

河口密度流の流動機構と塩水くさびの河口条件

DYNAMICS OF DENSITY CURRENT NEAR A RIVER MOUTH AND
A CONTROL SECTION OF A SALT WEDGE

福岡捷二*・福嶋祐介**・守屋祥一***・新庄高久****

By Shoji FUKUOKA, Yusuke FUKUSHIMA, Shoichi MORIYA
and Takahisa SHINJO

1. 序 論

弱混合型の河川で生ずる塩水くさびは、河川水の塩水化をもたらし、水質源利用のうえで大きな障害となっている。塩水くさびによる被害を防止するためには、塩水くさびの遡上長さ、厚さを正確に算定し、合理的な対策をたてる必要がある。塩水くさびを形成している河道では、通常、淡水は河口付近で常流から射流となって流れ、河口付近に支配断面が現われる。したがって、塩水くさびの界面形状を計算するには支配断面での淡・塩水深を境界条件として与えることが必要である。しかし、境界条件を決めるにあたって次の2つの問題がある。第1の問題は、河口とはどの位置を指すのか定義が曖昧であることである。幾何学的に川幅が急激に広がる位置と定義し得るし、力学的には流れの支配断面を生じる位置とも定義し得る。必ずしも両者は一致するとは限らない。第2は、河口付近の河川水の流動において浮力の効果が重要となり、きわめて三次元的な運動となることである。河口での淡・塩水深、淡水の広がり形状などが河川の流量、淡・塩水の密度差、河口の幾何学的形状によって著しく変化する。したがって、いまだ、現地観測と室内実験による資料の集積が必要な段階にあるといえる。

河口付近の河川水の流動については主として2つの方向から研究が行われてきた。塩水くさびの河口条件の決定法に関する研究と海に流出する河川水の広がりに関する研究であり、両者は密接に関連している。Stommel^らは、流れが定常・非粘性であり、圧力が静水圧分布をなすという仮定のもとで、淡水層と塩水層に対する運

動方程式と連続式が河口で特異点をもつという条件から河口での内部フルード数を求めた。その結果、圧力を静水圧分布とする漸変流解析では、内部フルード数が河道内で1より小さく、河口で初めて1になることを示した。Stommelらはさらに水路内に狭窄部を設けた実験を行い、河道に対応する狭窄部で内部フルード数を測定した。これによると、狭窄部における内部フルード数はすでに1より大きくなっており、彼らの単純な理論ではこの事実を説明することはできない。玉井^らは、緩混合の河口密度流に対し、界面での混合に伴う下層の流動を考慮して支配断面の位置と限界水深を求めた。この解析は、漸変開水路の支配断面の決定法を二層流に対して拡張することを試みたものである。これら2つの解析では、いずれも流れを漸変流とみなし、圧力を静水圧分布で仮定している。しかし、実際の河口密度流では河口付近における流線の広がりによって淡水深が急激に変化することも多く、静水圧分布の仮定が成立しない場合が考えられる。

実河川における淡水の広がり形状は、放物線的なもの¹⁾と指数関数的なもの²⁾とに大別される。前者の形状は洪水時に観測され、表面密度噴流の広がり形状³⁾に類似しており、後者は渇水時にみられ、浮力効果が顕著となった流況である。Takano⁵⁾は、河川水の水平拡散が圧力とつり合うと考え、慣性項と鉛直拡散項を無視して、河口の三次元的な流出を解析した。これにより、淡水層厚さの平面的な分布を求め、その外縁が双曲線型に広がることを示した。柏村・吉田^{6)~8)}は、系統的に河口密度流の実験を行い、淡・塩水の密度差、淡水の流量と水路幅の違いによって、海への流出形態がどのように変化するか、それぞれの流出形態で河口での内部フルード数はどのような値をとるかについて検討を行った。彼らは、室内実験においても渇水時から洪水時に相当する河口流出パターンが現われることを示し、これをA~E型までの5種類に分類している。渇水時に相当するA型は、

* 正会員 Ph.D. 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系

*** 正会員 工修 電力中央研究所土木技術研究所

**** 正会員 (株)電源開発

浮力効果が卓越した流れであり、河口から流出した流線が 180° にまで広がる。洪水時に相当する E 型は、表面密度噴流に近い流れである。B, C, D 型は、これらの中間の流出形態である。柏村ら⁹⁾ は、実験室内では流出形態が変化するのに従って、河口での内部フルード数が約 0.03~1.5 の範囲に変化するという重要な事実を指摘した。

河口密度流における支配断面は、Stommel¹⁾ の簡単な解析からも明らかのように、淡水が河口を流出し広がる結果生ずると考えられる。したがって、支配断面の位置は淡水が河口を流出し流線が広がる海側に現われ、内部フルード数は河道内で 1 以下となり、河口より沖合で 1 を超える。実河川のように淡水深と河口幅の比がきわめて小さく、レイノルズ数が大きな流れでは、河口幅の約 5 倍の距離沖合に支配断面が現われる野外観測結果が報告されている¹¹⁾。一方、室内実験では、河口での内部フルード数は 1 を超えている場合もあれば、1 より非常に小さい場合もある⁹⁾。これらの事実は、従来の考え方は説明できない。本研究では、河口付近の淡水の流動について系統的な実験を行い、河口での淡・塩水深、淡水の広がり形状に対して、流れの浮力効果、慣性効果、粘性効果がどのように影響するかを最初に明らかにする。次に、流れの慣性効果と浮力効果が卓越する場合には、河口付近で流線が急激に変化する急変流となることを示し、流線の曲がりの影響を考慮した解析を行い、支配断面の位置とそこでの淡水深、内部フルード数を決定する。一方、流れの粘性効果と浮力効果が卓越する場合には、Hele Shaw 的流れとなることに着目して解析し、平面的な流線形状、界面形状、流速と内部フルード数の分布を理論的に求め、実験結果と比較・検討する。以上の検討から、種々の流動形態をとる河口密度流の流動特性と河口の支配断面の位置の決定法を確立する。

2. 河口密度流の実験

(1) 実験装置および実験方法

実験装置は、図-1 に示す 1/50 の勾配をもった幅 6 cm、高さ 25 cm、長さ 600 cm のアクリル製水路（河道部）と縦 200 cm、横 200 cm、高さ 100 cm の耐水ベニヤ板製の水槽（海部）からなる。水路と水槽全体に密度 ρ_2 の塩水を満たし、密度 ρ_1 の淡水を水路上流端から流入させ、水槽の下流端に設置された堰から一様に越流させる。界面での淡・塩水の混合によって塩水が連行されるので、水槽の底面から塩水を補給する。塩水の補給量は、混合の程度を考慮し、淡水流量の 10~20% とした。次元解析によれば、河口での内部フルード数 F_{i0} は、

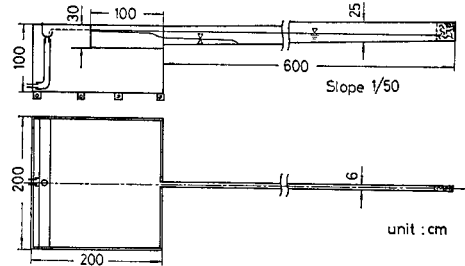


図-1 実験装置

2 つの無次元量 R_e および h_c/B_0 の関数となる。 $R_e \equiv Q_1/\nu B_0$ は、淡水層に関するレイノルズ数であり、 $h_c/B_0 \equiv (Q_1^2/\varepsilon g B_0^3)^{1/3}$ は、漸変流解析による内部限界水深¹²⁾ $h_c \equiv (Q_1^2/\varepsilon g B_0^2)^{1/3}$ と河口での水路幅 B_0 との比である。ただし、 Q_1 , ν , ε , g はそれぞれ、淡水の流量、動粘性係数、相対密度差 ($=(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$)、重力加速度である。実験は 2 つの無次元量を系統的に変化させて行った。実験条件を表-1 に示す。淡水を流入させてから塩水くさびの先端位置が一定になるまで、10~15 分間程度放置したのち測定を開始した。界面形状の測定には、染料で着色した淡水にスリット光源をあて側方から写真撮影する可視化法と内部波高計による方法を用いた。可視化法による界面の位置は、染料の拡散のために淡・塩水の密度の中間点よりもわずかに下方に測定される。塩水くさびの長さは、くさびの先端位置を目視により直接読み、測定した。密度測定には、サイフォン取水によって得られた試料の塩分重量濃度を求める乾燥法と導電率計による方法を併用し、塩分重量濃度と水温から密度に換算した。鉛直面内の流速分布測定には水素気泡法を用いた。陰極の直径 50μ のタングステン線にエナメルペイントを塗布し、気泡をブロック状に発生させ気泡の上昇速度を補正したのち、流速の水平成分、鉛直成分を求めた。河口を流出する淡水の表面流速は、アルミニウム粉末を水面に浮かべ、長時間露光による写真撮影を行い、露光時間と粉末の軌跡長から測定した。河口の両端を通るアルミニウム粉末の軌跡を連ねた線を淡水層の外縁と定義し、淡水の広がり形状を測定した。

(2) 実験結果と考察

a) 河口密度流の流動特性

幾何学的に川幅が急拡する位置を河口と定義する。座標原点は河口の水面の中心に選び、流れ方向に x 軸、流

注 1) 3. で示すように、漸変流解析による内部限界水深と急変流解析による内部限界水深の値は厳密には異なる。以下では、前者を“漸変流の内部限界水深”、後者を“急変流の内部限界水深”とよび、明確に区別する。

表-1 実験条件

Run No.	Q_1 (m^3/s)	ρ_1 (kg/m^3)	ρ_2 (kg/m^3)	T_1 ($^{\circ}C$)	T_2 ($^{\circ}C$)	ν (cm^2/s)	ϵ	h_c/B_0	R_e	F_{i0}
1	$\times 10^{-1}$ ($\times 10^{-4}$) 0.248	$\times 10^3$ 0.997 2	$\times 10^3$ 0.998 3	24.2	23.3	$\times 10^{-2}$ ($\times 10^{-6}$) 0.90	$\times 10^{-2}$ 0.11	0.42	0.46	1.17
2	0.243	0.997 7	1.002 9	22.9	22.0	0.92	0.53	0.25	0.44	1.21
3	0.248	0.997 5	1.017 5	21.7	21.6	0.95	2.00	0.16	0.42	1.19
4	0.500	0.999 3	1.000 6	14.8	14.5	1.1	0.13	0.63	0.76	1.36
5	1.00	0.999 5	1.000 7	13.5	13.5	1.2	0.12	1.0	1.4	1.44
6	0.980	0.999 2	1.001 2	8.2	7.9	1.3	0.13	0.99	1.3	1.32
7	0.970	0.999 8	1.004 6	9.7	9.8	1.3	0.48	0.63	1.2	1.23
8	2.00	0.997 2	0.998 3	24.2	23.3	0.90	0.11	1.7	2.7	1.40
9	1.96	0.999 8	1.005 1	9.0	9.0	1.3	0.52	0.99	2.5	1.24
10	1.96	0.999 9	1.009 3	10.2	10.2	1.3	0.94	0.81	2.5	1.28
11	1.96	0.999 8	1.019 1	10.5	10.2	1.3	1.90	0.64	2.5	1.18
12	3.01	1.000 4	1.005 4	9.5	10.0	1.3	0.49	1.3	3.8	1.17
13	2.98	0.998 5	1.004 1	17.1	16.0	1.1	0.56	1.3	4.6	1.15
14	3.96	0.997 7	1.002 9	22.9	22.0	0.92	0.53	1.6	7.2	1.11
15	3.89	0.997 5	1.017 5	21.7	21.6	0.95	2.00	1.0	6.8	1.07

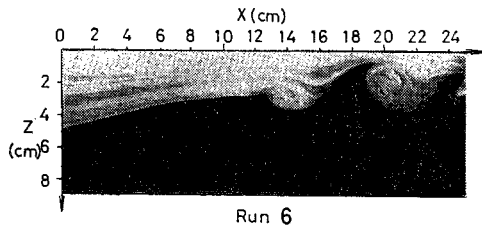
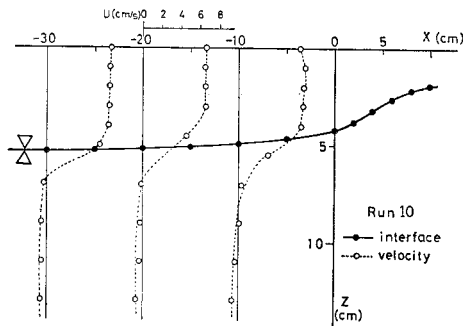
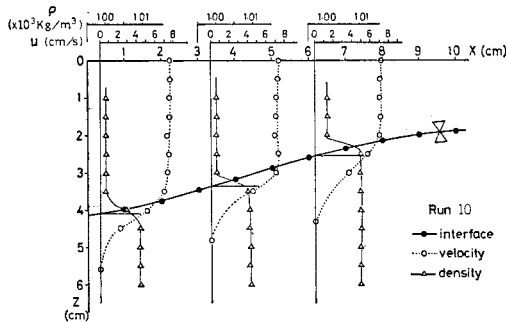


写真-1 河口を流出した密度流の流況 (海部)



(a) 中心軸断面の目視界面と流速分布 (河川部)



(b) 中心軸断面の目視界面と流速分布および密度分布 (海部)

図-2

れに対して左方向にy軸、鉛直下方にz軸をとる。

写真-1 は、河口から流出した淡水の中心軸上 ($y=0$ cm) の縦断面写真 (xz 面) の一例である。淡水深は下流方向に急激に減少しており、河口からの距離が大きくなると界面に大規模なまき波が発生している。この条件では、まき波の発生位置は河口の淡水深 h_{i0} の2倍程度沖合であり、河口近傍の界面の乱れは小さく、二層間の混合は無視できると考えられる。今回の測定範囲は、河口を挟んで河口の5倍程度上流からまき波が発生する直前の位置までとした。

た。水理条件によっては、まき波の発生がみられない場合もあった。

図-2 は、Run 10 の中心軸上の縦断面での目視による界面形状、流速分布、および密度分布 (海部のみ) を示したものである。河口付近の密度分布は、淡・塩水層のそれぞれで様な分布を示し、界面近傍で急激に変化している。また、淡水の密度が流下方向にほとんど変化していないことから、淡・塩水の混合は河口を流出しても小さいことがわかる。流速分布は淡水層においてほぼ一様であり、目視界面に近づくに従って減少してゆく。無流面は目視界面の下にある。水路内では無流面の下方の塩水がわずかに逆流しているが、海部では逆流は非常に小さく、ほぼ静止しているとみなすことができる。

海部での淡水の広がり形状を 図-3 に示す。ここに示した実験結果は、完全に乱流状態で流出する場合であり、柏村ら⁷⁾ のE型に対応する。このように噴流型の流れでは、広がり形状は実験条件によってほとんど変化しないことが示される。

海に流出した淡水層の断面形状を知るため、同一濃度の位置をトレースできる内部波高計により、水路と直角方向の界面位置を測定した。この結果を 図-4 に示す。内部波高計のセンサーがトレースした位置は塩水の 10

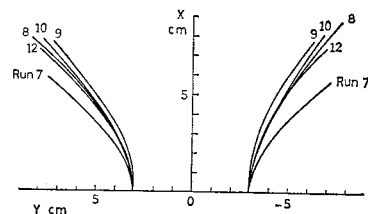


図-3 淡水の広がり形状

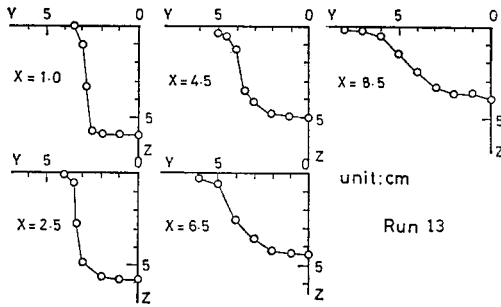


図-4 淡水層の断面形状の流れ方向変化 (内部波高計による)

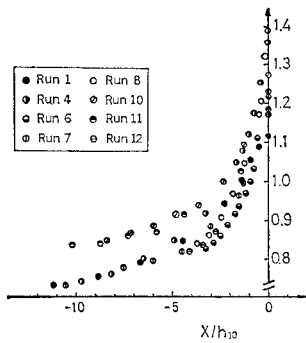


図-5 内部フルード数 F_i の流れ方向変化

cm では淡水と塩水の混合は小さいが、 $x > 6.5$ cm では水平面内の混合が激しくなるためである。

b) 内部フルード数の流れ方向の変化

水路内では二層間の混合は十分小さく、淡水深と淡水流量および相対密度差から淡水層の内部フルード数を求めることができる。図-5 は、水路内の内部フルード数 F_i の流下方向変化である。 F_i 数は、圧力を静水圧分布と仮定した漸変流の考えに基づくものであり、次式で定義される注2)。

$$F_i = \frac{\bar{u}_1}{\sqrt{egh_1}} = \frac{Q_1}{\sqrt{egh_1^3 B_0^2}} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 h_1 は淡水深、 \bar{u}_1 は淡水層の断面平均流速である。すべての実験条件において、 F_i 数は河口付近で急激に増加し、河口 ($x=0$ cm) では1を超える。このことは、一樣幅水路内に支配断面が生じていることを意味するのであろうか。支配断面が水路内で生じていると考えると、その位置より下流では流れは射流となり、河口での淡水の広がり方に無関係に界面形が決まることになる。これは明らかに物理的に正しくない。河口で $F_i=1$ になるという Stommel ら¹⁾の理論は、圧力を静水圧分布で仮定している。しかし、図-2 に示したように、河口近傍の界面形状は水路内でも大きな曲率をもち、漸変

注 2) 急変流の考えに基づく内部フルード数 $F_{i\tau}$ は、3. で定義される。単に“内部フルード数”と書かれているときは、常に漸変流の内部フルード数を意味する。

流とみなすことができないと考えられる。河口付近の流線は下向きに凸の曲率をもち、この流線の曲がりの効果で圧力は静水圧よりも大きくなる。このような流れでは、 $F_i=1$ は支配断面の位置を表す尺度とはなり得ず、流れを急変流として取り扱うことにより、正しい支配断面の位置と水深を見積ることが必要である。密度流を起す力は、相対密度差のオーダーであるため、開水路流では無視できるほどの流線の曲がりによる圧力変化も密度流では無視できない。本論文では、3.において密度流の急変流解析を行い、新たに内部フルード数を定式化し、支配断面の位置と水深を算定している。

e) 河口での内部フルード数

前項で示したように、河口での内部フルード数 F_{i0} は1より大きくなる場合があり、このような流れは流線の曲がりの著しい急変流となっている。ここでは、河口での内部フルード数 F_{i0} の値をさらに詳細に調べ、どのような水理条件のとき急変流となるかを考察する。図-6 は、河口での内部フルード数 F_{i0} を縦軸に hc/B_0 を横軸にとり Re 数をパラメーターとして示したものである。レイノルズ数がこの範囲 ($400 < Re < 7000$) であれば、ほぼ同じ Re 数に対して hc/B_0 が大きくなるほ

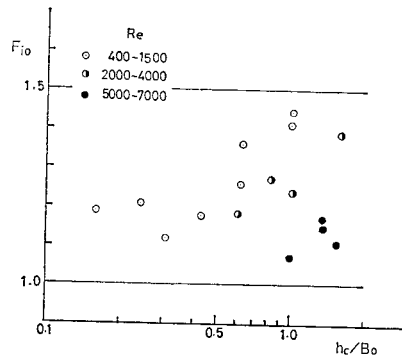


図-6 河口での内部フルード数 F_{i0} と支配パラメーターとの関係 (1) (著者らの実験)

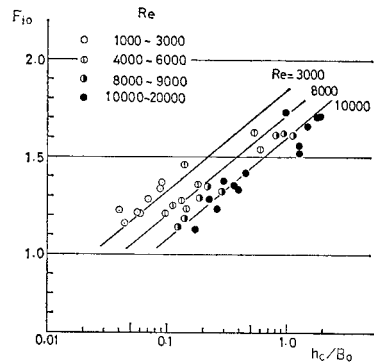


図-7 河口での内部フルード数 F_{i0} と支配パラメーターとの関係 (2) (Stommel ら¹⁾の実験)

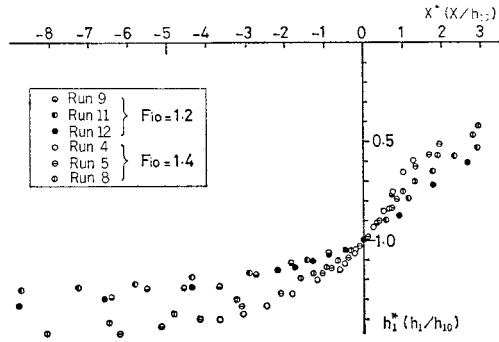


図-8 中心軸上の無次元界面形状

ど、また、ほぼ同じ h_c/B_0 に対して R_e 数が小さくなるほど F_{i0} 数は大きくなる。これより、急変流の取扱が必要になるのは、漸変流の内部限界水深と河口幅の比 h_c/B_0 が大きく、レイノルズ数 R_e が比較的小さい場合 ($400 < R_e < 7000$) であることがわかる。図-7は、Stommel ら¹⁾の実験結果を図-6と同様に再整理したものである。 F_{i0} 数の値は図-6に比べ大きめであるが、定性的には著者らの実験結果と一致し、 R_e 数が小さいほどあるいは h_c/B_0 が大きいほど F_{i0} が大きくなる傾向を示す。 F_{i0} 数の値に差が生じたのは、彼らの実験装置が水路内に急縮部を設けたために、本実験の場合と流動形態が異なることに起因する。

d) 無次元界面形状

図-8は、中心軸上 ($y=0$ cm) で測定した界面形状である。縦軸は淡水深 h_1 を、横軸は流下距離 x をそれぞれ河口の淡水深 h_{10} で無次元化している。図に示したのは、河口の内部フルード数が $F_{i0}=1.2$ と 1.4 になった6ケースである。淡水深は $x^*=-4$ から減少し始め、河口を流出すると急激に減少する。 F_{i0} 数が大きいほど淡水深の変化が急激であり、流線の曲がりも顕著である。すなわち、急変流の程度が大きいほど河口での内部フルード数が1より大きくなり、漸変流の考え方では説明できなくなることがわかる。

3. 急変流解析による支配断面の決定法

2. で示したように、河口での内部フルード数は水理条件によって変化する。これは流線の曲がりによって静水圧からはずれる圧力の影響を無視できなくなるためである。このように幾何学的に定まる河口での内部フルード数が水理条件によって大きく変化するので、この位置で境界条件を与えるためには内部フルード数の値を正しく見積る必要がある。自然界には急変流現象は多く、堰やダムなどの構造物を越える流れ、選択取水でのカーテンウォールやゲート付近の流れ、貯水池流入端で潜り込む流れなどが代表的なものである。このような流れの機

構を明らかにするためには急変流としての解析が必要である。著者ら¹²⁾は、貯水池流入端で潜り込む流れが急変流であることに留意し、圧力が静水圧からはずれることを考慮して潜り込み水深の理論式を求め、界面形状の算定を可能にした。貯水池で潜り込む流れと河口での密度流は類似の現象であることから、同様な考え方に立脚して河口密度流の急変流解析を行い、支配断面の位置と限界水深の大きさを理論的に求める。次に、急変密度流の内部フルード数を定式化する。

(1) 急変流解析

解析で用いた座標系と諸記号を図-9に示す。流れは定常・非圧縮であり、淡水層は十分に発達した乱流の場合を考える。前節の実験結果から、河口の近傍では二層間の混合は無視でき、塩水層は平均的には静止していると考えられることができる。常流から射流への遷移は流路幅の広がりによって起こるので、支配断面は河口の直下流に生ずると考えられる。この付近の流れに着目し支配方程式を導く。

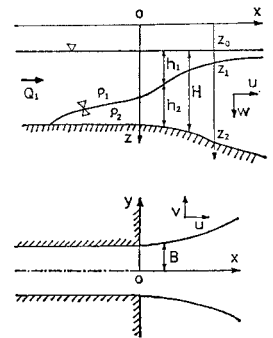


図-9 急変河口密度流の模式図 (座標系と記号)

この領域では淡水の水平方向の広がりはまだ十分小さく、 $|u| > |w| \geq |v|$ の関係が成立する。任意の点の圧力 p は、静水圧とそれからの差圧 p' の和で表わされる。図-4に示したように、河口近傍では淡水層の断面形は、ほぼ矩形とみなすことができる。このとき、圧力 p は y 方向に一様となり、

$$\left. \begin{aligned} p &= \rho_1 g \{ z - z_0(x) \} + p'(x, z), & z_0 \leq z \leq z_1 \\ p &= \rho_1 g \{ z - z_0(x) \} + \rho_1 g \{ z - z_1(x) \} \\ &+ p'(x, z), & z_1 \leq z \leq z_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここで、 $z=z_0$ は水面、 $z=z_1$ は界面、 $z=z_2$ は底面を表わす。

流下方向の運動方程式と連続方程式は、次式で表わされる。

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

二層間の混合がないと考えているので、界面は1つの流線となる。この条件は、 $x-z$ 平面、 $y-z$ 平面に垂直な二層界面で、

$$u_i \frac{\partial z_1}{\partial x} + v_i \frac{\partial z_1}{\partial y} - w_i = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$u_B \frac{\partial B}{\partial x} - v_B = 0 \dots\dots\dots(6)$$

となる。同様に、水面および底面も流線であるので、

$$u_s \frac{\partial z_0}{\partial x} + v_s \frac{\partial z_0}{\partial y} - w_s = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$u_f \frac{\partial z_2}{\partial x} + v_f \frac{\partial z_2}{\partial y} - w_f = 0 \dots\dots\dots(8)$$

となる。ここで、添字 i, B, s, f はそれぞれ、 xz 平面、 yz 平面に垂直な界面、水面および底面での値であることを示す。

塩水層は平均的には静止しているので、 $z_1 < z \leq z_2$ の範囲では、

$$u_2 = \tau_{yx} = \tau_{zx} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

$$p'(x, z) = p'(x, z_1) = p_i' \dots\dots\dots(10)$$

が成立する。ここで、 u_2 は塩水層の断面平均流速であり、 τ_{yx}, τ_{zx} は、せん断応力である。

流下方向の運動方程式 (3) を淡水層と塩水層について y 方向、 z 方向に積分する。積分範囲が x の関数であることに留意し、式 (2), (6)~(10) の関係を用いて整理すると次式を得る。

淡水層 ($z_0 \leq z \leq z_1$) に対し、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^B \int_{z_0}^{z_1} u^2 dy dz &= - \frac{B}{\rho_1} \left[-\rho_1 g(z_1 - z_0) \frac{dz_0}{dx} \right. \\ &+ \left. \frac{d}{dx} \int_{z_0}^{z_1} p' dz - p_i' \frac{dz_1}{dx} \right] + \int_{z_0}^{z_1} \frac{\tau_i}{\rho_1} dz \\ &+ \int_0^B \frac{\tau_i}{\rho_1} dy \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

塩水層 ($z_1 \leq z \leq z_2$) に対し、

$$\begin{aligned} g(z_2 - z_1) \frac{dz_0}{dx} &= -\epsilon g(z_2 - z_1) \frac{dz_1}{dx} \\ &+ (z_2 - z_1) \frac{1}{\rho_1} \frac{dp_i'}{dx} + \frac{1}{B} \int_0^B \frac{\tau_i}{\rho_1} dy \\ &\dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

ここで、 B は淡水の流動幅の 1/2、 τ_i は界面せん断力である。式 (12) は、水面勾配、界面勾配、界面での差圧とせん断力の静的なつり合いを示し、これは塩水が静止していることに対応する。同様に、連続式 (4) を上層について積分し、式 (5)~(7) の境界条件を考慮すると、次式を得る。

$$Q_1 = u_1 h_1 B \dots\dots\dots(13)$$

式 (11), (12) から水面勾配 dz_0/dx を消去したのち、 ϵ の 2 次以上の項を省略して、 $h_1 = z_1 - z_0$ 、 $h_2 = z_2 - z_1$ 、 $H = h_1 + h_2$ とおき、連続の関係 (13) を用いて淡水深の変化率 dh_1/dx について整理すると、

$$\frac{dh_1}{dx} = \frac{F_i'^2 \left\{ K_2(x^*) \frac{h_1}{B} \frac{dB}{dx} - \frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{B} + \frac{H}{h_2} \right) \bar{f}_i' \right\}}{1 - K_1(x^*) F_i'^2} \dots\dots\dots(14)$$

を得る。ここで、 K_1, K_2 は流線の曲がりの影響を表わす量であり、その値は流下距離によって変化する。すなわち、

$$\begin{aligned} K_1(x^*) &= \beta - h_1^* \frac{\partial \beta}{\partial h_1^*} + \frac{1}{2} \left(h_1^* \frac{\partial p_i'^*}{\partial h_1^*} \right. \\ &\quad \left. - p_i'^* - h_1^* \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial h_1^*} + \bar{p}^* \right) \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

$$K_2(x^*) = \beta - p_i'^* + \bar{p}^* \dots\dots\dots(16)$$

で与えられる。ここで、 β は Boussinesq の運動量係数 ($= \int_{z_0}^{z_1} \rho u^2 dz / \rho \bar{u}^2 h_1$)、 $p_i'^* = p_i' / \left(\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \right)$ は無次元差圧、 \bar{p}^* は無次元差圧の断面平均値、 \bar{f}_i' は界面抵抗係数の断面平均値、 $h_1^* = h_1/h_{10}$ 、 $x^* = x/h_{10}$ 、 F_i' は式 (1) の内部フルード数である。

河口付近では淡水の流動幅の変化は小さく、二次元流れと考えられるので、 K_1, K_2 に含まれる $\beta, p_i'^*$ の値は x 方向と z 方向の運動方程式を解くことによって決定される。しかし、これらの方程式は強い非線形で解析的に解くことは不可能である。ここで対象とするような縮流によって加速する流れの運動を起す力は、主として圧力差であり、このような流れはポテンシャル流的にふるまう^{12), 13)}。そこで、淡水層内の流れに対し、二方向の運動方程式を解く代わりに xz 面内の流れをポテンシャル流で近似し、 $\beta, p_i'^*$ を求める。無次元の流関数を ψ^* とすると、ポテンシャル流の基礎方程式は、次のラプラスの式で与えられる。

$$\nabla^2 \psi^* = 0 \dots\dots\dots(17)$$

このとき、無次元流速 u^*, w^* 、および無次元差圧 p'^* は次のように求められる。

$$u^* = - \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \dots\dots\dots(18)$$

$$w^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \dots\dots\dots(19)$$

$$p'^* = u_s^{*2} + w_s^{*2} - (u^{*2} + w^{*2}) \dots\dots\dots(20)$$

ここで、添字 s は水面での流速であることを示す。

支配断面を生ずる位置は、式 (14) の分母と分子の値が同時に零になる場所である。淡水の流動幅の変化を実測値で与え、界面抵抗係数 \bar{f}_i' を金子の式¹⁴⁾ で近似する。このとき、水理量 Q, ϵ を与えると式 (14) の分母、分子は x^* と h_{10} だけの関数となり、支配断面の位置と限界水深の大きさが一義的に決定される。ここで、急変密度流の内部フルード数を支配断面の位置で 1.0 になるように定義し、 F_{ir} と書く。すなわち、式 (14) の分母が零となるとき、 $F_{ir} = 1.0$ となるように式形を定めると、

$$F_{ir} = \sqrt{K_1} F_i \dots\dots\dots(21)$$

となる。開水路急変流の水面形、フルード数、限界水深については、吉川¹⁵⁾ が簡単な考察を行っている。

(2) 解析結果の検討

解析のフローを 図-10 に示す。支配断面の計算は Run 13 について行った。図-11 は xz 面内の流線の数値計算結果である。計算にはリラクゼーション法を用い、格子間隔を 0.1 とした。界面形状は実測値より与えている。速度水頭の変化による水面の変化は非常に小さく、水面はほぼ水平とみなすことができる。図-12 は、数値計算より得られた流速 \tilde{u} , \tilde{w} の計算値を実験

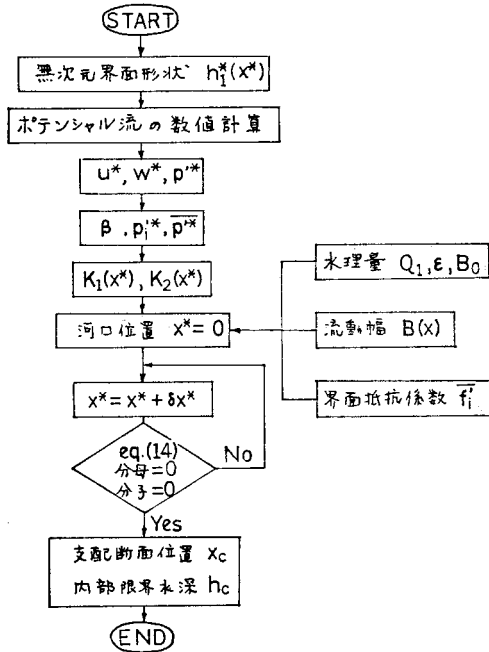


図-10 急変河口密度流解析のフロー

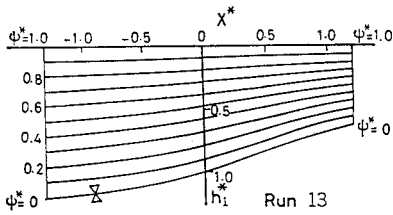


図-11 リラクゼーション法による流線図

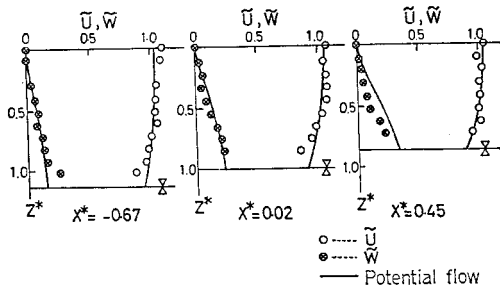


図-12 流速分布 \tilde{u} , \tilde{w} の比較

値と比較したものである。ここで、 \tilde{u} , \tilde{w} はそれぞれの位置の断面平均流速を \bar{u} とすると $\tilde{u} = u/\bar{u}$, $\tilde{w} = w/\bar{u}$ である。理論値と実験値は界面付近を除いてほぼ一致し、加速を伴う淡水の流れは、ポテンシャル流で十分近似できることがわかる。界面付近の流速分布が一致しないのは、数値計算でせん断力を無視しているためである。これらの流速分布を用いて式 (20) より計算した

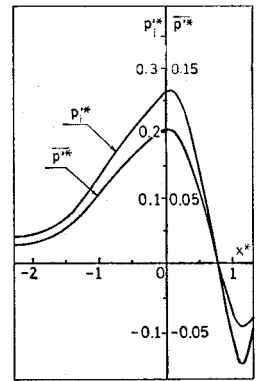


図-13 界面での無次元差圧 p_1^* と平均無次元差圧 \bar{p}^*

した界面での無次元差圧 p_1^* および無次元差圧の断面平均値 \bar{p}^* を 図-13 に示す。 p_1^* の値は、 $x^* = -1.5$ 付近から急増し、河口付近でピーク値をもつ。図より、流線の曲がりによる差圧は無視できないことがわかる。図-14 は、 K_1 , K_2 (式 (15), (16)) が x^* 方向にどのように変化するかを示したものである。運動量補正係数 β は、 x^* に対してほとんど変化せず 1.0 であった。漸変流解析ではこれらの係数の値は、 $K_1 = K_2 = 1$ であり、これを破線で示す。 K_1 の値は特に変化が著しく、差圧の影響が大きいことがわかる。河口から上・下流への距離が大きくなるに従って、流線の曲率が小さくなるために K_1 , K_2 の値はともに漸変流の値 (=1.0) に漸近する。

図-15 は、急変流解析と式 (14) で $K_1 = K_2 = 1$ とし

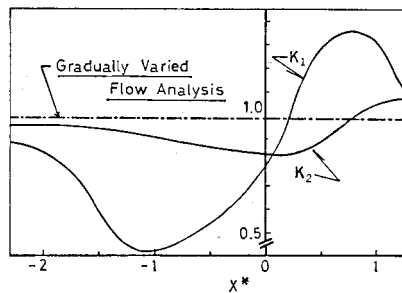


図-14 流線の曲がりによって変化する量 K_1 と K_2

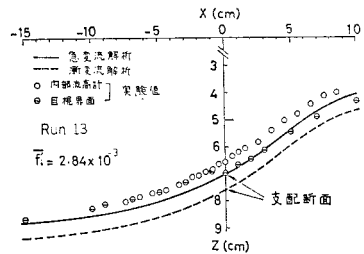


図-15 支配断面の位置と内部限界水深の大きさの比較

た漸変流解析から、支配断面の位置、限界水深の大きさを求め、実験値と比較したものである。式(14)の形から、支配断面の位置とその水深は、淡水の流動幅 $B(x)$ と界面抵抗係数 \bar{f}'_i の値によって変化する。つまり、淡水の広がりが小さいほど、 \bar{f}'_i の値が大きいほど、支配断面の位置は沖側に計算される。計算では、淡水の流動幅と界面形状を実験値で与えている。すなわち、流動幅は、

$$B=3+3.47 \times 10^{-2} x^2$$

界面形状は、内部波高計で得た測定値を河口の淡水深で無次元化したものを用いた。支配断面の位置は、いずれの解析でも河口のごく近傍に計算される。限界水深の大きさは、漸変流解析と急変流解析で非常に異なり、漸変流解析では実験値より過大な値を与えるのに対し、差圧を考慮した急変流解析では実験値をよく説明する。

柏村・吉田¹⁰⁾は、河口を流出した淡水の流動形態がA型からE型に移行するに従って、最大流速を生ずる位置が河口より沖側に移ることを実験によって示した。この河口より沖側での加速現象は、流線の曲がりによる差圧の効果で説明できる。すでに述べたように、E型の流れは急変密度流であり、流線の曲がりに伴う差圧は河口近傍で最大値をもつ、河口より沖側に向かうに従って、流線の曲がりは小さくなり差圧が減少し、圧力は静水圧に近づく。つまり、河口より沖では、差圧の減少による圧力勾配を生ずることになる。この圧力勾配が淡水を加速させる原因となる。海に流出した淡水は、流下距離が大きくなると広がりの影響が大きくなり、やがて流速を減じてゆく。以上の理由により、急変密度流では河口の沖側で最大流速が現われることになる。漸変流と考えられるA型の流れでは、河口より沖での加速現象は現われない。このことについては、4. で理論的に示される。

以上のように流線の曲がりの影響が大きい流れに対しては、圧力を静水圧分布とする漸変流解析では正しい理解を得ることができない。

4. 河口から 180° に広がる漸変河口密度流の解析

柏村・吉田⁹⁾は、湯水時の河川水が河口を流出すると指数関数的に広がり、この流れを実験室で作ると、広がりがさらに大きくなって完全に 180° に広がることを示した。180° に広がる河口密度流は、レイノルズ数 Re_e 、漸変流の内部限界水深と水路幅の比 h_e/B_0 が非常に小さい場合に現われ、河口での内部フルード数 F_{i0} はきわめて小さくなり、ときには 0.1 を下回る。このような流れでは、慣性効果に比して粘性効果が卓越している。Takano¹¹⁾ は、粘性効果が卓越し、かつ 180° に広

がる河口流の流速分布の解析を行った。しかし、彼の解析では、密度が水域全体にわたって一様であること、鉛直方向の粘性効果が小さく水平方向の粘性項と圧力勾配の項とが釣り合うことが前提とされており、この問題の支配要因である密度差の効果が考慮されていない。

本節では、レイノルズ数が小さく、慣性項の無視できるような河口流について、密度差の影響を十分に考慮した解析を行う。すなわち、このような河口密度流では、水平方向のスケールに比べ、淡水深が非常に小さく、粘性効果は鉛直方向に卓越し、これが密度差に起因する圧力勾配と釣り合うと考えられる。さらに、界面での混合が無視できると考え、河口密度流の界面形状、流速分布および内部フルード数を理論的に検討し、柏村・吉田らの実験値と比較を行う。

(1) 理論

図-16 に解析に用いた座標系と記号を示す。流れは層流であり、水路幅に比べて淡水深が非常に小さい場合を考える。このとき、水平方向の粘性の影響は鉛直方向の粘性の影響に比べて無視でき、流速の鉛直成分は水平成分に比べて十分に小さい。この流れは、地下水流の解法に用いられる Hele Shaw 型の流れと類似のものである。このとき、三方

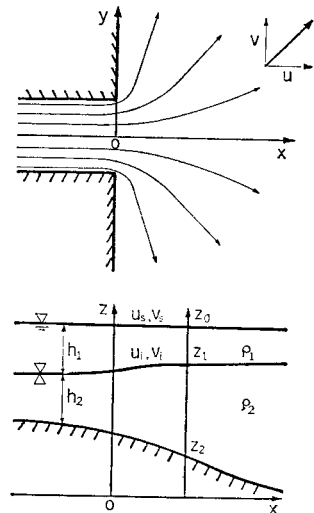


図-16 180° に広がる河口密度流の模式図(座標系と記号)

向の運動方程式と連続式は次のように書ける。

$$x \text{ 方向 } \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots\dots (22)$$

$$y \text{ 方向 } \frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \dots\dots\dots (23)$$

$$z \text{ 方向 } \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \dots\dots\dots (24)$$

$$\text{連続式 } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

界面での混合を無視し、界面と水面がそれぞれ流線であることを考慮して式(25)を淡水層について積分する。このとき、単位幅流量の x 成分 q_x と y 成分 q_y は、“流関数” ψ で表わすことができ、

$$\left. \begin{aligned} q_x &= \int_{z_1}^{z_0} u dz = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \\ q_y &= \int_{z_1}^{z_0} v dz = \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

となる。式 (24) を積分し、塩水が静止しているという条件を用いると圧力勾配は、次式のように相対密度差 ϵ と淡水深 h_1 で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho_1 \epsilon g \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho_1 \epsilon g \frac{\partial h_1}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

Lock¹⁴⁾ によれば、混じらない二層界面の流速は主流速に比例する。そこで、界面での流速 u_i, v_i がそれぞれの表面流速 u_s, v_s に比例すると考え、式 (22), (23) を積分して流速 u, v を求める。この結果を式 (26) に代入して単位幅流量 q_x, q_y を求め、式 (27) の関係を用いて整理すると、

$$\left. \begin{aligned} q_x &= -\kappa \frac{\epsilon g}{\nu} \frac{\partial h_1^4}{\partial x} \\ q_y &= -\kappa \frac{\epsilon g}{\nu} \frac{\partial h_1^4}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

を得る。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{4} \left\{ \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} + \frac{1}{3} \right\} \\ \alpha &= \frac{u_i}{u_s} = \frac{v_i}{v_s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

である。式 (28) で表わされる q_x, q_y は“渦なし”条件式 ($\partial q_y / \partial x - \partial q_x / \partial y = 0$) を満たしており、ポテンシャル ϕ を次のように与えることができる。

$$\phi = \kappa \frac{\epsilon g}{\nu} h_1^4 \dots\dots\dots (30)$$

以上のように慣性項に比して粘性項が卓越する河口密度流の水平面内の運動は、ポテンシャル流で表わされることが理論的に示された。柏村・吉田^{9), 10)} は、このような密度流がポテンシャル流的にふるまうことを実験的に示しているが、ここでの解析は実験事実に対して理論的な根拠を与えるものである。流れのポテンシャル ϕ の関数形が解析的に定められたので、河口密度流を定量的に論ずることが可能となる。式 (30) で与えられるポテンシャル ϕ は、流量の次元をもっている。これを淡水流量 Q_1 の 1/2 で無次元化し、 $\phi^* (= \phi / (Q_1/2))$ で表わす。このとき、式 (30) より、淡水深 h_1 および河口での内部フルード数の断面平均値 F_{i0} は、次のように表わされる。

$$h_1 = \left[\frac{\nu Q_1}{2 \kappa \epsilon g} \phi^* \right]^{1/4} \dots\dots\dots (31)$$

$$F_{i0} = c \left[R_e \frac{h_c}{B_0} \right]^{3/8} \dots\dots\dots (32)$$

ここで、 $c = \left[\int_0^1 \left(\frac{\phi_0^*}{2\kappa} \right)^{1/4} dy^* \right]^{-3/2}$, $y^* = \frac{y}{B_0/2}$, $R_e = Q_1 / \nu B_0$, $h_c / B_0 = \{ Q_1^2 / (\epsilon g B_0^5) \}^{1/3}$, ϕ_0^* は河口での無次元ポテンシャル、 B_0 は河口幅である。

式 (32) より、河口での内部フルード数は R_e と h_c / B_0 の積の 3/8 乗に比例して一義的に決まる。幾何学的形状

に依存する無次元ポテンシャル ϕ^* が求まれば、式 (30) ~ (32) により流れは完全に解ける。

単位幅流量 q_x, q_y に関して、流関数 ψ とポテンシャル ϕ の両方が存在するので、等角写像法によってポテンシャル ϕ を求める。このとき、境界条件として河口から無限遠点でのポテンシャル ϕ^* の値が必要となる。しかし、実際の流れでは、ここで述べた解析が無遠の範囲まで成立しているわけではない。ここでは、仮定の成立する範囲を $x^* (= x / (B_0/2)) \leq R^*$ で表わす。 R^* を井戸水の解析にならない影響半径とよぶ。このようにして、問題は $x^* = R^*$ で $\phi^* = 0$ の境界条件を満たす ϕ^* を求めることに帰着する。無次元の複素ポテンシャルを $w^* (= \phi^* + i\psi^*)$ とし、Schwarz-Christoffel 変換によりこれを求めると、

$$z^* = \frac{1}{\pi} \left[2 \{ e^{-\pi(w^* + w_0^*)} + 1 \}^{1/2} + \ln \frac{\{ e^{-\pi(w^* + w_0^*)} + 1 \}^{1/2} - 1}{\{ e^{-\pi(w^* + w_0^*)} + 1 \}^{1/2} + 1} \right] \dots\dots\dots (33)$$

を得る。ここで、 $z^* = x^* + iy^*$, w_0^* は $x^* = R^*$, $y^* = 0$ で $w^* = 0$ を満たす関数である。無次元ポテンシャル ϕ^* は影響半径 R^* を含む形で式 (33) により求まる。しかし、 R^* は理論的には求まらないので実験値との比較により決定する。

(2) 解析結果の検討

界面流速と水面流速の比 α (式 29・b)) は、二層流の流速分布に関する Lock¹⁴⁾ の解析結果を参考にして $\alpha = 0.5$ とする。図-17 は、 R^* をパラメーターとして計算した x^* 軸上界面形状の理論値を実験値¹⁶⁾ と比較したものである。 $R^* = 100$ で理論値は実験値とほぼ一致する。 $\alpha = 0.5$, $R^* = 100$ とし、式 (32) の係数 c を計算すると $c = 0.43$ となる。以下の検討は、これらの係数値を用いて行う。

海側と川側を含む、より広い範囲の界面形状の計算結果を図-18 に示す。水路内では淡水深が徐々に減少し、河口付近で変化が急になる。ただし、この場合でも河口付近の界面勾配はたかだか 1/20 であり、3. で取り扱っ

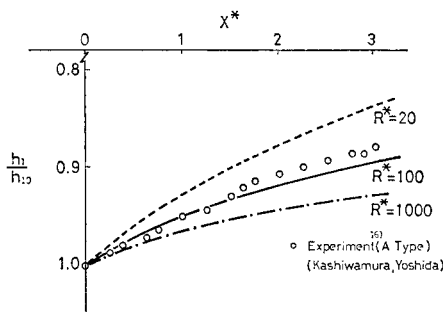


図-17 影響半径 R^* による界面形状の変化

た急変流の場合と比べると十分に小さい。

図-19 は x 軸上の内部フルード数 F_i の変化を示している。実験値¹⁶⁾と計算値との差異は、最大で約 30%

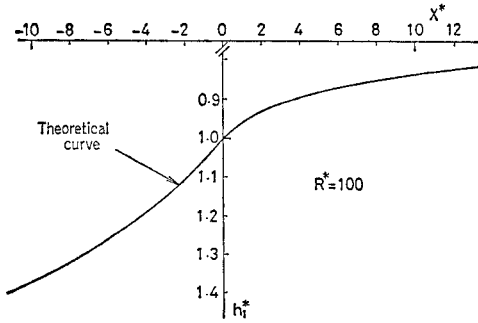


図-18 界面形状

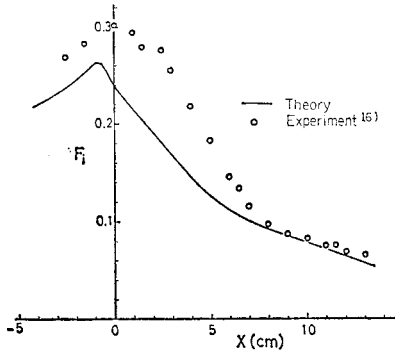


図-19 中心軸上の内部フルード数変化の比較

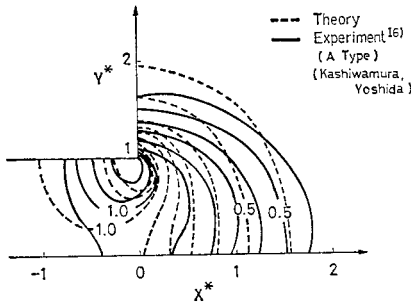


図-20 等流速線図の比較

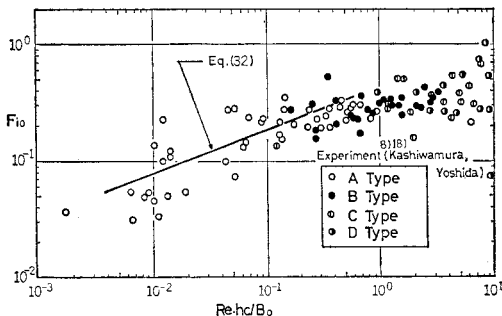


図-21 河口での内部フルード数 (式 (32))

であり、実験精度を考えると両者の一致は良好である。

図-20 は水深方向に平均した流速による等流速線図である。図中の数字は河口の断面平均流速に対する比であり、破線が計算値、実線が実験値¹⁶⁾である。理論値と実験値との対応は全般的に良好であり、河口の側壁付近の加速域の存在をよく説明する。実験値は理論値に比べ x^* 方向に減速しにくく、 y^* 方向に減速しやすい。この理由は、実際の流れでは慣性項の影響が完全には無視できないからである。

図-21 は、式 (32) で計算した河口での内部フルード数 F_{i0} と実験値の比較を示したものである。実験値は、柏村・吉田^{8), 18)}の資料を再整理したものである。理論式は、 $Re \cdot hc/B_0$ の小さい領域で 180° に広がる場合の実験値 (A型) をよく説明している。 $Re \cdot hc/B_0$ が大きくなると、慣性項の影響が無視できなくなり、広がり特性が変化するため、当然のことながら実験値は式 (32) の理論値より小さくなる。ここで述べた理論はレイノルズ数のごく小さい範囲に限定されており、この条件に適合した河口密度流に対してよい説明を与える。一方、レイノルズ数がきわめて大きな現実の河川でも、過水時にはポテンシャル流に近い流況が現われることが知られている⁹⁾。他の多くの流体現象と同様に動粘性係数を渦動粘性係数で置き換えることにより、この理論を現地規模にまで拡張し得る可能性がある。本研究は定常な河口密度流を対象としているが、須賀¹⁹⁾が指摘しているような潮汐の作用を受ける非定常塩水くさびの境界条件をどのように決定するかは今後の課題である。

5. 結 論

塩水くさびの河口条件を決めるため流れを支配する要因が異なる 2 種類の河口密度流について、理論的・実験的に検討した。1 つは、河口付近で淡水深が急激に変化する流れであり、この場合には流線の大きな曲率のため圧力が静水圧から著しくはずれる。この影響を考慮した急変流解析によって、急変河口密度流の河口条件を決定する方法を述べ、急変密度流の内部フルード数を定義した。他の 1 つは、レイノルズ数がきわめて小さく、粘性項と圧力項がつり合う流れであり、Hele Shaw 近似による解析から、この流れの特性を明らかにした。

本研究で得られた主要な結果をまとめて示す。

(1) 塩水くさびを伴う河口密度流の流動形態は、水深を用いたレイノルズ数 Re 、漸変流の内部限界水深と水路幅の比 hc/B_0 によって著しく変化する。 Re 数が $400 < Re < 7000$ で hc/B_0 の大きな流れは、河口付近で淡水深の変化が著しい急変河口密度流となる。これに対して、 Re 数がきわめて小さく hc/B_0 の小さな流れ

は、Hele Shaw 型の漸変河口密度流となる。自然河川でみられる河口密度流は、 R_e 数がきわめて大きく、 h_c/B_0 の小さな流れである。

(2) R_e 数が $400 < R_e < 7000$ で h_c/B_0 の大きな河口密度流を急変流的に取り扱い、支配断面の位置と内部限界水深の算定法を示した。このような流れに対し、従来の漸変流的解析を行うことの問題点を指摘した。

(3) R_e 数がきわめて小さく h_c/B_0 の小さな漸変河口密度流に対し Hele Shaw 近似を適用し、淡水深の 4 乗と相対密度差の積に比例するポテンシャルが存在することを理論的に示した。この理論により、淡水深の二次元的な分布、等流速線、内部フルード数の分布を解析することが可能となり、実験値との比較により良好な一致をみた。河口での平均内部フルード数は $(R_e h_c / B_0)^{3/8}$ に比例することを理論的に示し、 $R_e h_c / B_0$ の小さな範囲で実験値をよく説明することを示した。

(4) 以上のように本研究は、広い範囲の水理条件のもとでの河口密度流の流動特性と塩水くさびの河口条件について検討したものであり、実際の河川の塩水くさびの河口付近の挙動を知るうえで、重要な知見を得た。

本研究を行うにあたり、北海道大学の吉田静男博士からは実験方法についてご教授いただき、また、貴重な実験資料を提供していただいた。ここに記して深甚なる感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Stommel, H. and H.G. Farmer: Abrupt Change in Width in Two-Layer Open Channel Flow, Jour. Mar. Res., Vol. 11, No. 2, 1952.
- 2) 玉井信行・池田清宏: 河道における 2 層流れの河口条件について, 第 33 回年次学術講演会講演概要集, 第 II 部, 1978.
- 3) Goldstein, S.: MODERN DEVELOPMENTS IN FLUID MECHANICS, Vol. 2, Oxford, Clarendon Press, 1938.
- 4) 福島久雄・柏村正和・八畝 功・高橋 将: 石狩川の河口構造, 第 8 回海岸工学講演会講演集, 1961.
- 5) Takano, K.: On the Salinity and the Velocity Distributions off the Mouth of a River, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 10, No. 3, 1954.
- 6) 柏村正和・吉田静男: 河口を出る淡水の流れ, 第 13 回海岸工学講演会講演集, 1966.
- 7) 柏村正和・吉田静男: 河口の flow pattern について, 第 12 回水理講演会講演集, 1968.
- 8) 吉田静男・柏村正和: 河口二成層の流れの構造解析, 第 25 回海岸工学講演会論文集, 1978.
- 9) 柏村正和・吉田静男: 密度流の研究—第 3 報—, 北海道大学工学部研究報告, 第 53 号, 1969.
- 10) 柏村正和: 河川水の海上への拡がり, 第 11 回水工学に関する夏期研修会講義集 B コース, 75-B-7, 1975.
- 11) 須賀亮三・高橋 晃: 河口流出に関する実測に基づく考察, 第 24 回海岸工学講演会論文集, 1977.
- 12) 福岡捷二・福岡祐介・中村健一: 二次元貯水池密度流の潜り込み水深と界面形状, 土木学会論文報告集, 第 302 号, 1980.
- 13) 福岡捷二: 平均流の解析法, 土木学会水理委員会, 水理観測における規模の評価に関する研究小委員会報告書, 1981 または第 36 回年次学術講演会講演概要集, 第 II 部, 1981.
- 14) 水理委員会密度流研究小委員会: 成層密度流の界面現象 (1), 土木学会論文報告集, 第 242 号, 1975.
- 15) 吉川秀夫: 水理学, 技報堂, p. 58, 1975.
- 16) 柏村正和・吉田静男: 河口の流れの構造 (2), 第 16 回海岸工学講演会講演集, 1969.
- 17) Takano, K.: On the Velocity Distribution off the mouth of a River, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 10, No. 2, 1954.
- 18) 吉田静男: 密度流の力学構造に関する研究, 北海道大学学位論文, 1978.
- 19) 須賀亮三: 感潮河川における塩水くさびの水理に関する基礎的研究, 土木研究所資料, 第 1537 号, 1980.

(1981.9.17・受付)