

風の乱れに起因する構造物の非定常空力特性 に関する基礎的研究

A FUNDAMENTAL STUDY ABOUT UNSTEADY AERODYNAMIC
CHARACTERISTICS OF STRUCTURES DUE
TO FLUCTUATING WIND

白石成人*・松本勝**・白土博通***
By Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO
and Hiromichi SHIRATO

1. まえがき

構造物に発生する空気力は、物体周囲の流れの状態が場所のみの関数によって規定される定常空気力（静的空気力）と、これに時間を表わすパラメーターを加え、場所と時間の関数により流れの状態が表わされる非定常空気力に大別される。特に後者は、一様な流れの中に置かれた物体が運動することにより物体周囲の流れが非定常となることにより新たに流体力が作用するいわゆる自励的特性をもつ空気力（以後本研究では自励型空気力とよぶ）と、時間的空間的に変動する乱れを含む気流等流れそのものが非定常であり、その結果物体に非定常な強制外力として作用する空気力（以後本研究では強制型空気力とよぶ）の2種類に分けられる。これらの非定常空気力に関して航空工学の分野では、古くから薄翼や平板を対象に Theodorsen 関数¹⁾（自励型空気力）、Sears 関数²⁾および Horlock 関数³⁾（強制型空気力）等の空気関数がポテンシャル理論の立場より解析的に求められている。

一方、一般の構造断面を対象とした非定常空気力については、鉛直たわみ・ねじれ2自由度振動系に対し、自励型の非定常空気力係数 H_i^* , A_i^* ($i=1, 2, 3, 4$) を定義し、フラッタやギャロッピングの発生する系の自励型空気力特性を明らかにした R.H. Scanlan らの研究⁴⁾や、物体のステップ変位に起因した流体力のインディシャル応答を実際に測定することにより系の自励型空気力に関する時間過渡特性を明らかにし、ねじれフラッタ現象の発生機構に検討を加えた吉村・中村の研究⁵⁾等がある。

また Wen-Hwang Lin⁶⁾ は吊橋補剛トラス桁を想定し、ウェブに穴をあけた △ 型断面を対象に格子乱流気流中において非定常空気力を測定することにより、その空気特性に検討を加えているが、特に強制型空気力については乱れの存在による静的空気力特性の変化、とりわけ静的空気力係数勾配の値の変化が空気力の大きさ (magnitude) に影響を及ぼすものとする修正準定常的な評価を行っている。A.G. Davenport⁷⁾ は主として橋梁の横たわみ振動を対象に、気流の時間的空間的変動性を考慮した空気アドミッタンス (Aerodynamic Admittance) を定義し、Liepmann による乱流中における航空機翼の不規則振動応答に関する周波数解析方法⁸⁾ を適用することにより、気流の乱れに起因するガスト不規則振動応答 (バフェッティング振動) 解析を進めており、その成果は世界各国の構造物の耐風設計に、なかでも設計風速や構造物の応答評価に応用されている。

ところで耐風構造に関する数多くの研究成果をもとにして、現在長大橋梁構造物のフラッタ現象に対しては床板部にグレーチングを有するトラス断面あるいは偏平箱桁断面等の耐風性の優れた断面形状を桁断面として採用することにより、フラッタ限界風速を向上させることができとなってきた。これを受けて、特に可撓性に富む構造物についてはフラッタ限界風速より低い風速域における渦励振あるいはバフェッティングがしだいにクローズアップされている。これらの空気振動現象のうち、渦励振は構造断面が空力的に Bluff な場合に生じるのに對し、バフェッティングはどのような断面においても生じ得るものであり、直接、構造物が破壊に至らないまでも、構造部材の疲労の問題や、構造物自体の使用性・機能性あるいは架設時の施工性等を考慮すれば、その特性をより的確に把握することが要求されるものといえよう。

前述の Davenport の研究をはじめ、従来一般の構造

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部

*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部

物を対象としたバフェッティング応答解析には、準定常空気力を用いた研究例が大半であるものと思われる。しかし、たとえば吊橋補剛トラス桁断面、偏平箱型断面、あるいは矩形やH型等の断面形状を有する長部材のように、限界風速値は非常に高くとも本質的にギャロッピングやねじれフラッタ等の空力振動が発現可能なものについては、限界風速以下の低風速域において一般にその空力特性に準定常性は成立せず、いわゆる非定常性の強い領域であるものと考えられる。したがって、このような風速域において強制型空気力に準定常的な扱いを施すことの是非には十分議論の余地が残されているものと判断される。

また、台風や突風あるいは竜巻等、風向や風速が比較的短時間に大きく変化する、いわゆる非定常性 (non-stationary) の強い風の作用による構造物の空力応答を安全かつより合理的に評価するためには、このような非定常流れのもとでの空気力発生の過渡特性を明らかにすることが重要と考えられる。

本研究は以上の問題点を考慮し、乱れを含む気流中に置かれた物体に発生する乱れに起因した強制型空気力の非定常空力特性ならびに空気力発生機構を明らかにすることを目的としている。その第1段階として本研究では問題を二次元に限定し、ギャロッピングやねじれフラッタ等の自励型空力振動の発現する構造断面を取り上げ、その非定常揚力および非定常ピッチングモーメントに関して、二次元変動気流から強制型非定常空気力へ変換する周波数伝達関数（以後本研究では空力システム関数とよぶ）を実験的に求め、断面固有の強制型空気力特性を明らかにするとともに、自励型空気力特性と比較し、両者の非定常性についての関連性に若干の考察を試みる。さらに、これらの空力関数を応用した時間過渡応答解析結果を実験結果と比較することにより、振動振幅の時間変化から空気力の非定常効果を調べ、構造物のバフェッティングに対するより合理的な評価法についての基礎的な情報を得ようとするものである。

2. 空力伝達関数

二次元鉛直変動気流と、これに起因して断面に発生する強制型二次元非定常空気力（揚力、ピッチングモーメント）を関係づける空力システム関数を次式により定義する。

$$\left. \begin{aligned} \phi_L(k) &= \frac{L(t)}{\frac{dC_F}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} \rho b U W(t)} \\ \phi_M(k) &= \frac{M(t)}{2 \frac{dC_M}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} \rho b^2 U W(t)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$\phi_L(k), \phi_M(k)$ ：揚力、ピッチングモーメントに関する空力システム関数

$L(t), M(t)$ ：単位スパン長当たりの強制型非定常揚力、ピッチングモーメント
(Output)

$$L(t) = L_0 e^{i(\omega t + \theta)}, M(t) = M_0 e^{i(\omega t + \theta')}$$

$\frac{dC_F}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0}, \frac{dC_M}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0}$ ：迎角 0° における静的空気力係数勾配

$$\frac{dC_F}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} = C_D(0) + \frac{dC_L}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0}$$

ρ : 空気密度 b : 断面半幅員長

U : 主流方向平均風速

$W(t)$: 二次元鉛直変動風速 (Input)

$$W(t) = W_0 e^{i\omega t}$$

k : 換算振動数 $k = b\omega/U$

L_0, M_0 : 揚力、ピッチングモーメントの振幅

ω : 二次元鉛直変動風速の円振動数

θ, θ' : 入出力間の位相差

なお、式 (1) で定義された空力システム関数の時間原点は断面の leading edge、空間原点は幅員中央点とする。

式 (1) より空力インディシャル応答関数および空力インパルス応答関数は次のようにして得られる。空力インディシャル応答関数は図-1 に示すように迎角 0° で流体中に置かれた物体に対し、ステップ関数状の鉛直風速 W_0 が主流方向風速 U_0 で物体に作用した場合に発生する空気力の時間過渡特性を表わすものである。この関数は、薄翼に対して次式、

$$\psi_{airfoil}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(k)}{ik} e^{ik(\tau-1)} dk \dots\dots\dots (2)$$

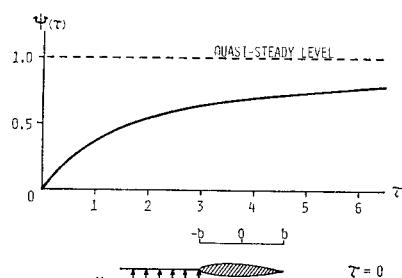


図-1 Küssner 関数の形状



図-1 Küssner 関数の形状

ただし、 $S(k)$: Sears 関数、 $\tau = (Ut/b)$: 無次元時間のように Sears 関数の Fourier 変換形として理論的に求められており、Küssner 関数とよばれている。また、式(2)の近似関数には以下の各式が知られている⁹⁾。

$$\tilde{\psi}_{\text{airfoil}}(\tau) = 1.000 - 0.500 e^{-0.130\tau} - 0.500 e^{-1.000\tau} \dots \quad (3)$$

$$\tilde{\psi}_{\text{airfoil}}(\tau) = \frac{\tau^2 + \tau}{\tau^2 + 2.82\tau + 0.80} \dots \quad (4)$$

式(3)は R.T. Jones の近似式とよばれるもので、La-place 変換に便利な指數関数型となっており、容易に空力インパルス応答関数あるいは空力システム関数へ変換が可能である利点を有する。ここでは各種橋梁構造断面に固有な空力システム関数を実験的に求め、これより空力インディシャル応答関数や空力インパルス応答関数を推定するため、式(3)と同様な関数形をとり、空力インパルス応答関数を次式(5)に示すような 4 つの形状決定パラメーター a, b, c, d を含む 2 つの指數関数の和で近似的に表わした。

$$\psi(\tau) = ae^{-b\tau} + ce^{-d\tau} \dots \quad (5)$$

このとき上式より空力インディシャル応答関数および空力システム関数は以下のように表わせる。

空力インディシャル応答関数：

$$\psi(\tau) = 1.0 - \frac{a}{b}e^{-b\tau} - \frac{c}{d}e^{-d\tau} \quad (a > 0, b > 0, d > 0) \dots \quad (6)$$

ただし、 $\psi(\infty) = 1.0$ より

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 1.0 \dots \quad (7)$$

空力システム関数

$$\phi(k) = \left[\frac{ab}{b^2 + k^2} + \frac{cd}{d^2 + k^2} \right] - i \left[\frac{ak}{b^2 + k^2} + \frac{ck}{d^2 + k^2} \right] \dots \quad (8)$$

式(7)よりパラメーター c を他の 3 つで表わし、さらに $a/b = A, d/b = D, k/b = \xi (A > 0, D > 0, \xi \geq 0)$ とおくことにより、式(8)は次のように表わされる。

空力システム関数

$$\phi(k) = \left[\frac{A}{1 + \xi^2} + \frac{(1-A)D^2}{D^2 + \xi^2} \right] - i \left[\frac{A\xi}{1 + \xi^2} + \frac{(1-A)D\xi}{D^2 + \xi^2} \right] \dots \quad (9)$$

ゲイン特性：

$$|\phi(k)| = \sqrt{\{\text{Re}[\phi(k)]\}^2 + \{\text{Im}[\phi(k)]\}^2} = \sqrt{\frac{(AD - A - D)^2 \xi^2 + D^2}{(1 + \xi^2)(D^2 + \xi^2)}} \dots \quad (10)$$

位相特性：

$$\arg[\phi(k)] = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[\phi(k)]}{\text{Re}[\phi(k)]} \right\} \dots \quad (11)$$

注 1) 式(5)中のパラメーター b は、断面半幅員長とは異なる。

3. 空力伝達関数の測定

対象とした模型断面形状を図-2 に示す。実験に使用された風洞は京都大学工学部土木工学教室内に設置されたエッフェル型吸込式風洞であり、0~20 m/s にわたり連続的に風速を変化させることができ、測定可能な範囲は幅 2.5 m、高さ 1.5 m、気流下方向約 8 m である。また、風洞壁の振動等によるノイズの混入を除去するため、コンクリート基礎に固定されたターンテーブル上にロードセル型 A.C. 天秤 (LMC 3501-0.5 日章電機)，さらに二次元断面模型を鉛直に支持し、強制型非定常揚力およびピッチングモーメントを検出した。鉛直変動気流は模型の上流約 2.3 m に設置した二枚翼 (NACA 0012、スパン長 93 cm、弦長 30 cm、間隔 30 cm) に対し、油圧加振機（試作品）によりねじれ振動を与えることにより風洞内に正弦波的に風向が変化する二次元変動気流を発生させた。なお、加振振動数は 0.2, 0.35, 0.5, 0.65, 0.8, 1.0, 1.5, 2.0 Hz の各値とした。変動風速は熱線風速計 (Model 21-1211, 21-1711, 21-1311, 演算器 21-6411, 日本科学工業) を用いて測定し、測定端子 (X 型プローブ) は先端を模型の leading edge に合わせ、模型の影響のないよう模型側面から主流直角方向に約 6 cm 離して設置した。実験風景を写真-1 に示す。

以上の実験により得られる二次元変動風速および強制型非定常空力は、図-3 に示すようにノイズもしくは気流の乱れに起因した高周波

t : scale of small model used for measurement of aerodynamic system function

図-2 二次元模型断面図

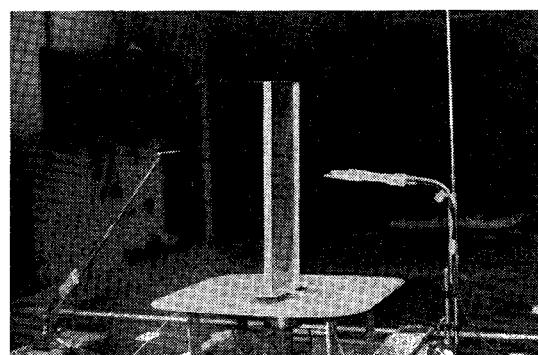


写真-1 風洞実験風景

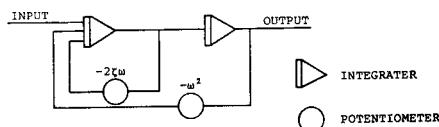
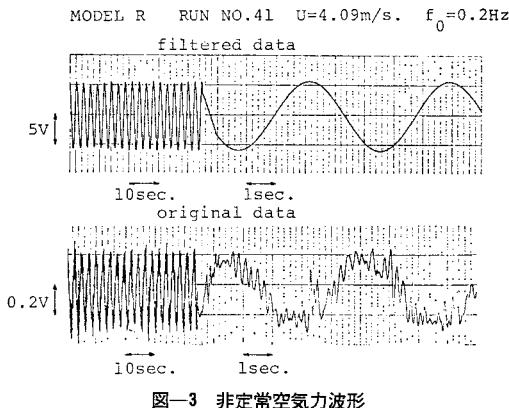


図-4 アナログコンピュータ回路図

成分が混入しているため、バンドパスフィルターとして図-4 に示す線形 1 自由度振動系をアナログコンピュータ（日立ハイブリッド計算機 ALS 200 X）にセットし、これに原波形を入力し完全に共振させることにより卓越周波数成分を得た。これより二次元鉛直変動風速と強制型非定常空気力の振幅比ならびに両者の位相差を読み取り、各換算振動数別に空力システム関数のゲイン特性値 $|\phi(k)|$ 、位相特性値 $\arg[\phi(k)]$ を求めた。なお、アナログコンピュータにセットする振動数、減衰定数（全ケースとも $\zeta=0.1$ とした）およびゲインは各線形回路において正確に一致することを確認して解析を行った。

これらの解析値をもとに空力システム関数近似曲線の形状決定パラメーター a, b, c, d の値を次のような手順によって推定した。表-1 は形状決定パラメーターの値の組合せにより、各空力伝達関数の形状を大きく 7 種類のタイプに分類し、各関数形状の概略を示したものである。また図-5 は各タイプに対応する形状決定パラメーター値の存在領域を A, D ($A=a/b, D=d/b$) を軸に示したものである。表-1 を用いて、実験解析値より表わされる空力システム関数ゲイン特性 $|\phi(k)|$ の形状がどのタイプに属するかを判断し、さらに図-5 の存在領域の中で形状決定パラメーター A, D の数値を変化させ、最も良好に実験解析値を近似するパラメーター値を求めた。また、式(8)より明らかのように空力システム関数の実部と虚部はパラメーター値の変化に対して独立ではなく、互いに有る関連を保ちながら形状が変化するため、本研究では空力システム関数の虚部に着目し、ゲ

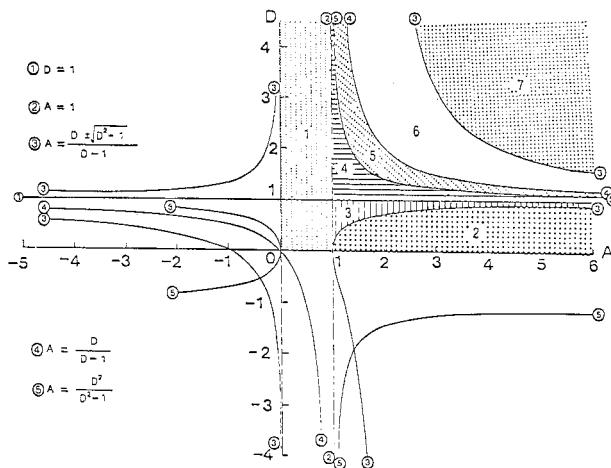
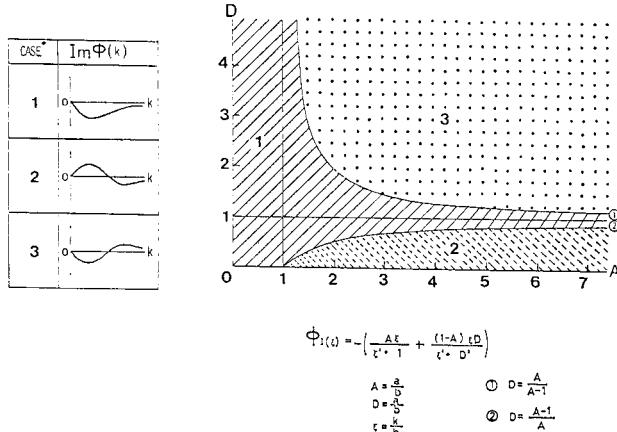
イン特性の場合と同様に形状決定パラメーターの値による関数形状および値の存在領域を求め（図-6 参照）、表-1、図-5 とともにパラメーター値の推定に用いた。

4. 実験解析結果に対する考察

図-7、図-8 に以上の実験および解析により得られた桁高幅員比 1:2 矩形断面（以後 Model-R とよぶ）の揚力に関する空力システム関数ゲイン特性 $|\phi_L(k)|$ および位相特性 $\arg[\phi_L(k)]$ をそれぞれ示す。図-8 で実験解析値の近傍に記入された数字は、それぞれに対応する換算振動数 $k(b\omega/U)$ を示す。図-7 より実験解析値は準定常値 1.0 を大きく上回る特性を示し、従来の準定常空気力ではかなり過小に空気力を評価し、耐風設計上危険側であることが知られる。また図-8 からは、実験解析値が第 3 象限 ($\text{Re}[\phi_L(k)] < 0, \text{Im}[\phi_L(k)] < 0$) や第 2 象限 ($\text{Re}[\phi_L(k)] < 0, \text{Im}[\phi_L(k)] > 0$) へ達し、空気力の発生に大きな時間遅れが存在する傾向が認められる。図-7、図-8 両図中の破線で描かれた曲線 (AI-RFOIL と記入) は、式(3) に示した R.T. Jones の近似式をもとに時間原点を断面の leading edge にとり直

表-1 各種空力関数の形状による分類

CASE	$ \Phi(k) $	$\Psi(\tau)$	$H(\tau)$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

図-5 形状パラメーター (A, D) 存在領域図-6 形状パラメーター (A, D) 存在領域

し、空力システム関数と等価な形に変換した、修正された Sears 関数（以後便宜上修正 Sears 関数と称し、 $\tilde{S}(k)$ によって表わすものとする）の形状を示すものである。ここで修正 Sears 関数 $\tilde{S}(k)$ は次式により表わされる。

$$\tilde{S}(k) = S(k) e^{ik} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

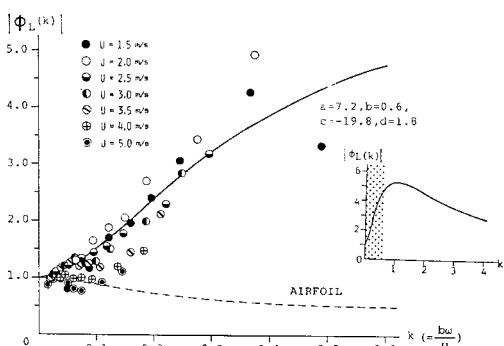


図-7 空力システム関数ゲイン特性 (Model-R)

図-7、図-8 より、実験解析値と修正 Sears 関数 $\tilde{S}(k)$ を比較すれば両者の形状は大きく異なる、桁高幅員比 1:2 矩形断面と薄翼の鉛直ガストリ起因する強制型非定常揚力特性には大きな差が認められる。なお、同一換算振動数における各実験解析値には、主流方向平均風速 U によって若干の変動が認められ、図-7 に示されるように全体の傾向としては主流方向平均風速 U が大なるほど、ゲイン値は小さくなるようである。

図-9、図-10 は、桁高幅員比 1:10 H 型断面（以後 Model-H とよぶ）のピッキングモーメントに関する空力システム関数ゲイン特性 $|\phi_M(k)|$ ならびに位相特性 $\arg[\phi_M(k)]$ を示すものである。ゲイン特性は準定常値 1.0 を大きく超える実験解析値が得られ、位相特性も第3象限 ($\text{Re}[\phi_M(k)] < 0, \text{Im}[\phi_M(k)] < 0$) に実験解析値が現われるなど、Model-R と同様の傾向が認められる。また図中破線で示した修正 Sears 関数と比較すれば、実験解析値は明らかに異なった傾向を示しており、断面前縁部からの強い剝離を伴い、自励型空気力特性に強い非定常性を備えた桁高幅員比 1:10 偏平 H 型断面の強制型非定常空気力特性は、ポテンシャル理論を用いて解析的に求められる薄翼の空気力特性とは本質的に異なるものと判断される。

ところで二次元鉛直変動気流（周期変動気流）は時間的かつ空間的に変動するため、断面幅員方向の相対迎角 ($\alpha_{re} = W/U$) 分布は各瞬間において一様ではなく、図-11 に示すように距離 $l=2\pi U/\omega$ ごとに同じパターンを繰り返す正弦波的分布を示す。いま平均風速 U 一定のもとで鉛直変動気流の振動数 ω を小さくすれば（あるいは振動数 ω 一定のもとで平均風速 U を大きくすれば）、波長 l は大きくなり、断面幅員長 $2b$ に比べ十分大なる状態：

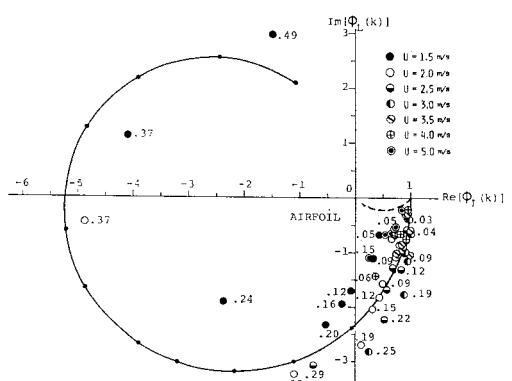


図-8 空力システム関数位相特性 (Model-R)

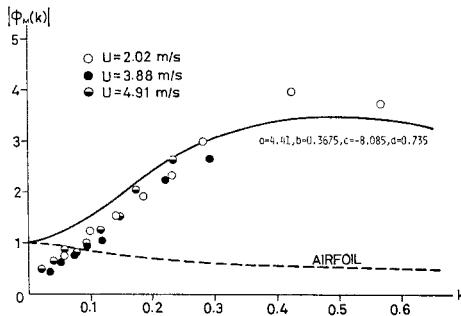


図-9 空力システム関数ゲイン特性 (Model-H)

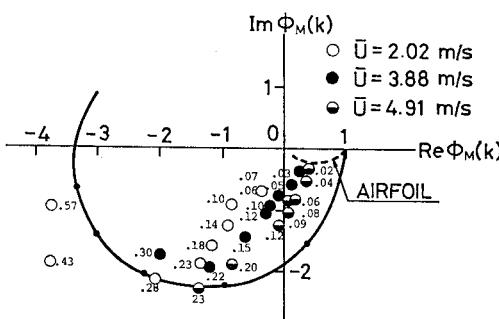


図-10 空力システム関数位相特性 (Model-H)

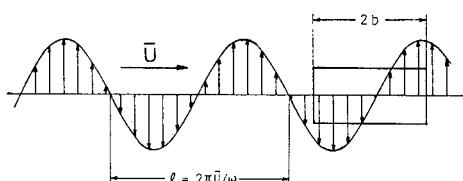


図-11 正弦波状鉛直変動風速の空間分布

$$l = 2\pi U/\omega \gg 2b \quad \dots\dots\dots(13)$$

または

$$k = b\omega/U \ll \pi \quad \dots\dots\dots(14)$$

で示される範囲内では、相対迎角が断面幅員方向で一様な分布に近づき、一様流のもとで物体が自励振動を行う場合の鉛直たわみ変位速度 ($\dot{\delta}$) あるいはねじれ変位 (φ) に起因した相対迎角分布と近似的に等しくなるものと判断される注2)。

いま、一様流中に置かれた物体の鉛直たわみ変位速度 ($\dot{\delta}$) およびねじれ変位 (φ) に起因する自励型非定常空気力 $L_{\dot{\delta}}$ および M_{φ} を、自励型空

注 2) 図-12 に示すように、ねじれフラッタやギャロッピングが十分発達する高風速域 ($U/b\omega \rightarrow \infty$, $k \rightarrow 0$) では準定常性が成立し、強制型空気力および自励型空気力両者の空力特性は一致するものと考えられるが、本研究ではこれよりやや低く、かつ式 (13), (14) が満足されるような風速域 (図中斜線部)においても、強制型空気力および自励型空気力両者の非定常性に密接な関連性の存在を示すことを意図するものである。

力周波数伝達関数 $\chi_L(k)$, $\chi_M(k)$ を用いて次式 (15), (16) のように表わす。

$$L_{\dot{\delta}} = -\frac{dC_F}{d\alpha} \rho b U \chi_L(k) \dot{\eta} \quad (\eta = \eta_0 e^{i\omega t}) \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$M_{\varphi} = 2 \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 U^2 \chi_M(k) \varphi \quad (\varphi = \varphi_0 e^{i\omega t}) \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここで式 (14) が成立する、変動気流の波長が断面幅員長に比べて十分大きいような状態では、式 (1) で示される強制型非定常空気力に関する空力システム関数は式 (15), (16) における自励型空力周波数伝達関数と対応づけられ、近似的に次式が成立する。

$$\begin{aligned} L_{\dot{\delta}} &= -\frac{dC_F}{d\alpha} \rho b U \phi_L(k) \dot{\eta} \\ &= -\frac{dC_F}{d\alpha} \rho b U \operatorname{Re}[\phi_L(k)] \dot{\eta} \\ &\quad + \frac{dC_F}{d\alpha} \rho U^2 k \operatorname{Im}[\phi_L(k)] \eta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\begin{aligned} M_{\varphi} &= 2 \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 U^2 \phi_M(k) \varphi \\ &= 2 \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 U^2 \operatorname{Re}[\phi_M(k)] \varphi \\ &\quad + 2 \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 U^2 \frac{1}{k} \operatorname{Im}[\phi_M(k)] \frac{b\dot{\varphi}}{U} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(18)$$

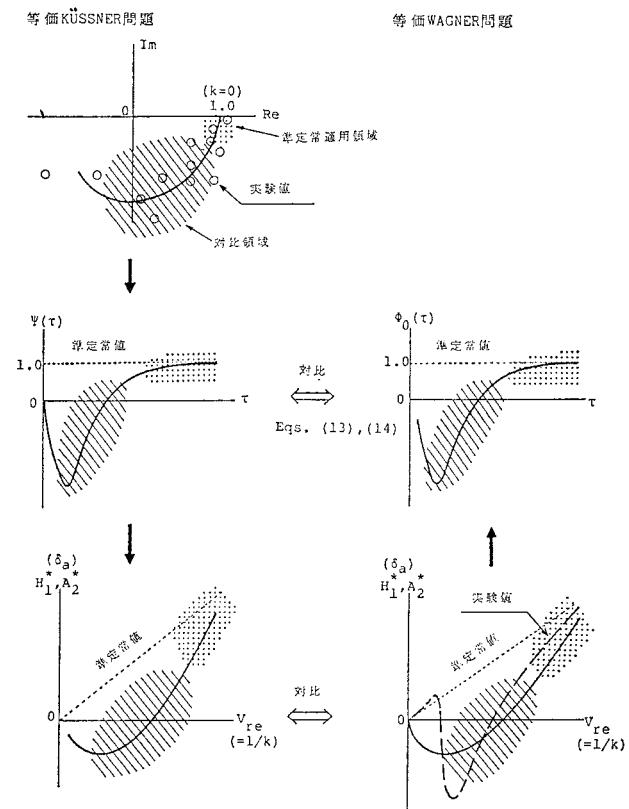


図-12 Küssner 問題と Wagner 問題の対比

上式(17), (18)より空力システム関数は、揚力に関してはその実部が、またピッキングモーメントに関してはその虚部が、それぞれ空力減衰と密接な関連にあるものと考えられる。

一方 R.H. Scanlan ら⁴⁾は、鉛直たわみ、ねじれ 2 自由度の自励振動に対し、運動方程式を非定常空気力係数 H_i^* , A_i^* ($i=1, 2, 3, 4$) を用いて、次のように表わしている。

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_\eta \omega_\eta \dot{\eta} + \omega_\eta^2 \eta = \frac{1}{2m} \rho U^2 (2b) \left(k H_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k H_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \varphi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right) \quad (19)$$

$$\ddot{\varphi} + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = \frac{1}{2I} \rho U^2 (2b^2) \left(k A_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k A_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \varphi + k^2 A_4^* \frac{\eta}{b} \right) \quad (20)$$

ただし、

$\zeta_\eta, \zeta_\varphi$: 無風時における鉛直たわみおよびねじれの構造減衰比

$\omega_\eta, \omega_\varphi$: 鉛直たわみおよびねじれの固有円振動数
 m : 単位スパン長当たりの質量

I : 単位スパン長当たりの質量慣性モーメント

いま上式中の連成空気力項は無視し、鉛直たわみ、ねじれ各 1 自由度を対象とすれば、前述のように $k \ll \pi$ の範囲では鉛直ガストに関連した空力システム関数と対応づけられることより近似的に次式が成立するものと考えられる。

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[\phi_L(k)] &= -\frac{k H_1^*}{dC_F/d\alpha}, \quad \operatorname{Im}[\phi_L(k)] = \frac{k H_4^*}{dC_F/d\alpha} \\ \operatorname{Re}[\phi_M(k)] &= \frac{k^2 A_3^*}{2 dC_M/d\alpha}, \quad \operatorname{Im}[\phi_M(k)] = \frac{k^2 A_2^*}{2 dC_M/d\alpha} \end{aligned} \quad (21)$$

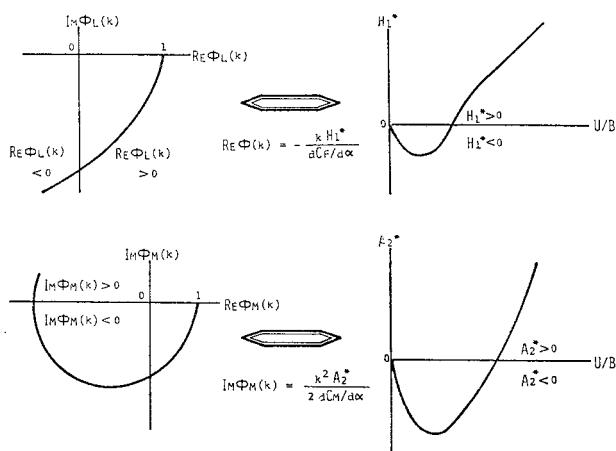


図-13 空力システム関数 $\phi(k)$ と自励型空気力 H_1^* , A_2^* の関連

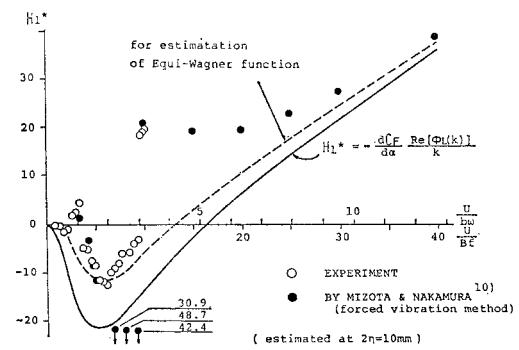


図-14 $H_1^* - V_{re}$ 図 (Model-R)

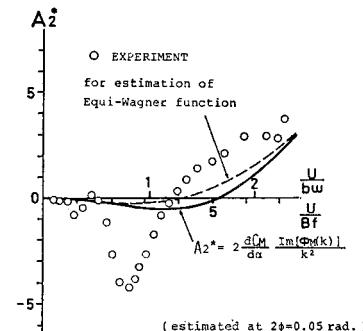


図-15 $A_2^* - V_{re}$ 図 (Model-H)

上式は、ギャロッピングやねじれフラッタ等の自励振動に対する安定性を、空力システム関数の位相特性 $\arg[\phi(k)]$ から論じることが可能であることを示している。

図-13 に示すように、Model-R の非定常揚力では、虚数軸がギャロッピング発現の可能性を決定し、これより左側 ($\operatorname{Re}[\phi_L(k)] < 0$ となる高換算振動数域、すなわち低無次元風速域) では安定、右側 ($\operatorname{Re}[\phi_L(k)] > 0$) では不安定となる。一方、Model-H の非定常ピッキングモーメントでは実数軸がねじれフラッタに対する安定性を決定し、これより上側 ($\operatorname{Im}[\phi_M(k)] > 0$) で安定、下方 ($\operatorname{Im}[\phi_M(k)] < 0$) では不安定となる。

以上の安定不安定領域は静的空気力係数勾配値の正負によりそれぞれ反転する。たとえば薄翼 ($dC_F/d\alpha > 0$) の非定常揚力について考えた場合、Model-R とは逆に $\operatorname{Re}[\phi_L(k)] > 0$ で安定となる。図-8 および図-10 に示した修正 Sears 関数が第 4 象限 ($\operatorname{Re}[\phi_L(k)] > 0$) にのみ現われていることから判断すれば、薄翼のギャロッピングに対する安定性が十分高いことが知られる。

図-14¹⁰⁾, 15 には、これらの特性をふまえ、Model-R, Model-H を対象に鉛直たわみおよびねじれ各 1 自由度ばね支持系により得られた非定常空気力係数 H_1^* , A_2^* の実験値を示す(図中○印)。両図中の実験値は、低風速域で負値をとり、あ

る風速値を境界として正値へ転じ、ギャロッピングやねじれフラッタが発現する典型的な非定常空力特性を表わしているものと判断されるが、特に低風速域において渦励振の影響を強く受けているものと考えられる。渦励振とギャロッピング、ねじれフラッタ等の自励振動は本質的に別個の現象であると判断して、後述の等価 Wagner 関数の推定には、このような低風速域での渦励振特性を除去して、両図中破線で示す近似曲線を用いた。また図中の実線は、式(21)より空力システム関数 $\phi(k)$ の実部もしくは虚部を用いて H_1^* , A_2^* を推定したものである。この実線と実験値を比較すれば、各風速値に対する両者の値には前述のような理由から特に低風速域において大きな差が認められるものの、低い風速域では負値を示し、以後風速の増加に従い正値へ転ずる非定常空力特性は類似の傾向を示しているものと判断される。

図-16, 17 には、式(6)および(8)を用いて空力システム関数 $\phi(k)$ より推定された Model-R の非定常揚力と Model-H の非定常ピッチングモーメントに関する強制型空力インディシャル応答関数（等価 Küssner 関数）を示すとともに、比較のために図-14, 15 に示した近似曲線（図-14, 15 中の破線）をもとに自励型空気力に関する空力インディシャル応答関数（等価 Wagner 関数）も併せて示した。ここで等価 Wagner 関数は、一様流中に迎角 0° で置かれた物体が時刻 $t=0$ において突然に正の微小迎角をもった後の空気力発生時間過渡状態を表わすものであり、非定常空気力係数 H_1^* , A_2^* とは形状パラメーター C_i ($i=1 \sim 6$) を介して次式のよ

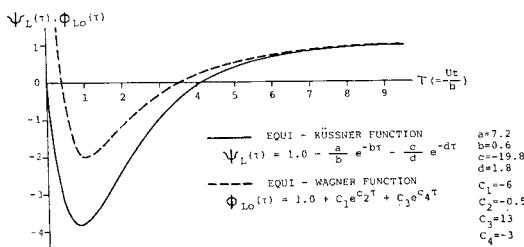


図-16 空力インディシャル応答関数 (Model-R)

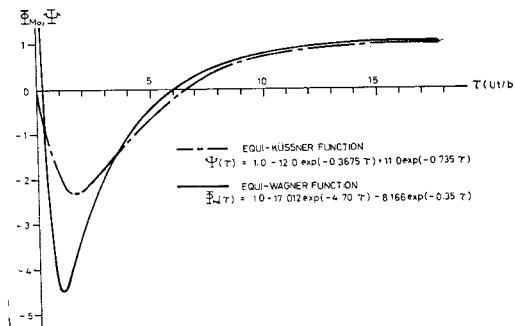


図-17 空力インディシャル応答関数 (Model-H)

うに関係づけられる¹¹⁾。

$$\phi_{L_0}(\tau) = 1 + C_1 e^{C_2 \tau} + C_3 e^{C_4 \tau} \dots \quad (22)$$

$$H_1^*(\kappa) = -C_5 \kappa \left(1 + \frac{C_1}{1+C_2^2 \kappa^2} + \frac{C_3}{1+C_4^2 \kappa^2} \right) \dots \quad (23)$$

$$\Phi_{M_0}(\tau) = 1 + C_1' e^{C_2' \tau} + C_3' e^{C_4' \tau} \dots \quad (24)$$

$$A_2^*(\kappa) = C_5' \kappa^3 \left(\frac{C_6'}{\kappa^2} - \frac{C_1' C_2'}{1+C_2'^2 \kappa^2} - \frac{C_3' C_4'}{1+C_4'^2 \kappa^2} \right) \text{注3)} \dots \quad (25)$$

ただし、 $C_1 \sim C_5$, $C_1' \sim C_6'$: 形状決定パラメーター

$$C_5 = dC_F/d\alpha, C_5' = dC_M/d\alpha, \kappa = 1/k = U/bw$$

図-16 および図-17 より、等価 Küssner 関数と等価 Wagner 関数を比較すれば、等価 Wagner 関数は時刻 $\tau=0$ で 0 以外の有限値をとるもの、一度準定常値とは逆符号の空気力のピークを示した後、準定常値へ漸近しており、等価 Küssner 関数ときわめて似た形状を示していることが知られる。したがって Model-R の非定常揚力、および Model-H の非定常ピッチングモーメントに関して、自励型空気力および強制型空気力は、前者が物体の変位もしくは変位速度に、後者が気流の乱れにそれぞれ起因するというまったく異なる要因から発生する空気力であるにもかかわらず、両者の空気力特性には密接な関連があるものと考えられる。さらに、従来その特性が明らかにされていなかった各種構造基本断面に対する強制型空気力の非定常性は、比較的容易に知ることができる自励型空気力特性を用いて、推定することが可能であるものと判断される。

5. 時間過渡応答解析

前節で明らかにされた空力システム関数の空力特性が振動応答にどのような形で反映されるかを調べるために、時間過渡応答解析を行い、得られた応答波形を二次元変動気流中にばね支持された二次元剛体模型の実測応答値と比較し、振幅の大きさおよびその時間変化、あるいは変動風速-振動応答（入出力）間の位相等の面から検討を加えた。なお、応答測定に用いた剛体模型は Model-H (図-2 参照) であり、ねじれ 1 自由度に拘束されたものである。表-2 に振動物理諸量を示す。また、二次元鉛直変動気流は、風洞内で模型の上流約 2.3 m に設置された 16 枚翼列（弦長 20 cm, スパン長 97

注 3) 式(24)における係数 C_6' は、ねじれ変位速度 ($\dot{\phi}$) に関する瞬間空気力を表わすものであり、Scanlan ら¹¹⁾によれば、

$$C_6' = \frac{1}{2} [\Phi_{M_0}(0) - 1]$$

ただし、 $\Phi_{M_0}(\tau)$ ：ねじれ変位速度に関する自励型空力インディシャル応答関数

表-2 実験条件

	Symbol	Dimension	Model R	Model H
span length	l	m	0.93	0.93
half chord length	b	m	0.15	0.126
mass	m	$\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$	0.4445	—
moment of inertia	I	$\text{kg}\cdot\text{s}^2$	—	0.003718
natural frequency (deflection)	f_η	cps	2.463	—
natural frequency (torsion)	f_ϕ	cps	—	5.056
logarithmic damping decrement	δ_η		0.0085	—
logarithmic damping decrement	δ_ϕ		—	0.01875

cm、間隔 12 cm) に油圧加振機(前出)によりランダムなねじれ振動を与えることにより発生させたものであり、変動風速は先端を模型の前縁に合わせ、模型の振動による影響を受けぬよう、模型より主流直角方向に約 10 cm 離した位置にセットされた熱線風速計(前出) X 型プローブにより検出した。測定された変動風速ならびに振動応答波形は京都大学大型計算機センター内の A-D 変換機 FACOM U-200 によりサンプル周波数 100 Hz でデジタル化し、磁気テープに収録後、同センターの大型計算機 FACOM M-200 を用いて数値計算を行った。なお、応答計算は不規則波を強制外力としたときの線形運動方程式の解として通常用いられる次式によった。

$$\varphi(t) = 2 \frac{dC_M}{d\alpha} \rho b^2 U \int_0^t h_\varphi(t-t_1) \int_0^{t_1} W(t_2) \cdot \frac{d\Psi_M(t_1-t_2)}{dt_2} dt_1 dt_2 \dots \quad (26)$$

ただし、

$\Psi_M(t)$: ピッキングモーメントに関する空力インディシャル応答関数(等価 Küssner 関数、等価 Wagner 関数)

$h_\varphi(t)$: ねじれ振動に関する単位衝撃応答関数

$$h_\varphi(t) = \frac{1}{I\omega_\varphi} e^{-\zeta_\varphi \omega_\varphi t} \sin \omega_\varphi \sqrt{1-\zeta_\varphi^2} t$$

$\zeta_\varphi = \zeta_{\varphi_0} + \zeta_{\varphi_a}$, ζ_{φ_a} : ねじれ振動に関する空力減衰

図-18 に解析結果の一例を示す。図 (C) は準定常空気力による応答解析値であり、時刻 $t=0$ で瞬間に準定常値へ達するステップ関数状の空力インディシャル応答関数を用いた。また、乱れを含む気流中における空力減衰の評価には依然未解決の点も多く、特に本研究で対象とした断面

は、その空力特性に強い非定常性が認められることから、応答解析には準定常空気力減衰は用いず、一様流中の自由振動応答から直接測定された値 ($\zeta_\varphi=0.0118$)、および実測応答波形の自己相関係数を求め、その包絡線より推定された値 ($\zeta_\varphi=0.0077$) の 2 種類を用いた。

図 (C) に示す準定常空気力による応答解析値は、図 (D), (E), (F) に示す空力インディシャル応答関数(等価 Küssner 関数、等価 Wagner 関数)を用いた応答に比べ、振幅が小さく現われていることに加え、パルス状の鉛直変動風速に対する応答波形のピーク発生時間が若干早いものと思われる。これは、たとえば図 (A) の $t=10$ 秒附近にみられる鉛直変動風速のピークにより、振動応答波形が急変し、負の応答ピーク値が現われる時刻を比較した場合、準定常空気力を用いた図 (C) では $t=10$ 秒よりやや早く、鉛直変動風速のピークとほぼ同時刻であるのに対し、図 (D), (E), (F) では $t=10$ 秒以後に応答ピークが現われていることからも知られる。また図 (C), (D), (E), (F) の解析結果を図 (B) に示す実測応答と比較すれば、振幅、波形、さらには以上述べた鉛直変動風速と振動応答の間にみられる時間的遅れ等から判断し、図 (D), (E), (F) に示す非定常空気力による振動応答がより実測値に近いものと考えられる。このような傾向は図-15 に示した空力インディシャル応答関数のもつ空気力発生の時間過渡特性によるものと判断され、Model-H のピッキングモーメントのように空力

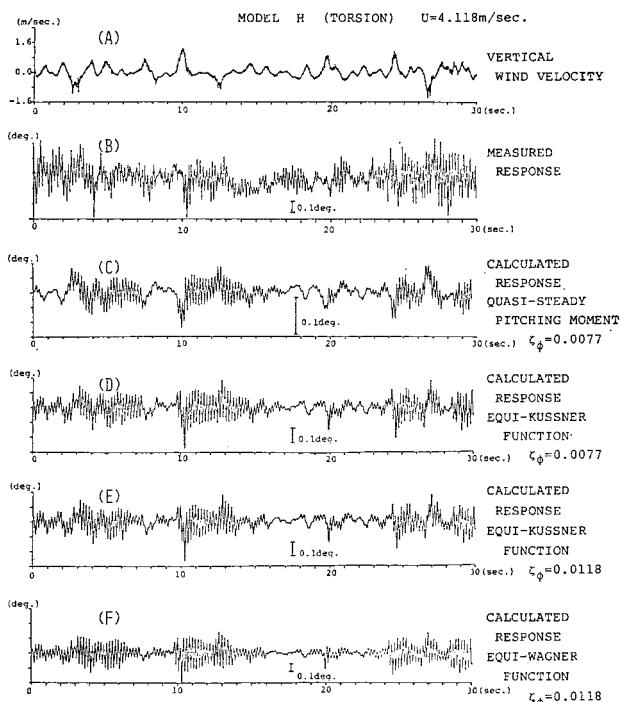


図-18 時間過渡応答解析 (Model-R)

特性に強い非定常性が認められる断面については、準定常空気力の適用には無理があるものと考えられる。

図(D), (E), (F)に示す等価 Küssner 関数および等価 Wagner 関数を用いた計算応答値を比較すれば、等価 Wagner 関数が $\tau=0$ で 0 以外の有限値をとること、および等価 Küssner 関数に比べ負のピークの絶対値が大きいことより、等価 Wagner 関数による応答振幅の方が等価 Küssner 関数によるものに比べ、若干大きく現われている。しかし、波形や前述の入出力間に認められる時間差等から判断すれば、いずれも実測値の応答特性をよく表わしているものと考えられる。したがって、前述のように比較的容易に得られる系の自励型空気力特性から推定される等価 Wagner 関数を用いることにより、バフェッティングに対する応答評価も可能と考えられる。ただし、等価 Wagner 関数が $\tau=0$ で 0 以外の有限値をとり、ために過大な応答振幅が得られるという特性が認められたことから、より精度の高い応答シミュレーションを行うためには、たとえば等価 Wagner 関数の $\tau=0$ における値を 0 とし、以後 τ の増加に伴い、原曲線に滑らかに一致させていくような、関数形状の修正が必要であろうと思われる。

本研究で得られた強制型非定常空気力特性をもとに、より実際に即したバフェッティングの問題を議論するためには、時間のみならず空間的にも変動する三次元変動気流と、これに起因する三次元空気力特性を知ることが必要であるものと考えられるが、ここでは入力となる鉛直変動風速にのみ三次元性をもたせ、格子乱流気流中にはね支持（鉛直たわみ 1 自由度）された Model-R を対象に、前述の Model-H と同様の時間過渡応答解析を行

い、その結果について若干の考察を加えてみる。Model-R 二次元剛体模型の断面形状、および断面諸量を図-2 に、振動物理諸量を表-2 にそれぞれ示す。なお、実測データのサンプル周波数は Model-H と同様の 100 Hz であり、応答計算には次式を用いた。

$$\eta(t) = -\frac{dC_F}{d\alpha} \rho b U \int_0^t h_\eta(t-t_1) \int_0^{t_1} W(t_2) \cdot \frac{d\Psi_L(t_1-t_2)}{dt_2} dt_2 dt_1 \quad (27)$$

ただし、

$\Psi_L(t)$ ：揚力に関する空力インディシャル応答関数
(等価 Küssner 関数、等価 Wagner 関数)

$h_\eta(t)$ ：鉛直たわみ振動に関する単位衝撃応答関数

$$h_\eta(t) = \frac{1}{m\omega_\eta} e^{-\zeta_\eta \omega_\eta t} \sin \omega_\eta \sqrt{1-\zeta_\eta^2} t$$

$\zeta_\eta = \zeta_{\eta_0} + \zeta_{\eta_a}$, ζ_{η_a} ：鉛直たわみ振動に関する空力減衰

応答解析結果の一例を 図-19 に示す。空力減衰には応答の自己相関係数包絡線から推定されたものを用いた ($\zeta_\eta=0.0508$)。なお、格子乱流特性は図に示したケースでは主流方向乱れの強さ $I_u=9.3\%$ 、鉛直方向乱れの強さ $I_w=8.7\%$ 、乱れの積分スケール 7.4 cm である。

等価 Küssner 関数および等価 Wagner 関数を用いた応答は、等価 Wagner 関数が $\tau=0$ で 0 以外の大きな有限値をとることより、振幅の点でかなりの差がみられるものの、両者の波形は比較的よく一致しているようである。また、これらの数値解析結果は、風洞内的一点で測定された格子乱流気流を直接 Input したため、気流の三次元性により解析値の振幅が実測値に比べ大きく現われているほか、応答波形についても両者によい一致は

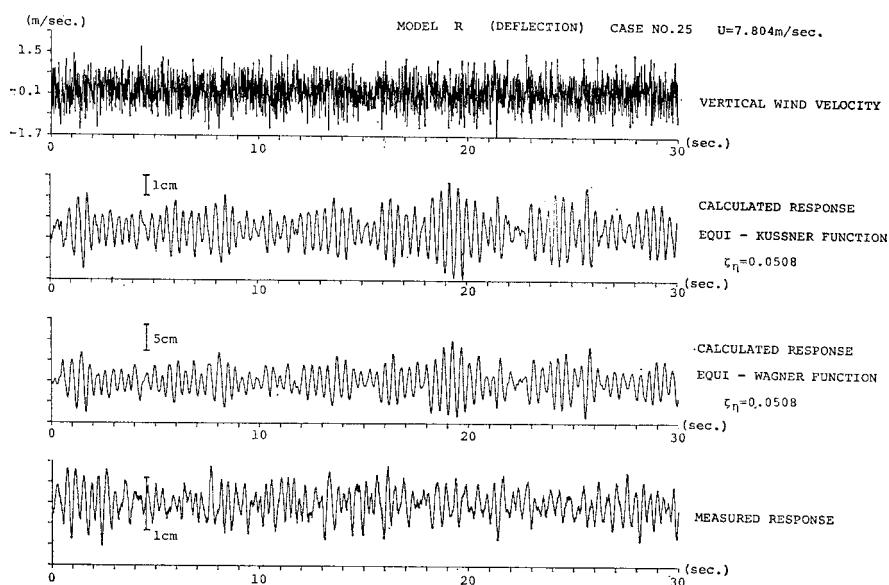


図-19 時間過渡応答解析 (Model-H)

認められなかった。なお、風洞内における格子乱流気流の Decay Factor λ を仮に 7 とし、二次元剛体模型を用いたことにより振動モードを全スパンにわたり 1 として、Davenport による Joint Mode Acceptance を用いた固有振動数成分での空気力低減度 $\sqrt{|J_1(f_\eta)|^2}$ を計算すれば 0.749 となり、二次元変動気流に比べ空気力は約 25% 小さくなることが知られる。ここで Joint Mode Acceptance は次式により得られる。

$$\begin{aligned} |J_r(n)|^2 &= \frac{1}{N_r^2} \int_0^l \int_0^l R_p(x, x'; n) \mu_r(x) \mu_r(x') dx dx' \\ &= \frac{1}{l^2} \int_0^l \int_0^l \exp\left(-\frac{\lambda n|x-x'|}{U}\right) dx dx' \\ &= \frac{2}{r_x^2} \{r_x - 1 + \exp(-r_x)\} \quad \left(r_x = \frac{\lambda nl}{U}\right) \end{aligned} \quad \dots \quad (28)$$

ただし、

$R_p(x, x'; n)$: 点 x および点 x' 間の非定常空気力に関する空間相関係数

$$R_p(x, x'; n) = \exp\left(-\frac{\lambda n|x-x'|}{U}\right)$$

λ : Decay Factor ($\lambda=7$)

n : 振動数, l : スパン長

$\mu_r(x)$: r 次モード関数

($\mu_r(x)=1$ for all x)

$$N_r = \int_0^l \mu_r(x) \mu_r(x) dx$$

さらに、図-20 に示すように、格子乱流中における静的空気力特性は、特に静的空気力係数勾配($dC_F/d\alpha|_{\alpha=0}$)が乱れの影響を受け、一様流中での値に比べかなり低下しており、一様流中での $dC_F/d\alpha$ 値を用いた本解析結果では空気力の準定常値が実際よりも過大に評価されたものと判断され、実測値と計算値の応答振幅に差が生じたものと考えられる。また、このほか波形にも計算値と実測値の間にかなりの差が認められる。したがってスパン方向あるいは高度方向の空間的変動を含む乱流気流中

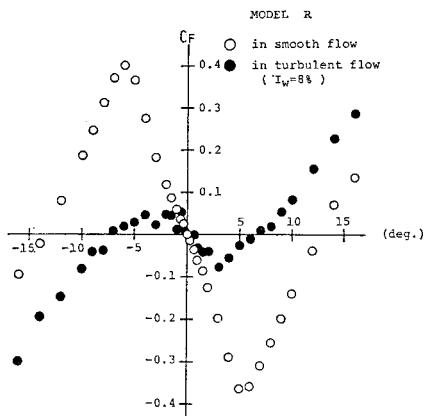


図-20 一様流中および乱流中における静的空気力特性

での構造物の不規則振動応答特性を的確に把握するには、依然問題が残されており、本研究で明らかとされた二次元非定常空気力特性をもとに、概念を三次元へ拡張する方策について、今後十分な検討を重ねることが必要であるものと考えられる。

6. む す び

本研究では、二次元鉛直変動気流より強制型非定常空気力へ変換する空力伝達関数を定義し、風洞実験から断面固有にこれらの関数形状を決定し、その空気力特性に対し自励型非定常空気力特性との対比および時間過渡応答解析による応答特性の比較から検討を加えた。以上の結果より明らかにされた内容をとりまとめば次のようである。

(1) 柄高幅員比 1:2 矩形断面の揚力、および柄高幅員比 1:10 H 型断面のピッチングモーメントに関して、本研究で定義された空力周波数伝達関数（空力システム関数）を実験的に得たが、そのゲイン特性 $|\phi(k)|$ は準定常値 1.0 を大きく超えるピークを有し、薄翼に対して理論的に得られた Sears 関数と比較して、両者は大きく異なるものとなった。したがって、スパン方向に一様な二次元鉛直変動気流に起因する強制型空気力特性は、薄翼とは大きな差を示し、かつ強い非定常性を有するものと考えられる。

(2) 二次元鉛直変動気流の波長が断面幅員に比べて十分大なる場合、すなわち換算振動数 k が π より十分小さな領域では、断面幅員方向の鉛直変動風速に起因する相対迎角分布は一様となり、一様流中で振動する物体に対する相対迎角分布と近似的に等しくなるものと考えられる。この特性を検証するために、一様流中におけるばね支持系の鉛直たわみおよびねじれ変位速度に起因する自励型空気力特性を表わす非定常空気力係数 H_1^* , A_2^* と、これに対応する空力システム関数 $\phi(k)$ の実部もしくは虚部を比較した結果、両者に類似した傾向が認められた。さらに空力インディシャル応答関数すなわち等価 Wagner 関数（自励型空気力）、等価 Küssner 関数（強制型空気力）により表わされる空気力発生過渡特性も両者ともよく一致していることより、強制型空気力と自励型空気力の空気力特性には密接な関連が存在するものと判断される。

(3) 本研究により得られた空力インディシャル応答関数（等価 Küssner 関数、等価 Wagner 関数）による非定常空気力と、これに対して空気力発生の過渡特性を無視した準定常空気力をそれぞれ用いてガスト応答計算を行い、二次元不規則変動気流中および格子乱流気流中における鉛直たわみ・ねじれ各 1 自由度ばね支持系（桁

高幅員比 1:2 矩形断面、同 1:10 H型断面) の実測応答結果との比較を行った。桁高幅員比 1:10 H型断面の応答解析結果より、準定常空気力による応答振幅は他の計算結果や実測値よりも小さく、設計上危険側と判断される値を得た。また、パルス状の鉛直変動風速に対応する応答のピーク値の発生時間のずれも、空力インディシャル応答関数を用いた応答ほどには的確に表わし得ないことが明らかとなった。一方、等価 Wagner 関数および等価 Küssner 関数を用いた応答については、両者の間に大きな差は認められず、ともに実測値に良好に一致しているものと判断された。したがって、(1), (2) で明らかとなった空力伝達関数の諸特性が計算応答値にも明確に反映されたものと考えられる。

(4) (1), (2) および (3) より、自励型空気力に関する空力特性に強い非定常性が認められ、自励振動現象に対して敏感であるような断面に対しては、自励型空気力および強制型空気力両者における空力特性の密接な関連性から、強制型空気力にも強い非定常性を有するものと判断できる。したがって、風の乱れによる構造物の不規則振動応答(バフェッティング)を評価するうえで、準定常空気力を用いることは耐風設計上必ずしも合理的かつ安全であるとはいはず、空気力の有する非定常性についての検討が必要である。さらに、従来未解決の点が多くかった強制型空気力の非定常性については、簡単に求められる一様流中での自励型空気力特性を用いることにより、推定可能と判断される。

また、空力インディシャル応答関数(等価 Wagner 関数、等価 Küssner 関数)により、時間領域における空気力発生過渡特性が明らかとなることから、たとえば台風のように風向や風速が 3~4 時間のオーダーで大きく変化する非定常(non-stationary)な強風の作用による長周期構造物の不規則振動応答など、必ずしも定常不規則過程の仮定が成立しない場合にも適用できるものと考えられる。

これらのことより、バフェッティングに対する動的耐風設計を確立するためには、断面固有の空気力特性やその非定常性を加味した空気力の評価と時間領域での応答シミュレーションが必要であるものと考えられ、本研究で

定義された空力伝達関数は、これらの諸特性の評価に十分適用できるものと判断される。

今後は、本研究で明らかとなった二次元鉛直変動気流中における強制型空気力特性の三次元変動気流中への適用に関する問題点、渦励振やフラッタへの乱れの及ぼす効果等について詳細な検討を加えてゆくことが必要と考えられる。

最後に、本研究の遂行にあたり多大のご協力をいただいた大阪府・小川哲治氏、日建設設計・加藤 隆氏、広島県・岡 淳一氏、および京都大学工学部橋梁工学研究室関係諸氏に対し、深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Theodorsen, T. : General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, Rep. No. 496, NACA, 1935.
- 2) Sears, W.R. : Some Aspect of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, J. of Aeron. Sci., Vol. 8, No. 3, 1941.
- 3) Horlock, J.H. : Fluctuating Lift Forces on Aerofoil Moving, Eng'g Trans. ASME, 1968.
- 4) Scanlan, R.H. and J.J. Tomko : Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives, Proc. of ASCE, EM 6, 1971.
- 5) 吉村 健・中村泰治：インディシャル応答による構造断面のねじりフラッタの研究、土木学会論文報告集、第 264 号、1977 年 8 月。
- 6) Wen-Hwang Lin : Forced and Self-Excited Response of a Bluff Structure in a Turbulent Wind, Ph.D. Dissertation, Princeton Univ., Dec., 1976.
- 7) Davenport, A.G. : A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges, Ph.D. Dissertation, Univ. of Bristol, March 1961.
- 8) Liepmann, H.W. : On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem, J. of Aeron., Sci., Vol. 19, No. 12, 1952.
- 9) Bisplinghoff, R.L., H. Ashley and R.L. Halfman : Aeroelasticity.
- 10) 濑田武人・中村泰治：矩形断面柱の非定常揚力と後流の流速変動について、構造物の耐風性に関する第 3 回シンポジウム論文集、1974.
- 11) Scanlan, R.H., J.G. Beliveau and K.S. Budlong : Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks, Proc. of ASCE, EM 4, 1974.

(1981.11.17・受付)