

平行多層地盤に対する調和 SV 波の伝播解析

RESPONSES OF HORIZONTAL MULTILAYERS TO HARMONIC SV WAVE

佐 藤 誠*

By Makoto SATOH

1. 緒 言

最近の著しい耐震工学の発展により、従来よりはるかに合理的な考え方を導入した新しい耐震設計基準^{1),2)} も生まれる方向にある。

これは地盤の地震時挙動、なかでも多層地盤問題が地盤の動的性質をも含めて究明され、解析方法も確立されてきたことに負うところが多い。

しかしながら地震による地盤振動に対しては、表面波と横波が考慮されるべき重要な成分であるにもかかわらず、現段階では多層問題解析の多くは基盤に垂直に入射する横波^{3),4)} か、あるいは地表に垂直な変位成分を生じない SH 波の任意角度での入射問題を対象とした場合⁵⁾ に限られている。

一方横波として重要な SV 波については、これが任意角度で基盤に入射する場合、地表には表面波または地表に垂直な変位成分をもちらながら反射する実体波が発生する。この点で本論文で対象とする SV 波伝播挙動は SH 波入射の場合より耐震工学の面からは一層重要となる場合が多いと考えられる。

この問題に関しては過去 Ewing ら⁶⁾ に代表される研究成果が多数あり、最近では金子と渡辺⁷⁾ が、基盤と表層の 2 層からなる地盤に対して調和 SV 波が伝播する場合を対象とし、粒子運動の軌跡を求め、現場実験の結果と比較し優れた成果を発表している。

しかしこれらの方法では層が増加するとともに未知量が増加し、一般的な意味での多層問題を対象とするときには実用的でなくなる場合があると考えられる。

SV 波伝播の特徴は、層境界において層定数および入射角に対応して生じる縦波、横波おののの反射、透過波合計 4 つの波のうち、反射横波を除く 3 つの波のいづれかまたは全部が内部境界波⁸⁾ となる場合が生じ、いわ

ゆる非均質波⁹⁾ となって伝播し位相変化とともに実体波の性格を失うことがあることがある。したがって非定常波を含めて垂直入射波に対する多層地盤解析に多用されている重複反射理論¹⁰⁾ を適用することが困難である。

本論文は前述の問題点を考慮し、平行境界をもつ弾性多層地盤に平面 SV 波が無限長調和波として任意角度で入射する場合の解析を対象とする。

ここでは任意層内の波動方程式を満足する物理量を用いて、その層をはさむ両境界の値を定義する。このとき両境界値の関係は、入射角と層の材料定数のみで定まるいわばその層に関する伝達行列^{1),11)} を用いて表現される。こうして各層での伝達行列が定められると、層境界での条件から任意の数の層を間に含む境界間の関係が定まる。いま境界値を反射波と透過波のポテンシャルで表わすと、平面ひずみ場では層数に無関係に未知ポテンシャルは 4 個となる。したがって本解析では複素数要素の 4 行 4 列の行列演算のみで構成されることになる。

上述の解析法は基本的にはすでに N.A. Haskell¹²⁾ および L.M. Brekhovskikh¹³⁾ が用い、特別な層構成の場合に適用して解を得ている。

本論文ではこれを一般的な多層問題解析に実際に使用し得る形に構成し、文献 1) の実地盤例に対して適用した場合の解析結果を示す。

2. 基礎方程式

弾性体内の任意点の粒子速度 v はスカラーおよびベクトルポテンシャル ϕ, ψ を用いると次式で表わせる。

$$v = \text{grad } \phi + \text{curl } \psi \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

いま $x-z$ 平面についての平面ひずみ状態を考えると、座標方向の粒子速度成分は x, y, z の添字をつけて

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_y = 0, \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

注 1) 文献 11) では transmission matrix とよばれている。

と書ける。

一方これらポテンシャルは波動方程式

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{C_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{C_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

を満足する。

ここに, $C_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $C_T = \sqrt{\mu/\rho}$ はそれぞれ縦波および横波の伝播速度であり, ρ は密度, λ , μ は Lamé の定数である。

任意点の応力成分は変位成分を u_x, u_z とするとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \sigma_z &= \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (4)$$

である。

円振動数 ω の調和波 (調和項 $e^{-i\omega t}$, $i = \sqrt{-1}$) を考える場合には変位ベクトル u は $u = (i/\omega)v$ として得られる。

3. 多層問題

(1) 多層領域内部

ここでは Fig. 1 に示すように x 軸に平行な n 個の層境界をもつ $n+1$ 層問題を取り上げ、第 j 層の下部境界を境界 (j), 上部境界を境界 ($j-1$) とよぶことにする。

いま第 n 層に注目し、境界 ($n-1$) を x 軸とし、層厚を d_n とするとき、第 n 層の内部にはそれぞれ z 軸の正および負方向に伝播する 2 種類の実体波が存在する。

それぞれの波に対して式 (3) を満足する円振動数 ω の調和振動ポテンシャルを考えると、これらの波は層番号を添字として以下となる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_n &= \{\phi_n' \exp(i\alpha_n z) + \phi_n'' \exp(-i\alpha_n z)\} \exp i(\delta x - \omega t), \\ \phi_n &= \{\phi_n' \exp(i\beta_n z) + \phi_n'' \exp(-i\beta_n z)\} \exp i(\delta x - \omega t). \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\alpha_n^2 = k_n^2 - \delta^2$, $\beta_n^2 = \kappa_n^2 - \delta^2$ であり、 α_n , β_n

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} v_x^{(n)} \\ v_z^{(n)} \\ \sigma_z^{(n)} \\ \tau_{xz}^{(n)} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} i\delta \cos P_n & -\delta \sin P_n & -i\beta_n \cos Q_n & \beta_n \sin Q_n \\ -\alpha_n \sin P_n & i\alpha_n \cos P_n & -\delta \sin Q_n & i\delta \cos Q_n \\ -i(\lambda_n k_n^2 + 2\mu_n \alpha_n^2) \frac{\cos P_n}{\omega} & (\lambda_n k_n^2 + 2\mu_n \alpha_n^2) \frac{\sin P_n}{\omega} & -2i\mu_n \beta_n \delta \frac{\cos Q_n}{\omega} & 2\mu_n \beta_n \delta \frac{\sin Q_n}{\omega} \\ 2\mu_n \alpha_n \delta \frac{\sin P_n}{\omega} & -2i\mu_n \alpha_n \delta \frac{\cos P_n}{\omega} & \mu_n (\delta^2 - \beta_n^2) \frac{\sin Q_n}{\omega} & i\mu_n (\beta_n^2 - \delta^2) \frac{\cos Q_n}{\omega} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} \phi_n' + \phi_n'' \\ \phi_n' - \phi_n'' \\ \phi_n' - \phi_n'' \\ \phi_n' + \phi_n'' \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (7)$$

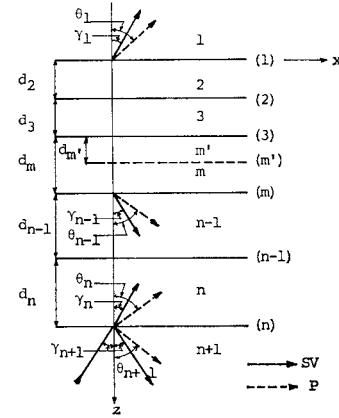


Fig. 1 Multilayer Model.

および k_n , κ_n はそれぞれ縦波および横波の z 方向および伝播方向の波数, $\delta = k_n \sin \theta_n = \kappa_n \sin r_n$ は x 方向の波数で n に無関係に一定である。 θ_n , r_n はそれぞれ縦波、横波の伝播方向と z 軸との間の角度である。また ϕ_n' , ϕ_n'' , ϕ_n''' , ϕ_n'''' は z の正、負方向に伝播する波に対応するポテンシャル振幅で一般に複素数である。

第 n 層内の粒子速度および応力成分は式 (2), (4), (5) より以下のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} v_{xn} &= i\{\delta(E_n' + E_n'') - \beta_n(F_n' - F_n'')\} \\ &\times \exp i(\delta x - \omega t), \quad u_{xn} = iv_{xn}/\omega, \\ v_{zn} &= i\{\alpha_n(E_n' - E_n'') + \delta(F_n' + F_n'')\} \\ &\times \exp i(\delta x - \omega t), \quad u_{zn} = iv_{zn}/\omega, \\ \sigma_{xn} &= -(i/\omega)[\{\lambda_n \alpha_n^2 + (\lambda_n + 2\mu_n) \delta^2\}(E_n' + E_n'')] \\ &- 2\mu_n \beta_n \delta (F_n' - F_n'')] \exp i(\delta x - \omega t), \\ \sigma_{zn} &= -(i/\omega)[\{\lambda_n \delta^2 + (\lambda_n + 2\mu_n) \alpha_n^2\}(E_n' + E_n'')] \\ &+ 2\mu_n \beta_n \delta (F_n' - F_n'')] \exp i(\delta x - \omega t), \\ \tau_{xzn} &= -(2i/\omega)\mu_n\{\alpha_n \delta(E_n' - E_n'') \\ &- (\beta_n^2 - \delta^2)(F_n' + F_n'')/2\} \exp i(\delta x - \omega t). \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 $E_n' = \phi_n' \exp(i\alpha_n z)$, $E_n'' = \phi_n'' \exp(-i\alpha_n z)$, $F_n' = \phi_n' \exp(i\beta_n z)$, $F_n'' = \phi_n'' \exp(-i\beta_n z)$ である。

式 (6)において $z = d_n$ とすると境界 (n) の値が得られるが、層境界での境界条件に必要な成分のみを考慮し、共通項 $\exp i(\delta x - \omega t)$ を省いて表示すると以下となる。

$$\left. \begin{bmatrix} i\delta \cos P_n & -\delta \sin P_n & -i\beta_n \cos Q_n & \beta_n \sin Q_n \\ -\alpha_n \sin P_n & i\alpha_n \cos P_n & -\delta \sin Q_n & i\delta \cos Q_n \\ -i(\lambda_n k_n^2 + 2\mu_n \alpha_n^2) \frac{\cos P_n}{\omega} & (\lambda_n k_n^2 + 2\mu_n \alpha_n^2) \frac{\sin P_n}{\omega} & -2i\mu_n \beta_n \delta \frac{\cos Q_n}{\omega} & 2\mu_n \beta_n \delta \frac{\sin Q_n}{\omega} \\ 2\mu_n \alpha_n \delta \frac{\sin P_n}{\omega} & -2i\mu_n \alpha_n \delta \frac{\cos P_n}{\omega} & \mu_n (\delta^2 - \beta_n^2) \frac{\sin Q_n}{\omega} & i\mu_n (\beta_n^2 - \delta^2) \frac{\cos Q_n}{\omega} \end{bmatrix} \right. \times \begin{pmatrix} \phi_n' + \phi_n'' \\ \phi_n' - \phi_n'' \\ \phi_n' - \phi_n'' \\ \phi_n' + \phi_n'' \end{pmatrix}.$$

ここに、 $P_n = \alpha_n d_n$, $Q_n = \beta_n d_n$ である。

一方境界 ($n-1$) での各成分は $z=0$, すなわち $P_n = Q_n = 0$ として式 (7) から得られる。そのとき右辺の係

数行列はきわめて簡単な形となり、容易に逆行列が求められ、逆に解いたものを式(7)へ代入すると、第 n 層の上下境界の各成分間の関係は、係数行列がその層をはさむ両境界値についての伝達行列として定まり、式(8)のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} v_x^{(n)} \\ v_z^{(n)} \\ \sigma_z^{(n)} \\ \tau_{xz}^{(n)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x^{(n-1)} \\ v_z^{(n-1)} \\ \sigma_z^{(n-1)} \\ \tau_{xz}^{(n-1)} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

ここに、 a_{ij} ($i, j=1 \sim 4$) はパラメーター間の関係を考慮すると以下である。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 2 \sin^2 r_n \cos P_n + \cos 2r_n \cos Q_n, \\ a_{12} &= i(\tan \theta_n \cos 2r_n \sin P_n - \sin 2r_n \sin Q_n), \\ a_{13} &= \sin r_n (\cos Q_n - \cos P_n) / Z_n, \\ a_{14} &= -i(\tan \theta_n \sin r_n \sin P_n + \cos r_n \sin Q_n) / Z_n, \\ a_{21} &= i\{\sin 2\theta_n \sin P_n\} / \tau_n^2 \\ &\quad - \cos 2r_n \tan r_n \sin Q_n, \\ a_{22} &= \cos 2r_n \cos P_n + 2 \sin^2 r_n \cos Q_n, \\ a_{23} &= -i(\cos \theta_n \sin P_n + \tan r_n \sin \theta_n \sin Q_n) / Y_n, \\ a_{24} &= a_{13}, \\ a_{31} &= 2Z_n \sin r_n \cos 2r_n (\cos Q_n - \cos P_n), \\ a_{32} &= -iZ_n \{(\tau_n \cos^2 2r_n \sin P_n) / \cos \theta_n \\ &\quad + 2 \sin 2r_n \sin r_n \sin Q_n\}, \\ a_{33} &= a_{22}, \quad a_{34} = a_{12}, \\ a_{41} &= -iZ_n \{(4 \cos \theta_n \sin^2 r_n \sin P_n) / \tau_n \\ &\quad + (\cos^2 2r_n \sin Q_n) / \cos r_n\}, \\ a_{42} &= a_{31}, \quad a_{43} = a_{21}, \quad a_{44} = a_{11}, \\ Y_n &= \rho_n C_{Ln}, \quad Z_n = \rho_n C_{Tn}, \\ \tau_n &= C_{Ln}/C_{Tn} = \{2(1-\nu_n)/(1-2\nu_n)\}^{1/2}, \\ P_n &= \omega d_n \cos \theta_n / C_{Ln}, \quad Q_n = \omega d_n \cos r_n / C_{Tn}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし、 ν_n は第 n 層のボアソン比である。

式(9)において θ_n と r_n は Snell の法則により

$$\begin{aligned} \sin \theta_n / C_{Ln} &= \sin r_n / C_{Tn} = \sin \theta_j / C_{Lj} \\ &= \sin r_j / C_{Tj} \end{aligned} \quad (10)$$

の関係がある。したがってたとえば $\sin \theta_{n+1} / C_{Ln} / C_{Ln+1} > 1$ のとき $\sin \theta_n > 1$ となり θ_n は複素数となる。各層ごとにこれらの判定を行い、たとえば $\theta_n = \pi/2 - i\xi_n$ すなわち $\sin \theta_n = \cosh \xi_n$ のようにおくことによって双曲線関数に変換し、式(9)をそのまま用いればよい。

θ_j, r_j が複素数になる場合の物理的意味は、伝播波が境界(j)において境界からの距離に従って急速に減衰する内部境界波となり、表面波と同様に実体波の性質を失うことである。

Fig. 1 における各境界上ではそれをはさむ両層での粒子速度 v_x, v_z および応力 σ_z, τ_{xz} が等しいことを考

慮して、式(8)を繰り返し用いれば式(8)の左辺の成分を $\{f^{(j)}\}$ 、式(9)で与えられる第 j 層の伝達行列を $[a]_j$ とすると以下となる。

$$\begin{aligned} \{f^{(n)}\} &= [a]_n \cdot [a]_{n-1} \cdots \cdot [a]_3 \cdot [a]_2 \{f^{(1)}\} \\ &= [A]\{f^{(1)}\} \end{aligned} \quad (11)$$

[A] の要素 A_{ij} ($i, j=1 \sim 4$) は複素数ではあるが、層の数に無関係に 4 行 4 列であり、一般的な場合もきわめて単純な演算のみで解析できる。

式(11)は境界(n)から(1)までの層内部の関係であり、このままでも $\{f^{(j)}\}$ ($1 \leq j < n$) が与えられると $\{f^{(l)}\}$ ($j < l \leq n$) は式(11)から求められる。 $\{f^{(j)}\}$ が第 $n+1$ 層からの入射波の条件で与えられるときは、境界(1)に適当な境界条件を与えることにより、調和波に対する伝播特性を解明できる。

(2) 入射条件と放射条件

Fig. 1 において境界(1)から(n)までの全層厚を H とする。このとき第 $n+1$ 層と第 1 層内の各成分は境界(1)を x 軸としてそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} f_{n+1} &= f_{n+1}(\phi_{n+1}', \phi_{n+1}'', \psi_{n+1}', \psi_{n+1}'', z-H), \\ f_1 &= f_1(\phi_1', \phi_1'', \psi_1', \psi_1'', -z) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

と書ける。ただし f_{n+1}, f_1 に含まれる α, β などのパラメーターは対応する層の添字をもつものとする。

したがって境界(n)と(1)での各成分は式(12)から

$$f^{(n)} = f_{n+1}(z=H), \quad f^{(1)} = f_1(-z=0) \quad (13)$$

によって得られる。

式(13)の $f^{(n)}$ と $f^{(1)}$ には式(12)から明らかなように各 4 個合計 8 個の未知ポテンシャル振幅が含まれている。いま境界(n)を入射波が与えられる境界とし、第 $n+1$ 層は z の正方向に無限の広がりをもつものとすれば、入射波の種類、縦波または横波に応じて $f^{(n)}$ の ϕ_{n+1}'' または ψ_{n+1}'' は 0 である。

一方第 1 層が z の負方向に対して放射条件を満足すると仮定すると、 $\phi_1' = \phi_1'' = 0$ である。したがってこの場合式(13)に含まれる未知ポテンシャル振幅はたかだか 5 個であり、式(12)の $f^{(n)}, f^{(1)}$ に式(13)を代入し、未知ポテンシャル振幅に対する連立方程式を構成すると、入射波の種類に対応して他の未知ポテンシャル振幅が求められる。

式(13)の具体的な形は共通項 $\exp i(\delta x - \omega t)$ を省略し、パラメーター間の関係を考慮すると以下となる。

$$\left. \begin{aligned} v_x^{(n)} &= i\omega \{(\phi_{n+1}' + \phi_{n+1}'') \sin r_{n+1} \\ &\quad - (\phi_{n+1}' - \phi_{n+1}'') \cos r_{n+1}\} / C_{Tn+1}, \\ v_z^{(n)} &= i\omega \{(\phi_{n+1}' - \phi_{n+1}'') \cos \theta_{n+1} \\ &\quad + (\phi_{n+1}' + \phi_{n+1}'') \sin \theta_{n+1}\} / C_{Ln+1}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z^{(n)} &= -i\rho_{n+1}\omega\{(\phi_{n+1}' + \phi_{n+1}'')\cos 2\tau_{n+1} \\ &\quad + (\phi_{n+1}' - \phi_{n+1}'')\sin 2\tau_{n+1}\}, \\ \tau_{xz}^{(n)} &= -i\rho_{n+1}\omega\{(C_{Tn+1}/C_{Ln+1})^2 \\ &\quad \times (\phi_{n+1}' - \phi_{n+1}'')\sin 2\theta_{n+1} \\ &\quad - (\phi_{n+1}' + \phi_{n+1}'')\cos 2\tau_{n+1}\} \end{aligned} \right\} \quad (14 \cdot a)$$

および

$$\left. \begin{aligned} v_x^{(1)} &= i\omega(\phi_1'' \sin \tau_1 + \phi_1'' \cos \tau_1)/C_{T1}, \\ v_z^{(1)} &= -i\omega(\phi_1'' \cos \theta_1 - \phi_1'' \sin \theta_1)/C_{L1}, \\ \sigma_z^{(1)} &= -i\rho_1\omega(\phi_1'' \cos 2\tau_1 - \phi_1'' \sin 2\tau_1), \\ \tau_{xz}^{(1)} &= i\rho_1\omega\{(C_{T1}/C_{L1})^2 \phi_1'' \sin 2\theta_1 + \phi_1'' \cos 2\tau_1\}. \end{aligned} \right\} \quad (14 \cdot b)$$

式 (14) を式 (11) へ代入する以下の連立方程式が得られる。

$$\left[\begin{array}{cccc} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \phi_{n+1}' \\ \phi_{n+1}'' \\ \phi_1'' \\ \phi_1'' \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \\ C_{41} & C_{42} \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \phi_{n+1}'' \\ \phi_{n+1}'' \end{array} \right\} \quad (15 \cdot a)$$

ここに両辺の行列の要素は

$$\left. \begin{aligned} B_{11} &= -\sin \tau_{n+1}/C_{Tn+1}, \quad B_{12} = \cos \tau_{n+1}/C_{Tn+1}, \\ B_{21} &= -B_{12}, \quad B_{22} = B_{11}, \\ B_{31} &= \rho_{n+1} \cos 2\tau_{n+1}, \quad B_{32} = \rho_{n+1} \sin 2\tau_{n+1}, \\ B_{41} &= (\rho_{n+1} \sin 2\theta_{n+1})/\tau_{n+1}^2, \quad B_{42} = -B_{31}, \\ B_{j3} &= (A_{j1} \sin \theta_1 - A_{j2} \cos \theta_1)/C_{L1} \\ &\quad - \rho_1(A_{j3} \cos 2\tau_1 - A_{j4} \sin 2\theta_1)/\tau_1^2, \\ B_{j4} &= (A_{j1} \cos \tau_1 + A_{j2} \sin \tau_1)/C_{T1} \\ &\quad + \rho_1(A_{j3} \sin 2\tau_1 + A_{j4} \cos 2\tau_1) \end{aligned} \right\} \quad (15 \cdot b)$$

ただし B_{j3} , B_{j4} において $j=1 \sim 4$ である, また

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= -B_{11}, \quad C_{21} = B_{21}, \quad C_{31} = -B_{31}, \quad C_{41} = B_{41}, \\ C_{12} &= B_{12}, \quad C_{22} = -B_{11}, \quad C_{32} = B_{32}, \quad C_{42} = -B_{42} \end{aligned} \right\} \quad (15 \cdot c)$$

である。

式 (15) は縦波入射 (ϕ_{n+1}''), 横波入射 (ϕ_{n+1}') のいずれにも適用できるように示してある。

結局設定された問題に対して式 (15-a) から未知ボテンシャル振幅を求め, $f^{(1)}$, $f^{(n)}$ が式 (14) から定まるとき, 式 (8) から $f^{(2)}$, $f^{(3)}$, ..., $f^{(n-1)}$ を求めることができる。さらに Fig. 1 の第 m 層内の任意の位置についても, 境界 $(m-1)$ から $d_m' (< d_m)$ を適当に定めた仮想の境界 (m') を考えることにより $f^{(m')}$ を求めることができる。

(3) 自由境界

ここでは耐震工学上重要な, 地表を含む多層地盤問題に適用できるように, 入射条件は 3.(2) と同じである

として, 境界 (1) が自由境界である場合について検討する。

自由境界を満足するには 2 つの方法がある。第 1 は前述の放射条件を仮定して導かれた関係において, 第 1 層の物理定数を他層のそれに比較して十分小さい値 (たとえば空気程度) を選ぶことである。この場合境界 (1) の応力成分は厳密には 0 とならないが, 解析のどの段階においても新しい操作を必要とせず, 一般性が保たれる。

第 2 は境界 (1) に自由境界の条件を与える方法で, 以下の操作により, 3.(2) で用いた関係式を若干変更するだけで適用できる。

式 (8) において $n=2$ のとき $\sigma_z^{(1)}=\tau_{xz}^{(1)}=0$ であるから, 式 (8) および式 (11) は以下となる。

$$\{f^{(2)}\} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x^{(1)} \\ v_z^{(1)} \end{bmatrix} \quad (8)'$$

$$\{f^{(n)}\} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \\ A_{41} & A_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x^{(1)} \\ v_z^{(1)} \end{bmatrix} \quad (11)'$$

したがって自由表面で調和波成分 $v_x^{(1)}$, $v_z^{(1)}$ が与えられると, $f^{(j)}$ は式 (11)' から簡単に求められる。

式 (12) の第 2 式は

$$f_2 = f_2(\phi_2', \phi_2'', \psi_2', \psi_2'', z) \quad (12)'$$

となるから

$$f^{(1)} = f_2(z=0) \quad (13)'$$

で境界 (1) の値が与えられる。

$\{f^{(1)}\}$ の成分のうち $\sigma_z^{(1)}=\tau_{xz}^{(1)}=0$ であるから式 (13)' に含まれる未知ボテンシャル振幅は 2 個となり, 残りの成分の具体的な形は以下となる。

$$\left. \begin{aligned} v_x^{(1)} &= -i\omega M(\phi_2' - \phi_2''), \\ v_z^{(1)} &= i\omega N(\phi_2' + \phi_2''). \end{aligned} \right\} \quad (14 \cdot b)'$$

ここに

$$M = (\cos \tau_2 + \sin \tau_2 \tan 2\tau_2)/C_{T2},$$

$$N = \{\sin \theta_2 + C_{L2} \cos 2\tau_2 / (2C_{T2} \sin \tau_2)\}/C_{L2}$$

である。

式 (14-b)' を式 (11)' に代入すると式 (15-a) に対応する以下の連立方程式が得られる。

$$\left[\begin{array}{cccc} B_{11}' & B_{12}' & B_{13}' & B_{14}' \\ B_{21}' & B_{22}' & B_{23}' & B_{24}' \\ B_{31}' & B_{32}' & B_{33}' & B_{34}' \\ B_{41}' & B_{42}' & B_{43}' & B_{44}' \end{array} \right] \left. \begin{array}{c} \phi_{n+1}' \\ \phi_{n+1}'' \\ \phi_2' - \phi_2'' \\ \phi_2' + \phi_2'' \end{array} \right\} = [C] \left. \begin{array}{c} \phi_{n+1}'' \\ \phi_{n+1}'' \end{array} \right\} \quad (15 \cdot a)'$$

ここに式 (15-b) を参照して

$$B_{jl}' = B_{jl}, \quad B_{j3}' = -MA_{j1},$$

$$B_{j4}' = NA_{j2}, \quad j=1 \sim 4, \quad l=1, 2$$

であり $[C]$ は式 (15-c) と同じものである。

(4) 滑動境界の条件を考慮する場合

ここでは任意境界に滑動を許すような場合に対する取扱いを検討する。このような状態は実地盤においては、たとえばきわめて薄い破碎帶か軟弱な層が比較的剛な層にはさまれている場合に対応するであろう。したがって前述の解析法においてその層定数をそのまま用いればよいが、一般にその層定数の評価が困難であることが多い。そのため滑動境界モデルを採用する方が便利であることが考えられる。

いま Fig. 1 において境界 (m) が滑動境界であるとし、第 $m+1$ 層および第 m 層側から考えた境界 (m) をそれぞれ境界 (\bar{m})、境界 (m) とする。

このとき式 (11) は境界 (m) で分けて

$$\{f^{(m)}\} = [\bar{A}]\{f^{(\bar{m})}\}, \dots \quad (16 \cdot a)$$

$$\{f^{(m)}\} = [A]\{f^{(1)}\} \dots \quad (16 \cdot b)$$

と書ける。

$$\begin{aligned} \text{ここに, } [\bar{A}] &= [a]_n \cdot [a]_{n-1} \cdots [a]_{m+1}, \\ [A] &= [a]_m \cdot [a]_{m-1} \cdots [a]_1 \end{aligned}$$

である。

滑動境界の条件は式 (16・a, b) において、 $\tau_{xz}^{(\bar{m})} = \tau_{xz}^{(m)} = 0$, $v_z^{(\bar{m})} = v_z^{(m)}$, $\sigma_z^{(\bar{m})} = \sigma_z^{(m)}$ とする。

式 (16・b) において境界 (1) を自由面とすると、 $\sigma_z^{(1)} = \tau_{xz}^{(1)} = 0$ であるから $[A]$ の第 3, 4 列を省いたものとなる。一方 $\tau_{xz}^{(m)} = 0$ であるから $[A]$ の要素 A_{j2} ($j=1 \sim 4$) を用いると $v_x^{(1)} = -(\underline{A}_{42}/\underline{A}_{41})v_z^{(1)}$ となる。したがって $\{f^{(m)}\}$ の各成分は以下のように書ける。

$$v_x^{(m)} = R_{11}v_z^{(1)}, \quad v_z^{(m)} = R_{21}v_z^{(1)}, \quad \sigma_z^{(m)} = R_{31}v_z^{(1)} \dots \quad (17)$$

ここに、 $R_{j1} = \{-(\underline{A}_{j1}\underline{A}_{42}/\underline{A}_{41}) + \underline{A}_{j2}\}$, $j=1, 2, 3$ である。

次に式 (16・a) において $\tau_{xz}^{(\bar{m})} = 0$ であるから $[\bar{A}]$ の第 4 列を省いたものとなる。 $\{f^{(\bar{m})}\}$ と $\{f^{(m)}\}$ の成分間の関係から式 (17) の第 2, 3 式を式 (16・a) の右辺に代入し、 $\{f^{(m)}\}$ をポテンシャルで表わすと以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{n+1}' \\ \phi_{n+1}'' \\ v_x^{(\bar{m})} \\ v_z^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{n+1}'' \\ \phi_{n+1}'' \end{Bmatrix}. \dots \quad (18)$$

ここに $[C]$ は式 (15・c) と同じものであり、式 (15・b) を参照すると

$$\begin{aligned} L_{j1} &= B_{j1} \quad (j=1 \sim 4, l=1, 2), \quad L_{j3} = -i\bar{A}_{j1}/\omega, \\ L_{j4} &= -i(R_{21}\bar{A}_{j2} + R_{31}\bar{A}_{j3})/\omega, \quad j=1 \sim 4 \end{aligned}$$

である。

式 (18) が解かれると式 (16), 式 (17) を用いて任意

境界の各成分を求めることができる。

以上 3. においては、いくらか煩雑な表現になることを恐れず、演算に必要なパラメーターを、層定数については現場測定で比較的得られやすいものとして、各層の層厚 d , 密度 ρ , 横波速度 C_T , 縦波速度 C_L のみとし、入射波の条件は円振動数 ω , 横波入射角 γ_{n+1} または縦波入射角 θ_{n+1} のみで示した。各境界での入射角, 反射角は複素数になるかどうかの判定を含めて、これらからただちに求め得る。

4. 解析例および考察

(1) SV 波が垂直入射する場合

いま基盤を第 $n+1$ 層、地表面を境界 (1) とする多層地盤に対して、基盤から垂直に SV 波が入射する最も単純な場合を考える。

このとき式 (5) において $\alpha_n = 0$, $\delta = 0$ となり、結局波動伝播問題において $\phi_n = 0$ とできるから、式 (3) の第 2 式のみが残り、この SV 波問題の特別な場合として SH 波の垂直入射に対する伝播問題と同一になる。

この設定は耐震工学的に、地表の固有周期と周波数応答倍率を推定するための基礎となるもので、3 層あるいはそれ以上の多層問題に対しては重複反射理論により解析されることが多い。

3. で述べた解析法を適用すると、この場合各境界で $v_z = 0$, $\sigma_z = 0$ であることを考慮すれば、 $[a]_j$ ($j \neq 2$) の要素は、 $a_{11}, a_{14}, a_{41}, a_{44}$ 以外は 0 となり、さらに $v_z^{(1)} = 0$ に対応して $[A]$ の要素は A_{11}, A_{41} 以外は 0 となる。もちろん 3.(3) の特別な場合としても適用できる。

結局、入射変位振幅 $\bar{u}_x^{(n)}$ (第 $n+1$ 層の反射波を合成しない振幅) を基準とした地表の変位振幅 $u_x^{(1)}$, すなわち周波数応答倍率を $|\eta(i\omega)|$ とし、位相変化を φ とすると以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} |\eta(i\omega)| &= \frac{u_x^{(1)}}{\bar{u}_x^{(n)}} = \frac{2}{|A_{11} + A_{41}/Z_{n+1}|}, \\ \varphi &= \tan^{-1}(A_{41}/A_{11}Z_{n+1}). \end{aligned} \right\} \dots \quad (19)$$

ここに $Z_j = \rho_j C_T$ は第 j 層の特性インピーダンスである。また $[a]$ の性質から A_{11} は実数であるが、 A_{41} は純虚数である。

$n=2$ および 3 についての多数の文献¹⁴⁾ に示されているので、ここでは例として $n=4$ すなわち基盤面から地表面までの間に 3 層が存在する場合について A_{11} と A_{41} を示す。

$$\begin{aligned} A_{11} (n=4) &= \cos Q_2 \cos Q_3 \cos Q_4 \\ &\quad - (Z_3/Z_4) \cos Q_2 \sin Q_3 \sin Q_4 \end{aligned}$$

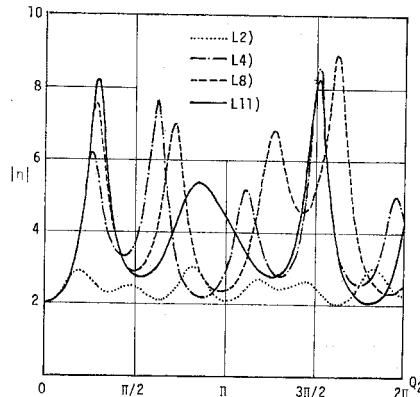
Fig. 2 Dynamic magnification factor $|\eta|$.

Table 2 Peak Periods and Dynamic Magnification Factor.

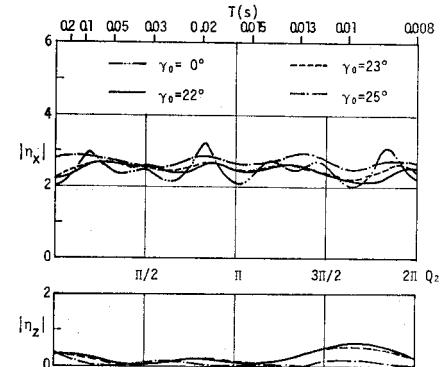
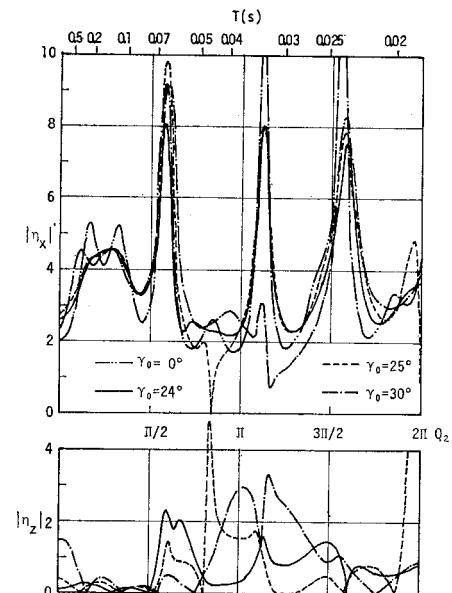
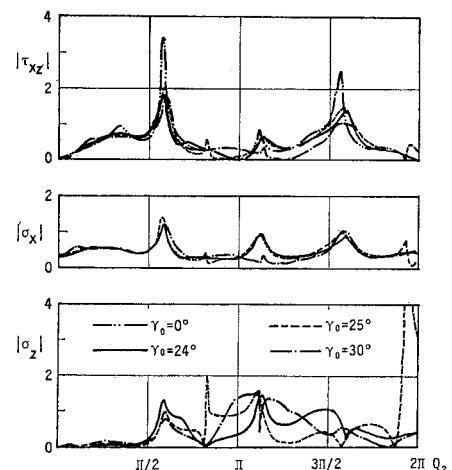
Location	T_G (s)	T_i (s)	T_G/T_i	T_s ($T_G/3$)	T_s ($T_G/5$)	T_s ($T_G/7$)	$ \eta _G$	$ \eta _i$
L 2)	0.10	0.09	1.09	0.031 (0.033)	0.020 (0.020)	0.013 (0.014)	2.8	2.9
L 4)	0.12	0.10	1.20	0.040 (0.040)	0.026 (0.024)	0.017 (0.017)	6.7	6.2
L 6)	0.30	0.22	1.36	0.116 (0.100)	0.064 (0.060)	0.044 (0.043)	4.9	5.3
L 8)	0.21	0.18	1.17	0.069 (0.070)	0.039 (0.042)	0.031 (0.030)	7.4	7.6
L 9)	0.43	0.40	1.08	0.145 (0.143)	0.087 (0.086)	0.062 (0.061)	4.4	4.0
L11)	0.44	0.37	1.19	0.120 (0.147)	0.066 (0.088)	0.048 (0.063)	6.1	8.3
L16)	1.17	1.024	1.14	0.380 (0.390)	0.240 (0.234)	0.186 (0.167)	14.2	14.4

(2) SV 波が任意角度で入射する場合

ここでは Table 1 に示した地盤例のうち、比較的層数の多いものを対象とし、SV 波が任意角度で入射する場合について、基盤への SV 波の入射角度を γ_0 とし、対象地盤の少なくとも 2 つの境界で全反射角あるいは臨界角を超える場合が生じるような γ_0 について応答解析を行った。

ここに示す例では Table 1 に示すように、ほとんどの場合基盤面における反射縦波が最初に全反射角を超え、次いで他境界で反射または透過縦波が臨界角を超え、透過 SV 波が臨界角を超える場合はない。しかし実際の多くの地盤がそうであるように、基盤上の各層の特性インピーダンスが基盤のそれより大きくなる場合には常にこの状態である。

Fig. 3~7 は 4 種の SV 波入射角度 γ_0 について、各地盤例の地表における x, z 方向変位成分の応答倍率をそれぞれ $|\eta_x|, |\eta_z|$ として Q_2 に対して示したものである。ただし補助軸の周期 T は γ_0 によって異なるが、本解析の場合その差はたかだか 3% であるので $\gamma_0=0^\circ$ の場合のものを示した。Table 1 中に示したように SV 波入射角度 $\gamma_0=24^\circ$ (L 2) に対しては 22° は基盤面の

Fig. 3 Dynamic magnification factor $|\eta_x|, |\eta_z|$ at the surface of L 2).Fig. 4(a) Dynamic magnification factor $|\eta_x|, |\eta_z|$ at the surface of L 6).Fig. 4(b) Dynamic magnification factor $|\tau_{xz}|, |\sigma_x|, |\sigma_z|$ at the second boundary of L 6).

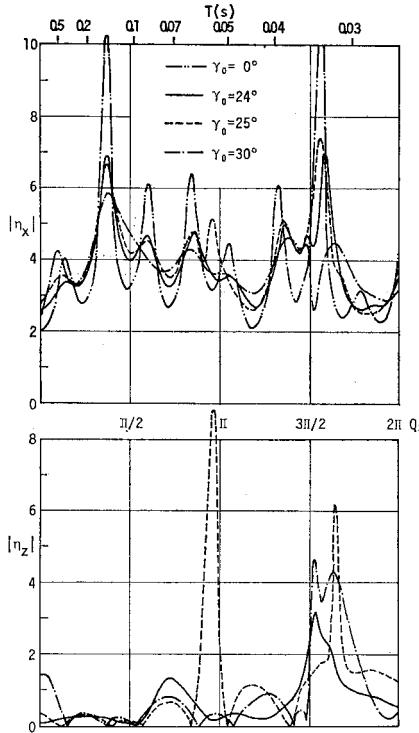


Fig. 5 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of L 9).

反射縦波が臨界角に達する直前の角度であり、 $\gamma_0=25^\circ$ および 30° (L 2) に対しては 23° , 25° は各例の境界での反射または透過縦波が臨界角に達した直後のものである。

これらの図のうち、Fig. 4(b) は地盤例 L 6 の第 2 境界における応力成分 τ_{xz} , σ_x , σ_z の応答倍率 $|\tau_{xz}|$, $|\sigma_x|$, $|\sigma_z|$ を変位の応答倍率と比較するために示した。また Fig. 7(b) は地盤例 L 16)において横波速度が 100 m/s 以下の層のポアソン比を 0.49 とした場合を L 16')として示した。

なお $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ と $|\tau_{xz}|$, $|\sigma_x|$, $|\sigma_z|$ はそれぞれ基盤への入射 SV 波の変位振幅、せん断応力振幅を基準としている。

Fig. 8~10 は先に述べた地盤の特性値 T_G の定義から、基盤上に SV 波伝播速度をもとに平均化した表層のみが存在すると考えた場合、2 層モデルに対する解析結果である。このときの平均化した表層の層定数を \bar{C}_T , $\bar{\rho}$ として Table 1 のポアソン比の欄に示した。なお \bar{C}_L は $\bar{C}_L/\bar{C}_T = \{2(1-\nu)/(1-2\nu)\}^{1/2}$ から求められる。

またこのときの Q_2 および T は比較のため Fig. 4 ~6 の値に一致させている。2 層モデルであるため $\gamma_0=25^\circ$ で基盤面での反射縦波が臨界角に達するのは同じであるが、 $\gamma_0=30^\circ$ のとき特別な状態とはならない。

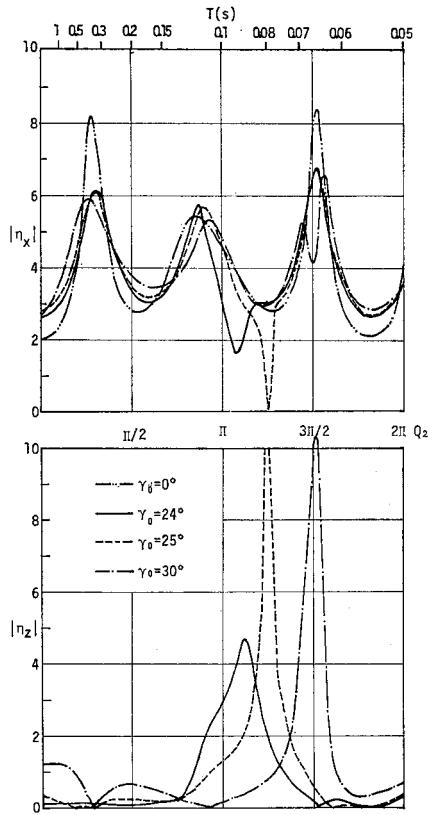


Fig. 6 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of L 11).

Fig. 11~15 は地盤例 L 6) と L 9) について、地表から基盤に向かって第 1 (地表), 第 2, … 境界とし、地盤の内部境界での応答を示したものである。たとえば Fig. 15 は L 9) の第 4 境界であるが、Table 1 を参照すると、 $\gamma_0=30^\circ$ のときこの境界には縦波成分は存在せず、SV 波の反射および透過による寄与のみが存在する。

Fig. 16 は滑動境界のある場合の解析例を示すために、地盤例 L 6) において横波速度が急変する第 4 層の上境界である第 3 境界が滑動境界であると考え、これを L 6') とした場合のものである。

以上の解析例から主として固有周期と応答倍率について考察すると以下のことが考えられる。

(1) $|\eta_x|$ の局部的ピーク p_{xj} の数とそれを生ずる周期 T_{xi} は入射角度 γ_0 が変化しても、4.(1) で述べた垂直入射時の固有周期とほとんど同じであり、 p_{xj} の中の最大値は $\gamma_0=0^\circ$ で存在する。これはどの例についても臨界角に達するのは縦波のみであるためと、地表への横波の入射角 γ_2 がどの例についても 10 度程度までであり、横波の伝播経路全体の距離の変化が少ないとある。

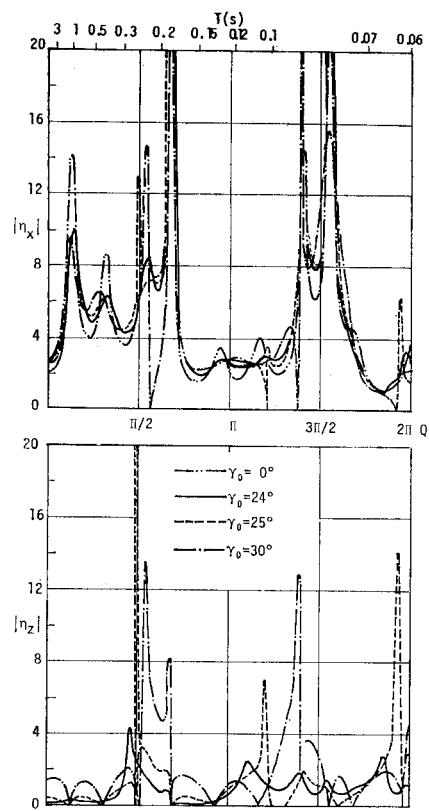


Fig. 7(a) Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of L 16).

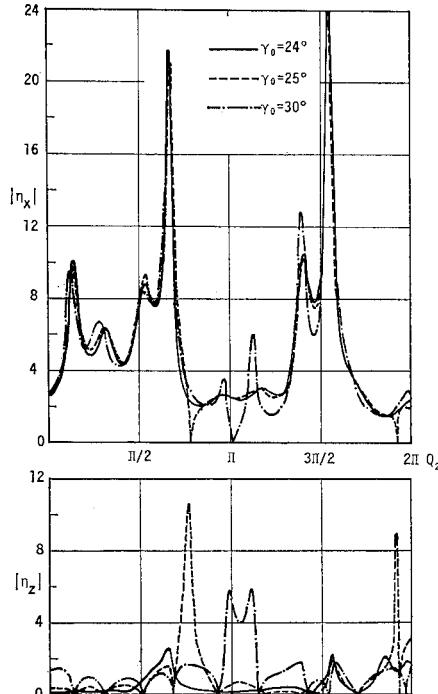


Fig. 7(b) Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of L 16').

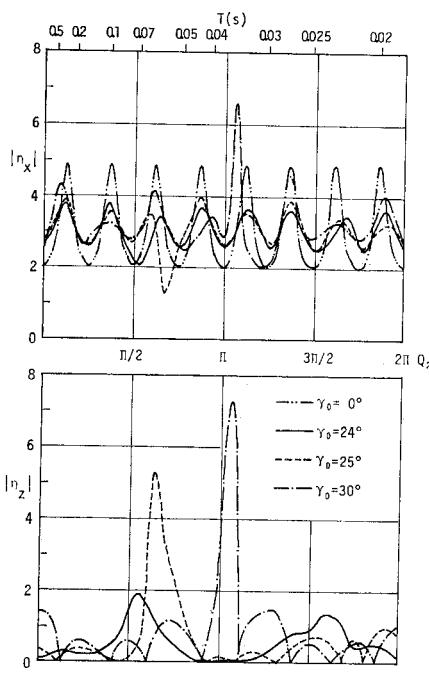


Fig. 8 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of two layer model of L 6).

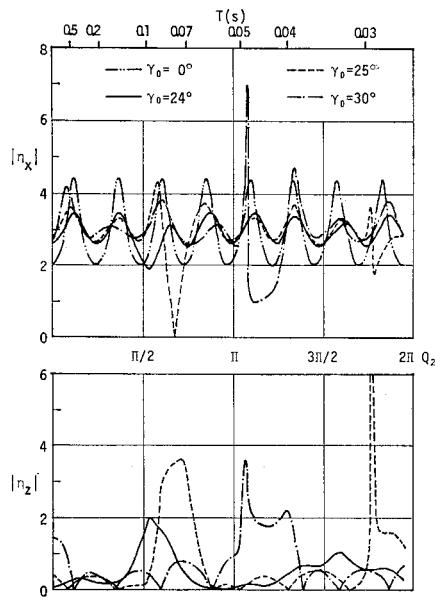


Fig. 9 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of two layer model of L 9).

(2) L 2) の場合のように基盤を含めて層定数にあまり差のない場合には、応答が卓越する周期は明瞭でない。

(3) $|\eta_z|$ の局部的なピーカー P_{zj} を生ずる周期 T_{zj} は、 τ_0 が臨界角に達するまでは Fig. 4, 5 の $\tau_0=24^\circ$

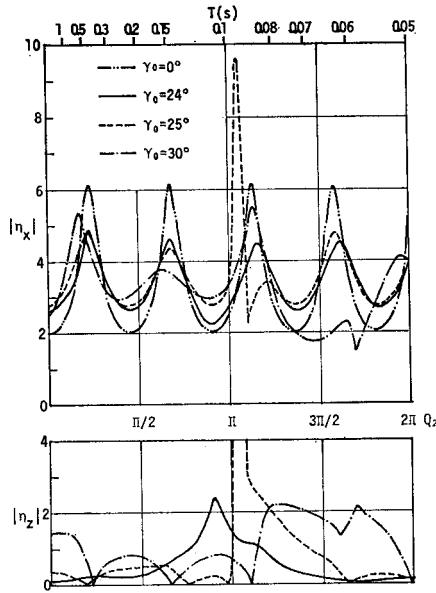


Fig. 10 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of two layer model of L 11).

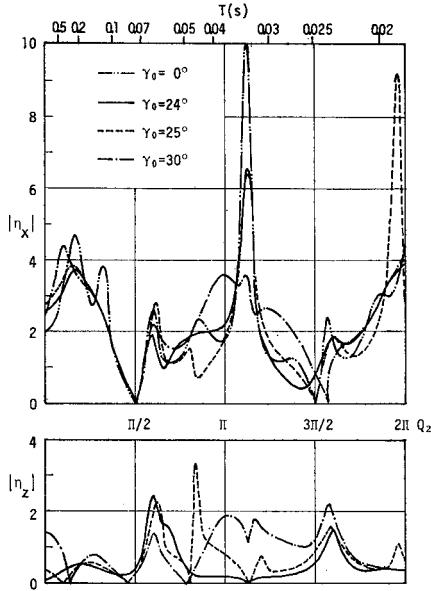


Fig. 11 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the second boundary of L 6).

(実線) のように T_{xz} と一致する場合があるが、そのときの p_{zj} は比較的小さい。しかし r_0 が臨界角を超える p_{zj} が大きな値となる場合の T_{xz} はほとんどの場合 T_{xz} と無関係である。

このことは T_{xz} で地表に達した SV 波の反射による z 方向変位成分がそのまま p_{zj} として現われる場合には、前述のように入射角 r_2 が小さいため小さなピークを形成し、 $r_0=25^\circ$ 以上でも臨界角に到達しない境界か

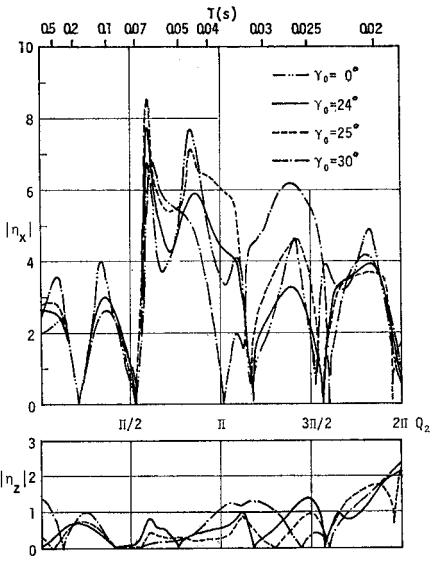


Fig. 12 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the fourth boundary of L 6).

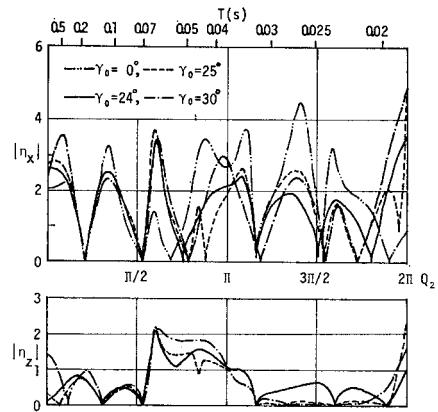


Fig. 13 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the fifth boundary of L 6).

らの縦波の重複反射によるか、あるいは SV 波と縦波とが連成することにより固有周期を形成する場合には p_{zj} の値が大きいことを示している。

(4) r_0 が臨界角を超え大きな p_{zj} を生ずるときの周期 T_{xz} は T_1 に比較して短いものが多く、本解析例では T_2 より長い周期では発生しない。またその T_{xz} で p_{xz} は急減する。このことは本解析例では顕著であり、Fig. 7 の $Q_2=\pi/2$ および $3\pi/2$ 付近の $r_0=30^\circ$ (一点鎖線) の場合の現われ方のみが例外である。

これは十分大きな $|\eta_z|$ を生ずるためのエネルギーは $|\eta_x|$ を生ずるエネルギーと共存しないことを示すものと考えられる。しかし $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ ともに比較的大きな値で共存する場合があることは注意すべきことであろう。

(5) 一般に縦波が基盤面で臨界角に達する場合の方が、さらに基盤面以外の境界で臨界角に達する場合より

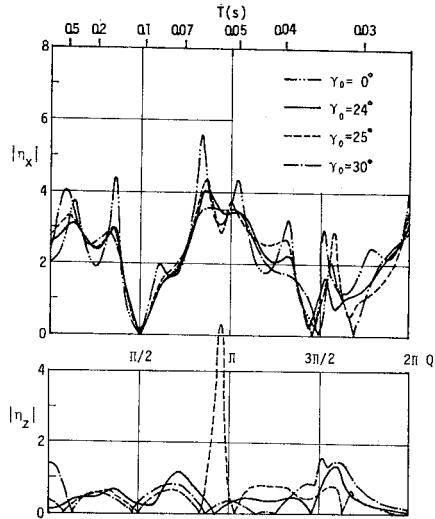


Fig. 14 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the second boundary of L 9).

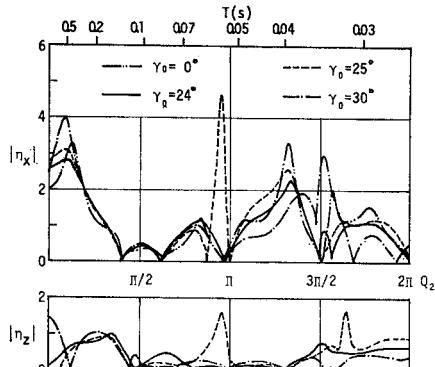


Fig. 15 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the fourth boundary of L 9).

も p_{zj} の最大値が大きく、その T_{zj} は長い。これは基盤面をはさむ両層の特性インピーダンスの比が最大であり、そこで反射波が基盤より下方へ伝達するエネルギーが境界波のもつそれより大きいためである。

(6) 臨界角を超える SV 波入射角度に対しては一般に p_{zj} が大きい。先に述べたように地盤の粘性を考慮するとき、短い周期での応答倍率は減衰が大きいとされているが、さらに縦波が関与する場合の粘性に対する効果の研究も必要である。

(7) 実地盤と T_G の定義に従って 2 層化したモデル地盤の応答は、ここには示さなかったが L 2) のように 2 層化が比較的無理でない場合を除いて相当異なる。たとえば実地盤の L 6), L 9) については τ_0 によらず、それぞれ 3 次および 2 次固有周期での p_{xz} が前述の $|\eta|_G$ よりかなり大きく、2 層モデルではこの周期で $|\eta|_G$ を超えない。したがって地盤の粘性効果を無視すれば、多層地盤と 2 層モデル地盤の応答卓越周期の考え方が、

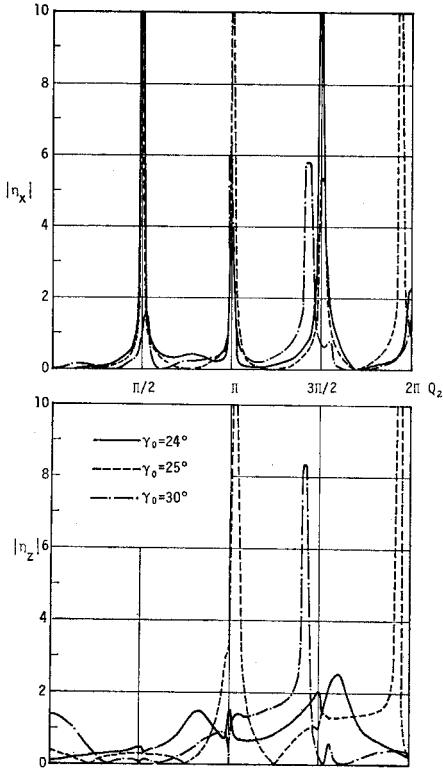


Fig. 16 Dynamic magnification factor $|\eta_x|$, $|\eta_z|$ at the surface of L 6').

実地震周期の範囲内で相当異なることがあると思われる。

さらに 2 層モデルではたとえば Fig. 6 の $Q_2=3\pi/2$ 付近のように中間境界が臨界角に達した場合の応答を評価できない。

(8) 中間境界の応答は地表の固有周期に対応する p_{xz} , p_{zj} とともに地表のそれより小さい。 $\tau_0=0^\circ$ のとき第 2 境界では $Q_2=\pi/2$, $3\pi/2$ で $|\eta_x|$ がゼロ（その周期での節）となるが、本解析例では他の τ_0 に対してもその境界への入射角が小さいため、節となっている。したがって地表付近の境界では特に $Q_2=\pi/2$ に対応する周期付近の $|\eta_x|$ は小さいと考えてよい。

(9) 中間境界であっても Fig. 12, 14 に現われているように、特性インピーダンスが急変する境界では p_{xz} が比較的大きく、応答卓越周期も地表のそれと異なるから注意する必要がある。また下層境界ほど $|\eta_x|$ の節が増加するが、臨界角を超えた境界の応答に特別な傾向はこの例ではみられない。

(10) 応力成分の応答倍率は L 6) の例で比較されるように、 $|\sigma_z|$ と $|\eta_z|$ はよく対応している。一方 $|\tau_{xz}|$ と $|\sigma_x|$ は $|\eta_x|$ の T_3 および T_6 に対応する周期でほぼ対応している。この結果からも 4.(1) で述べたようにこ

の地盤例に対しては T_G よりも応答倍率の卓越する T_s をむしろ問題とすべきであることが推察される。

(11) 4種地盤のように横波速度 C_T が 100 m/s 付近の軟弱層を含む場合には、基盤上の各層のポアソン比を一律に 0.45 することは不合理であるかも知れない。そこで比較のために C_T が 100 m/s 以下の層のポアソン比を 0.49 とした。このときその層内の縦波速度は $v=0.45$ の場合の 2.15 倍となる。Fig. 7(b) の例では応答倍率は低くなると同時に $|\eta_z|$ の応答卓越周期が Fig. 7(a) とかなり異なり、 $|\eta_x|$ と $|\eta_z|$ が同じ周期でピークをもたない。これはポアソン比が増加すると縦波に対するその層の音響インピーダンスが増加し、 $|\eta_z|$ の応答卓越周期が変化するためである。しかし地盤材料などに対する動的ポアソン比の測定は一般に困難であり、弹性解析において横波速度の減少がポアソン比の増加を意味することには問題があり、この点については今後の研究課題である。

(12) 地盤例 L 6) に滑動境界を考慮した解析例 (Fig. 16) では T_1, T_2 に対応する応答倍率が消滅し、 Q_2 に関してほぼ $\pi/2$ ごとに応答卓越周期となっている。滑動境界の上下では横波の伝播が分離された状態に近づくため、全層を含めた長周期の成分が失われ、滑動境界より上層での比較的短周期の重複反射が卓越しているためと考えられる。

5. 結 語

(1) 本論文で述べた弹性平行多層地盤に対する調和 SV 波の応答解析法はきわめて簡潔、単純であり、地盤構成および層定数が判明すると容易に応答特性を解明できる。

(2) 従来の SH 波解析と比較すると主として以下の違いがある。①式(3)からわかるように SV 波解析には SH 波解析には現われないスカラーポテンシャル ϕ が存在し、縦波成分が含まれる。したがって水平動の応答が卓越する周期が SH 波解析結果とは異なる。②式(6)から明らかなように垂直入射以外のときは必ず上下動成分が存在する。そのため入射角によっては水平動と同程度の上下動の応答倍率を示すことがある。③縦波に対する臨界角が存在し、それに対応して SH 波問題では発生しない境界波が発生する。その結果 SH 波解析によるものより大きい水平動応答倍率を示すことがある。

(3) SV 波問題としたときの解析結果は、SH 波解

析では予想できない応答を明らかにできる。特に現在設計条件では無視されている上下動成分に対する合理的取扱い法および応答が卓越する固有周期の決定法を研究する必要があると思われる。

(4) 実地盤に対する非定常 SV 波あるいは実地震波の応答問題については、調和解を重ね合わせることにより、たとえば高速フーリエ変換などを用いて実際的な解析が行われる必要があろう。

最後に本研究の一部は昭和 54 年度文部省科学研究費一般研究 C の補助を受けて行われたものであることを付記する。また本研究に対し貴重なご意見をいただいた京都大学、小林昭一教授に心から感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、V 耐震設計編、日本道路協会、pp. 88～102、1980.
- 2) 日本鉄道施設協会：耐震設計指針（案）解説、日本鉄道施設協会、pp. 54～57、1979.
- 3) Idriss, I.M. and H.B. Seed : Seismic Response of Horizontal Soil Layers, Proc. of A.S.C.E., Vol. 94, No. SM 4, pp. 1003～1031, 1968.
- 4) 金子孝吉：せん断連続体としての多層地盤の地震応答解析、土木学会論文報告集、第 207 号、pp. 13～23、1972 年 11 月。
- 5) Aybars Gürpinar : The New Turkish Aseismic Code, A Critical Evaluation with Emphasis on Soil Amplification Considerations, Proc. of the Int. Symp. on Earthquake Structural Engineering, Vol. II, University of Missoula-Rolla, pp. 215～232, 1976.
- 6) たとえば、Ewing, W.M., W.S. Jardetzky and F. Press : Elastic Waves in Layered Media, McGraw-Hill, pp. 124～254, 1957.
- 7) 金子孝吉・渡辺 昇：地震動の SV 波動特性の研究、土木学会論文報告集、第 289 号、pp. 1～16、1979 年 9 月。
- 8) Eringen, A.C. and E.S. Suhubi : Elastodynamics, Vol. II, Academic Press, pp. 530～541, 1975.
- 9) Achenbach, J.D. : Wave Propagation in Elastic Solids, North-Holland, pp. 122～127, 1973.
- 10) たとえば、片山恒雄・宮田利雄・国井隆弘：構造物の振動解析、土木学会編、新体系土木工学 10、技報堂、pp. 149～153、1979。
- 11) Newmark, N.M. and E. Rosenblueth : Fundamentals of Earthquake Engineering, Prentice-Hall, pp. 143～149, 1971.
- 12) Haskell, N.A. : The Dispersion of Surface Waves in Multilayered Media, Bull. Seism. Amer., Vol. 43, pp. 17～34, 1953.
- 13) Brekhovskikh, L.M. : Waves in Layered Media, Academic Press, pp. 61～79, 1960.
- 14) たとえば、田治見宏：建築振動学、コロナ社、pp. 114～119, 1965.
- 15) 山崎 裕：平行多層粘弹性地盤内の剪断波の伝達（その 2）、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp. 441～442、1972。
- 16) 前出 11), pp. 286～298.

(1981.3.17・受付)