

立体ラーメンの一数值解法*

正員 吉田 俊 弥**

要旨 本文は一様断面形を有する直線部材より成る立体ラーメンを、モーメント分配の方法に基づき数値的に解く一方法を述べたものである。

1. 緒言

立体ラーメンの設計において、部材の振り抵抗の影響を無視できないように思われる場合には¹⁾、これを平面ラーメンに分割せずそのままの状態^{2),3)}で三次元的に解く^{4),5),6)}必要があるが、一般にはかなり手間がかかり設計者から敬遠されているようである。しかし、逐次近似解法^{4),5),6)}を用いると機械的に割合簡単に解くことができる。

本文は一様断面形を有する直線部材のみにより、構成される立体ラーメンをモーメント分配の方法に基づき数値的に解く一方法を述べんとするものであるが、変断面部材より成る場合でも部材の振り抵抗係数(後述)の値が計算し得る時はもちろん本法により解くことができる。

また、部材相互の交角は任意であるが、これらは結局適当に選んだ直交座標軸に準拠せしめうるから、基本式はすべて直交座標軸によることとした。

本研究に対し常に御指導を賜った 信州大学工学部結城朝恭教授に対して深甚なる謝意を表す。なお、本研究は昭和 29 年度文部省科学研究助成金によるものの一である。

2. 基本式

図-1 に示すような互に直交する部材より成るラーメンを考え、直交座標軸 $oxyz$ をとり、 x, y, z 軸に平行な任意の部材をそれぞれ mn, pq および rs 部材と名づけると、これら各部材が任意の空間変形および変位を行った場合の各部材端に生ずる曲げモーメントおよび振りモーメントは文献(1)に示す式を多少修正して次のように表わされる。

mn 部材(図-2)

$$\begin{aligned} M_{xm} &= 2\beta k_{xmn}(\varphi_{xm} - \varphi_{xn}) \\ M_{ym} &= k_{ymn}(2\varphi_{ym} + \varphi_{yn} + \psi_{ymn}) + C_{ym} \\ M_{zm} &= k_{zmn}(2\varphi_{zm} + \varphi_{zn} + \psi_{zmn}) - C_{zm} \\ M_{xn} &= 2\beta k_{xmn}(\varphi_{xn} - \varphi_{xm}) \\ M_{yn} &= k_{ymn}(2\varphi_{yn} + \varphi_{ym} + \psi_{ymn}) - C_{yn} \\ M_{zn} &= k_{zmn}(2\varphi_{zn} + \varphi_{zm} + \psi_{zmn}) + C_{zn} \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} \varphi_{xm} &= 2E\bar{K}_x\theta_{xm}, & \varphi_{ym} &= 2E\bar{K}_y\theta_{ym}, \\ \varphi_{zm} &= 2E\bar{K}_z\theta_{zm}, & \varphi_{xn} &= 2E\bar{K}_x\theta_{xn}, \\ \varphi_{yn} &= 2E\bar{K}_y\theta_{yn}, & \varphi_{zn} &= 2E\bar{K}_z\theta_{zn}, \\ \psi_{ymn} &= -6E\bar{K}_yR_{ymn} = -6E\bar{K}_y(w_n - w_m)/l_{mn}, \\ \psi_{zmn} &= -6E\bar{K}_zR_{zmn} = -6E\bar{K}_z(v_m - v_n)/l_{mn}, \\ \beta &= G/4E = m/8(m+1) \end{aligned}$$

ここに、 E, G および m はそれぞれ材料の弾性係数、剪断弾性係数およびポアソン数を表わす。 $\bar{K}_x, \bar{K}_y, \bar{K}_z$ はそれぞれ x, y, z 軸に関する部材の標準剛度すなわち、すべての部材について求められた x, y, z 軸に関する曲げ剛度および振り剛度の中で標準になるものであり、その選択の仕方は自由である。 $k_{xmn}, k_{ymn}, k_{zmn}$ はそれぞれ mn 部材の剛度の $\bar{K}_x, \bar{K}_y, \bar{K}_z$ に対する比、すなわち剛比を表わす。また、 θ は部材端における回転角または捩れ角を表わし、 R は部材回転角、 C は固定梁としての部材端におけるモーメントを表わす。 M, θ, R, C の符号はいずれも座標軸の負の方向に向つて時計回りの場合を正と定める。図-2 に はすべて正の場合を示している。なお、 u, v, w はそれぞれ部材端の変位の x, y, z 方向の分値を表わす。

以上の記号および規約は他の部材についても同様とする。

* 昭和 30 年 5 月 29 日第 11 回年次学術講演会にて発表

** 信州大学講師、工学部土木工学教室

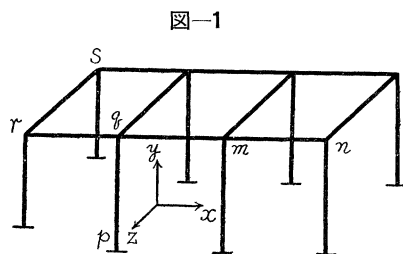
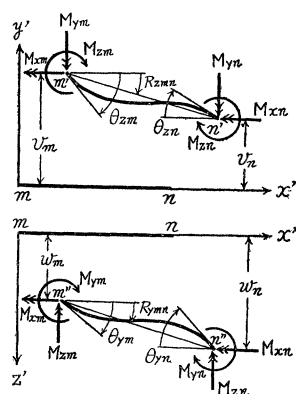


図-2



pq 部材	$M_{xp} = k_{xp} (2\varphi_{xp} + \varphi_{xq} + \psi_{xpq}) - C_{xp}$	$M_{yp} = 2\beta k_{ypq} (\varphi_{yp} - \varphi_{yq})$
	$M_{zp} = k_{zp} (2\varphi_{zp} + \varphi_{zq} + \psi_{zpq}) + C_{zp}$	$M_{xq} = k_{xq} (2\varphi_{xq} + \varphi_{xp} + \psi_{xpq}) + C_{xq}$
	$M_{yq} = 2\beta k_{ypq} (\varphi_{yq} - \varphi_{yp})$	$M_{zq} = k_{zq} (2\varphi_{zq} + \varphi_{zp} + \psi_{zpq}) - C_{zq}$
ただし	$\varphi_{xp} = 2E\bar{K}_x \theta_{xp}$	$\varphi_{yp} = 2E\bar{K}_y \theta_{yp}$
	$\varphi_{xq} = 2E\bar{K}_x \theta_{xq}$	$\varphi_{yq} = 2E\bar{K}_y \theta_{yq}$
	$\varphi_{zp} = 2E\bar{K}_z \theta_{zp}$	$\varphi_{zq} = 2E\bar{K}_z \theta_{zq}$
	$\psi_{xpq} = -6E\bar{K}_x R_{xpq} = -6E\bar{K}_x (w_p - w_q) / l_{pq}$	
	$\psi_{zpq} = -6E\bar{K}_z R_{zpq} = -6E\bar{K}_z (u_q - u_p) / l_{pq}$	
rs 部材	$M_{xr} = k_{xr} (2\varphi_{xr} + \varphi_{xs} + \psi_{xrs}) - C_{xr}$	$M_{yr} = k_{yrs} (2\varphi_{yr} + \varphi_{ys} + \psi_{yrs}) + C_{yr}$
	$M_{zr} = 2\beta k_{zrs} (\varphi_{zr} - \varphi_{zs})$	$M_{xs} = k_{xs} (2\varphi_{xs} + \varphi_{xr} + \psi_{xrs}) + C_{xs}$
	$M_{ys} = k_{ys} (2\varphi_{ys} + \varphi_{yr} + \psi_{yrs}) - C_{ys}$	$M_{zs} = 2\beta k_{zrs} (\varphi_{zs} - \varphi_{zr})$
ただし	$\varphi_{xr} = 2E\bar{K}_x \theta_{xr}$	$\varphi_{yr} = 2E\bar{K}_y \theta_{yr}$
	$\varphi_{xs} = 2E\bar{K}_x \theta_{xs}$	$\varphi_{ys} = 2E\bar{K}_y \theta_{ys}$
	$\varphi_{zr} = 2E\bar{K}_z \theta_{zr}$	$\varphi_{zs} = 2E\bar{K}_z \theta_{zs}$
	$\psi_{xrs} = -6E\bar{K}_x R_{xrs} = -6E\bar{K}_x (v_r - v_s) / l_{rs}$	
	$\psi_{yrs} = -6E\bar{K}_y R_{yrs} = -6E\bar{K}_y (u_s - u_r) / l_{rs}$	

3. 剛度

一般に剛度 K は一つの部材について曲げに対するものが2コ, 捩りに対するものが1コ考えられるが, これらは次のようにして求まる。

(i) 曲げに対するもの

部材断面の重心を通り座標軸に平行な線に関する断面二次モーメントを求め, これを部材長で割ったもの。

(ii) 捩りに対するもの

長さ l なる部材にトルク M を加えた場合, M と両端の相対捩れ角 θ との関係を $M = (\kappa/l)G\theta$ で表わしうるときの κ/l の値。

通常よく用いられる断面形に対する κ の値は次のようである^{7), 8)}。

a) 円形断面 $\kappa = I_p$ (断面二次極モーメント)

b) 矩形断面 (2辺を a, b とし, かつ $a > b$ とする)

St. Venant の式 $\kappa = \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{b^4}{a^4} \right) \right] ab^3$

Föpl の近似式 $\kappa = a^3 b^3 / 3.6 (a^2 + b^2)$

Bretschneider の近似式 $\kappa = a^3 b^3 / \alpha_0 (a^2 + b^2)$

ただし $\alpha_0 = 3.645 - 0.06 a/b$ ($a/b = 1 \sim 6$)

c) 極めて幅の狭い矩形の近似式

St. Venant の式 $\kappa = ab^3/3$

Bach の式 $\kappa = a^3 b^3 / r_0 (a^2 + b^2)$

ただし $a/b = 1, 2, 4, 8$ に対し

$r_0 = 3.56, 3.50, 3.35, 3.21$

なお, St. Venant の式により 図-3 に示す幅の狭い断面に対して次のような近似式が与えられる。

d) その他の断面

(i) 楕円形 (長軸 b , 短軸 h)

$\kappa = A^4 / 4 \pi^2 I_p$

ただし $I_p = (\pi/64)(bh^3 + b^3h)$, $A = \pi bh/4$

(ii) 正三角形 (一辺の長さ b)

$\kappa = b^4 / 46.2$

(iii) 正六角形

$\kappa = 0.133 Ad^2$

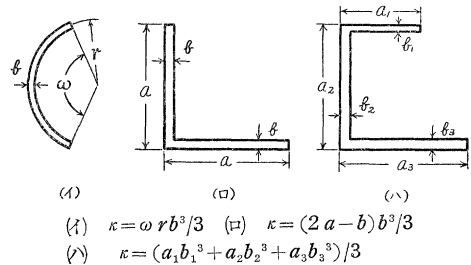
ただし A は断面積, d は内接円の直径

一般に中空でない断面の κ を近似的に求めるには, その断面と同断面積 A を有し, 同断面二次極モーメントを有する楕円断面に置き代えて d) の (i) 式を用いて求めることができる。

4. モーメント分配率 (図-4)

一節点に集る部材の他端をすべて固定とし, 図のように座標軸を定め, 簡単のために節点 A に対して z 軸まわ

図-3



りのみモーメント $M_a = Pd$ が作用したものとすれば⁹⁾、各部材端に生ずる z 軸まわりのモーメントは次のように表わされる。ただし suffix z は省略。

$$M_{ab} = 2k_{ab}\varphi_a, \quad M_{ac} = 2k_{ac}\varphi_a, \quad M_{ad} = 2k_{ad}\varphi_a,$$

$$M_{ae} = 2\beta k_{ae}\varphi_a, \quad M_{af} = 2\beta k_{af}\varphi_a$$

節点 A におけるモーメントの釣合を考えると、

$$M_a (=Pd) - M_{ab} - M_{ac} - M_{ad} - M_{ae} - M_{af} = 0$$

$$\therefore M_a = 2(k_{ab} + k_{ac} + k_{ad} + \beta k_{ae} + \beta k_{af})\varphi_a$$

従つてモーメント分配率を r で表わせば、それぞれ次のようになる。

$$r_{ab} = k_{ab}/j_a, \quad r_{ac} = k_{ac}/j_a, \quad r_{ad} = k_{ad}/j_a,$$

$$r_{ae} = \beta k_{ae}/j_a, \quad r_{af} = \beta k_{af}/j_a$$

ただし $j_a = k_{ab} + k_{ac} + k_{ad} + \beta k_{ae} + \beta k_{af}$ である。

x 軸、 y 軸に関する r も以上と同様にして求まる。

なお、次のような場合には k の代りに k' を他の部材に対する有効剛比として用いると便利である。

(a) 図-4 において B 端が hinge なる場合：

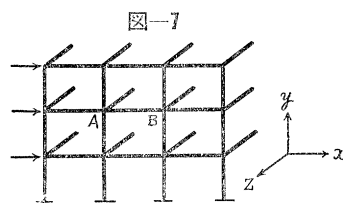
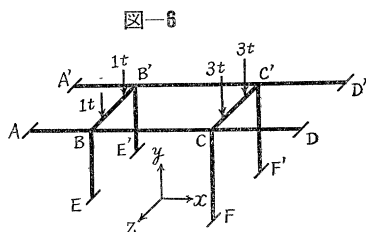
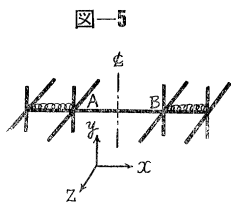
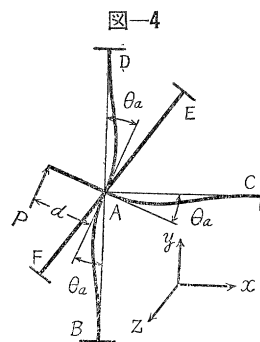
$$k'_{ab} = \frac{3}{4}k_{ab}$$

(b) モーメントの分布状態が中心線に対して対称なる場合 (図-5)：

$$k'_{ab} = \frac{1}{2}k_{ab}$$

(c) モーメントの分布状態が逆対称なる場合 (図-6)：

$$k'_{ab} = \frac{3}{2}k_{ab}$$



5. モーメント伝達率

曲げモーメントの伝達率は平面ラーメンにおける場合と同様にして求まり、捩りモーメントの伝達率は基本式より分るように -1 となる。

6. 計算例

(1) 図-7 は橋梁等に見られる対称ラーメンの一例を示す。

各部材の断面形は簡単のためにすべて $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ なる正方形断面とし、各部材の長さは次のようである。

$$AB = A'B' = 2\text{ m}, \quad BC = B'C' = CF = C'F' = BB' = CC' = 4\text{ m},$$

$$CD = C'D' = BE = B'E' = 3\text{ m}$$

荷重はそれぞれ間隔 2 m なる対称荷重とする。材料の自重は考えないものとし、ポアソン数は 6 とする。

今の場合 z 軸まわりのモーメントのみを考えればよいから suffix z を省略する。 K の計算には Bretschneider の式を用いる。

解の順序は先づ β と固定端モーメント C を計算し、あとは表のごとくする。

$$\beta = 6/8(6+1) = 0.107, \quad C_{BB'} = 0.75\text{ t}\cdot\text{m}, \quad C_{CC'} = 2.25\text{ t}\cdot\text{m}$$

表-1 剛度 および 剛比

Member	AB	BC	CD	BE	CF	BB'	CC'
K (cm ³)	4 358	2 179	2 906	1 736	1 302	1 302	1 302
k	3 35	1 67	2 23	1 33	1 00	1 00	1 00

ただし、分配率の計算には 4(b) により $k'_{BB'} = k'_{CC'} = 0.5$ を用いる。

表-2 M_x の計算 (kg-m)

	M_{BA}	M_{BC}	M_{BE}	$M_{BB'}$	M_{CB}	M_{CD}	M_{CF}	$M_{CC'}$
D.F.	0.151	0.075	0.562	0.211	0.093	0.124	0.522	0.261
F.E.M.				-0.75				-2.25
D.M.	+0.113	+0.056	+0.422	+0.158	+0.209	+0.279	+1.175	+0.587
C.M.		-0.209			-0.056			
T.M.	+0.113	-0.153	+0.422	-0.592	+0.153	+0.279	+1.175	-1.663
D.M.	+0.032	+0.016	+0.118	+0.044	+0.005	+0.007	+0.029	+0.015
C.M.		-0.005			-0.016			
T.M.	+0.145	-0.142	+0.540	-0.548	+0.142	+0.286	+1.204	-1.648
D.M.	+0.001	0	+0.003	+0.001	+0.002	+0.002	+0.008	+0.004
C.M.		-0.002			0			
T.M.	+0.146	-0.144	+0.543	-0.547	+0.144	+0.288	+1.212	-1.644

上表の最下欄の数値が求めるモーメントの値である。

ただし、記号は次の意味を表わすものとする。

D.F.=Distribution Factor, F.E.M.=Fixed-end Moment,

D.M.=Distributed Moment, C.M.=Carried-over Moment,

T.M.=Total Moment.

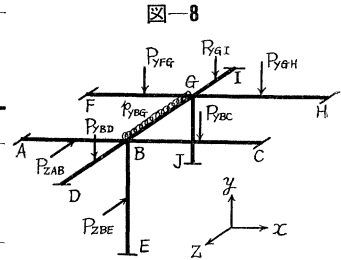
(2) 図-8 は節点の移動を生じない場合の一例を示す。

材料の単位重量は 2.4 t/m^3 、ポアソン数は6と仮定し、各部材寸法は表-

3のごとく与えられたものとする。

表-3 部材寸法

Member	AB	BC	BD	BE	BG	FG	GH	GI	GJ
Length (cm)	300	500	300	400	400	300	500	200	300
Section (cm)	y=30 z=40	y=50 z=40	x=30 y=40	x=40 z=40	x=40 y=50	y=40 z=40	y=50 z=40	x=30 y=30	x=40 z=40



これより剛度および剛比を求めると表-4の値を得る。

表-4 剛度および剛比

Member	AB	BC	BD	BE	BG	FG	GH	GI	GJ
K_x	646	1093	533	533	1042	1172	1093	338	711
$K_y \text{ (cm}^3\text{)}$	533	533	300	882	500	711	533	338	1172
K_z	300	833	646	533	1366	711	833	568	711
k_x	1.21	2.05	1.00	1.00	1.95	2.20	2.05	0.63	1.33
k_y	1.00	1.00	0.56	1.65	0.94	1.33	1.00	0.63	2.20
k_z	0.56	1.56	1.21	1.00	2.56	1.33	1.56	1.07	1.33

集中荷重はすべて各部材の midpoint に作用し、その大きさは次のようである。

$$P_{yBC} = P_{yGH} = 5 \text{ t}, \quad P_{yBD} = P_{yFG} = P_{yGI} = 3 \text{ t}$$

$$P_{zAB} = P_{zBE} = 4 \text{ t}, \quad p_{yBG} = 2 \text{ t/m (分布荷重強度)}$$

これより固定端モーメントを求めると表-5の値が得られる。

表-5 固定端モーメント

Member	AB	BC	BD	BE	BG	FG	GH	GI	GJ
C_x	0	0	1341	2000	3307	0	0	822	0
$C_y \text{ (kg}\cdot\text{m)}$	1500	0	0	0	0	0	0	0	0
C_z	216	4125	0	0	0	1413	4125	0	0

以上の値を用いると各軸まわりのモーメントは表-6~8のような計算で求まる。

表-6 M_x の計算 (kg-m)

	M_{BA}	M_{BC}	M_{BD}	M_{BE}	M_{BG}	M_{GF}	M_{GH}	M_{GI}	M_{GJ}	M_{GB}
D.F.	0.030	0.051	0.233	+0 233	0.453	0 054	0 050	0.144	0.305	0.447
F.E.M.			+1 341	+2 000	-3 307			-822		+3 307
D.M.	-1	-2	-8	-8	-15	-134	-124	-358	-758	-1 111
C.M.					-556					-8
T.M.	-1	-2	+1 333	+1 992	-3 878	-134	-124	-1 180	-758	+2 188
D.M.	+17	+28	+130	+130	+252	0	0	+1	+2	+4
C.M.					+2					+126
T.M.	+16	+26	+1 463	+2 122	-3 624	-134	-124	-1 179	-756	+2 318
D.M.	+0	+0	-1	-1	-1	-7	-6	-18	-38	-56
C.M.					-28					-1
T.M.	+16	+26	+1 462	+2 121	-3 652	-141	-130	-1 197	-794	+2 261
D.M.	+1	+1	+7	+7	+13	0	0	0	0	+1
C.M.					+1					+7
T.M.	+17	+27	+1 468	+2 127	-3 639	-141	-130	-1 197	-794	2 269
D.M.					-1	0	0	-1	-2	-3
C.M.					-2					-1
T.M.	+17	+27	+1 468	+2 127	-3 642	-141	-130	-1 198	-796	+2 265
D.M.			+1	+1	+1					
C.M.					0					+1
T.M.	+17	+27	+1 469	+2 128	-3 641	-141	-130	-1 198	-796	+2 266

表-7 M_y の計算 (kg-m)

	M_{BA}	M_{BC}	M_{BD}	M_{BE}	M_{BG}	M_{GF}	M_{GH}	M_{GI}	M_{GJ}	M_{GB}
D.F.	0 272	0.272	0.152	0.048	0.255	0.321	0 242	0.152	0 057	0.227
F.E.M.	-1 500									
D.M.	+408	+408	+228	+72	+383					
C.M.										+192
T.M.	-1 092	+408	+228	+72	+383					+192
D.M.						-62	-46	-29	-11	-44
C.M.					-22					
T.M.	-1 092	+408	+228	+72	+361	-62	-46	-29	-11	+148
D.M.	+6	+6	+3	+1	+6					
C.M.										+3
T.M.	-1 086	+414	+231	+73	+367	-62	-46	-29	-11	+151
D.M.						-1	-1			-1
C.M.										
T.M.						-63	-47	-29	-11	+150

表-8 M_z の計算 (kg-m)

	M_{BA}	M_{BC}	M_{BD}	M_{BE}	M_{BG}	M_{GF}	M_{GH}	M_{GI}	M_{GJ}	M_{GB}
D.F.	0 159	0.443	0 037	0.284	0.078	0 288	0 338	0.025	0 288	0 059
F.E.M.	+216	-4 125				+1 413	-4 125			
D.M.	+622	+1 732	+145	+1 110	+305	+781	+917	+68	+781	+160
C.M.					-160					-305
T.M.	+838	-2 393	+145	+1 110	+145	+2 194	-3 208	+68	+781	-145
D.M.	+25	+69	+6	+44	+12	+89	+105	+8	+89	+18
C.M.					-18					-12
T.M.	+863	-2 324	+151	+1 154	+139	+2 283	-3 103	+76	+870	-139
D.M.	+3	+8	+1	+5	+1	+4	+4	0	+4	+1
C.M.					-1					-1
T.M.	+866	-2 316	+152	+1 159	+139	+2 287	-3 099	+76	+874	-139

(3) 図-9 は節点の移動を生ずる

ラーメンの一例を示す。

部材はすべて 50 cm × 50 cm なる正方形断面で、ポアソン数は 6 と仮定し、自重は考えないものとする。

剛度および剛比は表-9 のようになる。

$R_{zAB} = +1$ を与えた場合の z 軸

表-9 剛度および剛比

Member	AB	BE	BC
K_x	1 042	1 302	1 453
K_y (cm ³)	1 743	1 302	868
K_z	1 042	2 179	868
k_x	0.880	1.000	1.116
k_y	1.339	1.000	0.667
k_z	1.000	2.091	0.833

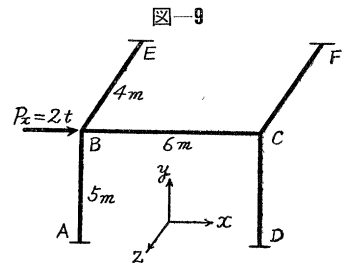


表-10 M_z' の計算 係数: $6E\bar{K}_z$

	M'_{AB}	M'_{BA}	M'_{BC}	M'_{BE}	M'_{EB}
D.F.		0.404	0.505	0.091	
F.E.M.	-1	-1			
D.M.		+0.404	+0.505	+0.091	
C.M.	+0.202				-0.091
T.M.	-0.798	-0.596	+0.505	+0.091	-0.091

表-11 M_y' の計算 係数: $6E\bar{K}_z$

	M'_{AB}	M'_{BA}	M'_{BC}	M'_{BE}	M'_{EB}
D.F.		0.066	0.467	0.467	
F.E.M.				+1.561	+1.561
D.M.		-0.103*	-0.729*	-0.729*	
C.M.	+0.103				-0.365
T.M.	+0.103	-0.103	-0.729	+0.832	+1.196

* Remarks: $R_{yBE} = (-5/4)R_{zAB}$, $\bar{K}_y = (1, 302/1, 042)\bar{K}_z$

まわりおよびy軸まわりのモーメントをそれぞれ M_z', M_y' とすれば, これらの値は 表-10 および 表-11 の計算により求まる。

$R_{zAB} = 1$ を生ずる P を P' とし, $\lambda = 6E\bar{K}_z$ とおけば,

$$P' + 2(M'_{zAB} + M'_{zBA})/I_{AB} - 2(M'_{yBE} + M'_{yEB})/I_{BE} = 0$$

より $P' = 0.0157\lambda$ を得る。

しかして $P = P'R_{zAB}$ なるゆえ $R_{zAB} = 127.4/\lambda$ となり, 各モーメントの値は次のようになる。ただし単位はすべて (t-m) である。

$$M_{zAB} = -1.02, \quad M_{zBA} = -0.76, \quad M_{zBC} = +0.64, \quad M_{zBE} = +0.116, \quad M_{zEB} = -0.116,$$

$$M_{yAB} = +0.131, \quad M_{yBA} = -0.131, \quad M_{yBC} = -0.93, \quad M_{yBE} = +1.06, \quad M_{yEB} = +1.52$$

7. 結び

節点の数が少ない場合には, 基本式を用いて各節点および各層ごとにモーメントおよびせん断力の釣合の式を作り, これらを連立に解くことにより各モーメントの値を直接求めるか, あるいは仕事式等で求めることもできるが, 節点の数が比較的多い場合には, 本文で述べた計算による方が便利であると思われる。なお, space をうまくとれる場合には, 適宜, 図上計算を行うことにより計算を一層簡単に行うことができよう。

参考文献

- 1) 結城朝恭・吉田俊弥: 立体ラーメンにおける振りモーメントについて (土木学会誌第 38 巻第 10 号)
- 2) Erich Reisinger: Zur Berechnung Räumlicher Rahmenwerke. (Der Bauingenieur 1924, Heft 1)
- 3) Alfred Millies: Räumliche Vieleckrahmen mit eingespannten Füßen unter besonderer Berücksichtigung der Windbelastung, 1927.
- 4) Paul Andersen: Design of reinforced concrete in torsion. (Transactions A.S.C.E. 1938)
- 5) Kuperschmid: Ebene und räumliche Rahmentragwerke, 1952.
- 6) James Michalos: Numerical analysis of continuous frames in space. (Proceedings A.S.C.E. Sept. 1953)
- 7) Timoshenko: Strength of materials (Part 1)
- 8) Bach-Baumann: Elastizität und Festigkeit.
- 9) 鷹部屋福平: ラーメン新論 (昭. 30. 9. 19)

追記 本研究に対して九州大学工学部土木教室村上正教授より御注意を賜わり, たとえば, 表-2 の計算が次のように簡単になることがわかつたので追記する。

表-2 M_x の計算 (kg/m)

	M_{BA}	M_{BE}	M_{BB}'	M_{BC}	M_{CB}	M_{CD}	M_{CF}	M_{CC}'
D.F.	0.151	0.562	0.211	0.075	0.093	0.124	0.522	0.261
F.E.M.			-0.75					-2.25
C.M.				-0.209	-0.056			
				-0.005	-0.016			
				-0.002	0			
			Σ C.M.	-0.216	-0.072			
D.M.	+0.146	+0.543	+0.204	+0.072	+0.216	+0.288	+1.212	+0.605
T.M.	+0.146	+0.543	-0.546	-0.144	+0.144	+0.288	+1.212	-1.644

すなわち, carry over は B, C 相互に行われるから M_{BC}, M_{CB} の記入欄を隣同志にくっつけ, 分配の計算は途中で一々行わず, 最後に行く。したがってその記入は全部省略できる。(昭31.4.6)