_r の係数に偶力としての微分操作を加えて求まる。

式 (10) を式 (5) に代入し、特解 w_p, ϕ_p が得られ、

$$\left. \begin{aligned}
 G_{kl} &= -\sum_m \sum_n (\sin \beta_n y + U_m^c) \chi_{mn} \sin \alpha_m x_k \sin \alpha_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l \sin \alpha_m x \\
 H_{kl} &= \frac{h}{2} \sum_m \sum_n (\sin \beta_n y + U_m^c) \alpha_m \chi_{mn} \cos \alpha_m x_k \sin \alpha_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l \sin \alpha_m x \\
 I_r &= \sum_m \sum_n (\sin \beta_n y + U_m^c) \frac{\alpha_m}{2} \chi_{mn} \sin \alpha_m x_b \sin \beta_n y_r \sin \beta_n d_r \sin \alpha_m x \\
 J_r &= \sum_m \sum_n (\sin \beta_n y + U_m^c) \frac{\alpha_m^2}{2} \chi_{mn} \cos \alpha_m x_b \sin \beta_n y_r \sin \beta_n d_r \sin \alpha_m x \\
 L_{kl} &= \sum_m \sum_n (\sin \beta_n y + \bar{U}_m^c) \alpha_m \bar{\chi}_{mn} \cos \bar{\alpha}_m \bar{x}_k \sin \bar{\alpha}_m c_k \sin \beta_n y_l \sin \beta_n d_l \sin \bar{\alpha}_m \bar{x}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \chi_{mn} &= \frac{1}{D \{ (\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2 - \kappa^2 \}} \frac{16}{ab \alpha_m \beta_n} \\
 \bar{\chi}_{mn} &= \frac{\frac{\beta_n^2}{\bar{\alpha}_m^2} - \nu}{h (\bar{\alpha}_m^2 + \beta_n^2)^2} \frac{16}{ab \bar{\alpha}_m \beta_n}
 \end{aligned}$$

U_m^c, \bar{U}_m^c は、補足解に関するもので、式 (7), (8) より積分定数を定め式 (9) に代入して、座標 y の項をまとめたものである。式 (12) は、 m, n に関する 2 重級数となるが、総和公式を用いて単級数と代数式に書きかえられ、級数計算は収束の速いものとなる。総和公式の基本式として次のものを示しておく。

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{\sin n\pi Y}{n \{ (\lambda^2 m^2 + n^2)^2 - \varrho^2 \}} &= \frac{1}{4R_m^2 R_m'^2} \\
 + \frac{\pi}{8\varrho} \left[\frac{1}{R_m^2} \left\{ \frac{\sinh R_m \pi (1-Y) + \sinh R_m \pi Y}{\sinh R_m \pi} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{R_m'^2} \left\{ \frac{\sinh R_m' \pi (1-Y) + \sinh R_m' \pi Y}{\sinh R_m' \pi} \right\} \right] \\
 \sum_{n=2,4,6,\dots} \frac{\sin n\pi Y}{n \{ (\lambda^2 m^2 + n^2)^2 - \varrho^2 \}} &= \frac{1}{4R_m^2 R_m'^2} \\
 + \frac{\pi}{8\varrho} \left[\frac{1}{R_m^2} \left\{ \frac{\sinh R_m \pi (1-Y) - \sinh R_m \pi Y}{\sinh R_m \pi} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{R_m'^2} \left\{ \frac{\sinh R_m' \pi (1-Y) - \sinh R_m' \pi Y}{\sinh R_m' \pi} \right\} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式 (7), (8) より式 (6) の補足解の積分定数が定まる。よって、式 (9) の w, ϕ は、次の形に得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 w &= \sum_k \sum_l (q_{kl} G_{kl} + s_{kl} H_{kl}) + \sum_r (p_r I_r + m_r J_r) \\
 \phi &= \sum_k \sum_l s_{kl} L_{kl}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

上式中の係数は、特解と補足解のそれぞれの係数の和であり、不静定力の位置と区間分布の範囲を定めれば、床版の任意点に対する影響係数として与えられる。これらの諸係数は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 -\frac{1}{R_m'^2} \left\{ \frac{\sinh R_m' \pi (1-Y) - \sinh R_m' \pi Y}{\sinh R_m' \pi} \right\} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $0 \leq Y \leq 1, R_m = \sqrt{\lambda^2 m^2 + \varrho}, R_m' = \sqrt{\lambda^2 m^2 - \varrho}$ であり、式 (13) を微分することにより、解析に必要な諸式が求まる。

(3) 床版端部 (伸縮継手) の境界条件

上路トラス橋のように、端対傾構を通して支承に力が伝達されるような場合には、床版端部に沈下を生じ、これが低周波域における振動性状に大きく影響するといわれている¹⁰⁾。ここでは、このような伸縮継手の条件をより忠実に導入するため、曲げに対して自由な境界条件を与える (軸力に対しては自由の条件を満足しており、前述の解析上の補助領域を設けていない)。

いま、図-2(c) に示すような、相対 2 辺自由、2 辺単純支持の単一板から、端部において自由な境界条件を満足する板 F (実領域) を、いわゆる積分法によって切り出す。そこで、板 F の外側に設けた解析上の補助領域に図-2(c) に示した線荷重 p_r 、線モーメント m_r 、お

よび集中力 p^* を作用させ、境界条件として、端部境界線上にとった各分割区間の midpoint (x_0, y_r) で自由な条件、および隅角点 $(x_0, 0), (x_0, b)$ で隅角点定着力が零になるものを与える。すなわち

$$\left. \begin{aligned} M_x(x_0, y_r) = V_x(x_0, y_r) = 0 \\ M_{xy}(x_0, 0) = M_{xy}(x_0, b) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

ここで、 M_x, V_x, M_{xy} はそれぞれ、曲げモーメント、換算せん断力、ねじりモーメントである。

式 (14) は、端部境界線上にとったすべての選点と隅角点で成立し、未知量 p_r, m_r, p^* を定める連立方程式となる。

(4) 桁組の解

床版と主桁の相互間に受け渡される不静定力の分布を前述のように矩形分布荷重の重ね合わせによ

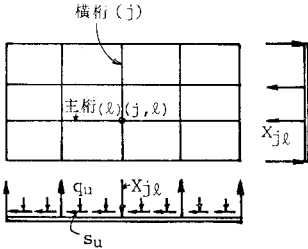


図-3 桁組に作用する力

って表わせば、桁組の解は、図-3 に示すような格子構造を解くことにより容易に求まる。また、トラス橋の場合も、主構部を等価剛性(伸び、曲げ、お

よびせん断剛性)をもつ桁に置換すれば格子構造となる。

ここで、曲げとせん断変形を考慮したはりの式を取り出すと、次のとおりである。

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{EI \rho A}{GJ} \omega^2 \frac{d^2 w}{dx^2} - \rho A \omega^2 w \\ = \left\{ \left(1 - \frac{EI}{GJ} \frac{d^2}{dx^2} \right) q_n - e \frac{ds_u}{dx} \right\} \times 2d \dots\dots(15) \end{aligned}$$

ここに、 EI は曲げ剛性、 GJ はせん断剛性、 e は合成面とはりの重心位置との距離、 ρA は単位長さ当たりの質量、 q_u, s_u はそれぞれ、床版との間で受け渡される不静定力である。式 (15) は、円振動数 ω で振動する場合の桁の振動方程式となる。式 (15) の解を

$$w = w_{op} + w_{oc} \dots\dots\dots(16)$$

とおく。ここで w_{op} は特解、 w_{oc} は補足解を表わし、 w_{op} は単純ばりの解として、図-2, 3 の不静定力に対しては次のように与えられる。

$$\begin{aligned} w_{op} = \frac{1}{2EI} \frac{1}{\kappa_1^2 + \kappa_2^2} \left\{ \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{EI}{GJ} \kappa_1 \right) \right. \\ \cdot \left(2dq_{kl} \int_{\bar{x}_k - c_k}^{\bar{x}_k + c_k} N_1 d\bar{x}_i - X_{jl} N_{1j} \right) \\ + \left(\frac{1}{\kappa_2} - \frac{EI}{GJ} \kappa_2 \right) \\ \cdot \left(2dq_{kl} \int_{\bar{x}_k - c_k}^{\bar{x}_k + c_k} N_2 d\bar{x}_i - X_{jl} N_{2j} \right) \\ \left. + 2ds_{kl} e \int_{\bar{x}_k - c_k}^{\bar{x}_k + c_k} \frac{\partial}{\partial \bar{x}_i} \left(\frac{1}{\kappa_1} N_1 + \frac{1}{\kappa_2} N_2 \right) d\bar{x}_i \right\} \end{aligned}$$

$$\dots\dots\dots(17)$$

$$\text{ここに、} N_1 = \frac{\cos \kappa_1 (\bar{a} - \bar{x}_i - \bar{x}) - \cos \kappa_1 (\bar{a} - |\bar{x}_i - \bar{x}|)}{\sin \kappa_1 \bar{a}}$$

$$N_2 = \frac{\cosh \kappa_2 (\bar{a} - \bar{x}_i - \bar{x}) - \cosh \kappa_2 (\bar{a} - |\bar{x}_i - \bar{x}|)}{\sinh \kappa_2 \bar{a}}$$

また、

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{\rho A \omega^2}{2GJ} + \sqrt{\left(\frac{\rho A \omega^2}{2GJ} \right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI}}}$$

$$\kappa_2 = \sqrt{-\frac{\rho A \omega^2}{2GJ} + \sqrt{\left(\frac{\rho A \omega^2}{2GJ} \right)^2 + \frac{\rho A \omega^2}{EI}}}$$

であり、 X_{jl} は桁組の格子点の不静定力である。

一方、 w_{oc} を材端モーメントが零、材端変位が $w_o(o)$ $w_o(\bar{a})$ となる形で与えると、

$$\begin{aligned} w_{oc} = \frac{1}{\kappa_1^2 + \kappa_2^2} \left[\left(\kappa_2^2 + \frac{\rho A \omega^2}{GJ} \right) \left\{ w_o(o) \cos \kappa_1 \bar{x} \right. \right. \\ \left. \left. - (w_o(o) \cos \kappa_1 \bar{a} - w_o(\bar{a})) \frac{\sin \kappa_1 \bar{x}}{\sin \kappa_1 \bar{a}} \right\} \right. \\ \left. + \left(\kappa_1^2 - \frac{\rho A \omega^2}{GJ} \right) \left\{ w_o(o) \cosh \kappa_2 \bar{x} \right. \right. \\ \left. \left. - (w_o(o) \cosh \kappa_2 \bar{a} - w_o(\bar{a})) \frac{\sinh \kappa_2 \bar{x}}{\sinh \kappa_2 \bar{a}} \right\} \right] \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

断面力は次式のとおりでである。

$$\begin{aligned} M = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{EI}{GJ} (\rho A \omega^2 w + q_u) \\ Q = -EI \frac{d^3 w}{dx^3} - \frac{EI}{GJ} \rho A \omega^2 \frac{dw}{dx} - es_u \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

また、主桁と横桁の結合条件は、両者の間に作用する不静定力 X_{jl} に対応して、

$$w^l(\bar{x}_j) = w^j(y_l) \dots\dots\dots(20)$$

で与えられる連立方程式となる。ここに、 $w^l(\bar{x}_j), w^j(y_l)$ はそれぞれ主桁および横桁の結合点の変位である。

(5) 床版と桁組の合成条件

図-2 (a),(b) を参照して、合成条件は、床版と主桁の合成面上に作用する不静定力の各分割区間の中心にとった選点 (x_k, y_l) において、次の連続条件の形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} w(x_k, y_l) = w^l(\bar{x}_k) \\ u(\bar{x}_k, y_l)_{z=0} = u^l(\bar{x}_k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 u^l は平面保持の仮定により、主桁の変形から定まる床版中央面での水平変位である。

式 (21) は合成面上にとったすべての選点で成立し、不静定力 q_{kl}, s_{kl} を定める連立方程式となる。

(6) 固有振動数と固有モード

前述のように、式 (14), (20), (21) は、不静定力 $p_r, m_r, p^*, q_{kl}, s_{kl}, X_{jl}$ を定める連立方程式を形成し、

円振動数 ω についての特性方程式を与えることになるが、本解析では、 ω を逐次変化させて行列式を零にする固有円振動数を追跡し、固有モードを求めた。

3. 固有振動モードの直交性

2. で述べた固有モードは無限に存在するが、それらを $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ とすると次の関係を得る。

$$D\varphi_f \left(\frac{\partial^4 \varphi_g}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi_g}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi_g}{\partial y^4} \right) - \rho h \omega_g^2 \varphi_f \varphi_g + \varphi_f \left(q_{ug} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{ug}}{\partial x} \right) = 0 \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 $f, g=1, 2, 3, \dots$

式 (22) と、またその f, g を入れ換えたものとの差をとり、床版 F の全面積 A にわたって積分すると次式を得る。

$$D \int_A \{ \varphi_f (4\Delta\varphi_g) - \varphi_g (4\Delta\varphi_f) \} dF + \int_A \left\{ \varphi_f \left(q_{ug} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{ug}}{\partial x} \right) - \varphi_g \left(q_{uf} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{uf}}{\partial x} \right) \right\} dF = \rho h (\omega_g^2 - \omega_f^2) \int_A \varphi_f \varphi_g dF \dots\dots\dots(23)$$

ただし、 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

式 (23) の左辺第 1 項は相反定理により零になる。さらに左辺第 2 項を桁組との合成条件を考慮して変形すると次のようになる。

$$\int_A \left\{ \varphi_f \left(q_{ug} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{ug}}{\partial x} \right) - \varphi_g \left(q_{uf} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{uf}}{\partial x} \right) \right\} dF = -(\omega_g^2 - \omega_f^2) \left\{ \sum_l \left(\rho_l A_l \int_0^a \varphi_f \varphi_g d\bar{x} \right)_l + \sum_j \left(\rho_j A_j \int_0^b \bar{\varphi}_f \bar{\varphi}_g dy \right)_j \right\} \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 $\rho_l A_l, \rho_j A_j$ はそれぞれ主桁および横桁の単位長さ当たりの質量、 $\bar{\varphi}$ は横桁のモード、 l, j はそれぞれ主桁および横桁の指標を表わす。

式 (24) を式 (23) に代入すると、

$$0 = (\omega_g^2 - \omega_f^2) \left\{ \rho h \int_A \varphi_f \varphi_g dA + \sum_l \left(\rho_l A_l \int_0^a \varphi_f \varphi_g d\bar{x} \right)_l + \sum_j \left(\rho_j A_j \int_0^b \bar{\varphi}_f \bar{\varphi}_g dy \right)_j \right\} \dots\dots\dots(25)$$

$$\text{となり、} \theta = \rho h \int_A \varphi_f \varphi_g dF + \sum_l \left(\rho_l A_l \int_0^a \varphi_f \varphi_g d\bar{x} \right)_l + \sum_j \left(\rho_j A_j \int_0^b \bar{\varphi}_f \bar{\varphi}_g dy \right)_j \dots\dots\dots(26)$$

とおけば、 $\omega_f \neq \omega_g$ のとき θ は零となり、 $f=g$ のときのみ零でない値をもつことになる。すなわち式 (25) は、床版と桁組との合成構造における φ_f, φ_g の直交性を示している。

ところで、固有モード φ_f の大きさは自由に決まるので、正規化した固有モードは次式より定まる。

$$\rho h \int_A \varphi_f^2 dF + \sum_l \left(\rho_l A_l \int_0^a \varphi_f^2 d\bar{x} \right)_l + \sum_j \left(\rho_j A_j \int_0^b \bar{\varphi}_f^2 dy \right)_j = 1 \dots\dots\dots(27)$$

4. 走行車両による床版の動的応答

(1) 床版の強制振動方程式とその解

曲げ振動の方程式は次のようになる。

$$D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + 2\eta \frac{\partial W}{\partial t} + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + Q_u + \frac{h}{2} \frac{\partial S_u}{\partial x} = p_0 \dots\dots\dots(28)$$

ここに、 Q_u, S_u は主桁と床版との合成面に作用する不静定力、 η は減衰率である。なお p_0 は走行荷重の強さを表わし、本解析では一定の強さの移動荷重として扱い、車両のばねの影響は考慮していない。

式 (25) において、固有モード $\varphi_f(x, y)$ の直交性を示した。したがって、式 (28) の解 $W(x, y, t)$ が式 (27) の正規化した φ_f で展開できるものとして、

$$W(x, y, t) = \sum_{f=1}^{\infty} \varphi_f(x, y) \xi_f(t) \dots\dots\dots(29)$$

のように置く。式 (29) を式 (28) に代入すると

$$\sum_{f=1}^{\infty} \left\{ D(\Delta\Delta\varphi_f) \xi_f + 2\eta\varphi_f \frac{\partial \xi_f}{\partial t} + \rho h \varphi_f \frac{\partial^2 \xi_f}{\partial t^2} \right\} + Q_u + \frac{h}{2} \frac{\partial S_u}{\partial x} = p_0 \dots\dots\dots(30)$$

となる。ここに、 φ_f は床版の固有モードであり、式 (3) の第 1 式より

$$D(\Delta\Delta\varphi_f) - \rho h \omega_f^2 \varphi_f = -q_{uf} - \frac{h}{2} \frac{\partial s_{uf}}{\partial x} \dots\dots\dots(31)$$

であるから、これを式 (30) に代入すると次のようになる。

$$\sum_{f=1}^{\infty} \left\{ \rho h \left(\omega_f^2 \xi_f + \frac{2\eta}{\rho h} \frac{d\xi_f}{dt} + \frac{d^2 \xi_f}{dt^2} \right) \varphi_f - \left(q_{uf} + \frac{h}{2} \frac{\partial s_{uf}}{\partial x} \right) \xi_f \right\} + Q_u + \frac{h}{2} \frac{\partial S_u}{\partial x} = p_0 \dots\dots\dots(32)$$

ここで、固有モードの直交性を利用するため、上式の両辺に φ_g を乗じ、床版 F の全面積にわたって積分する。また、 q_{uf}, s_{uf} には固有振動モードにおける桁組との合成条件を、 Q_u, S_u には式 (29) のたわみ式における桁組との合成条件を用いることにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_f \left(\omega_f^2 \xi_f + 2\bar{\eta} \frac{d\xi_f}{dt} + \frac{d^2 \xi_f}{dt^2} \right) \\ & \times \left\{ \rho h \int_A \varphi_f \varphi_g dF + \sum_l \left(\rho_l A_l \int_0^a \varphi_f \varphi_g d\bar{x} \right)_l \right. \\ & \left. + \sum_j \left(\rho_j A_j \int_0^b \bar{\varphi}_f \bar{\varphi}_g d\bar{y} \right)_j \right\} \\ & = \sum_g \int_A p_0(x, y, t) \varphi_g dF \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

上式は、式 (25) の固有モードの直交性、ならびに式 (27) の正規化した固有モードを用いることにより、次のような強制振動の運動方程式に書き換えられる。

$$\frac{d^2 \xi_f}{dt^2} + 2\bar{\eta} \frac{d\xi_f}{dt} + \omega_f^2 \xi_f = \int_A p_0 \varphi_f dF \dots (34)$$

ここに、 $\bar{\eta}$ は合成構造の減衰率である。なお、対数減衰率 δ との間には、 $\delta = 2\pi\bar{\eta}/(\omega_f^2 - \bar{\eta}^2)^{1/2}$ の関係がある。

式 (34) の解は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \xi_f = & \frac{e^{-\bar{\eta}t}}{\omega_f} \left[\sin \bar{\omega}_f t \left\{ e^{\bar{\omega}_f t} \cos \bar{\omega}_f t \left(\int_A p_0 \varphi_f dF \right) \right\} dt \right. \\ & \left. - \cos \bar{\omega}_f t \left\{ e^{\bar{\omega}_f t} \sin \bar{\omega}_f t \left(\int_A p_0 \varphi_f dF \right) \right\} dt \right] \\ & + e^{-\bar{\eta}t} (A_f \cos \bar{\omega}_f t + B_f \sin \bar{\omega}_f t) \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{\omega}_f = \omega_f \left(1 - \frac{\bar{\eta}^2}{\omega_f^2} \right)^{1/2}$ である。

式 (35) を式 (29) に代入することにより、強制振動のたわみ応答の解が得られる。また積分定数 A_f, B_f は応答解析の初期条件 (たわみ、たわみ速度) より定まる。

(2) 応答解析

固有振動モードは、前述の自由振動の解析でも示したように、数値的に与えられる。したがって式 (35) に含まれる積分 $\int_A p_0(x, y, t) \varphi_f dF$ は数値積分しなければならない。そのため本解析では、図-4 (b) に示す荷重 p_0 の載荷位置を含む近傍での解析点 (9点) から φ_f の関数を次の多項式で表わす。

$$\begin{aligned} \varphi_f = & a_{1f} + a_{2f}x + a_{3f}x^2 + a_{4f}y + a_{5f}y^2 \\ & + a_{6f}xy + a_{7f}x^2y + a_{8f}xy^2 + a_{9f}x^2y^2 \\ & \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

これより、

$$\begin{aligned} \int_A p_0 \varphi_f dF = & 2q_0 \left\{ 2D_{1f}c_0 + 2D_{2f}x_1c_0 \right. \\ & \left. + \frac{2}{3}D_{3f}c_0(3x_1^2 + c_0^2) \right\} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} D_{1f} = & a_{1f}d_0 + a_{4f}d_0y_0 + \frac{1}{3}a_{3f}d_0(3y_0^2 + d_0^2) \\ D_{2f} = & a_{2f}d_0 + a_{6f}d_0y_0 + \frac{1}{3}a_{5f}d_0(3y_0^2 + d_0^2) \\ D_{3f} = & a_{3f}d_0 + a_{7f}d_0y_0 + \frac{1}{3}a_{8f}d_0(3y_0^2 + d_0^2) \end{aligned}$$

図-4 (a) に示すように、輪荷重 (強さ; q_0 , 分布面積; $2c_0 \times 2d_0$) が橋軸方向に一定速度 v で移動する場合、荷重位置は $x_t = x_0 + vt$ で表わされ、走行荷重によるたわみ応答の式は次のようになる。

$$\begin{aligned} w(x, y, t) = & \sum_{f=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\omega_f^2} \sum_{i=1}^n 2q_{0i} \left\{ E_{1if} + E_{2if} \cdot \right. \right. \\ & \cdot \left(t - \frac{2\bar{\eta}}{\omega_f^2} \right) + E_{3if} \left(t^2 - \frac{2}{\omega_f^2} - \frac{4\bar{\eta}}{\omega_f^2} t + \frac{8\bar{\eta}^2}{\omega_f^4} \right) \left. \right\} \\ & \left. + e^{-\bar{\eta}t} (A_f \cos \bar{\omega}_f t + B_f \sin \bar{\omega}_f t) \right] \varphi_f \dots (38) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} E_{1if} = & \left(2D_{1f}c_0 + \frac{2}{3}D_{3f}c_0^3 + 2D_{2f}c_0x_0 \right. \\ & \left. + 2D_{3f}c_0x_0^2 \right)_i \\ E_{2if} = & 2(D_{2f}c_0 + 2D_{3f}c_0x_0)_i v \\ E_{3if} = & 2(D_{3f}c_0)_i v^2 \end{aligned}$$

i は n 個の荷重の指標である。

いま、初期条件として、 $t=0$ で $\xi_f(0), \dot{\xi}_f(0)$ が与えられるとき、積分定数 A_f, B_f は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A_f = & \xi_f(0) - \frac{1}{\omega_f^2} \sum_{i=1}^n 2q_{0i} \left\{ E_{1if} - \frac{2\bar{\eta}E_{2if}}{\omega_f^2} \right. \\ & \left. - \frac{2E_{3if}}{\omega_f^2} \left(1 - \frac{4\bar{\eta}^2}{\omega_f^2} \right) \right\} \\ B_f = & \frac{1}{\omega_f} \dot{\xi}_f(0) - \frac{1}{\omega_f \omega_f^2} \sum_{i=1}^n 2q_{0i} \\ & \left(E_{2if} - 4E_{3if} \frac{\bar{\eta}}{\omega_f^2} \right) + \frac{\bar{\eta}}{\omega_f} A_f \\ & \dots\dots\dots (39) \end{aligned} \right\}$$

実際の計算にあたっては、荷重の移動とともに式 (36) の係数 $a_1 \sim a_9$ が変化するため、微小時間間隔 (dt) に対応する初期値接続の方法をとる。すなわち、追跡段階 K の場合の積分定数は、式 (39) の $w_f(x, y, 0), \dot{w}_f(x, y, 0)$ を $w_f^{K-1}(x, y, dt), \dot{w}_f^{K-1}(x, y, dt)$ とし、 K 段階の dt 時間の解析を行うことになる。

5. 道路橋床版の自由振動

計算の対象とした橋梁は、① 支間 29.2 m の 4 主桁合成桁橋と、② 支間 23.9 m の PC・T 桁橋、および③ 支間 70.2 m の上路トラス橋である。

(1) 桁橋の自由振動

図-5 に 4 主桁単純合成桁橋の諸元を示す。死荷重

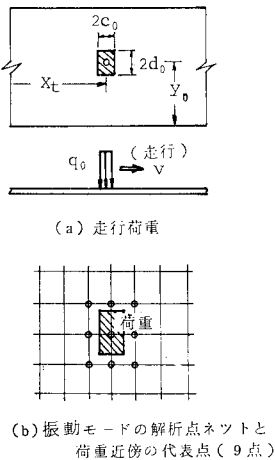


図-4 走行荷重と振動モードの解析点

図-5 に 4 主桁単純合成桁橋の諸元を示す。死荷重

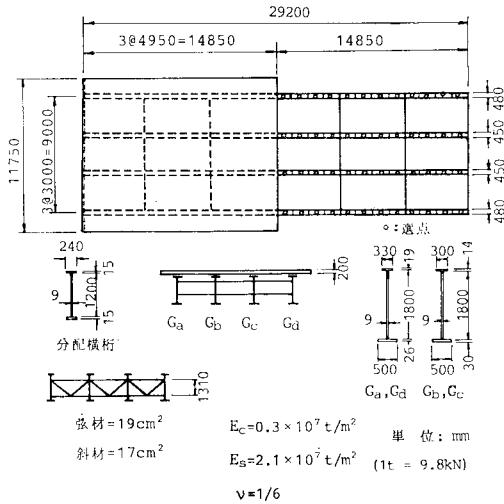


図-5 合成桁橋

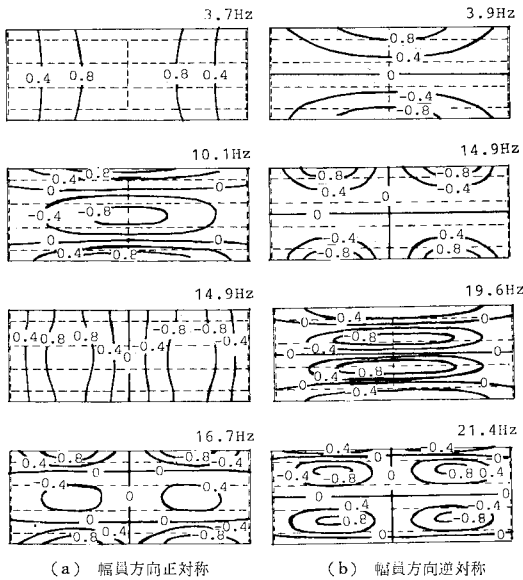


図-6 固有振動モード

は、床版部で 0.76 t/m^2 (7.4 kN/m^2)、主桁で 0.28 t/m (2.7 kN/m)、分配横桁で 0.14 t/m (1.4 kN/m)、中間対傾構で 0.06 t/m (0.6 kN/m) である。なお、下横構の重量に相当するものとして 0.08 t/m (0.8 kN/m) を主桁に加算した。次に中間対傾構の代わりに変形が等価な、置換ばり（換算した断面2次モーメントは 0.00135 m^4 である）を導入し、分配桁として扱った。また、本橋の場合、床版端部の沈下は無視し得るものと考え、単純支持として扱っている。図-6には、応答解析に用いた固有モードのうち、幅員方向3次、橋軸方向2次までを含む、8種類のモードを示してある。解析による基本振動数の値は 3.7 Hz であった。これに対し実測値は 3.9 Hz で、解析値より若干大きい、これは実験上の誤差のほ

か、実橋の場合、舗装、高欄、あるいは横構などによる剛性の影響も存在するためと思われる。いま、本橋のモデルとして簡単に単純ばりを考え固有振動数を求めてみると、 3.9 Hz となることから基本振動モードは、ほぼ、はりのものに対応することがわかる。しかし、はりの2次モードに対応する振動数 14.9 Hz のモードに至るまでに、床版ならびに横桁の分配作用によって、2つのモードが含まれ、後に述べる強制振動の場合には、これらの振動モードが合成されるために、応答は複雑になる。

次に、図-7にPC・T桁橋の諸元を示す。死荷重は、床版部で 0.76 t/m^2 (7.4 kN/m^2)、主桁で 0.84 t/m (8.2 kN/m)、横桁で 0.44 t/m (4.3 kN/m) である。本橋の場合も、床版端部の沈下を無視し得るものと考え、単純支持として扱っている。図-8には、応答解析に用いた固有モードのうち、橋軸方向2次までを含む8種類のモードを示してある。基本振動数の解析値は 3.5 Hz であ

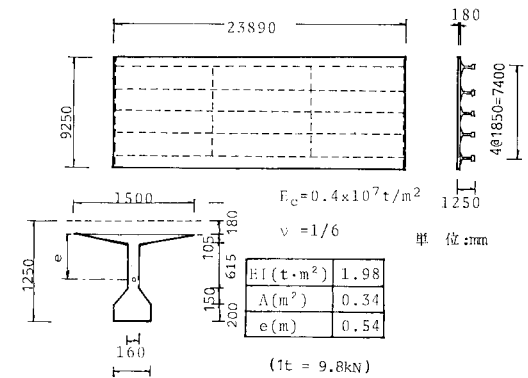


図-7 PC・T桁橋

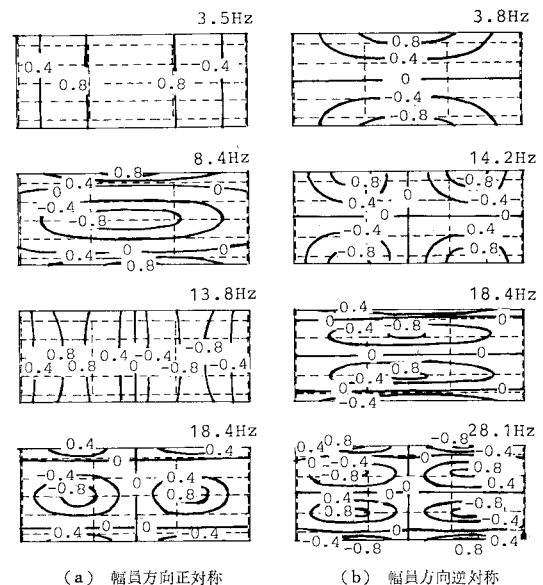


図-8 固有振動モード

った。これに対し実測値は 4.5 Hz であるが、前述の合成桁橋の場合と同様な理由による差異と思われる。

(2) 上路トラス橋の自由振動

低周波空気振動の発生が初めて報告された道路橋は、上路トラス橋であり、車両が伸縮継手を通る際に低周波音を放射していることが実測されている。ここで扱った事例では、横桁は床版に非接触の構造となっており、図-9 に示すように、橋の端部を車両が通過する際、荷重は縦桁から端対傾構に伝達され、端対傾構は鉛直ばねのような構造となると考えられる。そこで、トラス主構部の垂直材を、図-10 に示す鉛直ばねを含む構造にモデル化し、さらに伸縮継手の沈下を考慮し、曲げに対して自由な条件を作り出すために、床版には図-12 に示すような、解析上の補助領域を設けている。前述のように、本解析は、いわゆる積分法によるものであるから、解法の性格上、補助領域の長さは、継手の沈下を生ずる高次モードに対して、十分境界条件を満足するように定められねばならない。試算の結果、ここでは、その長さを 3 m とした。なお、主構は等価な剛性（伸び剛性、曲げ剛性、せん断剛性）をもつはりに置換している。図-11 は、置換ばりの剛性を定める手段を示したもので、ここで δ_1 、 δ_2 は、それぞれ弦材、および斜材の軸変形に起因する

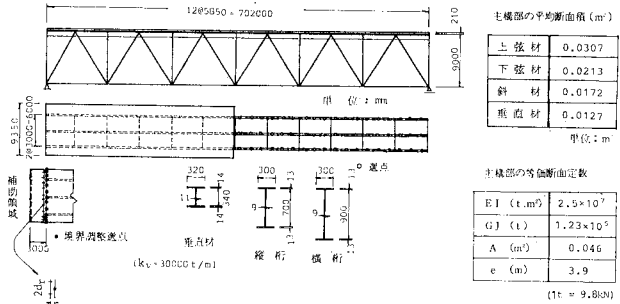


図-12 上路トラス橋

変位量であり、それらは置換ばりにおける曲げ変形、ならびにせん断変形と考えることができる。したがって、等価なはりの曲げ剛性 (EI)、ならびにせん断剛性 (GJ) は、それぞれ $Pl^3/48\delta_1$ 、および $Pl/4\delta_2$ のように与えられる。さらに、 δ_3 は垂直材の軸変形に起因するもので、前述のように鉛直ばねで置換している。すなわち床版と合成される上弦材の変形は、置換ばりによる変形に、図-10 のモデルによる局所変形を加算して近似することができる。解析の対象とした上路トラス橋の諸元は、図-12 に示すとおりであり、死荷重は床版部で 0.90 t/m² (8.8 kN/m²)、主構で 0.73 t/m (7.1 kN/m)、縦桁で 0.11 t/m (1.1 kN/m)、中間横桁で 0.13 t/m (1.2 kN/m) である。また、横構および中間対傾構の重量に相当するものとして、0.40 t/m (3.9 kN/m) を主構重量に加算した。ところで、本橋の場合、主構部では δ_1 に対する δ_2 の比率が、ほぼ 0.5 となるのでせん断変形を無視できない。また、振動問題では、高次モードになるに従って、ノード間の距離が短くなり、せん断変形の影響がさらに大きくなると考えられる。図-13 は、主構部の自由振動の直接の解析結果と、主構部を置換ばりとして扱った場合のそれを比較したものであるが、置換ばりでも、せん断変形を考慮すれば実用上十分な精度で評価し得るようである。図-14 に応答解析に用いた、25 次までの固有振動モードを示す。なお、解析では、車両が幅員中央を走

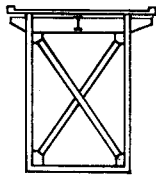


図-9 端対傾構

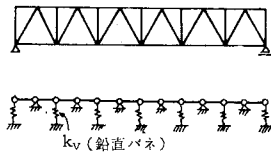


図-10 垂直材のモデル化

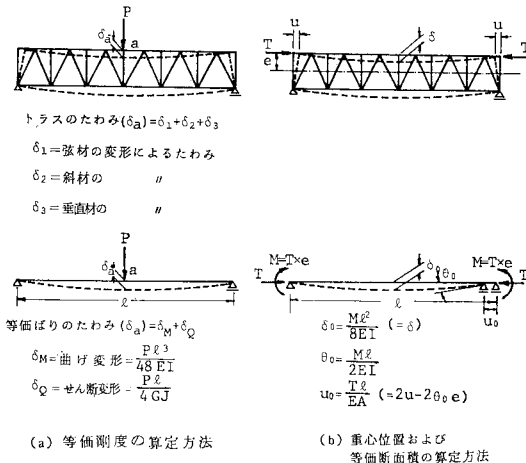


図-11 置換ばりの算定方法

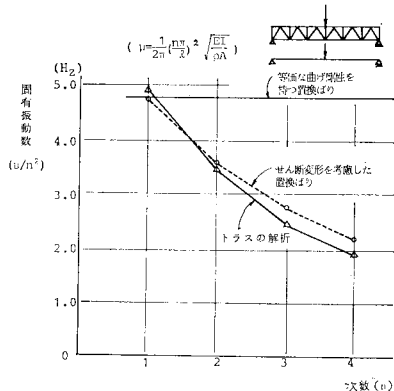


図-13 主構の固有振動数

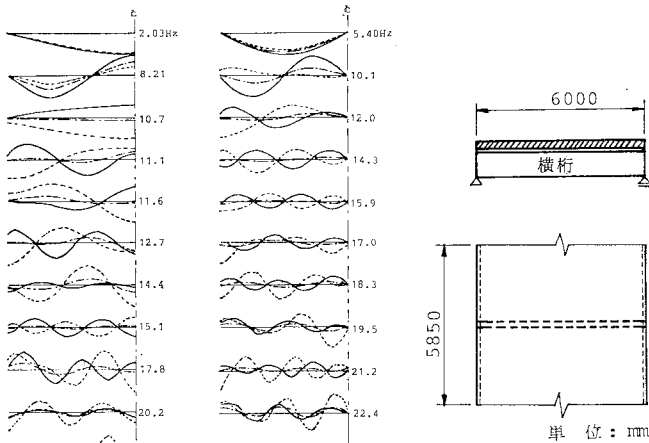


図-14 固有振動モード
(a) 橋軸方向正対称 (b) 橋軸方向逆対称

図-14 固有振動モード

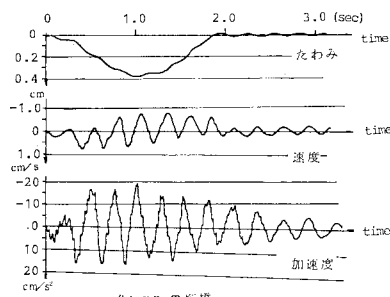
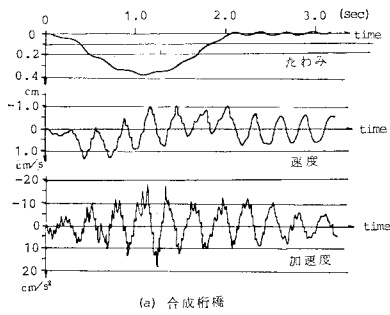


図-17 桁橋の応答波形

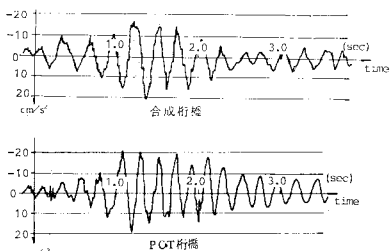


図-18 加速度波形の実測結果

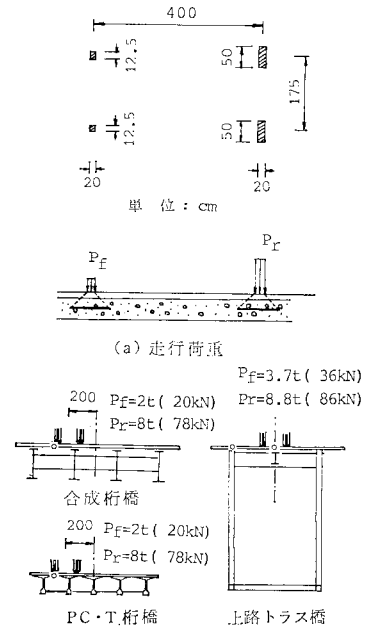


図-15

(a) 走行荷重

(b) 車両走行位置と着目点
合成桁橋 $P_F=2t(20kN)$, $P_R=8t(78kN)$
PC-T桁橋 $P_F=3.7t(36kN)$, $P_R=8.8t(86kN)$

図-16 車両走行荷重

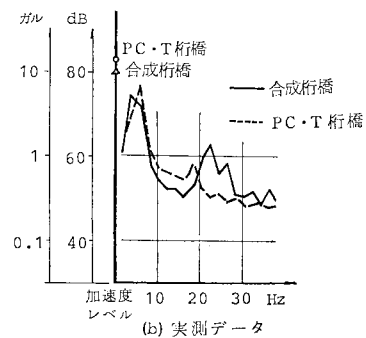
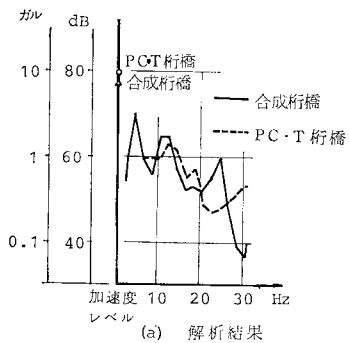


図-19 周波数分析結果

行する場合を扱ったので、解析上必要な振動モードは、幅員方向に正対称なモードのみである。基本振動数の解析値は 2.0Hz であった。これに対し、実測値は 2.5Hz で、解析値より若干大きい、(1) に示した桁橋の場合

と同様な理由によるものと思われる。また、10 Hz 程度までのモードは、床版端部が単純支持の状態に近いが、それ以上の次数のモードには、床版端部の沈下が現われ、幅員方向のモードは、主構部が節となるような形になる。参考のために、図-15 に示すような、横桁と床版の重ねばりについて、基本固有振動数を求めてみると約 15 Hz となり、端部の沈下が現われる振動数に対応している。

6. 道路橋床版の動的応答

図-16 に、輪荷重の大きさと、それぞれの橋梁における走行位置、および応答解析の着目点を示した。なお、走行速度は 50 km/h である。

加速度レベルは、

$$L = 20 \log_{10} \frac{G}{10^{-5}} \dots\dots\dots(40)$$

で表わし、 10^{-5} m/s^2 (10^{-3} ガル) を基準にした。ここに、 G は加速度の実効値 (m/s^2)、 $L(\text{dB})$ は加速度レベ

ルである。なお、応答波形の周波数分析には、波形 $f(t)$ を、区間 T の周期関数とする、次の展開式を用いた。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(n\omega\bar{t} - \theta_n) \dots\dots\dots(41)$$

ここに、

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

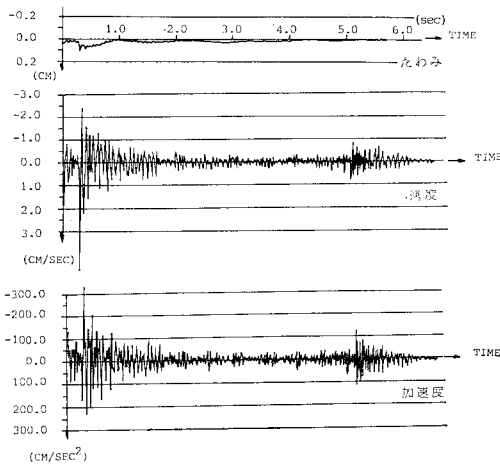
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\bar{t}) \cos n\omega\bar{t} d\bar{t}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\bar{t}) \sin n\omega\bar{t} d\bar{t}$$

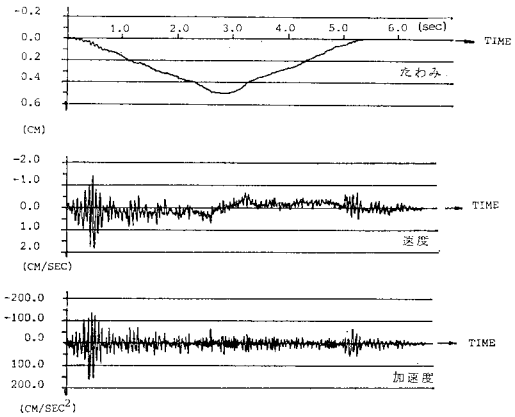
また、 $\bar{t} = t - t_1$ (t_1 は分析区間の中心時刻) であり、式 (41) の n 番目の波形は、周期が T/n 、振幅が $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ となる。

(1) 桁橋の強制振動

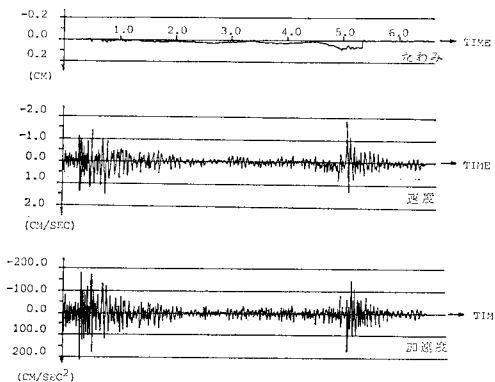
合成桁橋、および PC・T 桁橋のスパン中央の応答波形を、図-17 に示す。対数減衰率は、実測値を参考にして 0.05 とした。なお、式 (36) の係数を定めるため



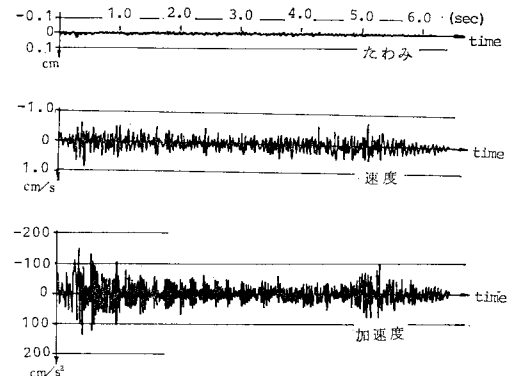
(a) 伸縮継手 (A点) (進入側)



(b) 支間中央 (B点)



(c) 伸縮継手 (C点) (離脱側)



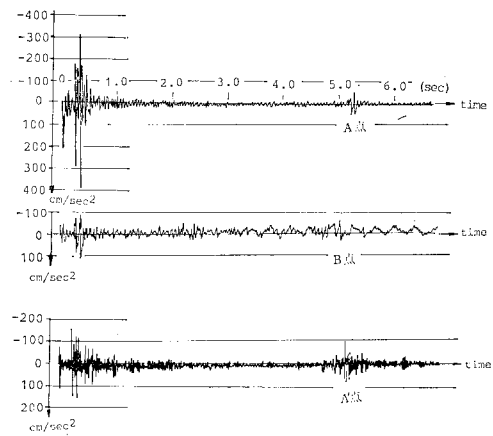
(d) 主構上伸縮継手 (A'点) (進入側)

図-20 応答波形

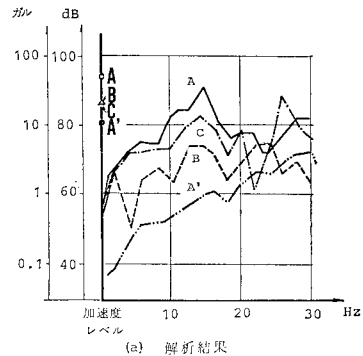
に必要な、振動モードの解析点を橋軸方向に 24 点とり、**図-4(b)** に示すネットの幅員方向の間隔は 0.875 m とした。また、応答追跡の微小時間間隔は 0.0025 秒である。**図-18** は、加速度波形の実測結果、**図-19** は、周波数分析結果である。なお、これらの波形は前輪が進入したときからのものである。各橋梁とも、基本周波数が卓越し、実測データの分析からも、高次モードの影響は小さく、合成桁橋よりも PC・T 桁橋の方がより小さい。なお、周波数分析のサンプリング区間は、後輪が支間中央を通過する前後にとった 0.5 秒間としており、これは 2.0 Hz 以上のモードを分析できる間隔である（本橋の場合、基本振動数は 3.5, 3.7 Hz である）。解析の結果、加速度レベルは 80 dB 前後と思われる。

(2) 上路トラス橋の強制振動

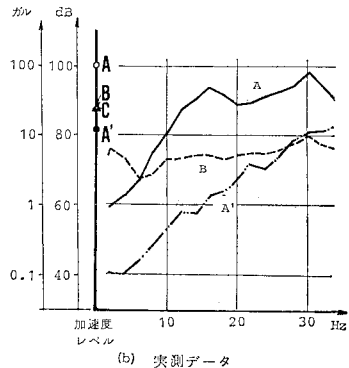
前輪が進入したときからの、床版振動の応答波形を **図-20** に示す。対数減衰率は、実測値を参考にして 0.1 とした。なお、振動モードの解析点は、橋軸方向に 36 点とり、幅員方向には、ネット間隔を桁橋の場合と同様とした。また、微小時間間隔は 0.005 秒である。車両が伸縮継手を通過する際、たわみは 1 mm 程度であるが、速度、加速度についてみると、前輪、後輪の進入による衝撃的な大きい振動が発生し、やがて減衰する。この振動は、橋軸方向に伝播していき、車両が反対側の端部に進むにつれて減少する傾向がみられる。また、車両が離脱する際にも、進入時よりは小さいが衝撃的な波形が発生し、反対方向に伝播している。なお、主構上の応答波形は、床版中央のものより、振幅は小さいが、橋軸方向の波形の伝播には同様の傾向がみられる。**図-21** に、前輪進入時からの加速度波形の実測結果を示した。実測波形も、解析結果と同様な傾向を示すが、高次モードの減衰は大きいようである。次に、床版の振動加速度の周波数分析結果を示すと **図-22** のとおりである。なお、サンプリングの区間は、車両の進入、および離脱時には、それぞれ後輪が進入してから 0.5 秒間と、後輪が出る前の 0.5 秒間であり、また、支間中走行時は、支間中央の着目点を後輪が通過する前後にとった 0.5 秒間である。これは、2.0 Hz 以上のモードを分析できる間隔である（本橋の場合、基本振動数は 2.03 Hz である）。解析結果では、進入時、および離脱時の加速度レベルは、それぞれ 95 dB と 87 dB となり、卓越周波数は 15~25 Hz である。また、支間中央走行時の支間中央での加速度レベルは、87 dB で、卓越周波数は、基本振動数の 2 Hz、および 15~25 Hz である。一方、実測データでは、進入時、および離脱時の加速度レベルは、それぞれ 100 dB と 88 dB で、15 Hz, 30 Hz の周波数が卓越する。また、支間中央走行時のレベルは 87 dB



A : 進入側伸縮継手 (幅員中央)
 A' : " (主構上)
 B : 支間中央 (幅員中央)
図-21 加速度波形の実測結果



(a) 解析結果



(b) 実測データ

A : 進入側伸縮継手 (幅員中央)
 A' : " (主構上)
 B : 支間中央 (幅員中央)
 C : 離脱側伸縮継手 (幅員中央)

図-22 周波数分析結果

で、卓越周波数は 2.5 Hz, 30 Hz である。次に、主構上の伸縮継手での振動レベルは、幅員中央の点より、解析結果で約 15 dB、実測結果で約 20 dB 減少しており、床版の曲げ振動が発生していることがわかる。

以上のように、合成桁橋, PC・T 桁橋, 上路トラス橋

のそれぞれについて、特に、低周波域 (30 Hz 以下) におけるスラブの振動性状を実測値と比較したが、本解析値は定性的かつ定量的に、ほぼ妥当な結果であると思われる。

7. ま と め

本研究で得られたおもな結論を以下に示す。

(1) 検討の対象とした橋梁の基本固有振動数の解析

表—2 基本固有振動数

橋 梁	支 間 (m)	振 動 数 (Hz)
合 成 桁	29.2	3.7 (3.9)
PC・T 桁	23.9	3.5 (4.5)
上路トラス	70.2	2.0 (2.5)

() 内は実測値

値ならびに実測値をまとめると表—2のとおりである。解析値は支間 25~30 m の桁橋では約 3.5 Hz, 支間 70 m の上路トラス橋では 2.0 Hz となり、実測値より若干

低い値となった。

(2) 振動加速度レベルをまとめると表—3のとおりである。加速度レベルの解析値は、実測値とほぼ一致しており、大型車両の走行による加速度レベルは、支間 25~30 m の桁橋では 80 dB 程度と思われる。一方、支間 70 m の上路トラス橋では 90 dB 前後となり、特に伸縮継手に車両が進入したときに大きくなり、反対側の端部に進むに従って減少する傾向がみられる。

表—3 振動加速度レベル (dB)

橋 梁	支間中央走行時 ($L/2$)	伸 縮 継 手 通 過 時	
		進 入 時 (o)	離 脱 時 (L)
合 成 桁	77.3 (79.5)	—	—
PC・T 桁	79.6 (82.5)	—	—
上路トラス	86.7 (87.4)	94.6 (99.5)	87.2 (88.0)

() 内は実測値, L は支間長

(3) 単純支持形式として扱った桁橋の応答波形は表—2 の基本振動モードが卓越する。一方、上路トラス橋では、支間中央走行時には 2 Hz の基本振動モードのほかに、15~25 Hz が卓越し、また車両が伸縮継手を通過する際には 15~25 Hz が卓越する。上路トラス橋の実測データの周波数分析の結果では、支間中央走行時には 2.5 Hz, 30 Hz のものが卓越し継手の通過時には 15 Hz, 30 Hz であった。

(4) 本文で扱った上路トラス橋では車両が伸縮継手を通過すると、衝撃的な波形が現われ、これが橋軸方向に伝播している。したがって、このような橋梁の振動に伴う空気振動が橋梁全体から放射される結果になると考えられる。

(5) 上路トラス橋の橋軸直角方向の振動についてみると、車両が伸縮継手を通過するとき、幅員の中央で加速度レベルが高く、主構上で低くなることから、床版の

曲げ振動が発生していることがわかる。したがって音響制御上の対策として、継手部分の横桁の補強が考えられる。また継手より誘発される振動が、伝播によって橋梁全体から放射されると考えられることから、継手部のみならず、中間部での横桁の補強も必要ではないかと思われるが、これらについては、今後の検討課題としたい。

本研究は、走行車両による道路橋床版の振動特性を、最近、環境問題の 1 つとしてクローズアップされている低周波域に着目し、特に音響制御的な観点に立って、探究したものである。従来、走行車両による橋梁床版の振動の研究のほとんどのものが、主として強度的な観点に立っており、本研究のように音響制御的な観点に立ったものは数少ない。土木における音響制御の分野の問題は、建築などの分野と異なり、やはり土木固有の構造物にかかわる問題であり、今後さらに検討されるべき課題であるといえる。橋梁床版の低周波域の振動に関しては、まだ不明の点もあり、本研究では、実測値のある事例についての解析を行ってその妥当性を確かめたもので、本文に示した成果は、この分野における 1 つの基礎的なデータとして寄与し得ると考えている。

参 考 文 献

- 1) 成岡昌夫・平井一男：走行荷重による矩形板の振動に関する一研究，土木学会論文集，第 32 号，pp. 40~42, 1956.
- 2) 平井一男：移動荷重をうける相対 2 辺単純支持，他の 2 辺自由なる直交異方性板の振動性状について，土木学会論文集，第 92 号，pp. 1~8, 1963.
- 3) Sundara Raja Iyengar, K.T. and K.S. Jagadish: The response of beam and slab bridge to moving forces, Publ. of IABSE, Vol. 28, No. 2, pp. 69~86, 1968.
- 4) Sundara Raja Iyengar, K.T. and K.S. Jagadish: Dynamic response of highway bridge to moving loads, Publ. of IABSE, Vol. 30, No. 2, pp. 57~76, 1970.
- 5) Yoshida, D.M. and J.R. William Weaver: Finite-element analysis of beams and plates with moving loads, Publ. of IABSE, Vol. 31, No. 1, pp. 179~195, 1971.
- 6) Srinivasan, R.S. and K. Munaswamy: Dynamic response of skew bridge decks, Earthquake Eng. Struct. Dynamics, Vol. 6, pp. 139~156, 1978.
- 7) Hutton, S.G. and Y.K. Cheung: Dynamic response of single span highway bridges, Earthquake Eng. Struct. Dynamic, Vol. 7, pp. 543~553, 1979.
- 8) 能町純雄・角田与史雄・大島俊之：橋梁の走行荷重による低周波空気振動発振評価の一手法，第 13 回日本道路学会論文集，pp. 51~52, 1979.
- 9) Nomachi, S., T. Obshima, Y. Kakuta and N. Kishi: On infrasound evaluation radiating from freeway bridge generated by a travelling load, Inter-noise 80, Miami, Florida, U.S.A., pp. 527~530, 1980.
- 10) Kaneyasu, K., Y. Adachi, M. Koyasu and S. Shimizu: Investigations on the radiation of low frequency sound from highway bridge, Inter-noise 81, Amsterdam, Holland, pp. 321~324, 1981.
- 11) 岡村宏一・進藤泰男：板と骨組の合成構造の振動の立体的解析，関西支部年次学術講演会概要，p. I-27, 1971.
- 12) 岡村宏一・吉田公憲・島田 功・進藤泰男：構造物の一つの弾性立体的解析法とその系統的応用，土木学会論文報告集，No. 190, pp. 61~74, 1971.