

3次元的フィルダムの振動解析のための実用的モデル*

PRACTICAL MODELING FOR DYNAMIC ANALYSIS OF THREE
DIMENSIONAL EMBANKMENT DAMS

大町 達夫**・時松 孝次***

By Tatsuo OHMACHI and Kohji TOKIMATSU

1. はじめに

周知のように、古来、わが国には数多くのダムが建設されてきた。日本ダム台帳(1979)^⑨に収録されているダムは竣工したものだけでも2060個に達しているが、ダム建設は今日なお盛んに行われ、水資源の有効利用や洪水災害の防除などに役立てられている。高さ15m以上のダムで1981年3月末現在で工事中ならびにそれ以前の1年間に完成したダムは全部で185個あり、このうちアースダムあるいはロックフィルダムなど土質材料で築造するいわゆるフィルダムは116個で全体の63%に及ぶ^⑩。コンクリートダムに比べフィルダムは基礎地盤のあまり良好でない地点でも築造可能であり、またダム材料として現地の材料を使用できるなどの特長をもち、それが今日におけるフィルダム建設の隆盛をもたらした一つの要因と思われる。しかし今後一層深刻化する立地条件の悪化を克服し安全で経済的なダムをさらに建設するためには早急に解決すべき工学的問題もいくつか残されている。

もとよりわが国においては、ダムの耐震機能は設計・施工上の最重要項目の一つであり、ダム全体の構造を決定する支配要素ともなり得る。わが國の大ダム地点は急峻な渓谷に選定されることが多く、ダム基礎には規模の大小はあるものの断層や破碎帶あるいは未固結堆積物などが多様に分布し、基礎の一体性を損なう要因が多い。したがってダムの合理的な耐震設計手法はこれらの現実的な地形・地質条件を取り込み、それらがダムの震動性状に及ぼす効果を適正に評価し得るものであると同時に、一般的のダム技術者が手軽に使用でき適切な技術的判

断を下すのに直接役立つような高い実用性を有することが必要である。

フィルダムの現行の耐震設計^⑪は、ダム軸直交方向の鉛直断面について静力学的手法によりなされるのが通例であり、動的解析が併用される場合でもその断面について2次元有限要素法により平面ひずみ問題として解析されることが多い。これらの方法では左右岸の地山がダムの震動を拘束する効果やダム軸方向に震動状況が変化する効果などが適正に評価できない。矩形谷内の均質なアースダムモデルを用いた解析結果からダム頂の長さLとダム高Hとの比L/Hが4以上であればダムを2次元体で近似してもよいとの知見が得られている^⑫が、わが国のフィルダムについてL/Hの頻度を調べてみると、 $H \geq 50\text{ m}$ の場合には $L/H = 3$ が最も多く、しかもダム高が増大するにつれて L/H は小さくなる傾向がある^⑬。現実の谷形状は矩形よりもむしろ台形あるいは三角形に近いことを考えれば、高さ50m以上のダムに対する2次元体近似にはよほどの注意が必要なことが推察される。**Fig. 1**はこのことを示唆する一例である。図は、19個のロックフィルダムと13個のアースダムの合計32個の実在フィルダム^{⑭～⑯}について、それらの基本振動数 $f_1(\text{Hz})$ とダム高 $H(\text{m})$ の積を縦軸にダム長・ダム高比 L/H を横軸にとりプロットしたものである。各ダムごとに形状や材料あるいは基礎の条件などが異なるため厳密な比較は難しいが、高さの等しいダムでも L/H が小さく両岸地山の拘束が強いダムほど基本振動数が高くなる傾向が読み取れる。

狭隘な渓谷や地形・地質が複雑な地点に建設される大規模なフィルダムの耐震設計には3次元的取扱いが特に必要であると考えられる。このため3次元有限要素法が適用されることもあるが、現状でもかなりの労力と時間を要するため広範な実用性に欠ける面がある。このような状況を踏まえ、著者らは実用性の高い簡便なフィルダムの3次元的震動解析手法を開発してきた。本論文は、

* 本論文は、既発表の論文1)～8)をとりまとめ、加筆したものである。

** 正会員 工博 東京工業大学助教授 大学院総合理工学
研究科

*** 正会員 工博 東京工業大学助手 工学部

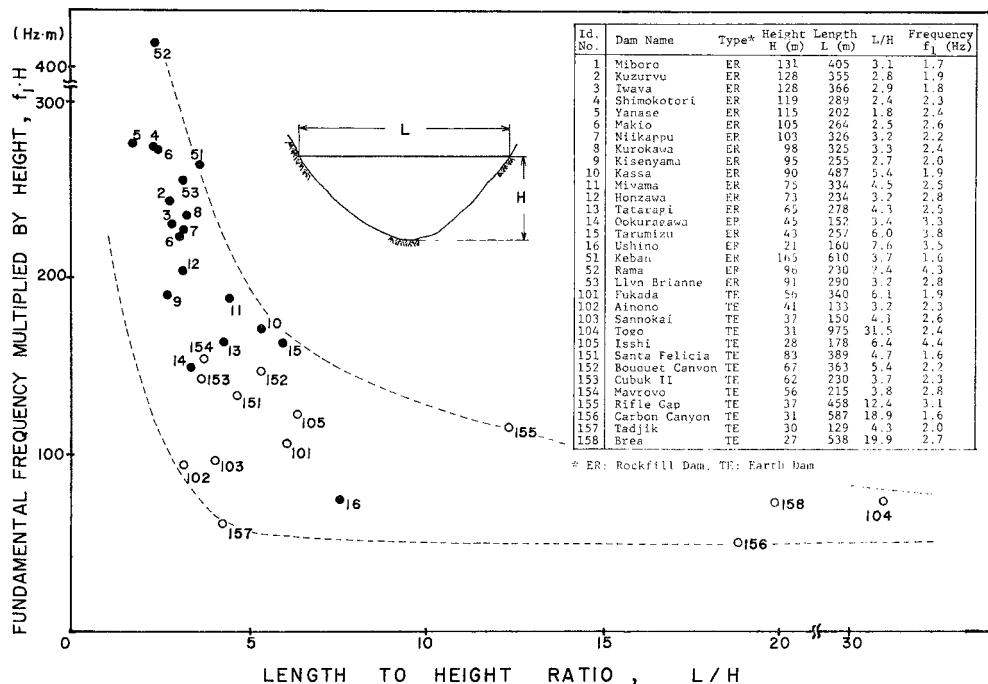


Fig. 1 Effect of Canyon Restraint on Fundamental Frequency.

ダムの耐震設計上最も重要なダム軸直交方向の振動について、この簡便な解析手法を誘導し実ダムの動的解析への適用性を検証したものである。

2. 解析手法の誘導

(1) 有限要素法によるせん断ばりモデルの拡張

Fig. 2 に示すように、ダム軸方向に x 軸、上下流方向に y 軸、鉛直下方に z 軸をとり、ダムの横断面形を三角形とする。

上下流方向のダム振動をせん断振動で近似し、同方向

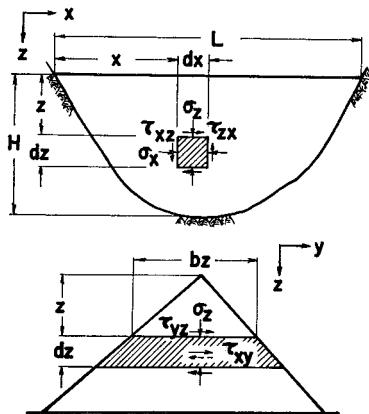


Fig. 2 Definition Sketch.

に関するせん断応力の分布が一様であると仮定して、畑中は矩形状の谷に位置するアースダムの自由振動解を与えた²⁶⁾。これによれば、上下流方向の弾性振動方程式

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\left(\frac{1}{z} \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

は、ダムが等方・均質な場合には次のように書き替えられる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = v_s^2 \left[\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで ρ はダムの密度、 v_s はせん断波速度で、 G をせん断剛性とすれば

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

である。自由振動を単弦振動として表わすことにより式(2)の解として次式が得られる。

$$v(x, z, t) = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{n\pi x}{L} \times J_0 \left(\frac{\mu_m z}{H} \right) \exp(i\omega t) \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここで H はダム高、 L はダム頂長、 A_{mn} は未定定数、 $i (= \sqrt{-1})$ は虚数単位、 $J_0(z)$ は第1種0次Bessel関数であり、 μ_m は $J_0(\mu_m) = 0$ を満たす m 番目の0点の値である。また ω は次式で与えられる固有円振動数である。

$$\omega H/v_s = \sqrt{\mu_m^2 + n^2 \pi^2 (H/L)^2} \quad (m, n=1, 2, \dots) \quad \dots \dots \dots (5)$$

さて、式(4)において $\sin(n\pi x/L)$ はダム軸方向の

c を任意定数として

$$V(z) = cz^{-\frac{a}{2}} J_{\frac{a}{2-a}}(\alpha z^{\frac{2-a}{2}}) \quad \dots \dots \dots (23)$$

で与えられる。ただし

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho}{G_0}} \cdot \frac{2}{2-a} \omega \quad \dots \dots \dots (24)$$

$V(z)$ はダム底でゼロすなわち $V(H)=0$ となることが必要であり、このことを考えて式 (23) を次のように変形する。

$$V(\psi) = c\psi^{-a} J_a(\psi) \quad \dots \dots \dots (25)$$

ただし

$$\nu = \frac{a}{2-a} \quad \dots \dots \dots (26)$$

$$\psi = \mu_m \left(\frac{z}{H} \right)^{\frac{2-a}{2}} \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$\mu_m = \alpha H^{\frac{2-a}{2}} \quad \dots \dots \dots (28)$$

ここで μ_m は $J_a(\mu_m)=0$ となる m 番目の 0 点の値である。

さて、上式で $a=0$ とおけば剛性分布が一様なダムの固有振動形が得られるが、これは式 (4) に現われた 0 次 Bessel 関数に一致する。現実のダムの a の値についてはいくつかの知見が得られている。たとえば、喜撰山ダム、下小鳥ダム、多々良木ダム、新冠ダムなどにおける弾性波測定の結果をもとに、各ダムの盛立材料や深度により多少の変動はあるもののコア部で $a \approx 0.7$ 、ロック部で飽和状態のとき $a \approx 0.4$ 不飽和状態のとき $z=5 \sim 30$ m で $a \approx 0.4$ 、 $z > 30$ m で $a \approx 0.63$ であるとする報告がある²⁸⁾。またダム内の剛性が平均有効応力や間隙比に大きく依存することに注目し、 $a \approx 2/3$ となることを解析的に導き、この場合の振動形状が実ダムの地震時の振動形状をよく近似し得るとする主張もある²⁹⁾。

$a=2/3$ の場合、式 (25) の振動形は

$$V(\psi) = c\psi^{-1/2} J_{1/2}(\psi) \quad \dots \dots \dots (29)$$

となるが、式 (11) と同様にダム頂で単位振幅が得られる条件すなわち $V(0)=1$ を付与すれば式 (29) は

$$V(\psi) = \sqrt{\frac{\pi}{2\psi}} J_{1/2}(\psi) = \sin \psi / \psi \quad \dots \dots \dots (30)$$

となる。この場合の μ_m の値は $J_{1/2}(\mu_m)=0$ より

$$\mu_m = m\pi \quad (m=1, 2, \dots) \quad \dots \dots \dots (31)$$

である。

Fig. 4 に $a=0, 2/3, 1$ の場合の、1次および2次の振動形を示す。

(3) 剛性マトリックス k 、質量マトリックス m の具体形

式 (18) に示した要素剛性マトリックスを次のような部分マトリックスの和として表現する。

$$k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \quad \dots \dots \dots (32)$$

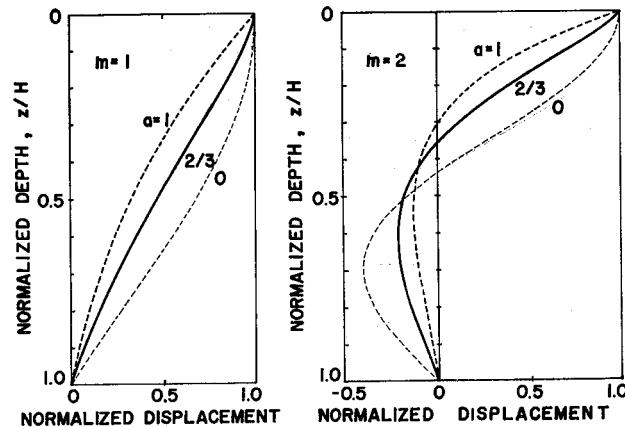


Fig. 4 The Lowest Two Mode Shapes along Depth.

ただし

$$k_1 = \int_v G \cdot f^2(x, z) C^T N^T N C d(vol) \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$k_2 = \int_v G \cdot f(x, z) f_x(x, z) C^T (N^T S + S^T N) C d(vol) \quad \dots \dots \dots (34)$$

$$k_3 = \int_v G \cdot f_x^2(x, z) C^T S^T S C d(vol) \quad \dots \dots \dots (35)$$

$$k_4 = \int_v G \cdot f_z^2(x, z) C^T S^T S C d(vol) \quad \dots \dots \dots (36)$$

$$N = [0 \ 1] \quad \dots \dots \dots (37)$$

ダム軸横断面の振動形状 $f(x, z)$ として、まず大規模な実ダムとの対応が良好と思われる

$$G = G_0 z^{2/3} \quad \dots \dots \dots (38)$$

の場合の形状関数すなわち式 (30) に対応する次式を採用してみる。

$$f(x, z) = \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad \dots \dots \dots (39)$$

ただし

$$\varphi = \mu_m \left(\frac{z}{H_x} \right)^{2/3} \quad \dots \dots \dots (40)$$

ここで H_x は式 (13) で与えられる断面 x におけるダムの高さである。式 (39) から

$$f_x(x, z) = \frac{2}{3} \frac{H_j - H_i}{H_x l} \left(\frac{\sin \varphi}{\varphi} - \cos \varphi \right) \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$f_z(x, z) = -\frac{2}{3} \frac{\mu_m^{3/2}}{H_x \varphi^{3/2}} \left(\frac{\sin \varphi}{\varphi} - \cos \varphi \right) \quad \dots \dots \dots (42)$$

が得られるので、これらを代入すれば式 (33)～(36) の各部分マトリックスは具体的に算定できる。積分過程の詳細は文献³⁰⁾に譲るとして概略を示すと次のようになる。

$$k_1 = G_0 b \int_0^{H_x} \int_0^l C^T N^T N C z^{5/3} f^2(x, z) dx dz \\ = \frac{3}{8} \frac{G_0 b}{\mu_m^{2/3}} \int_0^l C^T N^T N C H_x^{8/3} dx$$

$$= \frac{9 G_0 b}{88 \mu_m^2 l} \cdot \frac{H_j^{11/3} - H_i^{11/3}}{H_j - H_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_2 &= G_0 b \int_0^{H_x} \int_0^l \mathbf{C}^T (\mathbf{N}^T \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{N}) \mathbf{C} z^{5/3} f(x, z) f_x(x, z) dx dz \\
&= \frac{G_0 b (H_j - H_i)}{2 \mu_m^2 l} \left\{ \mathbf{C}^T \int_0^l (\mathbf{N}^T \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{N}) H_x^{5/3} dx \mathbf{C} \right\} \\
&= \frac{G_0 b}{2 \mu_m^2 l} \left[\begin{array}{cc} \frac{3}{4} H_i^{8/3} - \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)} & -\frac{3}{8} (H_j^{8/3} + H_i^{8/3}) + \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)} \\ \text{sym.} & \frac{3}{4} H_j^{8/3} - \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)} \end{array} \right] \dots \quad (44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= G_0 b \int_0^{H_x} \int_0^t S^T S z^{5/3} f_x^2(x, z) dx dz \\
&= \frac{G_0 b (\mu_m^2 + 9)}{12 \mu_m^2 l^2} (H_j - H_i)^2 \left\{ C^T \int_0^t S^T S H_x^{2/3} dx C \right\} = \frac{3 G_0 b (\mu_m^2 + 9)}{60 \mu_m} (H_j - H_i) \\
&\times \begin{bmatrix} -H_i^{5/3} - \frac{3 H_i^{8/3}}{4(H_j - H_i)} + \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)} & \frac{3(H_j^{8/3} + H_i^{8/3})}{8(H_j - H_i)} - \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)^2} \\ \text{sym.} & H_j^{5/3} - \frac{3 H_j^{8/3}}{4(H_j - H_i)} + \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)^2} \end{bmatrix} \dots\dots(45) \\
k_4 &= G_0 b \int_0^{H_x} \int_0^t S^T S z^{5/3} f_z(x, z) dx dz = \frac{G_0 b}{3} \left\{ C^T \int_0^{H_x} S^T S H_x^{2/3} dx C \right\} = \frac{G_0 b l}{5(H_j - H_i)} \\
&\times \begin{bmatrix} -H_i^{5/3} - \frac{3 H_i^{8/3}}{4(H_j - H_i)} + \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)^2} & \frac{3(H_j^{8/3} + H_i^{8/3})}{8(H_j - H_i)} - \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)^2} \\ \text{sym.} & H_j^{5/3} - \frac{3 H_j^{8/3}}{4(H_j - H_i)} + \frac{9(H_j^{11/3} - H_i^{11/3})}{44(H_j - H_i)^2} \end{bmatrix} \dots\dots(46)
\end{aligned}$$

要素剛性マトリックス k は上に算定した $k_1 \sim k_4$ の和でただちに構成できるが、これらの次の性質を知れば数値解析に便利である。

- i) 要素の断面高が一様なとき, すなわち $H_j = H_i$ のとき $k_2 = k_3 = \mathbf{0}$ となる.

ii) k_1 と k_2 の和は次のような簡単な形となる.

$$k_1 + k_2 = \frac{3 G_0 b}{16 \mu_m^2 l} \begin{bmatrix} 2 H_i^{8/3} - (H_j^{8/3} + H_i^{8/3}) \\ \text{sym.} & 2 H_j^{8/3} \end{bmatrix} \quad \dots \quad (47)$$

- iii) k_3 と k_4 とは次のような統一的表現ができる.

$$k_3 = \frac{(\mu_m^2 + 9)}{20} (H_j - H_i)^2 k^* \quad \dots \dots \dots \quad (48)$$

$$k_4 = \frac{\mu_m^2 l^2}{5} k^* \quad \dots \dots \dots \quad (49)$$

ただし

$$k_{11}^* = 2(20H_i^{8/3} + 60H_i^{7/3}H_j^{1/3} + 120H_i^{6/3}H_j^{2/3} \\ + 145H_i^{5/3}H_j^{3/3} + 135H_i^{4/3}H_j^{4/3} \\ + 90H_i^{3/3}H_j^{5/3} + 54H_i^{2/3}H_j^{6/3} \\ + 27H_i^{1/3}H_j^{7/3} + 9H_j^{8/3}) \dots \quad (51)$$

$$k_{12}^* = k_{21}^* = 3(5H_i^{8/3} + 15H_i^{7/3}H_j^{1/3} + 30H_i^{6/3}H_j^{2/3} + 39H_i^{5/3}H_j^{3/3})$$

上式において分母、分子の双方に因子 $(H_j^{1/3} - H_i^{1/3})$ が含まれているので $H_j = H_i$ に対してもこの積分値が不定になることはない。以下の式(44)～(46)においても同様である。

$$k_{22}^* = 2(9H_i^{8/3} + 27H_i^{7/3}H_j^{1/3} + 54H_i^{6/3}H_j^{2/3} + 90H_i^{5/3}H_j^{3/3} + 135H_i^{4/3}H_j^{4/3} + 145H_i^{3/3}H_j^{5/3} + 120H_i^{2/3}H_j^{6/3} + 60H_i^{1/3}H_j^{7/3} + 20H_i^{8/3}) \quad \dots\dots\dots (53)$$

上記の要素剛性マトリックスに対応する要素質量マトリックスは次のようなになる。

$$\begin{aligned}
 m &= \rho b \left\{ C^T \int_0^l H_x S^T S z f^2(x, z) dx dz C \right\} \\
 &= \frac{3 \rho b}{4 \mu m^2} \left\{ C^T \int_0^l S^T S H_x^2 dx C \right\} = \frac{\rho b l}{80 \mu m^2} \\
 2 H_i^2 + 6 H_i H_j + 2 H_j^2 &\quad 3 H_i^2 + 4 H_i H_j + 3 H_j^2 \\
 \text{sym.} &\quad 2 H_i^2 + 6 H_i H_j + 12 H_j^2
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

なおダム内の剛性が一様な場合すなわち $a=0$ の場合と、それがダム頂からの深度に正比例する場合すなわち $a=1$ の場合の k と m の具体形および μ_m の例³¹⁾を Table 1 に示す。これらのマトリックスのうち、 $a=0$ に対応するものはダムの 3 次元均質弾性模型振動実験の解析にも手軽に利用できるので有用である。

Table 1 μ_m Values, Mass and Stiffness Matrices for $a=0$ and $a=1$.

Shear Modulus Distribution		$G=\text{const. } (a=0)$	$G=G_0z \ (a=1)$
Shape Function in $y-z$ Plane $f(x, z)$		$J_0\left(\frac{\mu_m z}{H_x}\right)$	$\frac{2}{\mu_m} \sqrt{\frac{H_x}{z}} J_1\left(\mu_m \sqrt{\frac{z}{H_x}}\right)$
μ_m Values	μ_1	2.405	3.832
	μ_2	5.520	7.016
	μ_3	8.654	10.173
Stiffness Matrix K	k_1	$20 G \epsilon (H_i^2 + H_j^2 + H_i H_j) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$20 G_0 \eta (H_i^3 + H_i^2 H_j + H_i H_j^2 + H_j^3) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
	k_2	$10 G \epsilon \begin{bmatrix} 2(2H_i^2 - H_i H_j - H_j^2) & 2H_i H_j - H_i^2 - H_j^2 \\ 2H_i H_j - H_i^2 - H_j^2 & 2(H_j^2 - H_i H_j - H_i^2) \end{bmatrix}$	$20 G_0 \eta (H_i - H_j) \begin{bmatrix} 3H_i^2 + H_j^2 + 2H_i H_j & -(H_i + H_j)(H_i - H_j) \\ -(H_i + H_j)(H_i - H_j) & -(H_i^2 + 3H_j^2 + 2H_i H_j) \end{bmatrix}$
	k_3	$10 G \epsilon (\mu_m^2 + 4) (H_j - H_i) \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$	$G_0 \eta (\mu_m^2 + 16) (H_i - H_j)^2 \begin{bmatrix} 3H_i + H_j & H_i + H_j \\ H_i + H_j & H_i + 3H_j \end{bmatrix}$
Mass Matrix M	k_4	$10 G \epsilon l^2 \mu_m^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$	$5 G_0 \eta l^2 \mu_m^2 \begin{bmatrix} 3H_i + H_j & H_i + H_j \\ H_i + H_j & H_i + 3H_j \end{bmatrix}$
		$\kappa = b J_1^2(\mu_m) / (120 l)$	$\eta = b J_0^2(\mu_m) / (60 l \mu_m^2)$

3. 起振実験のシミュレーション

本手法自体の妥当性に関しては、それによる固有値解を従来の3次元有限要素解やせん断ばり理論に基づく他の解と比較することによりすでに一部は確認した³²⁾。ここでさらにも実ダムへの適用性を検証する目的で Bouquet Canyon Dam の起振実験のシミュレーションを行う。解析結果は主として前述の $G=G_0z^{2/3}$ のモデルによるものを示すが、 $G=G_0$ および $G=G_0z$ のモデルによる結果も一部併記し実測値と対比することにより、各モデルの適用性も比較する。

(1) シミュレーション解析の方法

ダム全体を振動系とみなした場合の運動方程式は次のように書ける。

$$\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{V}}_m + \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{V}}_m + \mathbf{K}_m \mathbf{V}_m = \mathbf{P}(t) \quad \dots \dots \dots (55)$$

上式の \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} はそれぞれの要素マトリックスから得られるダム全体系の質量マトリックス、減衰マトリックスおよび剛性マトリックスであり、 \mathbf{V} および \mathbf{P} はそれぞれ変位ベクトル、荷重ベクトルである。また添字の m は前出と同じく深さ方向の振動モードを示し、ドットは時間微分を表わす。

ダム頂に沿う固有振動形とそれに対応する固有円振動数は、次の固有値問題を解くことにより得られる。

$$[\mathbf{K}_m - \omega^2 \mathbf{M}_m] \mathbf{V}_m = 0 \quad \dots \dots \dots (56)$$

得られた固有振動形 $\tilde{\mathbf{V}}$ を用いれば、系全体の変位ベクトル \mathbf{V} は各モードの線形和で表わせる。すなわち

$$\mathbf{V} = \tilde{\mathbf{V}} \mathbf{q} \quad \dots \dots \dots (57)$$

ここで \mathbf{q} は各モードの振幅を表わすベクトルである。

本解析では、減衰は比例減衰でありまた異なる m に対して式 (56) から得られる振動形が互いに直交性を有しているものと仮定する。後者は均質なダムが矩形状の谷に位置する場合には前述のように厳密に成立する仮定である。これらの仮定により、式 (55) は各振動モードごとに独立な次のような振動方程式に帰着する。

$$q_{mn} + 2 h_{mn} \omega_{mn} q_{mn} + \omega_{mn}^2 q_{mn} = \frac{P_{mn}}{M_{mn}} \quad \dots \dots \dots (58)$$

ここで h は減衰定数、 n はダム頂に沿う振動モードであり、

$$M_{mn} = \tilde{\mathbf{V}}_{mn}^T \mathbf{M}_m \tilde{\mathbf{V}}_{mn} \quad \dots \dots \dots (59)$$

$$P_{mn} = \tilde{\mathbf{V}}_{mn}^T \mathbf{P}(t) \quad \dots \dots \dots (60)$$

である。

いまダム頂で円振動数 ω_0 の正弦加振がなされているとすれば、外力ベクトルは次式で与えられる。

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 \sin(\omega_0 t) \quad \dots \dots \dots (61)$$

この正弦加振に対するダムの定常応答位は、各モードの応答を重ね合わせることにより次のように表わせる。

$$\mathbf{V} = \sum_m \sum_n \mathbf{V}_{mn} A_{mn} \sin(\omega_0 t - \alpha_{mn}) \quad \dots \dots \dots (62)$$

ここで

$$A_{mn} = \frac{P_{mn}}{M_{mn}} \left[\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_{mn}} \right)^2 + \left(2 h_{mn} \frac{\omega_0}{\omega_{mn}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \dots \dots \dots (63)$$

$$\tan \alpha_{mn} = \frac{2 h_{mn} \frac{\omega_0}{\omega_{mn}}}{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_{mn}} \right)^2} \quad \dots \dots \dots (64)$$

式 (62) からダム頂の測点 i における最大変位は次式となる。

$$V_{i,\max} = \sqrt{C^2 + S^2} \quad \dots \dots \dots (65)$$

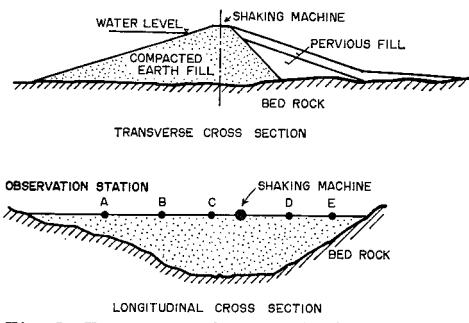


Fig. 5 Transverse and Longitudinal Cross Sections of Bouquet Canyon Dam.

Table 2 Analytical Model for Bouquet Canyon Dam

Maximum Height of Dam	64.4 m
Crest Length of Dam	363 m
Width to Height Ratio	6
Mass Density of Fill Material	2.21 t/m ³
Damping Ratio	0.04

ただし

$$C = \sum_{m,n} V_{i,mn} A_{mn} \cos \alpha_{mn} \quad \dots\dots(66)$$

$$S = \sum_{m,n} V_{i,mn} A_{mn} \sin \alpha_{mn} \quad \dots\dots(67)$$

上式の C は起振力と同位相の変位成分を、 S はそれと 90° の位相遅れをもつ変位成分を表わす。

(2) シミュレーション結果と実測値との比較

Bouquet Canyon Dam の横断面と縦断面の概要を Fig. 5 に示す。このダムにおける起振実験の結果は Keightley により詳しく報告されている³³⁾。それによればダム頂に起振機を据え 1.5 ないし 2.0 Hz から 6 ないし 8 Hz までの範囲で細かく振動数を変化させてダムを正弦加振し、定常振動状態での変位振幅と位相とが測定された。

この実験のシミュレーションを行うのに使用した数値を Table 2 に示す。表中の数値のうちダム材料の密度はダム頂下 16 m の深度における実測値である。また、せん断剛性はダムの基本振動数が実測値と一致するように Table 3 に示すものを使用した。Fig. 6 はダムの有限要素モデルを示したものであり、全要素数は 42 で、したがって自由度の総数は 41 である。

最低次の 2 つの共振振動数におけるダム頂に沿う振幅について、加振力と同位相の成分と 90° の位相差をもつ成分とに分解した結果を Fig. 7 および 8 の上段に、また加振力との位相差を同図の下段に示す。図中の実線と破線とが計算値であり、○、△および□印でのプロットが実測値である。モードを示す括弧内の 2 つの番号のうち、前者は深さ方向のモード番号を、後者はダム軸方

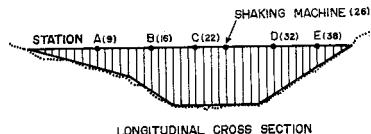


Fig. 6 Finite Element Representation for Dynamic Analysis.

Table 3
Reference Shear Modulus
Coefficient used for This
Analysis.

Model	G_0
$G = G_0$	69 tf/m ²
$G = G_0 z^{2/3}$	225 tf/m ^{3/2}
$G = G_0 z$	2563 tf/m ³

(1 tf = 9.8 kN)

向のモード番号を示し、たとえば (1, 2) モードとは鉛直方向に 1 次、ダム軸方向に 2 次のモードであることを意味する。これらの図によれば、計算値と実測値とは振動形・位相とも全般によい一致を示しており、特にダムの動的解析で注目されるダム軸中央付近での一致は良好である。左岸側翼部の位相差に認められる両者の差異は、解析上

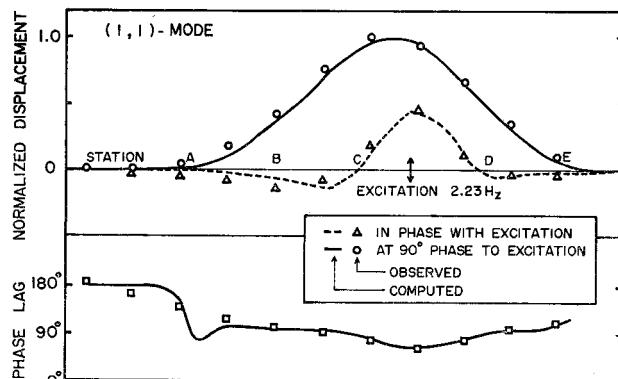


Fig. 7 Displacement and Phase Lag at the Fundamental Frequency.

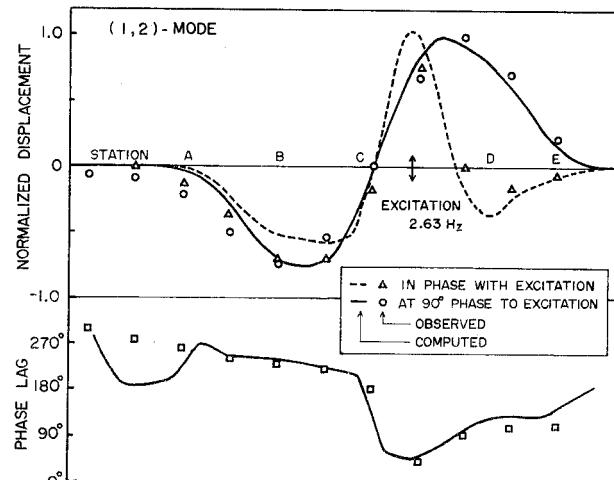


Fig. 8 Displacement and Phase Lag at the 2nd Resonance Frequency.

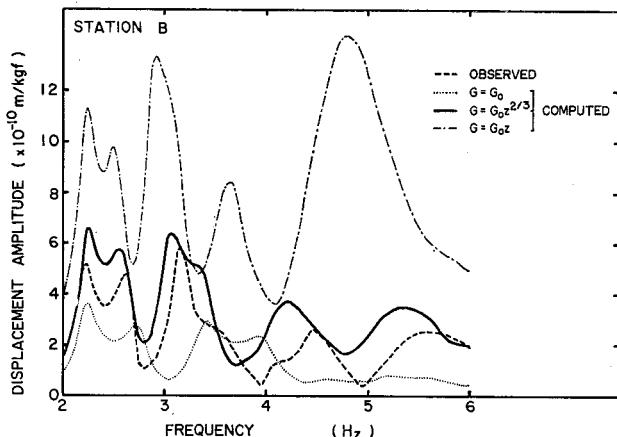


Fig. 9 Observed and Computed Resonance Curves at Station B ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

の仮定によるものか、現地の状況によるものか判然としないが、その部分での振幅はきわめて小さいのでダムの振動特性に及ぼす影響は小さいものと思われる。

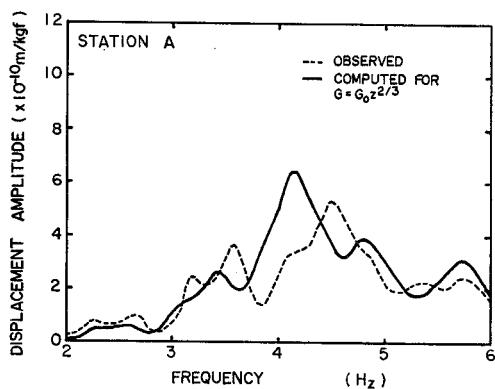


Fig. 10 Observed and Computed Resonance Curves at Station A ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

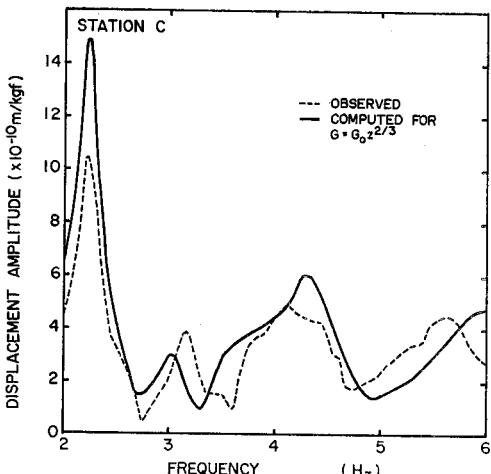


Fig. 11 Observed and Computed Resonance Curves at Station C ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

Fig. 5 に示す 5 つの測点 A~E における共振曲線に関し、計算値と実測値とを比較してみたのが Fig. 9~13 である。そのうち Fig. 9 には $G=G_0z^{2/3}$ のほか、 $G=G_0$ および $G=G_0z$ のモデルを使用した結果も示してある。これらによれば $G=G_0z^{2/3}$ のモデルを使用した場合、応答変位振幅は各測点で実測値とほぼ同程度の値が得られ、共振曲線の形状も実測のものと類似する。

Fig. 9 にみられるように $G=G_0z$ のモデルは実測値と比較し過大の振幅を与える、 $G=G_0$ のモデルは過小の振幅を与える。また共振曲線に現われる各ピークの間隔が $G=G_0z$ のモデルでは実測値よりも狭く、 $G=G_0$ のモデルでは広い。これは各モデルで算定される固有振動数が一定の傾向をもつためで、Table 4 に示すように基本振動数を実物と一致させても高次振動数は $G=G_0z$ のモデルでは低く、 $G=G_0$ のモデルでは高く算定される。

同表中の括弧内の数字は実測値に対する算定振動数の誤差をパーセントで示したものであるが、 $G=G_0z^{2/3}$ のモデルでは誤差が 5% 以下と小さく近似度がよいことがわ

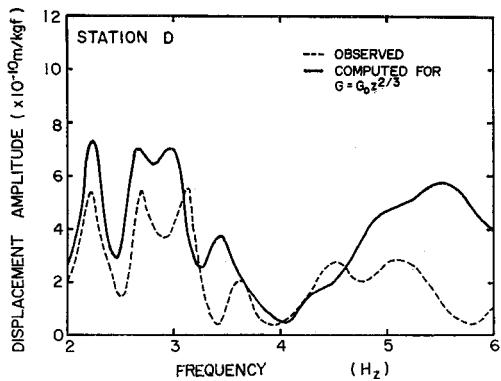


Fig. 12 Observed and Computed Resonance Curves at Station D ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

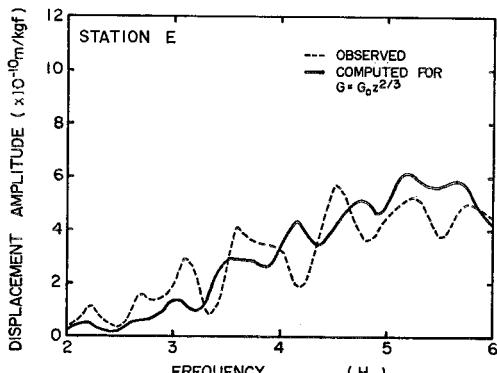


Fig. 13 Observed and Computed Resonance Curves at Station E ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

Table 4 Comparison between Observed Resonance Frequencies and Those Computed by the Proposed Method.

Mode (m, n)	Observed Frequency in Hz	Computed Frequency in Hz		
		G = G ₀	G = G ₀ z ^{2/3}	G = G ₀ z
(1, 1)	2.23	2.23	2.23	2.23
(1, 2)	2.68	2.78 (4)	2.62 (-2)	2.54 (-5)
(1, 3)	3.13	3.41 (9)	3.05 (-3)	2.87 (-8)
(1, 4)	3.62	4.03 (11)	3.45 (-5)	3.18 (-12)
(1, 5)	3.87	4.65 (20)	3.85 (-1)	3.47 (-10)
(1, 6)	4.10	5.26 (28)	4.22 (-3)	3.73 (-9)

かる。

以上より、本解析手法は $G = G_0 z^{2/3}$ のモデルを使用する場合、起振実験における Bouquet Canyon Dam の動的挙動をよくシミュレートし得ているものと判断される。このことは本手法により実ダムの 3 次元地震応答解析が簡便に実施できる可能性を示唆するものと思われる。

なお、ダム軸横断面の 2 次元解析では Fig. 7, 8 に示したダム頂に沿う振幅の変化や Table 4 に示した(1, 2)～(1, 6) モードに対応する振動数などが評価できないため実測の共振曲線にみられる多くのピークの解釈は困難である。起振実験におけるダムの挙動に関しては既出の文献のほかにも報告例^{34), 35)}があり、そこでも 3 次元的取扱いの必要性が強調されている。

4. おわりに

フィルダムの 3 次元的振動解析のための簡便な手法を提示し、それを用いて実ダムで実施された起振実験のシミュレーション解析を行った。 $G = G_0 z^{2/3}$ のモデルを使用した場合の解析結果は固有振動数や振動形のみならず応答変位・位相等に関してもほぼ満足のいくものであり手法の妥当性が検証できた。これまでに著者が解析した例から判断して本手法の特徴を列挙すれば次のようにある。

(1) ダムはダム頂に沿って可動節点をもつ有限要素の鎖状連結体として表現されるので、解析に必要なダムの幾何学的データはダム軸縦断図のみから容易に作成できる。

(2) ダムの通常の動的解析を想定した場合、たとえば Fig. 6 のモデル図からも明らかなように自由度の総数は 50 以下で十分である。

(3) ダム全体の質量マトリックスや剛性マトリックスはともに三重対角マトリックスとなるので数値解析上の利点が多い。

(4) 定式上の基本仮定から、特にダムの振動形を式(6)のように簡略に表現していることから本解析手法の

精度は低次の振動モードほど良好である。

本手法は 3 次元的フィルダムの動的挙動を簡便にしかも比較的精度よく解析し得る実用的手法といえるが、これで既往の手法がすべてカバーできるというものではない。むしろ、その簡便性を生かし既往の手法に対する補完的手法として使用して問題点を明らかにしたのち、必要に応じさらに他の精細な解析手法を用いるといった方策がとられるならば、本手法の特長が十分発揮されるものと思われる。なお、定式方法は異なるが、本手法と類似の概念に基づいた手法が沈埋トンネル³⁴⁾や土質改良地盤³⁵⁾の動的解析に関連し発表されている。これらの場合は広大な広がりをもつ地盤内に仮想境界を設定する必要があるが、ダムを対象とする場合にはダムと基礎との境界が本来明瞭であるのでこの点での問題はない。現在までのところ本手法は三角形断面をもつフィルダムの線形弾性解析に適用範囲が限られているので、より一般的な截頭断面をもつダムの非線形地震応答解析に対し拡張することが次の課題である。

参考文献

- 1) 大町達夫：フィルダムの 3 次元的振動モードに関する実用的解法、東工大土木工学科研究報告、No. 26, pp. 125～136, 1980 年 6 月。
- 2) 大町達夫・時松孝次・越智武雄：有限せん断ばりモデルによる 3 次元的アースダムの振動解析、東工大土木工学科研究報告、No. 27, pp. 123～149, 1980 年 12 月。
- 3) Ohmachi, T.: Analysis of dynamic shear strain distributed in three dimensional earthdam models, Proc. International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. 1, pp. 459～464, 1981.
- 4) Ohmachi, T.: Three dimensional dynamic behavior of embankment dams, Preprint #81-040, ASCE 1981 International Convention, 1981.
- 5) 大町達夫・時松孝次：フィルダムの 3 次元動的解析のための簡易手法、第 16 回地盤工学研究発表会講演概要、pp. 337～340, 1981.
- 6) 越智武雄・大町達夫・時松孝次：簡便な動的解析によるフィルダム起振実験のシミュレーション、第 36 回土木学会年次学術講演会概要集第 1 部、pp. 547～548, 1981.
- 7) 大町達夫・時松孝次：実物大型フィルダムの簡便な 3 次元動的解析のための有限要素マトリックス、東工大土木工学科研究報告、No. 29, pp. 13～26, 1981 年 12 月。
- 8) Ohmachi, T. and K. Tokimatsu : Simplified method for three-dimensional dynamic analysis of embankment dams, Proc. 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Canada, Vol. 1, pp. 411～419, 1982.
- 9) 日本ダム台帳、日本大ダム会議、1979 年 3 月。
- 10) ダム建設状況表、大ダム、No. 96, pp. 69～73, 1981 年 6 月。
- 11) 第 2 次改訂ダム設計基準、日本大ダム会議、1978 年 8 月。
- 12) 畠中元弘：土壤堤の振動に関する 3 次元的考察—自由振動について—、土木学会誌、No. 37-10, pp. 1～6, 1952.
- 13) 大町達夫・時松孝次・大山巧：アースダムの三次元的耐震安定性に関する準静的検討、第 16 回土質工学研究発表会講演集、pp. 1101～1104, 1981.

- 14) 岡本舜三：耐震工学，オーム社，pp. 379～391, 1971.
- 15) 大町達夫・日暮 孝：火山泥流基礎上にあるカッサダムの動的挙動について，大ダム，No. 95, pp. 11～18, 1981年3月。
- 16) 田中忠次ほか：一志・大倉川・深田ダムの地震観測結果とフィルダムの動特性，農業土木試験場技報，C 第21号，1981年3月。
- 17) 柳沢栄司ほか：樽水ロックフィルダムの地震観測と応答解析，第14回土質工学研究発表会講演集，pp. 1245～1248, 1979.
- 18) Takahashi, T. et al. : Study on dynamic behaviors of rockfill dams, 第4回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 687～694, 1975.
- 19) Petrovski, J. et al. : Dynamic full-scale test on an earthfill dam, Geotechnique 24, No. 2, pp. 193～206, 1974.
- 20) Severn, R.T. : Prototype dynamic studies on a rockfill dam and on a buttress dam, Trans. 13th International Congress on Large Dams, Vol. 2, Q. 51-R. 16, pp. 1075～1096, 1979.
- 21) Öner, M. and M. Erdic : Dynamic properties of embankment dams, Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. 1, pp. 473～476, 1981.
- 22) Abdel-Gaffar, A.M. and R.F. Scott : Dynamic properties of earth dams, Proc. 7th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 3, pp. 371～378, 1980.
- 23) Paskalov, T. et al. : Comparative analysis of rockfill dam, Proc. 7 WCEE, Vol. 8, pp. 125～132, 1980.
- 24) Heller, L.W. and J.E. Ahlberg : Earth dam motion due to a deep nuclear explosion, Proc. 5 WCEE, Paper 120, 1973.
- 25) Atrakova, T.S. et al. : A study of dynamics of earth dams during earthquakes, Proc. 5 WCEE, Paper 44 a, 1973.
- 26) 前出 12)
- 27) Oka, T. and T. Ohmachi : Discussion to "A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories", by Gazetas, G., 土質工学会論文報告集, Vol. 22, No. 1, pp. 369～371, 1982.
- 28) Sawada, Y. and T. Takahashi : Study on the material properties and the earthquake behaviors on rockfill dams, 第4回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 695～702, 1975.
- 29) Gazetas, G. : A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories, 土質工学会論文報告集, Vol. 21, No. 1, pp. 67～78, 1981.
- 30) 前出 7)
- 31) 前出 2)～5)
- 32) 前出 4)
- 33) Keightley, W.O. : Vibration characteristics of an earth dam, Bull. of the Seismic Society of America, Vol. 56, pp. 1207～1226, 1966.
- 34) Abdel-Gaffar, A.M. and R.F. Scott : Vibration tests of full-scale earth dam, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 107, GT 3, pp. 241～269, 1981.
- 35) Abdel-Gaffar, A.M. and R.F. Scott : Comparative study of dynamic response of earth dam, Jour. Geot. Div., ASCE, Vol. 107, GT 3, pp. 271～286.
- 36) 田村重四郎：沈埋トンネルの耐震設計，地下構造物の設計と施工，土木学会，pp. 53～80, 1976.
- 37) 川崎孝人ほか：深層混合処理工法により改良された複合地盤の地震応答解析，第5回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 769～784, 1978.

(1982.2.24・受付)