

公共埠頭における混雑費用の計測

MEASUREMENT OF CONGESTION COST IN PUBLIC WHARF

則 武 通 彦*

By Michihiko NORITAKE

1. はじめに

自動車、鉄道、船舶、航空機などの各種輸送手段が生成する交通量の増大に比べて、それら各種輸送手段が利用する道路、鉄道施設、港湾、空港などの輸送基盤施設の供給量が相対的に不足すれば、そこに混雑現象が発生する。しかも、この種の混雑現象は国民経済に対して外部不経済を必然的にもたらすので、その減少、除去は今日きわめて重要な問題となってきている。しかし、そのような混雑に起因した外部不経済の定量化は、道路¹⁾など一部の分野を除いてはほとんどなされていない。よって、本研究では、一般雑貨を取り扱う公共埠頭において発生する混雑に起因した外部不経済すなわち混雑費用の計測方法について考察する。

2. 港湾における船舶の動態分析モデルと混雑発生メカニズム

いま、港湾における船舶の動態を記述するために、次の記号を定義する。

λ : 船舶の平均到着率 (隻/日)

μ : 船舶の平均サービス率 (隻/日)

S : 埠頭のバース数

\bar{t}_S : バース数が S のときの船舶の平均在港時間 (日/隻)

$\bar{t}_{b,S}$: バース数が S のときの船舶の平均サービス時間 ($=\mu^{-1}$, 日/隻)

$\bar{t}_{w,S}$: バース数が S のときの船舶の平均バース待ち時間 (日/隻)

ここに、

$$\bar{t}_S = \bar{t}_{b,S} + \bar{t}_{w,S} \dots\dots\dots (1)$$

である²⁾。そして、従来の多数の研究により、港湾にお

ける船舶の動態を分析するためには、 $M/M/S(\infty)$ および $M/E_k/S(\infty)$ のタイプの待ち行列理論モデルが最も適切であることが明らかにされている。よって、港内で発生する船舶の混雑現象を時間的に把握するための指標として、上記の各モデルの定常状態に対して得られている船舶の平均在港時間 \bar{t}_S を用いることにすれば、それは次のように示される。

$$\bar{t}_S = \frac{1}{\mu} + \left\{ \frac{1 + (1/k)}{2} \right\} \left[\frac{a^S}{\mu(S-1)!(S-a)^2} \cdot \left\{ \sum_{n=0}^{S-1} \frac{a^n}{n!} + \frac{a^S}{(S-1)!(S-a)} \right\}^{-1} \right] \dots\dots (2)$$

ここに、

a : トラフィック密度 (traffic intensity, $=\lambda/\mu$)

k : 船舶のサービス時間分布のアーラン次数

である。上式 (2) は、 $M/G/S(\infty)$ モデルにおける船舶の平均待ち時間を $M/M/S(\infty)$ モデルにおけるそれと関係づけた近似式のうちで最も代表的な Lee-Longton の公式³⁾を用いて、 $M/E_k/S(\infty)$ モデルにおける \bar{t}_S を求めたものであり³⁾、特に $k=1$ のときには $M/M/S(\infty)$ モデルの理論解に一致する。なお、式 (2) においては、

$$a/S < 1 \dots\dots\dots (3)$$

の平衡条件が成立している必要がある。

上記の式 (2) より明らかなように、港湾に入港する船舶によって引き起こされる混雑の程度は、 λ , μ , k および S の相対的な大きさに依存する。

ところで、公共埠頭は公共使用の原則によって各港独立に運営されているので、個々の港湾に対する船舶の到着率は季節的、時間的に変動しやすい。それに反して、各港湾の埠頭施設はひとたび建設されると、それら施設に対する船舶の到着状況が変化しても、それに応じてただちに施設規模を調整することはできない。また、各バースでの貨物荷役率も、設置される荷役機械の種類や数によってほぼ定まっている。よって、本研究では、対象港湾における公共埠頭のバース数 S 、バースでの平均サービス率 μ およびサービス時間分布のアーラン次数 k

* 正会員 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科

の値は与えられており、港湾における混雑の程度は船舶到着率 λ の相対的な大きさのみによって影響を受けるものとする。

3. 港湾における費用構成と混雑費用

一般に、港湾で費やされる費用はバース関係費用と船舶関係費用から構成され、それらはそれぞれ以下のように表わされる²⁾。

① バース関係費用

いま、

C_S^b : バース数が S のときのバース関係総費用 (円/日)

c_b : 1バース・1日当たりの費用 (円/日・バース)

とすると、

$$C_S^b = c_b S \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。さらに、

AC_S^b : バース数が S のときの入港船舶1隻当たりバース関係平均費用 (円/隻)

とすれば、次式が成立する。

$$AC_S^b = C_S^b / \lambda = c_b S / \lambda \quad \dots\dots\dots (5)$$

② 船舶関係費用

いま、

C_S^s : バース数が S のときの船舶関係総費用 (円/日)

c_s : 船舶1隻当たりの費用 (円/日・隻)

とすると、

$$C_S^s = c_s \bar{n}_S \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに、

\bar{n}_S : バース数が S のときの平均在港隻数

である。よって、Little の公式を用いれば、式 (6) は

$$C_S^s = c_s \lambda \bar{i}_S \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。また、

AC_S^s : バース数が S のときの入港船舶1隻当たり船舶関係平均費用 (円/隻)

とすれば、式 (7) より

$$AC_S^s = C_S^s / \lambda = c_s \bar{i}_S \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。さらに、

MC_S^s : バース数が S のときの入港船舶の船舶関係限界費用 (円/隻)

とすると、 MC_S^s は、船舶平均到着率 λ に関する船舶関係総費用 C_S^s の1次導関数である。よって、式 (8) より

$$\begin{aligned} MC_S^s &= dC_S^s / d\lambda = d(\lambda \cdot AC_S^s) / d\lambda \\ &= AC_S^s \{1 + (\lambda / AC_S^s) (dAC_S^s / d\lambda)\} \\ &= AC_S^s \{1 + e(\lambda)\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

となる。ここに、

$e(\lambda)$: 船舶関係平均費用の弾力性 (elasticity)

である。あるいは上式 (9) に式 (8) を代入すると

$$MC_S^s = c_s \bar{i}_S + c_s \lambda (d\bar{i}_S / d\lambda) \quad \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。式 (9) あるいは (10) における右辺の第1項は、港湾に入港する各船舶によって認められる在港船費の平均的な大きさを表わしているが、第2項は、限界的な船舶が入港することによって在港する他のすべての船舶に及ぼす外部不経済の大きさを示している。本研究では、この外部不経済を混雑費用 (congestion cost) とよぶ。

以上のことから、いま

C_S^T : バース数が S のときの港湾総費用 (円/日)

とすれば、式 (4) および (7) より

$$C_S^T = C_S^b + C_S^s = c_b S + c_s \lambda \bar{i}_S \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。また、

AC_S^T : バース数が S のときの入港船舶1隻当たり港湾平均総費用 (円/隻)

とすれば、上式 (11) より

$$\begin{aligned} AC_S^T &= C_S^T / \lambda = AC_S^b + AC_S^s \\ &= c_b S / \lambda + c_s \bar{i}_S \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

が得られる。さらに、

MC_S^T : バース数が S のときの入港船舶の港湾限界総費用 (円/隻)

とすれば、式 (11) より

$$MC_S^T = dC_S^T / d\lambda = c_s \bar{i}_S + c_s \lambda (d\bar{i}_S / d\lambda) \quad \dots (13)$$

となる。すなわち、港湾限界総費用 MC_S^T は船舶関係限界費用 MC_S^s に等しい。その理由は、バース関係総費用 C_S^b は固定費用であるからである。

4. 待ち行列理論モデルによる 港湾限界総費用の計測

港湾で発生する混雑費用を求める際、港湾限界総費用の算出が難しい。よって、本章では、2. で述べられた待ち行列理論モデルを用いて港湾限界総費用を計測する方法について考察する。

(1) 理論的計算法

港湾限界総費用 MC_S^T に関する一般式は、式 (13) によって与えられている。そして、式 (13) の右辺第2項の微分項に含まれる \bar{i}_S は、式 (2) においてトラフィック密度 a の関数として与えられており、さらに a は λ の関数である。よって、その微分項は、合成関数の微分法により

$$\begin{aligned} d\bar{i}_S / d\lambda &= (d\bar{i}_S / da) (da / d\lambda) \\ &= (d\bar{i}_S / da) \mu^{-1} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。式 (2) より明らかなように、上式 (14) における微分項 $(d\bar{i}_S / da)$ の一般形をすべてのバース数 S

に関して解析的に得ることは困難である。よって、一例として、 $M/M/3(\infty)$ モデルの場合についてのみ解析解を記しておく。

$$MC_3^T = c_s \left\{ \frac{1}{\mu} + \frac{1+(1/k)}{2} \cdot \frac{a^3}{\mu(3-a)(a^2+4a+6)} \right\} + c_s \left\{ \frac{1+(1/k)}{2} \cdot \frac{a^3(54+12a-a^2)}{\mu(3-a)^2(a^2+4a+6)^2} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

(2) 近似計算法

パース数が多くなると、微分演算が困難になってくる。そのため、ここでは数値微分を使って港湾限界総費用を得る方法について検討する。

a) 数値微分の方法

いま、船舶の平均到着率の m 個の値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ に対する船舶の平均在港時間の値を $\bar{t}_{S1}, \bar{t}_{S2}, \dots, \bar{t}_{Sm}$ とする。さらに、微分係数を求める点 λ は $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ の最小値と最大値の間の値とする。そのとき、関数 $\bar{t}_S = f(\lambda)$ を Lagrange の補間近似公式によって表わすと

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^m \bar{t}_{Si} \frac{\pi_i(\lambda)}{\pi_i(\lambda_i)} \dots\dots\dots (16)$$

となる⁴⁾。ここに、

$$\pi_i(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{i-1})(\lambda - \lambda_{i+1}) \dots (\lambda - \lambda_m) \dots\dots\dots (17)$$

である。したがって、点 λ における微分係数は

$$\frac{d\bar{t}_S}{d\lambda} = \frac{df(\lambda)}{d\lambda} = \sum_{i=1}^m \left[\bar{t}_{Si} \left\{ \frac{\pi_i(\lambda)}{\pi_i(\lambda_i)} \right\}' \right] \dots\dots\dots (18)$$

となる。

b) 計算精度

上式 (18) を用いて微分係数 ($d\bar{t}_S/d\lambda$) の値を計算する場合、計算精度に影響を及ぼすのは、インプット情報としての関数値を与えるために使用する独立変数値 λ_i の刻み間 $\Delta\lambda$ と使用する点の数 m とである。よって、本研究では、(1) の方法で港湾限界総費用の理論値が計算されている $M/M/2(\infty)$ および $M/M/3(\infty)$ モデルのケースに対する結果を使用して、最も精度のよい $\Delta\lambda$ と m の値を決定する。なお、その計算においては、 $c_b = 600$ (ドル/日)、 $c_s = 2400$ (ドル/日) および $\mu = 0.5$ (隻/日) という値が設定される。

表-1 は、 $M/M/2(\infty)$ モデルにおいて刻み間 $\Delta\lambda = 0.005$ (隻/日)、刻み点数 $m=7, 9, 11$ としたときに式 (18) から計算される微分係数の値を使って得た港湾限界総費用 MC_2^T の近似値を、理論値と比較して示したものである。表-1 より、数値微分の計算精度は $m=9$ の場合に最もよいことがわかる。

表-2 は、同じく $M/M/2(\infty)$ モデルにおいて $m=9$ に設定し、一方 $\Delta\lambda$ をそれぞれ 0.010, 0.005, 0.0025

表-1 港湾限界総費用の理論値と近似値 ($M/M/2(\infty)$ モデル, $\mu=0.5$ (隻/日), $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日))

船舶の平均到着率 λ (隻/日)	理論値	近似値		
		$m=7$	$m=9$	$m=11$
0	0.4800	0.4800	0.4800	0.4800
0.25	0.5803	0.5803	0.5803	0.5802
0.50	1.067	1.067	1.067	1.067
0.75	3.918	3.918	3.918	3.918
0.95	96.062	96.065	96.061	96.060

(単位: $\times 10^4$ ドル)

表-2 港湾限界総費用の理論値と近似値 ($M/M/2(\infty)$ モデル, $\mu=0.5$ (隻/日), $m=9$)

船舶の平均到着率 λ (隻/日)	理論値	近似値		
		$\Delta\lambda=0.010$	$\Delta\lambda=0.005$	$\Delta\lambda=0.0025$
0	0.4800	0.4800	0.4800	0.4801
0.25	0.5803	0.5803	0.5803	0.5802
0.50	1.067	1.067	1.067	1.067
0.75	3.918	3.918	3.918	3.918
0.95	96.062	95.301	96.061	96.059

(単位: $\times 10^4$ ドル)

表-3 港湾限界総費用の理論値と近似値 ($M/M/3(\infty)$ モデル, $\mu=0.5$ (隻/日), $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日))

船舶の平均到着率 λ (隻/日)	理論値	近似値		
		$m=5$	$m=7$	$m=9$
0	0.4800	0.4800	0.4800	0.4800
0.25	0.4913	0.4914	0.4914	0.4914
0.50	0.5663	0.5663	0.5664	0.5663
0.75	0.8031	0.8030	0.8031	0.8030
1.00	1.570	1.570	1.570	1.570
1.25	5.866	5.866	5.866	5.865
1.45	144.09	144.02	144.09	144.08

(単位: $\times 10^4$ ドル)

表-4 港湾限界総費用の理論値と近似値 ($M/M/3(\infty)$ モデル, $\mu=0.5$ (隻/日), $m=7$)

船舶の平均到着率 λ (隻/日)	理論値	近似値		
		$\Delta\lambda=0.010$	$\Delta\lambda=0.005$	$\Delta\lambda=0.0025$
0	0.4800	0.4800	0.4800	0.4800
0.25	0.4913	0.4913	0.4914	0.4914
0.50	0.5663	0.5663	0.5664	0.5663
0.75	0.8031	0.8031	0.8031	0.8033
1.00	1.570	1.570	1.570	1.571
1.25	5.866	5.866	5.866	5.866
1.45	144.09	144.73	144.09	144.09

(単位: $\times 10^4$ ドル)

(隻/日) としたときに得られた MC_2^T の値を示したものである。表-2 によると、 MC_2^T の近似値は船舶の平均到着率 $\lambda=0.95$ (隻/日)、 $\Delta\lambda=0.010$ (隻/日) のとき理論値との間に 0.8% 足らずの誤差を生ずるが、それ以外のところでは理論値と非常によい一致を示している。よって、 $M/M/2(\infty)$ モデルに対しては、 $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日)、 $m=9$ 程度で港湾限界総費用の良好な近似値が得られることがわかる。

そのような港湾限界総費用の理論値と近似値との間の

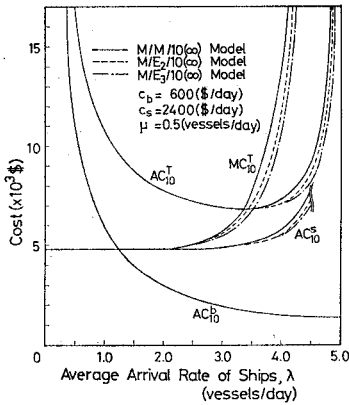


図-1 10 バースの場合の費用曲線

比較計算結果は、 $M/M/3(\infty)$ モデルの場合に対しても表-3, 4 に示されている。表-3 においては刻み間隔 $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日) に設定され、刻み点の数 $m=5, 7, 9$ がそれぞれ選ばれている。また、表-4 では $m=7$ に設定され、 $\Delta\lambda=0.010, 0.005, 0.0025$ (隻/日) の3レベルが検討されている。これらの表より、 $M/M/3(\infty)$ モデルに対しては、 $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日)、 $m=7$ 程度で港湾限界総費用の近似値は理論値と良好な一致を示すことがわかる。

以上のことから、埠頭のバース数が多い場合、 $\Delta\lambda$ と m のレベルをいくつか設定して数値微分の比較計算を行えば妥当な港湾限界総費用の値を決定することができる。

c) 計算例と考察

港湾限界総費用の近似計算法の実用性を例示するため、公共埠頭に10バースが建設された場合の各費用曲線が図-1 に示されている。図-1 においては、前と同じパラメータの値が設定されている。また、実線、破線、一点鎖線は船舶のサービス時間分布がそれぞれ指数、次数 $k=2$ および3のアーランの場合であることを意味している。さらに、図-1 に示された MC_{10}^T 曲線は、いずれのモデルの場合も $\Delta\lambda=0.005$ (隻/日)、 $m=7$ に対して得られた結果を描いたものである。

図-1 より、以下のことが明らかである。

(1) いずれのモデルにおいても、 λ の値がおよそ2.0 (隻/日) より小さい範囲では港湾限界総費用曲線 MC_{10}^T と船舶関係平均費用曲線 AC_{10}^S とは一致している。よって、そのような λ の範囲においては船舶のバース待ち現象は発生せず、また混雑費用も生じない。

(2) しかし、 λ の値がそれより大きくなると船舶の平均待ち時間が正の値になり、 AC_{10}^S と MC_{10}^T はともに増大し始める。そして、 λ の同一の値に対しては、船舶のサービス時間分布のアーラン次数 k の値が大きいほど AC_{10}^S と MC_{10}^T の値は小さい。また、いずれのモデルにおいても MC_{10}^T 曲線の増加率は AC_{10}^S 曲線のそれよりも大きく、特に λ の値が増加すれば両曲線の縦距の差異すなわち混雑費用は急激に増大する。さらに、 MC_{10}^T 曲線は港湾平均総費用曲線 AC_{10}^T の最小点を通っており、この結果は数値微分計算の正確さを立証している。

5. あとがき

本研究で述べられた方法により、港湾に入港する船舶によって引き起こされる混雑に起因した混雑費用の大きさを定量的に計測することが可能となった。今後、混雑時における船舶の入港規制あるいは混雑料金 (congestion charge) の導入などにより、外部不経済としての混雑費用を内部化する方法についての研究が必要とされよう。

参考文献

- 1) Walters, A.A.: The theory and measurement of private and social cost of highway congestion, *Econometrica*, Vol. 29, No. 4, pp. 676~699, Oct., 1961.
- 2) 則武通彦・木村作郎: 公共埠頭における最適バース容量の決定に関する研究, 土木学会論文報告集, 第301号, pp. 115~123, 1980年9月.
- 3) Lee, A.M. and P.A. Longton: Queuing processes associated with airline passenger check-in, *Operational Research Quarterly*, Vol. 10, No. 1, pp. 56~71, Mar., 1959.
- 4) 山内二郎・森口繁一・一松 信: 電子計算機のための数値計算法 I, 培風館, pp. 64~96, 1965.

(1982.3.12・受付)