

薄板の面外変形に起因する疲労亀裂に与える 初期たわみの影響

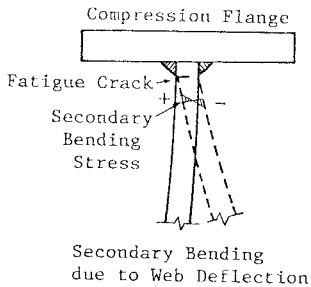
EFFECTS OF INITIAL DEFLECTION ON FATIGUE CRACKS DUE TO OUT-OF-PLANE DEFORMATION OF THIN PLATE

前田 幸雄*・大倉 一郎**

By Yukio MAEDA and Ichiro OKURA

1. 序 論

繰り返し曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブの面外変形に起因する疲労亀裂に関する研究^{1),2)}で、著者らは、ウェブの初期たわみの大きさのみならず、その形状も疲労亀裂の発生に影響することを明らかにした。



図一 ウェブの面外変形に起因する疲労亀裂

図一に示すように、初期たわみを有する薄肉ウェブが面内曲げを受けて、面外へ繰り返し変形することによって、ウェブ周辺の隅肉溶接のウェブ側止端に生ずる二次的な面外曲げ応力（以後、二次曲げ応力とよぶ）がこの疲労亀裂の発生原因である³⁾。

この種の疲労亀裂の発生を防止する設計式を確立するためには、初期たわみ、残留応力、ウェブに対するフランジや補剛材の回転拘束を考慮して、荷重と二次曲げ応力の関係を定式化しなければならない。

荷重と二次曲げ応力の関係は非線形である。この関係を定式化するために、著者らが文献 1) で用いた有限要素法を用いると、膨大な数値計算を必要とする。疲労設計においては、一般に荷重振幅が問題になる。したがって、上限荷重と下限荷重の間の二次曲げ応力の変化を正確に知る必要がある。ところが、有限要素法解析によって得られる解は離散解であり、各離散解の間は補間曲線で近似しなければならない。特に、座屈荷重の近傍では二次曲げ応力の変化が急激になり、補間曲線は大きな誤

差を含むおそれがある。

著者らは、文献 4) の序論で、圧縮と面内曲げを受ける長方形板の荷重と二次曲げ応力の関係を定式化する手順を示した。そして、同文献では、4 辺単純支持された、圧縮と面内曲げを受ける長方形板の荷重と面外たわみの関係を定式化した。

本論文では、この関係を有限要素法解析の結果、および座屈解析の結果で修正することにより、純圧縮を受ける長方形板の荷重と二次曲げ応力の関係を定式化する。実際の薄板の初期たわみ形状は複雑であり、これを構成する各初期たわみモード成分は、荷重の増加に伴って相互に影響し合う。そこで、初期たわみモード成分の連成効果を理論的に明らかにし、単一モードの初期たわみの仮定のもとに誘導された前述の式にこの効果を導入する方法を示す。最後に、荷重と二次曲げ応力の関係式の応用として、水平補剛材を有するプレートガーダーに対して、二次曲げ応力を受ける隅肉溶接のウェブ側止端の疲労強度に基づいた疲労限度線図を作成する。

2. 初期たわみを有する圧縮板の面外有限変形の定式化

(1) 4 辺単純支持された圧縮板の荷重と面外たわみの関係¹⁾

図二に示すように、面外方向に 4 辺単純支持された $a \times b$ の長方形板が x 軸方向に圧縮を受けている。初期たわみ w_0 と付加たわみ w をそれぞれ次のように仮定する。

$$w_0 = e_0 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \dots\dots\dots (1)$$

$$w = e \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 e_0 ：初期たわみを表わす既知定数、 e ：付加たわみを表わす未知定数。

式 (2) は、面外方向に 4 辺単純支持の条件を満足し

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

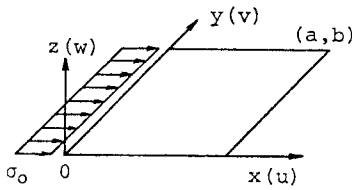


図-2 x 軸方向に圧縮を受ける長方形板

ている。薄板の面外有限変形に対するひずみの適合条件式とつり合い条件式は、Marguerre によってそれぞれ次式で与えられている⁵⁾。

$$\frac{1}{E} \nabla^4 F = \left\{ \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial x \partial y} \right\}^2 - \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial x^2} \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial y^2} - \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\} \dots (3)$$

$$\frac{D_w}{t_w} \nabla^4 w = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2(w_0+w)}{\partial y^2} \dots (4)$$

ここに、 F ：応力関数、 E ：ヤング率、 $D_w = Et_w^3 / \{12(1-\nu^2)\}$ ：板曲げ剛性、 t_w ：板厚、 ν ：ポアソン比、 $\nabla^4 = \partial^4/\partial x^4 + 2\partial^4/\partial x^2\partial y^2 + \partial^4/\partial y^4$ 。

式(1)と(2)を式(3)へ代入して、面内方向の境界条件を考慮して F が解かれる。 F と式(1)と(2)を式(4)へ代入し、式(4)に Galerkin 法を適用すると、荷重と面外たわみの関係が次式で与えられる。

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_e} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 \frac{e}{e_0 + e} + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \times \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - J \right) \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\} \dots (5)$$

ここに、 σ_0 ：平均圧縮応力、 $\sigma_e = E\pi^2 / \{12(1-\nu^2)\beta^2\}$ ：基本座屈応力、 $\alpha = a/b$ ：形状比、 $\beta = b/t_w$ ：幅厚比、 J は次のとおりである。

$$J = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \alpha^3 \frac{\cosh(2\pi/\alpha) - 1}{\sinh(2\pi/\alpha) + 2\pi/\alpha} & \text{両非載荷辺が面内方向に自由に変位する場合,} \\ 0 & \text{両非載荷辺が面内方向に直線を保って変位する場合.} \end{cases}$$

(2) 非載荷辺が回転拘束されている場合への拡張

式(5)の各項の性質を調べる。右辺第1項の係数は、4辺単純支持された長方形板がx軸方向に半波で座屈するときの座屈係数に一致する。第2項の係数は、非載荷辺の面内方向の境界条件の影響を受ける。付加たわみ e

が小さいときは、第1項が支配的であり、 e が大きくなると、第1項は座屈係数に収束し、第2項の増加が著しくなる。

式(5)のこれらの性質から、非載荷辺の回転が拘束されているときの荷重と面外たわみの関係を次式で仮定した。

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_e} = k_{cr} \frac{e}{e_0 + e} + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta \times \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\} \dots (6)$$

ここに、 k_{cr} は非載荷辺の回転拘束を考慮した座屈係数であり、 θ は非載荷辺の回転拘束と面内方向の境界条件に依存する係数である。

(3) 非載荷辺の回転拘束を考慮した圧縮板の座屈解析⁶⁾

圧縮板の座屈解析に対する基礎微分方程式は次式で与えられる。

$$D_w \nabla^4 w + \sigma_0 t_w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \dots (7)$$

回転拘束された非載荷辺の境界条件は次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} y=0 \text{ で, } w=0, D_w \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) &= k_1 \frac{\partial w}{\partial y} \\ y=b \text{ で, } w=0, D_w \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) &= -k_2 \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここに、 k_1, k_2 は、それぞれ回転拘束部材の単位長さ当たりの剛性である。式(7)を式(8)の境界条件のもとで解くと次の座屈条件式が得られる。

$$\chi_1 \chi_2 \sqrt{\mu^2 - 1} \left(\frac{1}{\cosh r_1 \cos r_2} - 1 \right) + (\chi_1 + \chi_2) \frac{\pi \mu}{\alpha} (\sqrt{\mu + 1} \tan r_2 - \sqrt{\mu - 1} \tanh r_1) + \left\{ \chi_1 \chi_2 + 2 \left(\frac{\pi \mu}{\alpha} \right)^2 \right\} \times \tanh r_1 \tan r_2 = 0 \dots (9)$$

ここに、 $\chi_1 = k_1 b / D_w$ 、 $\chi_2 = k_2 b / D_w$ 、 $r_1 = (\pi/\alpha) \sqrt{\mu + 1}$ 、 $r_2 = (\pi/\alpha) \sqrt{\mu - 1}$ 、 $\mu = \alpha \sqrt{k_{cr}}$ 。本論文では、 χ_1, χ_2 を拘束係数とよぶ。 $\chi_1 = \chi_2 = 0$ のとき、非載荷辺の回転が自由となり、 $\chi_1 = \chi_2 = \infty$ のとき、非載荷辺の回転が固定される。

(4) θ の決定

θ を決定するために有限要素法解析¹⁾の結果を利用した。図-3に示すように、計算モデルは、式(1)の初期たわみを有する長方形板で、対称性を考慮して、板の半分を72要素に分割した。非載荷辺の面外方向の境界条件として、両辺単純支持、1辺単純支持・他辺固定支

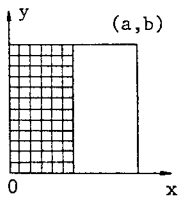


図-3 計算モデル

持, 両辺固定支持の3つの場合を取り扱った. 非載荷辺の面内方向の境界条件に対しては, 両辺が面内方向に自由に変位する場合について計算した. 有限要素法解析から得られた σ_0/σ_e と e/t_w , および式(9)から得られる k_{cr} を式(6)

へ代入し, $\sigma_0/\sigma_e - k_{cr}(e/t_w) / \{(e_0/t_w) + (e/t_w)\}$ と $(e/t_w)^2 + 2(e_0/t_w)(e/t_w)$ の関係を調べると, 両者の間には線形関係が成立しており, $(3/4)(1-\nu^2)\theta$ の値を最小2乗法によって決定した. k_{cr} と θ の値を表-1に示す. この表で, 1辺単純支持・他辺固定支持の場合の $\alpha=0.8$ と両辺固定支持の場合の $\alpha=0.668$ は, それぞれの境界条件に対して, 最小の座屈係数を与える形状比である. 式(6)が与える荷重と面外たわみの関係, および有限要素法解析の結果を, 両辺固定支持の場合に対して 図-4 に示す. 両者は非常によく一致している.

表-1 k_{cr}, θ, S, A, B の値

a/b	(I)		(II)			(III)		
	0.5	1.0	0.5	0.8	1.0	0.5	0.668	1.0
k_{cr}	6.25	4.00	6.85	5.41	5.74	7.69	6.97	8.60
θ	3.26	1.16	3.87	1.97	1.50	4.53	2.95	1.79
S			21.85	17.02	15.68	24.71	21.68	19.28
A			17.33	4.00	1.62	16.51	6.45	0.78
B			0.86	0.63	0.21	1.06	0.95	-0.23

- (I) Both edges simply supported
- (II) One edge simply supported and the other edge fixed
- (III) Both edges fixed

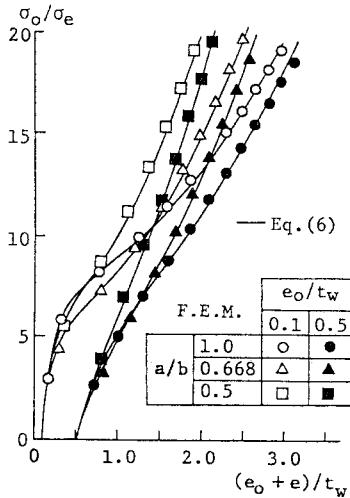


図-4 荷重と面外たわみの関係 (両辺固定支持)

(5) 2次曲げ応力と面外たわみの関係

荷重が低いときには, 初期たわみを有する板の付加面

外たわみの形状は, 座屈形状に類似していると考えられる. 座屈形状は, 2.(3)の座屈解析から次のように与えられる.

$$w = e \frac{Y(y)}{Y(b/2)} \sin \frac{\pi x}{a} \dots\dots\dots(10)$$

ここに, $Y(y)$ は座屈解析によって決定された座屈形状を表わす関数である.

他方, 2次曲げ応力と付加たわみの関係は次式で与えられる.

$$\sigma_b = \frac{6 D_w}{t_w^2} \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots(11)$$

式(10)を式(11)へ代入し, $x=a/2, y=0$ とすると, 点 $(a/2, 0)$ の2次曲げ応力 σ_b と板中央の付加たわみ e との関係が次式で与えられる.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = S \frac{e}{t_w} \dots\dots\dots(12)$$

ここに,

$$S = (6 \mu / \alpha^2) (Q_1 / Q_2),$$

$$Q_1 = \sqrt{\mu + 1} \sin r_2 - \sqrt{\mu - 1} \sinh r_1,$$

$$Q_2 = \{ \sqrt{\mu + 1} \cosh(r_1/2) \sin(r_2/2) - \sqrt{\mu - 1} \sinh(r_1/2) \cos(r_2/2) \} \{ \cos(r_2/2) - \cosh(r_1/2) \} + (1/\chi_1) (\pi \mu / \alpha) \{ \sinh(r_1/2) \sin r_2 - \sinh r_1 \sin(r_2/2) \}.$$

Sの値を表-1に示す.

式(12)が与える2次曲げ応力と付加面外たわみの関係, および有限要素法解析の結果を, 両辺固定支持の場合に対して 図-5 に示す. 式(12)は, 原点で有限要素法解析の結果に対して接線になっている.

eが増加すると, 式(12)と有限要素法解析の結果との差が大きくなる. この差を小さくするために, 式(12)にさらに修正項を付加した. 修正項は, 各種の曲線を当てはめた結果, 最も単純な形式のものが選ばれ, 最終的に2次曲げ応力と面外たわみの関係を次式で与えた.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = S \frac{e}{t_w} + A \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\}$$

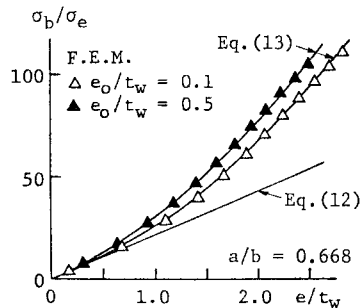


図-5 2次曲げ応力と付加面外たわみの関係 (両辺固定支持)

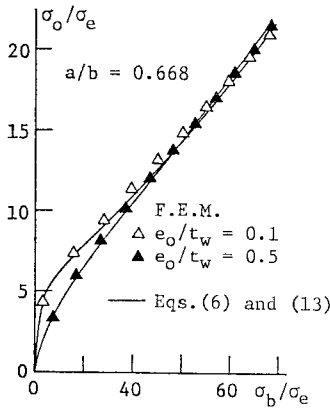


図-6 荷重と2次曲げ応力の関係(両辺固定支持)

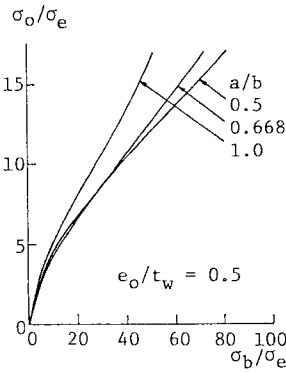


図-7 形状比が2次曲げ応力の増加に与える影響(両辺固定支持)

$$-AB + \frac{AB^2}{\left(\frac{e}{t_w}\right)^2 + 2\frac{e_o}{t_w}\frac{e}{t_w} + B} \dots\dots(13)$$

ここに、 A と B は係数であり、この値を表-1に示す。図-5からわかるように、式(13)が与える曲線と有限要素法解析の結果は非常によく一致している。

(6) 荷重と2次曲げ応力の関係

式(6)と(13)から σ_o/σ_e と σ_b/σ_e の関係が決定される。これと有限要素法解析の結果との比較を、両辺固定支持の場合に対して図-6に示す。両者は非常によく一致していることがわかる。大きな初期たわみを有する板の2次曲げ応力の方が、小さな初期たわみを有する板の2次曲げ応力よりも大きく生ずる。しかし、荷重が増加すると両者は互いに漸近する。図-7は、両辺固定支持の場合について、形状比が2次曲げ応力の増加に与える影響を示している。荷重が低いときには、最小の座屈係数を与える形状比0.668の板の2次曲げ応力が一番大きい。荷重が増加すると、形状比がこれより小さい0.5の板の2次曲げ応力の方が大きくなる。

3. 残留応力を有する圧縮板の面外有限変形の定式化⁷⁾

(1) 残留応力を有する圧縮板の荷重と面外たわみの関係

初期たわみと残留応力を考慮した薄板の面外有限変形に対するひずみの適合条件式は式(3)と同じであるが、つり合い条件式は、残留応力に対する応力関数を F_r とすれば、次式で与えられる⁸⁾。

$$\frac{D_w}{t_w} F^4 w = \frac{\partial^2(F_r + F)}{\partial y^2} \frac{\partial^2(w_o + w)}{\partial x^2}$$

$$-2 \frac{\partial^2(F_r + F)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2(w_o + w)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2(F_r + F)}{\partial x^2} \frac{\partial^2(w_o + w)}{\partial y^2} \dots(14)$$

フランジや水平補剛材などの回転拘束部材が長方形板の非載荷辺に溶接によって連結された場合、長方形板に生ずる残留応力として、文献9)に記載されている各種残留応力分布を参考にして、 x 軸方向の成分に対して、図-8に示す長方形分布の残留応力を仮定した。ただし、他の残留応力成分については、現在資料がないので考慮しなかった。残留応力はそれ自身でつり合いを保つので、引張残留応力 σ_{rt} と圧縮残留応力 σ_{rc} の間には次式が成

立している。

$$\sigma_{rc} = \frac{2c}{b-2c} \sigma_{rt} \dots\dots(15)$$

4辺単純支持された圧縮板に対して、この残留応力を仮定して、式(14)にGalerkin法を適用すると、次の荷重と面外たわみの関係が得られる。

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_e} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{e}{e_o + e} - R \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_e} + \frac{3}{4}(1-\nu^2) \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - J\right) \left\{ \left(\frac{e}{t_w}\right)^2 + 2\frac{e_o}{t_w}\frac{e}{t_w} \right\} \dots\dots(16)$$

ここに、 $R = \sin(2\pi c/b) / (2\pi c/b)$ であり、係数 R は、圧縮残留応力と引張残留応力の分布幅の関係を表わす c/b によって定まる係数である。

無載荷状態における面外たわみ e_r は、式(16)において、 $\sigma_o/\sigma_e = 0$ 、 $e_o + e = e_r$ と置くことによって、次の3次方程式から得られる。

$$\frac{3}{4}(1-\nu^2) \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - J\right) \left(\frac{e_r}{t_w}\right)^3 + \left\{ \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - R \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_e} - \frac{3}{4}(1-\nu^2) \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - J\right) \left(\frac{e_o}{t_w}\right)^2 \right\} \times \frac{e_r}{t_w} - \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{e_o}{t_w} = 0 \dots\dots(17)$$

残留応力が存在しないときには $e_r = e_o$ となる。すなわち、式(17)は、残留応力が存在しない状態での初期たわみ e_o が残留応力によって変化することを示している¹⁰⁾。

式(5)と式(16)を比較すると、式(16)は式(5)に対して、残留応力に起因する項 $R\sigma_{rc}/\sigma_e$ を余分に有するだけである。したがって、非載荷辺が回転拘束されている場合の荷重と面外たわみの関係として次式を仮定し

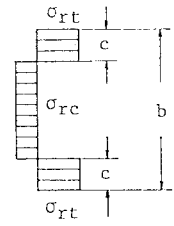


図-8 残留応力分布

た.

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_e} = k_{cr} \frac{e}{e_o + e} - R \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_e} + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_o}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\} \dots (18)$$

非載荷辺の回転拘束が係数 R に与える影響を、残留応力を考慮した有限要素法によって調べる。

(2) 残留応力を考慮した有限要素法

残留応力を考慮しない、有限要素法による板の面外有限変形解析プログラムの作成過程は文献 1) に記述されている。したがって、本論文では、さらに残留応力を考慮した場合の定式化の過程を、文献 1) の記号を用いて説明する。

残留応力を考慮した、応力とひずみの関係は次式で与えられる。

$$[\sigma] = [D][\epsilon] + [\sigma_r] \dots (19)$$

ここに、 $[\sigma]$: 応力ベクトル, $[D]$: 弾性マトリックス, $[\epsilon]$: ひずみベクトル, $[\sigma_r]$: 残留応力ベクトル。

有限要素の全ひずみエネルギー U は、単位体積当たりに蓄えられるひずみエネルギーを、有限要素の全体積 V_e にわたって積分することによって得られる。

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{ [\sigma] + [\sigma_r] \}^T [\epsilon] dV_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} [\epsilon]^T [D] [\epsilon] dV_e + \int_{V_e} [\sigma_r]^T [\epsilon] dV_e \dots (20)$$

式 (20) の第 1 項は文献 1) ですでに求められている。したがって、第 2 項について考える。

ひずみベクトル $[\epsilon]$ は、次に示すように、膜ひずみベクトル $[\epsilon_m]$ と曲げひずみベクトル $-z[\epsilon_b]$ の和として表わすことができる。

$$[\epsilon] = [\epsilon_m] - z[\epsilon_b] \dots (21)$$

ここに、 z : 板中央面からの距離。

他方、残留応力は、1 要素内で一定で、膜応力成分のみから成り立っていると仮定すると、式 (20) の第 2 項は次式となる。

$$\int_{V_e} [\sigma_r]^T [\epsilon] dV_e = t_w [\sigma_r]^T \int_{A_e} [\epsilon_m] dA_e \dots (22)$$

ここに、 A_e : 有限要素の中央面の面積。

仮想仕事の原理¹³⁾を用いると、次の平衡方程式が得られる。

$$\{ [K] + [K_r] \} [r] = [P] - [P_r] \dots (23)$$

ここで、 $[K]$, $[r]$, $[P]$ は、それぞれ剛性マトリックス、節点変位ベクトル、等価節点力ベクトルであり、文

献 1) ですでに求められている。残留応力の存在によって、新たにマトリックス $[K_r]$ と節点力ベクトル $[P_r]$ が生ずる。

(3) 有限要素法解析の結果

計算モデルは、図-3 と同じであり、式 (1) の初期たわみと 図-8 に示す長方形分布の残留応力を有する。式 (18) が与える荷重と面外たわみの関係、および有限要素法解析の結果を、4 辺単純支持の場合と両非載荷辺固定支持の場合に対してそれぞれ 図-9 (a), (b) に示す。式 (18) の係数 k_{cr} と θ は表-1 の値を使用し、 R は、両方の境界条件とも、3. (1) で 4 辺単純支持に対して誘導されたものを使用した。式 (18) と有限要素法解析の結果とは、両方の境界条件に対して非常によく一致している。したがって、 R は非載荷辺の回転拘束にあまり影響されない。

以上より、初期たわみと残留応力を有する長方形板の荷重と面外たわみの関係は式 (18) で与えられる。 k_{cr} は式 (9) から得られ、 R は、非載荷辺の回転拘束に関係なく、4 辺単純支持に対するものが適用できる。 θ は、2. (4) で述べたように、有限要素法解析の結果から決定

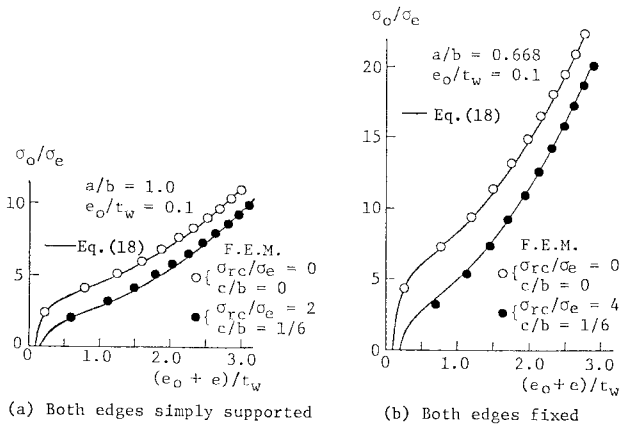


図-9 残留応力が面外たわみに与える影響

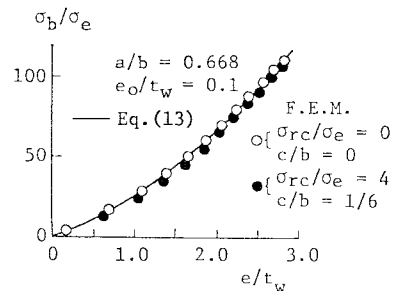


図-10 残留応力が 2 次曲げ応力と付加面外たわみの関係に与える影響 (両辺固定支持)

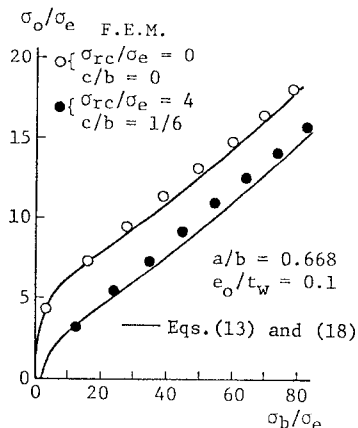


図-11 残留応力が2次曲げ応力の増加に与える影響（両辺固定支持）

される。

次に、2次曲げ応力と面外たわみの関係について述べる。式(13)が与える2次曲げ応力と面外たわみの関係、および有限要素法解析の結果を、両辺固定支持の場合に対して図-10に示す。式(13)の係数S, A, Bは表-1の値を使用した。式(13)が与える曲線は、残留応力が存在する場合の有限要素法解析の結果よりも少し上にある。しかし、これはわずかであるので、残留応力が存在する場合に対しても式(13)を使用する。

最後に、荷重と2次曲げ応力の関係について述べる。式(13)と(18)から σ_o/σ_e と σ_b/σ_e の関係が決定される。これと有限要素法解析の結果を、両辺固定支持の場合に対して図-11に示す。残留応力が存在する場合、両者の差が少し大きくなる部分が生ずるが、全体的にはよく一致している。

4. 初期たわみモード成分の連成効果

(1) 初期たわみと付加たわみの仮定

一般に、薄板の初期たわみ形状は、溶接によって非常に複雑であり、多くの初期たわみモード成分の和によって表わせる。各初期たわみモード成分は、荷重が増加すると、相互に影響し合っ、増加したり、減少することが明らかにされている¹²⁾⁻¹⁵⁾。この初期たわみモード成分の連成効果を明ら

かにするために、次の初期たわみと付加たわみを有する長方形板の面外有限変形を調べる。

$$w_o = \{e_{o1} \sin(\pi x/a) + e_{om} \sin(m\pi x/a)\} \sin(\pi y/b) \dots\dots(24)$$

$$w = \{e_1 \sin(\pi x/a) + e_m \sin(m\pi x/a)\} \sin(\pi y/b) \dots\dots(25)$$

ここに、 e_{o1} , e_{om} : それぞれ初期たわみモード成分を表わす既知定数、 e_1 , e_m : それぞれ付加たわみモード成分を表わす未知定数、 $m=2$ または 3 。

$m=2$ のとき、対称モード成分と逆対称モード成分とが相互に影響し合い、 $m=3$ のとき、2つの異なる次数の対称モード成分が相互に影響し合う。式(25)は面外方向に対して4辺単純支持の境界条件を満足する。

2.(1)と同じ手法を用いると、 $m=2$ と 3 の場合に対して、それぞれ荷重と面外たわみの関係が定式化される¹⁶⁾。

(2) 初期たわみモード成分の連成効果の分類

荷重と面外たわみモード成分との関係を、 $m=2$ と 3 の場合に対してそれぞれ図-12(a), (b)に示す。考慮された形状比は1.0, 2.0, 3.0である。これらは、それぞれ1, 2, 3の座屈モードに対して最小の座屈係数を与える形状比である。また、おのおのの初期たわみモード成分の大きさは、板厚の0, 0.1, 0.5倍である。

図-12から、2つの初期たわみモード成分が連成する効果について、次の傾向がみられる。

(1) 座屈モードの初期たわみ成分が他のモードの初期たわみ成分より大きい場合には、座屈モードのたわみ成分がおもに増加する。

図-12(a)の $\alpha=1.0$ の場合、

$$(e_{o1}/t_w, e_{o2}/t_w) = (0.1, 0.0), (0.5, 0.0), (0.5, 0.1).$$

図-12(a)の $\alpha=2.0$ の場合、

$$(e_{o1}/t_w, e_{o2}/t_w) = (0.0, 0.1), (0.0, 0.5), (0.1, 0.5).$$

図-12(b)の $\alpha=1.0$ の場合、

$$(e_{o1}/t_w, e_{o3}/t_w) = (0.1, 0.0), (0.5, 0.0), (0.5, 0.1).$$

図-12(b)の $\alpha=3.0$ の場合、

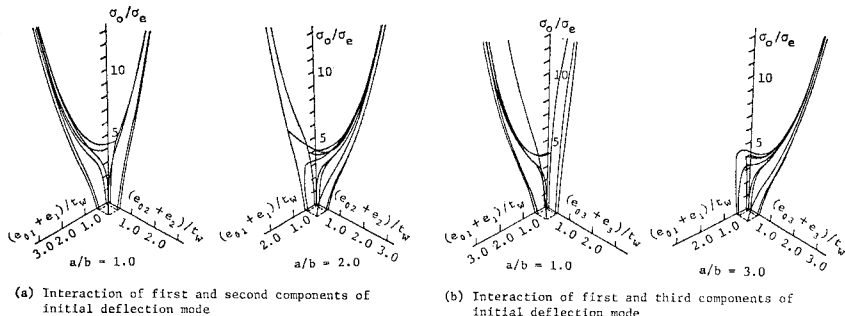


図-12 荷重と面外たわみモード成分の関係

$(e_{01}/t_w, e_{03}/t_w) = (0.0, 0.1), (0.0, 0.5), (0.1, 0.5)$.

(2) 座屈モードより低次モードの初期たわみ成分が座屈モードの初期たわみ成分より大きい場合には、荷重が低いときには、どちらのモードのたわみ成分もあまり増加しないが、ある荷重に達すると急激に座屈モードのたわみ成分が増加する。

図—12(a) の $\alpha = 2.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.1, 0.0), (0.5, 0.0), (0.5, 0.1)$.

図—12(b) の $\alpha = 3.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{03}/t_w) = (0.1, 0.0), (0.5, 0.0), (0.5, 0.1)$.

(3) 座屈モードより高次モードの初期たわみ成分が座屈モードの初期たわみ成分より大きい場合には、高次モードのたわみ成分がおもに増加する。

図—12(a) の $\alpha = 1.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.0, 0.5), (0.1, 0.5)$.

図—12(b) の $\alpha = 1.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{03}/t_w) = (0.0, 0.5), (0.1, 0.5)$.

(4) 座屈モードの初期たわみ成分と他のモードの初期たわみ成分の大きさが同程度の場合には、座屈モードのたわみ成分がおもに増加する。

図—12(a) の $\alpha = 1.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.1, 0.1)$.

図—12(a) の $\alpha = 2.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.1, 0.1), (0.5, 0.5)$.

図—12(b) の $\alpha = 1.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{03}/t_w) = (0.1, 0.1), (0.5, 0.5)$.

図—12(b) の $\alpha = 3.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{03}/t_w) = (0.1, 0.1), (0.5, 0.5)$.

ただし、両方の初期たわみ成分が大きい場合には、座屈モードより高次のモードのたわみ成分がおもに増加することもある。

図—12(a) の $\alpha = 1.0$ の場合、

$(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.5)$.

以上のように、各初期たわみモード成分が連成する効果は、座屈モードに基づいて分類することができる。

(3) 初期たわみモード成分の連成効果を式(13)と(18)へ導入する方法

実際の板においては、低次モードの初期たわみ成分の大きさが高次モードの初期たわみ成分の大きさよりも大きいことが報告されている^{12), 13)}。したがって、4.(2)の項目(1)と(2)の場合が、実際の板において最も生じやすいと考えられる。これら2つの場合に対して、さらに詳細に調べる。

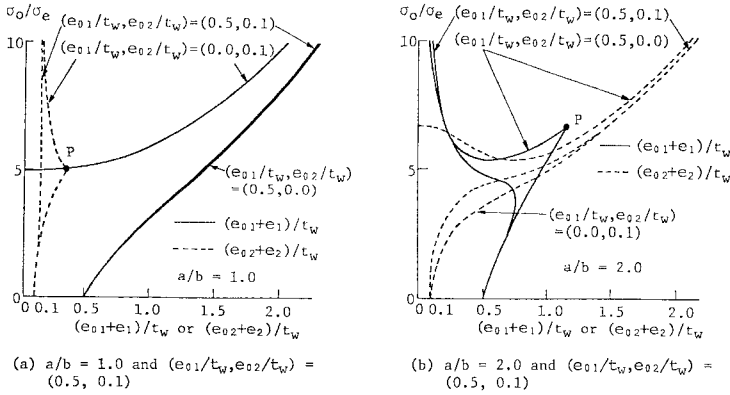
最初に、4.(2)の項目(1)の場合について考える。これの代表例として、 $\alpha = 1.0$ で $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.1)$ の場合の荷重と面外たわみモード成分の関係を 図

—13(a) に示す。図には、各初期たわみモード成分が単独で存在する場合、すなわち $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.0), (0.0, 0.1)$ の場合の荷重と面外たわみモード成分の関係も示してある。 $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.0, 0.1)$ の場合、点Pまでは2モードの面外たわみ成分のみが生じ、点Pで座屈が起こった後、2モードの面外たわみ成分は減少し、1モードの面外たわみ成分が生ずる。図より、座屈モードである1モードの面外たわみ成分の増加が著しいことがわかる。1モードの初期たわみ成分が単独で存在する場合の1モードの面外たわみ成分と、1モードと2モードの初期たわみ成分が組み合わさった場合の1モードの面外たわみ成分とは、図では区別できないほど漸近している。したがって、座屈モードの初期たわみ成分が他のモードの初期たわみ成分より大きい場合には、座屈モードの初期たわみ成分を式(13)と(18)に代入して得られる2次曲げ応力を採用すればよい。

次に、4.(2)の項目(2)の場合について考える。これの代表例として、 $\alpha = 2.0$ で $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.1)$ の場合の荷重と面外たわみモード成分の関係を 図—13(b) に示す。図には、各初期たわみモード成分が単独で存在する場合、すなわち $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.0), (0.0, 0.1)$ の場合の荷重と面外たわみモード成分の関係も示してある。 $(e_{01}/t_w, e_{02}/t_w) = (0.5, 0.0)$ の場合、点Pまでは1モードの面外たわみ成分のみが生じ、点Pで座屈が起こった後、1モードの面外たわみ成分は減少し、2モードの面外たわみ成分が生ずる。図より、座屈モードである2モードの面外たわみ成分の増加が著しいことがわかる。2モードの初期たわみ成分が単独で存在する場合の2モードの面外たわみ成分の方が、1モードと2モードの初期たわみ成分が組み合わさった場合の2モードの面外たわみ成分よりも大きい。これは、座屈モードと異なるモードの初期たわみ成分が座屈モードの面外たわみ成分の増加を抑制するためと考えられる。他方、この例題では、1モードの初期たわみ成分が座屈モードである2モードの初期たわみ成分より大きいため、1モードの面外たわみもある荷重までは増加する。したがって、座屈モードの初期たわみ成分に比べて低次モードの初期たわみ成分がかなり大きい場合には、各初期たわみモード成分を式(13)と(18)に代入して、それぞれの初期たわみモード成分に対して生ずる2次曲げ応力のうち大きい方の2次曲げ応力を採用すればよい。

4.(2)の項目(3)と(4)の場合に対しても上記と同様にして調べた。その結果、4.(2)のすべての項目に対して、初期たわみモード成分の連成効果を式(13)と(18)に導入する方法として次の方法が考えられる。

初期たわみ形状を Fourier 三角級数で展開し、各級数成分を式(13)と(18)に代入して、それぞれの級数



図一13 荷重と面外たわみモード成分の関係の詳細図

成分に対して生ずる2次曲げ応力のうち、一番大きい2次曲げ応力を採用する。この場合、座屈モードの初期たわみ成分は面外たわみを最も増加させるので、その大きさが他のモードの初期たわみ成分より大きい場合に対してはもちろん、たとえ小さい場合に対しても、2次曲げ応力の増加に重要である。

実際の板の初期たわみについて、最大初期たわみに関する統計学的資料はかなり収集されているが¹⁰⁾、各初期たわみモード成分に関する統計学的資料は少ないようである。最大初期たわみと各初期たわみモード成分との関係が明らかになれば、式(13)と(18)を最大初期たわみを用いて表わすことができる。

5. 水平補剛材を有するプレートガーダーの疲労

(1) 水平補剛材を有するプレートガーダーの面外変形¹⁷⁾

繰り返し曲げを受けるプレートガーダーが水平補剛材を有するとき、水平補剛材が大きなウェブの面外たわみの発生を防止するため、2次曲げ応力の増加、すなわち疲労亀裂の発生を防止する効果があることが実験的に明らかにされている³⁾。ウェブの面外変形は、水平補剛材の曲げ剛性比 $r (=EI/b_w D_w$ 、ここに EI : 水平補剛材の曲げ剛性、 b_w : ウェブの高さ、 D_w : ウェブの板曲げ剛性) と、水平補剛材によって区分されたおのおののサブパネルが水平補剛材を節として座屈するために必要な水平補剛材の最小の曲げ剛性比 r^* との大小関係によって分類される。 r が r^* より小さい場合には、水平補剛材はウェブと一体となって変形する。 r が r^* より大きくなると、水平補剛材の位置の面外たわみは抑制されるが、区分されたおのおののサブパネルが独自の変形をするようになる。

圧縮板に対して得られた荷重と2次曲げ応力の関係式の応用として、後者の場合に対して、2次曲げ応力を受ける隅肉溶接のウェブ側止端の疲労強度に基づいた疲労限度線図の作成について次節以下で述べる。

(2) 圧縮フランジ、水平補剛材、両垂直補剛材で囲まれたサブパネルのモデル化

曲げを受けるプレートガーダーの圧縮フランジ、水平補剛材、両垂直補剛材で囲まれたサブパネルに注目

する。図一14に示すように、これは台形分布の圧縮応力を受けているが、圧縮板の荷重と2次曲げ応力の関係式を適用するために、近似的に等分布の圧縮応力 σ_0 を受けていると仮定する。したがって、サブパネルに実際よりも厳しい载荷条件を課すことになる。

フランジはサブパネルに対して回転拘束部材になるため、フランジのサブパネルに対する拘束係数 χ_f を求める必要がある。フランジの反り剛性を無視してねじり剛性のみを考慮して、サブパネルの座屈形状として式(10)を仮定すると、フランジの単位長さ当たりの回転拘束剛性 k_f が次式で与えられる¹⁸⁾。

$$k_f = \frac{\pi^2}{a^2} GK_f \dots\dots\dots(26)$$

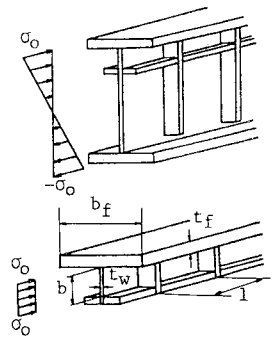
ここに、 G : せん断弾性係数、 $K_f = b_f t_f^3/3$: フランジのねじり定数、 b_f : フランジ幅、 t_f : フランジ厚。

したがって、 χ_f は次式で与えられる。

$$\chi_f = \frac{k_f b}{D_w} = 2\pi^2(1-\nu) \frac{b_f}{b} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{t_f}{t_w}\right)^3 \dots\dots(27)$$

水平補剛材もサブパネルに対して回転拘束部材になるが、同時に水平補剛材から下のサブパネルに対しても回転拘束部材になる。水平補剛材が両方のサブパネルに与える回転拘束の割合を現在算出することができないため、水平補剛材の位置を単純支持と仮定する。

以上の仮定により、曲げを受けるプレートガーダーの圧縮フランジ、水平補剛材、両垂直補剛材で囲まれたサブパネルは、非載荷辺の1辺が式(27)の拘束係数を有し、他辺が単純支持された、圧縮を受ける長方形板にモデル化される。



図一14 サブパネルのモデル化

(3) 疲労限度線図作成のための基礎式

荷重と面外たわみの関係を与える式 (18), および 2 次曲げ応力と面外たわみの関係を与える式 (13) は, 実用上さらに簡略化する必要がある. 最初に, 式 (18) に含まれる係数 R, θ を決定しなければならない. R については, $R < 1$ であるので, $R=1$ と仮定する. θ は非載荷辺の回転拘束と面内方向の境界条件に依存する係数であり, 有限要素法解析により, 境界条件ごとに決定されるが, ここでは, 面外方向に 4 辺単純支持され, かつ両非載荷辺が面内方向に自由に変位する場合の荷重と面外たわみの関係を与える式 (5) の係数で代用する. したがって, 式 (18) は次のように改められる.

$$\frac{\sigma_o}{\sigma_e} = k_{cr} \frac{e}{e_o + e} - \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_e} + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_o}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\} \dots (28)$$

ここに,

$$\theta = \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{2}{\pi} \alpha^3 \frac{\cosh(2\pi/\alpha) - 1}{\sinh(2\pi/\alpha) + 2\pi/\alpha}$$

次に, 式 (13) について考える. ウェブの面外変形に起因する疲労亀裂に対して, 2 次曲げ応力 σ_b の振幅で表わした 200 万回疲労強度は約 1700 kgf/cm² (166.6 MPa) である¹⁹⁾. 他方, 基本座屈応力 σ_e は, 5. (4) の表-2 に示すように, 実験で使用された水平補剛材を有するプレートガーダーのサブパネルに対して, 約 300 kgf/cm² (29.4 MPa) 以上になる. したがって, σ_b/σ_e は約 6 以下となり, 図-5 からわかるように, この程度では σ_b/σ_e と e/t_w は線形関係になっている. よって, 式 (13) の第 1 項のみを考慮する.

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = S \frac{e}{t_w} \dots (29)$$

式 (28) と (29) に基づいて, 疲労限度線図作成のための基礎式を誘導する. 下限圧縮応力 σ_{o1} に対する付加たわみ e_l が, 式 (28) を変形することにより, 次の 3 次方程式から得られる.

$$\frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta h^3 + \left\{ k_{cr} - \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta \left(\frac{e_o}{t_w} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} + \frac{\sigma_{o1}}{\sigma_Y} \right) \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} \right\} h - k_{cr} \frac{e_o}{t_w} = 0 \dots (30)$$

ここに, $h = (e_o + e_l)/t_w$, σ_Y : 降伏応力.

2 次曲げ応力振幅で表わした 200 万回疲労強度を $\Delta\sigma_b$ とすると, これに対する付加たわみ e_u が式 (29) から次式で与えられる.

$$\frac{e_u}{t_w} = \frac{1}{S} \frac{\Delta\sigma_b}{\sigma_Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} + h - \frac{e_o}{t_w} \dots (31)$$

式 (31) を式 (28) へ代入することにより,

$\Delta\sigma_b$ に対する上限圧縮応力 σ_{o2} が次式から求められる.

$$\frac{\sigma_{o2}}{\sigma_Y} = \frac{1}{\frac{\sigma_Y}{\sigma_e}} \left[k_{cr} - \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} - k_{cr} \frac{1}{S} \frac{\Delta\sigma_b}{\sigma_Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} + h + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta \left\{ \left(\frac{1}{S} \frac{\Delta\sigma_b}{\sigma_Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_e} + h \right)^2 - \left(\frac{e_o}{t_w} \right)^2 \right\} \right] \dots (32)$$

式 (30) と (32) から, 2 次曲げ応力を受ける隅肉溶接のウェブ側止端の疲労強度に基づいた疲労限度線図を作成することができる.

(4) 既往の実験結果との比較

大阪大学で行われた, 曲げを受けるプレートガーダーの疲労実験で使用された試験体^{20), 21)}のうち, r/r^* が 3 以上の水平補剛材を有する試験体について, これまでに誘導された各種パラメーターの値を表-2 に示す. r^* は, DIN 4114²²⁾ に規定される水平補剛材の最小曲げ剛性比である. 水平補剛材は, 圧縮フランジからウェブの高さの 5 分の 1 のところに設けられている. 試験体 F シリーズは SMA 50 A の単一鋼種ガーダーであり, B シリーズは, 圧縮フランジに SM 58, 引張フランジに HT 80, ウェブに SS 41 を用いたハイブリッドガーダーである. 拘束係数 χ_f の計算においては, フランジがサブパネルに与える回転拘束の程度は固定に近いと予想して, 非載荷辺の 1 辺が固定支持で, 他辺が単純支持のとき最小の座屈係数を与える形状比 $a/b=0.8$ を用いた.

係数 k_{cr}, S と拘束係数 χ_f との関係を 図-15 に示す. χ_f が 100 以上になると, k_{cr} と S はほぼ固定支

表-2 試験体の各種パラメーターの値

Test	$\frac{\sigma_Y}{\text{kgf/cm}^2}$	r/r^*	χ_f	b/t_w	$\frac{\sigma_e}{\text{kgf/cm}^2}$	σ_Y/σ_e	σ_{o1}/σ_Y	σ_{o2}/σ_Y
F-5	3600 (SMA 50 A)	4.28	1206	50	759	4.74	0.217	0.556
F-7		5.30	1005	60	527	6.83	0.128	0.471
F-9		3.83	1005	60	527	6.83	0.128	0.449
B 4-L 7	2400 (SS 41)	7.10	386	80	297	8.08	0.2	0.917
B 3-L 6		6.43	515	60	527	4.55	0.425	1.063
B 2-L 5		5.06	772	40	1186	2.02	0.442	0.883

Note: 1 kgf/cm² = 9.8 × 10⁻² MPa

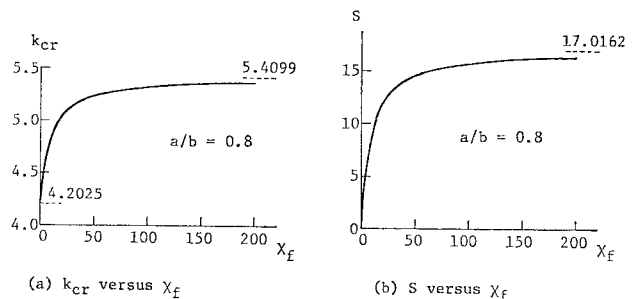
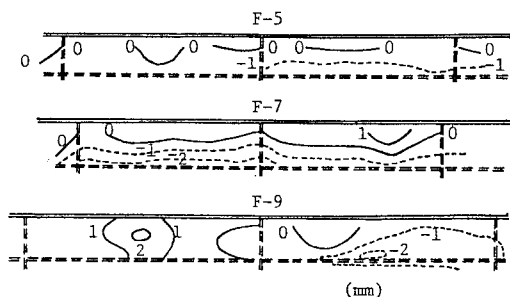


図-15 k_{cr}, S と χ_f の関係



Note: Thickness of web plate = 3.2 mm

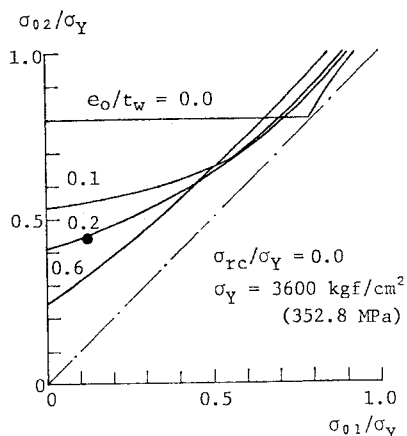
図—16 試験体の初期たわみ形状

持状態に漸近することがわかる。したがって、疲労試験体のフランジのサブパネルに対する回転拘束の程度はほぼ固定支持状態にあるとみなせる。

試験体 F シリーズについては初期たわみ形状の記録²³⁾があり、これを 図—16 に示す。F-5 と F-7 についてはフランジ方向に沿って初期たわみ形状の変化が少ないが、F-9 については両方のサブパネルの中央付近で局部的に初期たわみが増加し、その大きさが板厚の約 0.6 倍に達している。しかも試験体 F-9 においてはそれぞれのサブパネルに疲労亀裂が発生した。図—16 の各試験体の初期たわみ形状を Fourier 三角級数で展開するには、等高線間隔が大きいので困難であるが、F-9 の初期たわみ形状の場合、座屈モードの初期たわみ成分がかなり大きくなるはずである。したがって、4. で述べたように、座屈モードの初期たわみ成分の大きさが、2 次曲げ応力の増加、すなわち疲労亀裂の発生にきわめて重要である。

試験体 B シリーズについては初期たわみ形状の記録はないが、降伏応力に近い応力を受けているにもかかわらず疲労亀裂が発生しなかった。これは、試験体 B シリーズにおいては、座屈モードより低次モードの初期たわみ成分が座屈モードの初期たわみ成分より大きかったので、4. で述べたように、座屈モードの面外たわみ成分の増加が抑制され、したがって 2 次曲げ応力の増加が抑制されたので、高応力を受けているにもかかわらず疲労亀裂が発生しなかったと考えられる。

次に、式 (30) と (32) から作成された、試験体 F-9 に対する 200 万回疲労限度線図を 図—17 に示す。フランジの回転拘束は固定とし、 $\Delta\sigma_b$ を 1700 kgf/cm^2 (166.6 MPa) とした。図には、試験体 F-9 の実験で設定された上下限圧縮応力の位置も黒丸で示してある。下限圧縮応力が小さい領域では、初期たわみの大きさによって上限圧縮応力はかなり異なる。しかし、下限圧縮応力が大きくなると、各疲労限度線は互いに接近し、初期たわみの大きい疲労限度線の方が小さいものよりも上に位置するようになる。試験体 F-9 の初期たわみモード



図—17 試験体 F-9 に対する 200 万回疲労限度線図

成分の数量的評価はなされていないが、実験で設定された上下限圧縮応力に対して、座屈モードの初期たわみ成分の大きさが板厚の約 0.2 倍以下であったならば、疲労亀裂は発生しなかったと考えられる。

6. 結 論

(1) 圧縮を受ける長方形板に対して、初期たわみ、残留応力、非載荷辺の回転拘束を考慮して、荷重と面外たわみの関係、および 2 次曲げ応力と面外たわみの関係を定式化した。前者は式 (18) で与えられ、後者は式 (13) で与えられる。

(2) 初期たわみモード成分が連成する効果は、座屈モードに基づいて 4 つに分類することができる。この初期たわみモード成分の連成効果を、単一モードの初期たわみの仮定のもとに誘導された式 (13) と (18) へ導入する方法を示した。すなわち、初期たわみ形状を Fourier 三角級数で展開し、各級数成分を式 (13) と (18) に代入して、それぞれの級数成分に対して生ずる 2 次曲げ応力のうち、一番大きい 2 次曲げ応力を採用する。この場合、座屈モードの初期たわみ成分は面外たわみを最も増加させるので、その大きさが他のモードの初期たわみ成分より大きい場合に対してはもちろん、たとえ小さい場合に対しても、2 次曲げ応力の増加に重要である。

(3) 圧縮板に対して得られた荷重と 2 次曲げ応力の関係式の応用として、繰り返し曲げを受ける、水平補剛材を有するプレートガーダーの圧縮フランジ、水平補剛材、両垂直補剛材で囲まれたサブパネルの局部的な面外変形に起因する疲労亀裂に対して、2 次曲げ応力を受ける隅肉溶接のウェブ側止端の疲労強度に基づいた疲労限度線図を作成した。

(4) 本論文の疲労亀裂の発生の有無は、座屈モード

の初期たわみ成分の大きさが非常に重要である。したがって、製作時の板の初期たわみ形状に関する統計学的資料を整備して研究する必要がある。

最後に、本研究にあたり、当時大阪大学工学部学生の小橋慶三氏（現在、日本道路公団）に協力いただいたことを付記し、ここに感射の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 前田幸雄・大倉一郎：プレートガーダーウェブの初期たわみと疲労亀裂発生の相関に関する研究，土木学会論文報告集，第319号，pp. 1~11, 1982.
- 2) Maeda, Y. and I. Okura : Interaction between initial web deflection and fatigue crack initiation in thin-walled plate girders, The Design of Steel Bridges Conference Discussion, Edited by H.R. Evans, pp. 12.9~12.16, 1980.
- 3) 前田幸雄：プレートガーダーの疲労，JSSC, Vol. 9, No. 86, pp. 32~41, 1973.
- 4) 前田幸雄・大倉一郎：圧縮と面内曲げを受ける長方形板の面外有限変形に関する研究，土木学会論文報告集，第320号，pp. 15~23, 1982.
- 5) Marguerre, K. : Zur Theorie der gekrümmter Platte grosser Formänderung, Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, pp. 93~101, 1938.
- 6) Lundquist, E.E. and E.Z. Stowell : Critical compressive stress for flat rectangular plates supported along all edges and elastically restrained against rotation along the unloaded edges, NACA, Report No. 733, pp. 99~109, 1942.
- 7) 小橋慶三・前田幸雄・大倉一郎：初期不整を考慮した圧縮板の弾性面外有限変形挙動の定式化，第36回土木学会年次学術講演会講演概要集，I-150, 1981.
- 8) Klöppel, K., R. Schmied und J. Schubert : Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Kastenträger unter Verwendung der nichtlinearen Beultheorie, Der Stahlbau, Vol. 35, H. 11, S. 321~337, 1966.
- 9) 日本鋼構造協会編：特集残留応力と座屈，JSSC, Vol. 3, No. 16, pp. 3~68, 1967.
- 10) 藤田 謙・野本敏治・仁保 治：防掩板の圧縮強度について（第2報），日本造船学会論文集，第144号，pp. 437~445, 1978.
- 11) Washizu, K. : Variational Method in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, pp. 52~75, 1968.
- 12) Carlsen, C.A. and J. Czujko : The specification of post-welding distortion tolerances for stiffened plates in compression, The Structural Engineer, Vol. 56 A, No. 5, pp. 133~141, May 1978.
- 13) 上田幸雄・矢尾哲也・中村和博：溶接初期不整を有する矩形板の圧縮強度に関する研究（第1報），日本造船学会論文集，第148号，pp. 222~231, 1980.
- 14) 上田幸雄・矢尾哲也：溶接初期不整を有する矩形板の圧縮強度に関する研究（第2報），日本造船学会論文集，第149号，pp. 306~313, 1981.
- 15) Maeda, Y., I. Okura and K. Kobashi : Formulation of finite out-of-plane deformation of rectangular plates in compression, Technol. Repts. Osaka Univ., Vol. 31, pp. 333~342, 1981.
- 16) 日本鋼構造協会関西地区委員会 IDM 委員会：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，JSSC, Vol. 16, No. 170, pp. 10~43, 1980.
- 17) 前田幸雄・大倉一郎：水平補剛材を有するプレートガーダーの2次曲げ応力に関する研究，昭和55年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，I-44, 1980.
- 18) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, Second Edition, McGraw-Hill Book Company Inc., p. 365, 1961.
- 19) Maeda, Y. : Fatigue cracks of deep thin-walled plate girders, Proc. of Bridge Engineering Conference of TRB, Vol. 1, pp. 120~128, Sept. 1978.
- 20) Maeda, Y. : Ultimate static strength and fatigue behavior of longitudinally stiffened plate girders in bending, IABSE, Proc. London Colloquium, pp. 269~282, March 1971.
- 21) 前田幸雄・川井 豊：薄肉溶接ハイブリッド・ガーダーの曲げ疲労強度に関する研究，溶接学会誌，第43巻，第3号，pp. 736~742, 1974.
- 22) DIN 4114, 1952.
- 23) 堀見 尉・宮村隆夫：プレートガーダーの疲労に関する研究，大阪大学卒業論文，1970.

(1981.11.12・受付)