

# 橋軸方向地動のもとでの吊橋の主塔と アンカーブロックの連成振動

COUPLING VIBRATION OF TOWERS AND ANCHOR BLOCKS OF SUSPENSION  
BRIDGES UNDER LONGITUDINAL GROUND MOTIONS

東原 紘道\*・大月 哲\*\*

By Hiromichi HIGASHIHARA and Satoshi OHTSUKI

## 1. 問題の提起

吊橋のアンカーブロックの設計上の注意は、これまで、主としてアンカーブロックそれ自体の安定性に置かれてきた。これが重要な要素であることは疑いないが、しかし場合によってはアンカーブロックの諸元を画する限界的な条件として、アンカーブロックが吊橋の他の部分、特に上部構造に与える動的な影響も重要であるとするのが、本研究における著者らの視点である。

従来、吊橋の下部構造の基礎は十分に剛なものとしてきた。早い時期に吊橋の動的応答解析を遂行した小西・山田・高岡の先駆的研究にあっては<sup>1)</sup>、上部構造のみが対象とされているので、この方法の結論は、基礎が十分に剛で下部構造の固有振動数が着目する上部部分構造の固有振動数よりはるかに高いという前提のもとでのみ有効である。

この研究に続いた青柳の研究は下部構造をも含む全体系を扱うものであるが<sup>2)</sup>、そこで例示された下部構造の固有振動数は高く、上部構造と下部構造との鋭い相互作用は現われていない。

これらの研究の前提は、陸上に設置されるのが通例のアンカーブロックに対して普遍的に適合するものである。しかし、たとえばアンカーブロックが海中に設けられる場合には、その所要高さが大幅に増加し、静的な設計を忠実に踏むと縦長のものとなるので、上記の前提の再検討の余地が生じる。たとえば高さ 110 m、橋軸方向幅 75 m、同直角方向幅 60 m という寸法のアンカーブロックは、中央径間 1000 m クラスの吊橋にとって、十分に現実的なものであるが、ここで地盤の等価ばね強さを  $1.0 \times 10^5 \text{ t/m}^2$  とすると<sup>3)</sup>、このアンカーブロックの橋軸面内振動の固有周期は、重心まわりのロッキングが

支配的な 1 次モードに対して 1.2 s 程度に達する。

他方で小西らの計算結果によると、主塔の基底モード(対称)の固有周期は約 1.28 s で同程度であるし、青柳の計算結果によると、より短い 1.06 s となっている。したがって上部構造のうちで少なくとも主塔の基底モードの固有振動数は、条件しだいでは、アンカーブロックの固有振動数と重なり合い、主塔の基底モードがアンカーブロックと共振モードを形成する可能性を示している。地震時の吊橋にとって下部構造は入力フィルターの機能を果たすので、この共振モードは地震力をよく吸収すると考えられる。またアンカーブロックの質量およびその地盤の抵抗力が著しく大きいので、そのパートナーである主塔の応答が著しく増大する可能性がある。

一般にいくつかの部分構造物が結合されるとき、いわゆるモード合成が生じるので、結合された全体系の固有振動数は、それぞれ対応する部分構造の固有振動数からずれる。したがって 2 つの部分構造の固有振動数が一致しても、当然にそれらの共振が発生するわけではない。まして外力に対する応答の増大を意味するものでもない。この点で、多自由度系の特定の部分構造と外力との関係は複雑で、1 自由度系と外力との関係とは様相をよほど異にするものである。特に吊橋の主塔は、別の下部構造である橋脚と緊密に結合しており、また補剛トラスを懸吊したケーブルを介してアンカーブロックと力のやりとりをするわけであるから、共振の可能性はもう少ししていねいに定量的に検討しなければならない。しかし後述の結論を先取りすれば、部分構造としての固有振動数が近接すると、主塔は確かにアンカーブロックとの共振を生じ、大きな応答を示すようになる。

さて地盤の剛性の推定値はばらつきの大いものである。このような場合の設計計算においては、当該地盤の剛性の上限と下限を想定し、その範囲内で数ケースの条件を選んで解析する感度分析が定石である。しかしこの方法が安全であるのは、入力条件の変化に対して、構

\* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科

\*\* 正会員 工修 (株)長大橋設計センター

造物の応答が緩やかに、できることなら単調に変化する場合には限られる。しかし前述のように、アンカーブロックの固有振動数の存在可能な区間内に主塔の基底モードの固有振動数が存在する場合には、その応答値は、設定されるアンカーブロックの固有振動数に対して著しく敏感である。のみならず動的相互作用の効果は共振点のごく近傍でのみ鋭く立ち上がるものであるから、通常の感度分析では検出できないおそれがあり、この共振状態を取り出して特別に解析することが必要である。

長径間吊橋の動的解析としてはモード分析法が効果的であるが、この応答計算ではモード別・入力点別および入力地震動の周波数別の膨大な個数のデータが集計処理され、また出力値も着目点別および着目量別に非常に多数になる。この情報の洪水を乗り切るためには、モード分析作業の流れの中にある根幹となる因果の連鎖を、力学の概念によって明晰に認識し、定量的よりもむしろ定性的なイメージを作って理解しておくことが必要である。本論文ではこの問題意識を念頭において、なるべく少ないデータを用いて問題を明らかにするように努める。

モード分析法を単なる計算手順にとどめることなくその背後の物理像を詳細に論じた労作は、従来から限られており、特に吊橋の耐震問題については、前述の2論文を挙げ得るのみである。本研究はこれらの研究の手法を発展させて、前述の問題へのアプローチを試みる。

小西らの研究は、モード分析の全過程を実行して応答値の詳細な議論にまで及んでいる。ただこのモデルは下部構造を欠いている。一般に下部構造の固有振動数が上部構造よりはるかに大きいので、このモデルで対応できる現象も少なくないが、本研究が注目する上部構造とアンカーブロックとの相互作用の分析はできない。

青柳の研究は下部構造をも含めて解いており、その入力条件が示すように上部構造と下部構造との相互作用が弱い限り、妥当な結果を与えていると思われる。これに対して著者らが本研究において関心をもつものは、ほかならぬこの相互作用が無視できない場合であり、特定の下部構造の固有振動数が低い場合に生じる現象やいかかということである。著者らの研究は、吊橋内部の動的相互作用のうちの1つを取り上げたものであるが、工学上の重要性に差こそあれ吊橋にはなお多くの相互作用が存在する。これらの解明にはモード分析法が最も適していると考えられる。しかしそのモード分析法も、そもそもの前提となる力学モデルや自由度の制約のために、すべての相互作用を自動的に算出してくれるわけではない。したがって個々の相互作用に焦点を絞って分析し、その知見を集積してゆくことが必要と考えられる。

上記の2研究のほかにも吊橋の面内振動の研究はあ

り<sup>4)~6)</sup>、特に Abdel-Ghaffar は系統的に吊橋の固有振動モードを解析している。これらの研究に続くものとして地震の応答解析が挙げられているものの、ここでは固有振動モードの決定にとどまっている。

## 2. 対象とする現象およびモデルの構成

対象とする地震動は水平動とし、かつこれを橋軸方向とする。したがって吊橋の振動も橋軸を含む鉛直面内で生じる。橋軸直角方向の振動においては、吊橋の構造形態から考えて、アンカーブロックと主塔との相互作用は弱いと考えられるので本論文ではこれは考察しない。

上部構造のうちケーブル・吊材および補剛トラス（以下ではこれらの部分構造を総括して吊構造部とよぶ）の剛性は線形たわみ理論に従って定め、振動に伴うケーブルの水平反力変化は微小とする。しかし各吊材の作用は個々に離散的に扱う。すなわち補剛トラスは吊材取付位置に中間支点を有する連続トラスとして定式化される<sup>7)</sup>。ただし吊材の伸びを無視し、その傾きの幾何学的効果および水平力の伝達効果は無視する。これらの近似はいずれも線形化手続と称することができる。

ケーブルは水平および鉛直の2方向に運動するが、上記の近似のもとでは、補剛トラスは鉛直運動のみをなし、水平方向に励振されることはない。ただ中央径間のみは、センタータイによってケーブルと補剛トラスが接合されるものとするので、補剛トラスは橋軸方向にも運動をする。

主塔は軸力を受ける曲げ部材とし、吊構造部の線形化に呼応して、振動に伴う軸力の変化を無視する。なお設計の実際を考慮して、この軸力がちょうど主塔を座屈させる大きさになるように入力諸元を与えなければならない。これは主塔の振動の基底モードの形状に影響し、片持ばりの1次モード形は姿を消すことになる。

下部構造は剛体とみなし、地盤は弾性的とみなして等価ばねに置き換える。この地盤の復元力は、ある1点のまわりの回転に対するばねと、その点の水平動に対するばねに集約され得る<sup>8)</sup>。地盤をばねに置換する際、その周波数依存性、減衰の評価、非線形性など検討すべき事項は少なくないが、前2者は入力条件の感度分析で対応することとし、後者については無視する。今後地盤の非線形効果が問題になる場合にも、対応の手だてとしてはモード分析手法の修正が有効であると期待されるので、上述の近似は少なくとも1次近似の意味を失わないであろう。

以上を総合して、対象とする構造系を図-1に与える。Abdel-Ghaffar らは、モード計算に際して、変位法に忠実にポテンシャルエネルギーを求め、これから剛性

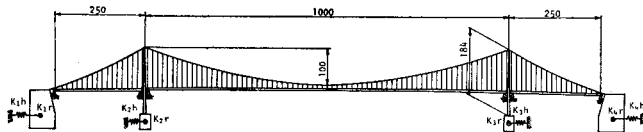


図-1 対象となる構造系 (長さの単位は m)

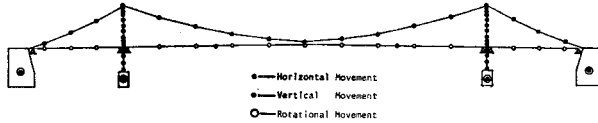


図-2 質量点

行列を誘導している<sup>5), 6)</sup>。この方法は理解しやすいという利点を有する。しかしこれが吊橋の特徴を十分に使い切っているか否かは疑問である。面内振動の場合の吊橋は、2個のアンカブロック、2組の主塔+橋脚および吊橋構造部が、おのおのわずか1個の境界点によって分離されているという特徴的なもので、いわゆる部分構造法にあつらえむきの構造になっている。そこで各部分構造に対して影響線行列すなわち剛性行列の逆行列の形で計算しておく、これらは容易に全体系に合成できる<sup>9)</sup>。固有値計算は、三重対角化ののちにQR分解を施し<sup>10)</sup>、適当な加速を与える方法による。影響線行列は剛性行列に対比すると Sparse 性を欠くが、上の方法によれば、本質的な制約とはならず、三重対角化にわずかに余分の時間を要するだけで、部分構造法はこれを補って余りある効用がある。

以上の方法によって次式中の行列  $F$  および  $G$  が求められる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{z} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\mathbf{x}$  : 指定された点の変位

$\mathbf{p}$  : 指定された点に加わる力

$\mathbf{z}$  : 下部構造の基礎の変位

慣性力については lumped mass 法による。図-2 に示すような質量点に選択的に自由度を与える。吊材の伸縮運動を無視するので、ケーブルの鉛直方向の自由度は補剛トラスのそれに吸収され、その分だけ後者の見かけの質量が増加している。これによって正定値で対称な行列  $M$  が計算され、式 (1) の  $\mathbf{p}$  は慣性力として次式で与えられる。

$$\mathbf{p} = -M \cdot \ddot{\mathbf{x}} \dots\dots\dots (2)$$

### 3. 多自由度系の共振現象の考察

共振という語はしばしば多義的に用いられるが、多自由度系の応答問題の場合、これは2つの相異なる現象を包含している。

#### (1) 構造系と外力との関係

単振動する外力の振動数が構造系の固有振動数に接近するとき、応答は発散し、外力と応答の位相差が不連続的に変化する。これは外力と系との共振である。

#### (2) 系の内部での共振

系の自由度が大きいと、その挙動は複雑になるが、ある与えられたモード中には、同調して共振する部分構造もしくは自由度の組合せがみられる。これは系の内部の共振である。特に、吊橋のように、相互に異質な部分構造系が明確に区別される場合には、部分構造の固有振動がやはり明確に定義できるから、部分構造同士の共振という語は意味をもつ。多自由度系の応答計算では上記の両者が含まれているので、これらを明確に識別することが必要である。

ところで狭義のモード分析で得られるものは上記のうちタイプ (2) であるが、この共振はたとえ存在しても、それがただちに特別の意味をもつわけではなく、そのモードへの各部分構造の寄与の相対的な比率を与えるのみである。実際タイプ (1) のように固有振動数の一致が共振を引き起こすという現象は、ここでは生じる余地がなく、部分構造系同士が同一の固有振動数を有していても、全体系に合成されると、相異なる振動数をもつ2つのモードに分離してしまうのである。ただ1つ注目値するのは、固有振動数が近接する部分構造同士の間には、振動の大きさのある意味での均等な分配がなされるということである。逆に固有振動数が隔絶している場合には、全体系のモードにおいてそれらの部分構造系に分配される振動の大きさは極端に一方に偏している。

いますべての自由度の変位を成分とする多次元のベクトル空間  $X$  を考える。1つの変形状態は  $X$  の1点で表示される。次に質量行列  $M$  を用いて、 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$  に対して、 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = {}^t \mathbf{x} \cdot M \cdot \mathbf{y}$  と定めると、 $M$  の正値対称性によって、 $(\cdot, \cdot) : X \times X \rightarrow R$  は内積の条件を満足し、 $X$  は計量ベクトル空間になる。特に  $X$  において、1つのベクトルの他のベクトルもしくは部分空間への射影という語が意味をもつ。

式 (1), (2) より

$$M \cdot \ddot{\mathbf{x}} + F^{-1} \cdot \mathbf{x} = F^{-1} \cdot G \cdot \mathbf{z}$$

ここで、 $\mathbf{x} = G\mathbf{z} + \mathbf{y}$  とおくと、 $\mathbf{y}$  は同次境界条件を満足し、

$$M \cdot \ddot{\mathbf{y}} + F^{-1} \cdot \mathbf{y} = -M \cdot G \cdot \ddot{\mathbf{z}} \dots\dots\dots (3)$$

固有値問題の計算によって

$$\begin{cases} {}^t \phi \cdot M \cdot \phi = I \\ {}^t \phi \cdot F^{-1} \cdot \phi = Q = \text{対角型} \end{cases}$$

となる行列  $\phi$  が求まる。他の安定な弾性構造物と同様に  $F^{-1}$  は正定値であり、 $Q$  の対角項も正となるのでこ

れらを  $\{\omega_k^2\}$  と書く。  $y = \phi \xi$  とおいて

$$\ddot{\xi} + \Omega \xi = -{}^t \phi \cdot M \cdot G \cdot \ddot{z}$$

いま  $z(t) = z_0 e^{i\omega t}$  が入力すると、  $\xi = \xi_0 e^{i\omega t}$  の形をとるが、特に  $\omega^2 = \omega_k^2$  においては

$$(\xi_0)_j = S(\omega_k) \sum_l (\phi_k, g_l) (z_0)_l \delta_{jk} \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $S(\omega_k)$  は、与えられた減衰を有する1自由度系の、振動数  $\omega_k$  に対する応答倍率である。ベクトル  $\phi_k$  は  $\phi$  の第  $k$  列をなすモード、  $g_l$  は  $G$  の第  $l$  列ベクトルであって、第  $l$  入力点に静的に加えられた単位変位に対する各自由度の応答を表わし、もっぱら静的に、すなわち質量分布と無関係に、剛性の分布のみによって定まるものである。

式(4)の集計は各入力点にわたるものであるが、以下では、そのうちの特定の1入力点に着目することにし、それに従ってインデックス  $l$  を省略すると、

$$(\xi_0)_j = S(\omega_k) z_0 (\phi_k, g) \delta_{jk}$$

$$\therefore y = [S(\omega_k) z_0] (\phi_k, g) \phi_k \cdot \exp(\pm i\omega_k t) \dots\dots (5)$$

このうち [ ] 項は入力条件によって定まり、モードの全自由度にわたって共通に、振幅の乗数となるものであって、共振関係の考察においては当面除外することができる。

振動が入力する下部構造の自由度が作る部分空間を  $V_1$ 、着目する上部構造の自由度が作る部分空間を  $V_2$ 、その他の部分構造の自由度が作る部分空間を  $V_3$  で表わす。すると系  $V_2$  の応答は射影の系列  $g \rightarrow \phi \rightarrow V_2$  によって完全に記述される。吊橋のように、入力点である下部構造の基礎の剛性が上部構造のそれらに比して著しく大きい場合には、  $g$  はほとんど  $V_1$  に含まれている。換言すれば  $g$  はほとんど  $V_2$  および  $V_3$  と直交している。したがって射影  $g \rightarrow \phi_k$  においては、  $\phi_k$  がほとんど  $V_1$  に含まれている場合、すなわち当該下部構造の寄与が支配的なモードへの分配が極端に大きい。しかし  $\dim. (V_1 \cap V_2) = 1$  であるから、この場合には射影  $\phi_k \rightarrow V_2$  が小さい。逆に  $\phi_k$  がほとんど  $V_2$  に含まれる場合には、射影  $\phi_k \rightarrow V_2$  は大きい。射影  $g \rightarrow \phi_k$  が小さくなる。このように、応答を定める2段階の射影のおおのほは互いにトレードオフの関係に立っている。そして射影系列  $g \rightarrow \{\phi_k\} \rightarrow V_2$  が最大になるのは、  $(\phi, V_1) \sim (\phi, V_2)$  なるモード  $\phi$  が存在するとき

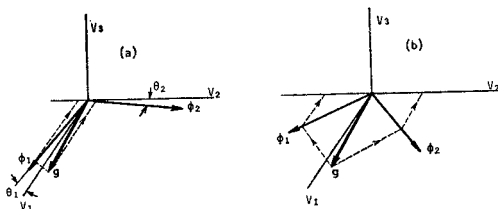


図-3 応答の生成

である。

この関係を模式的に可視化したものが図-3である。  $V_1, V_2, V_3$  軸はそれぞれの部分空間の代表である。ベクトル  $g$  は、動的相互作用すなわちモードの態様と無関係に、この空間内で固定されているが、上述のとおり、これは  $V_1$  軸に近い方向をもっている。振動モードの全体はこの空間内の正規直交系であって、座標軸  $\{V_1, V_2, V_3\}$  の回転によって得られる。図(a)は各固有ベクトルが座標軸にほぼ一致している場合で、部分系の相互作用の弱い場合を示している。射影  $g \rightarrow \phi_1$  は大きい。  $\phi_1 \rightarrow V_2$  が小さく、トータルの  $g \rightarrow \phi_1 \rightarrow V_2$  は  $O(\sin 2\theta_1)$  と小さい。このモードそのものは外力をよく吸収して大きく応答するが、系  $V_2$  はほとんど励起されないわけである。逆に  $\phi_2 \rightarrow V_2$  は大きい。  $g \rightarrow \phi_2$  が小さく、トータルの  $g \rightarrow \phi_2 \rightarrow V_2$  は  $O(\sin 2\theta_2)$  でやはり小さい。このモードはそもそも外力を吸収しないのである。

しかし  $V_1$  と  $V_2$  の間に共振が生じると、  $V_1 \cup V_2$  空間内に、いずれの部分空間の寄与も同程度の、中間的な方向の固有ベクトル  $\phi_1, \phi_2$  が出現し、射影系列  $g \rightarrow \{\phi\} \rightarrow V_2$  は  $O(1)$  に達し、これらのモードを媒介として、外力は  $V_2$  に伝達されるようになる(図-3(b))。

また  $V_2$  と  $V_3$  が、共振した場合には、  $V_2 \cup V_3$  空間内に中間的な方向の固有ベクトルの対が出現するけれども、これらのベクトルに対する  $g$  の射影は小さいから、応答が励起されることはない。したがって、直接に入力されない部分構造相互の共振は、応答には関与しない。たとえば青柳は、主塔と吊構造部の高次モードでの共振の存在を指摘しているが<sup>2)</sup>、この共振は応答値にはほとんど影響をもたない。

このような解釈は、後の考察でも利用するように、部分構造間の共振を含む多自由度系のモード分析結果の解釈に有用である。しかしこの解釈においては、固有モードは複雑な行列計算の結果得られたものとして前提されてしまっている。吊橋の部分構造間の動的相互作用を完全にとらえるためには、部分構造の固有モードと部分構造相互の結合条件とから、固有モードの形成そのものを規定することが必要であるが、本論文ではこの問題を扱うことはしない。

部材力などの、変位以外の応答量の振幅  $q$  は、適当な行列  $Q$  を用いて、

$$q_k = [S(\omega_k) z_0] (\phi_k, g) \cdot [Q \phi_k] \dots\dots\dots (6)$$

で計算される。

なお前述の2つの射影に対応する操作のうち第1段をモード寄与率もしくは刺激係数とよび、第2段を一般化質量とよぶこともあるが<sup>2)</sup>、前者は、既与のベクトルを、各モードに分配するものであり、後者は、それぞれのモ

ード中に占める，当該部分構造の成分である。したがって，前者はモード分配率とよび，後者の方をモード寄与率とよぶのが，より適当な用語であると考えられるので，以下ではこの用語法を採用することにする。

#### 4. モードの一般的性質

吊橋の部分構造の動的相互作用を考察するために，表-1 に示すような系統的なケースに対してモードを計算し，固有振動数の分布を図-5 に示す。ケース4の構造諸元を表-2 および図-4 に与える。爾余のケースはケース4

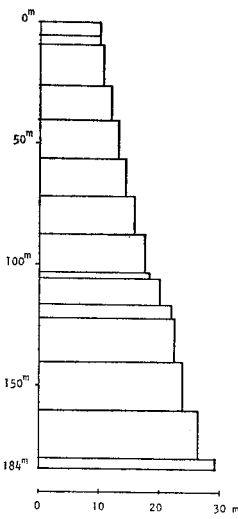


図-4 主塔の断面2次モーメント

表-1 計算ケース

ケース	吊 橋 部 造		主 塔	下 部 構 造
	鉛 直 自 由 度	水 平 自 由 度		
1	○			
2	○	○		
3	○		○	
4	○	○	○	○

表-2 構 造 諸 元

上 部 構 造	ケーブル伸び剛性	1.4×10 <sup>7</sup> t		
	補剛トラス曲げ剛性	1.4×10 <sup>7</sup> t・m <sup>2</sup>		
	死荷重強度 (中央径間)	16.0 t/m		
	死荷重強度 (側 径 間)	15.6 t/m		
下 部 構 造	部 分 構 造		橋 脚	ア ン カ ー ブ ロ ッ ク
	高 心 高 さ	40 m	90 m	
	重 心 高 さ	20 m	30 m	
	重 量	1.0×10 <sup>5</sup> t	5.5×10 <sup>5</sup> t	
	回転2次モーメント	1.7×10 <sup>7</sup> t・m	6.0×10 <sup>8</sup> t・m	
	地盤の換算ばね剛性	水 平 回 転	2.2×10 <sup>8</sup> t/m	4.3×10 <sup>8</sup> t/m
4.1×10 <sup>8</sup> t・m			2.4×10 <sup>10</sup> t・m	

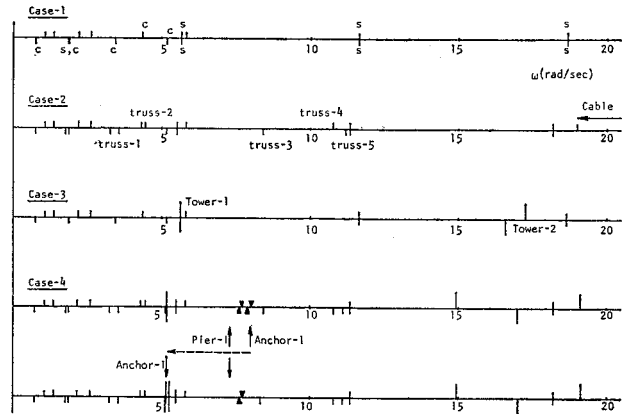


図-5 固有振動数の分布

の一部分となっ

ている。図-5 中の長細線分は主塔のモードを，短細線分はその他の上部構造のモードを示す。このうち吊橋構造部を除く上部構造のモードは図中に明示している。また矢印は下部構造のみの固有振動数を示す。吊橋構造部のモードに付した  $c$  もしくは  $s$  は，当該モードの振動がそれぞれ中央径間もしくは側径間に集中していることを示している。三角印は下部構造のモードを示す。いずれの図においても， $\omega$  軸の上側は対称形を，下側は逆対称形であることを意味する。

各部分構造間の相互作用は弱く，表-1 に示す系列に従って逐次部分

構造を追加するとき，合成系のモードには，その部分構造のモードが単純に重ね合わされるだけである。またモード波形には若干の合成効果が認められるが，その程度は弱い。

##### (1) 吊橋構造部の水平運動 (ケース 2)

この自由度を欠く場合には，退化が生じて，同一の振動数を有する複数個のモードが現われているが，ケーブルの水平方向質量によって退化が解消し，完全に別個のモードに分離する。

ケース1と対比すると，運動の拘束が緩和され，しかも質量点が追加されるため，Rayleigh の定理に従って，固有振動数の低下が生じるが，この効果は小さい。

ケーブルの水平運動の固有振動数は 20 [rad/s] 以上の高い領域に生じるため，吊橋構造部の鉛直運動の主要モードもしくは主塔の基底モードとぶつかることはない。下部構造・主塔の高次モード・ケーブルの水平運動の3者が共振する現象は十分な蓋然性を有しているが，その分析は本論文の関心の外にある。

ケーブルの水平運動の自由度と不可分に付与される，中央径間の補剛トラスの軸方向振動モードは，比較的低位に出現する。その基底モードは0点をもたないもので，全体系の 8・9 次にまたがっているが，これは補剛トラスの軸方向振動の基底モードと鉛直振動8次モードが共振しているためである。全体系の 11 次および 17 次モードは，トラス軸方向振動の2次および4次であって，センターステイ部が節となる逆対称モードであるため，他のすべての部分構造は動かない。これに対して対称モードは，センターステイが動くので，ケーブルの水平運動を伴っている。

##### (2) 主塔の効果 (ケース 3 および 4)

ケース3は小西らによって得られている型のもので，

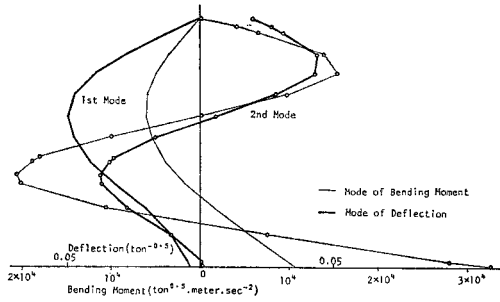


図-6 モード波形

それとの対比に眼目が置かれている。またケース 3・4 の中間に、ケース 3 に下部構造を付加するかケース 4 から吊構造部の水平運動自由度を除去することによって、青柳が用いた系を設定できる。しかしこれは、吊構造部の水平運動自由度が連成に加わらない限り、ケース 4 とほぼ同じ結果を与えるので、特別に表示することはしない。

主塔の基底モードは、逆対称および対称の両者が、それぞれ全体系の 11 次および 12 次モードとして、ケース 3 では 5.6[rad/s] 前後に近接して出現する。ケース 4 では次項で述べるように、主塔の各モードの固有振動数の明瞭な低下がみられる。図-6 にはケース 4 の 1 次および 2 次のモードを、変位および曲げモーメントに対して示す。

(3) 下部構造の効果 (ケース 4)

ケース 4 の主塔の基底モードの振動数は、ケース 3 に比して 8% 減少している。このうち吊構造部の水平運動自由度の付与に伴う効果は 0.2% 程度で無視できる。したがってこの効果は下部構造とりわけ橋脚の自由度によるものと考えられる。主塔の固有振動数の低下は、高次モードにおいて大きくなっている。

現実の下部構造が対称であることはまれであるが、本ケースの下部構造は対称であるため、橋脚およびアンカーブロックはおおのこの対で常に共振し、それぞれ対称モードと逆対称モードとに分離し、両者の振動数は近接している。

次に、主塔とアンカーブロックの共振の型を理解するために、アンカーブロックの基礎の剛性を低下させ、その基底モード（ここでは水平運動が支配的になっている）を主塔の基底モードに接近させてみよう。下部構造をも対称に保っているのは、もっぱら考察の便宜のためで、このように両方のアンカーブロックの固有振動数が大幅に低下する状態は決して現実的ではない。現実的な例は次章で扱われる。

上記の変更は、図-5 のケース 4 の固有振動数分布のうち、アンカーブロックのモードの位置をずらすだけで、他のモードの変化は無視できる。これは本章の初めに一般論として述べたところであるが、共振が生じる場合には、もちろんそのモードは複雑に変化する。設定された条件のもとでは、狭い振動数帯に多数のモードがひしめき合うので、特にその部分を拡大したのが図-7 である。横軸の上側がケース 4 のモードを示し、下側が共振ケースのモードである。矢印部分にアンカーブロックの基底モードが加わるので、共振の前後で、モードの個数は 5 で保存されている。

図中で丸印を付したモードは、吊構造部の鉛直振動であって、中央径間に 4 波をもつ逆対称形であるが、これは共振による影響をほとんど受けていない。

これに対して主塔はアンカーブロックと強い相互作用をする。図にみられるような、全体的にみれば微小ではあるが、固有振動数の差の増大は、多自由度系の共振の通性である。表-3 は共振時のモード寄与率である。主塔およびアンカーブロックが同程度の大きさをもっているので、前章の考察によって、アンカーブロックに入力される地震動に対する、主塔の大きな応答が予想される。

5. 共振現象の考察

ほとんどの吊橋では、下部構造が非対称であり、また橋脚の非対称性のゆえに主塔の諸元も左右で異なることが多い。この事情を考慮して、改めて下部構造の諸元を表-4 のように与える。いずれの数字も、実例を参考に定めたものではあるが、特別の意味はもたない。下部構造の感度分析の焦点は右アンカーブロックに絞ることとし、その他の下部構造の諸元は以下の各ケースにわたって不変である。後出の図-8 からわかるように、これらの部分構造の固有振動数が他の部分構造の固有振動数と重なることはない。

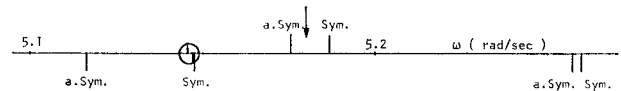


図-7 固有振動数の分布

表-3 モード寄与率

ω(rad/s)	Symmetry	Mode Participation Ratio					
		Suspension	Cable	Truss	Tower	Anchor	Pier
5.116 5	a.S.	0.04	0.01	0.03	0.47	0.39	0.06
5.147 3	S.	0.95	0.01	0.00	0.02	0.01	0.00
5.147 9	S.	0.00	0.00	0.00	0.56	0.35	0.08
5.257 2	a.S.	0.00	0.00	0.00	0.37	0.56	0.08
5.260 1	S.	0.00	0.00	0.00	0.31	0.64	0.05

表-4 下部構造諸元

部分構造	橋脚		アンカーブロック	
	左	右	左	右
高さ	40 m		70 m	90 m
重心高さ	20 m		36 m	53 m
重量	1.0×10 <sup>8</sup> t		3.5×10 <sup>8</sup> t	5.5×10 <sup>8</sup> t
回転2次モーメント	1.7×10 <sup>7</sup> t・m		3.4×10 <sup>8</sup> t・m	6.0×10 <sup>8</sup> t・m
地盤の換算ばね剛性	水平	2.2×10 <sup>6</sup> t/m	2.5×10 <sup>6</sup> t/m	7.5×10 <sup>6</sup> t/m } 可変
	回転	4.1×10 <sup>9</sup> t・m	1.0×10 <sup>9</sup> t・m	

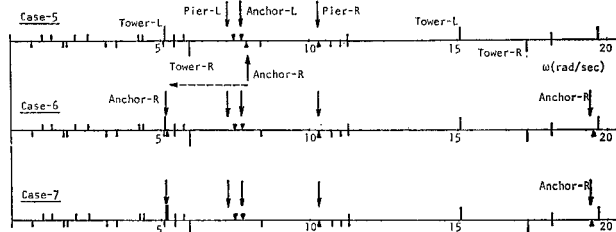


図-8 固有振動数の分布

表-5 計算ケース

ケース	地盤の換算ばね剛性		固有振動数	
	水平	回転	1次	2次
5		2.4×10 <sup>6</sup> t・m	8.01 rad/s	21.6 rad/s
6	4.3×10 <sup>6</sup> t/m	8.4×10 <sup>9</sup> t・m	5.23 rad/s	19.6 rad/s
7		8.2×10 <sup>9</sup> t・m	5.18 rad/s	19.5 rad/s

問題の右アンカーブロックは特に大型で縦長型になっている。以下の感度分析においては、考察を単純にするために、この構造寸法は不変とする。すると可変なのは地盤の換算ばね剛性だけとなるが、このうち水平方向の剛性も一定として、回転に対する剛性のみを変化させる。計算条件を表-5に与える。ケース6と7の1次固有振動数は左主塔の基底モードのそれに近接するように選ばれている。なおこの1次固有振動は重心軸まわりの回転に近いモード形をもっている。このため本来の制御対象である1次固有振動数は、地盤の剛性のうちの回転に対するものに強く支配される。上述した条件設定方式はこの事情を考慮したものである。

各ケースの固有振動数の分布を図-8に示す。記法は図-5と同じである。ただし、非対称性のため、主塔および下部構造のモードは、左と右とで別々になっているので、これをLもしくはRで示す。

前章でも述べたように、全体的な相互作用が弱いので、上部構造のモードは、前章の各ケースに比してほとんど不変である。また右アンカーブロックの地盤剛性を変化させても、それ自身のモードの位置のみが移動するだけで、他のモードはほとんど影響を受けていない。

(1) モード分配率

ケース5に対して、入力点別のモード分配率を、図-

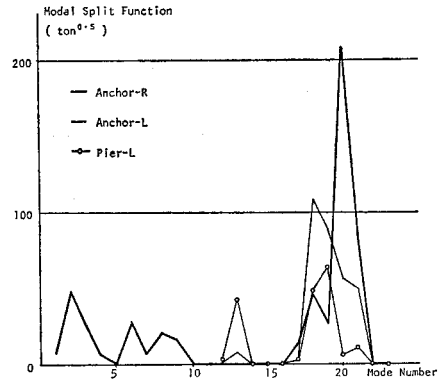


図-9 入力点別モード分配率

9に示す。図-8からも読み取れるように、10次程度までの低次モードでは、吊構造部の鉛直振動が支配的である。これらのモードのうち、概略逆対称なモードはモード分配をほとんど受けず図-9の谷となり、概略対称なモードのみがモード分配を受けて山となる。これらの山は両アンカーブロックから同程度の分配を受け、これが吊構造鉛直振動の応答の主要成分になる。またこの領域では橋脚からのモード分配は小さい。逆に左主塔が支配的な13次モードへの分配は、ほとんどが左橋脚からなされている。入力点の間でモード分配率のピーク値がずばぬけて高いのは、右アンカーブロックの支配的な20次モードである。この高さは右アンカーブロックの質量の大きさから説明される。以下ではこの右アンカーブロックからの入力についてのみ注目することにする。

右アンカーブロックからのモード分配率を図-10に示す。ケースに応じて、ピークとなるモードの番号のみは順次移動するが、その大きさはほぼ一定である。またこれに伴う他のモードへの分配率の変化も小さい。

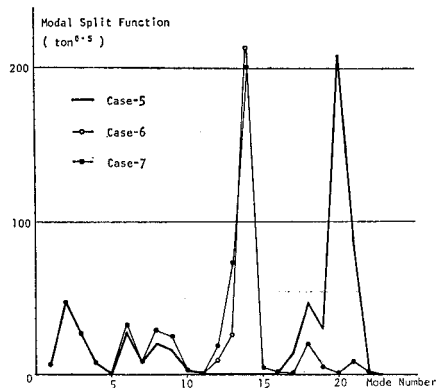


図-10 右アンカーブロックからの入力モード分配率

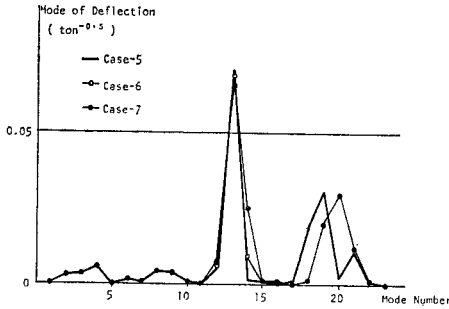


図-11 最大応答変位

(2) モード寄与率

次に応答値を規定する第2の因子であるモード寄与率を、着目している左主塔についてみる。変位の情報の個数は多いので、その最大点の大きさを 図-11 に示す。11 次までは塔頂が最大で、それ以後は中間部で最大となる。20 次付近の第2のピークがケース5だけずれているのは、ケース6,7の右アンカーブロックのモードが左へ移動して、この主塔のモードとの前後関係が逆転したためである。

図-9 と 図-10 の積が応答値を規定するものであるが、両者を比較すると、そのピーク位置は、いかにも同調を嫌うかのように、ずれている。この関係の由来は 3. で述べた。

主塔の部材材力の応答のうちで重要なものは曲げモーメントである。これは常に基底で最大になるので、それを 図-12 に示す。13・14 次および 19・20 次がとびぬけて大きく、他のモードは無視できる。変位の場合と同様に、図-10 と 図-12 のピークは同調することはない。興味深いのはケース7であって、ここではピーク値が減少するとともに、その隣接モード、すなわち右アンカーブロックのモードであって、モード分配率が著しく大きい 14 次モードにおいて、注目すべき増加が認めら

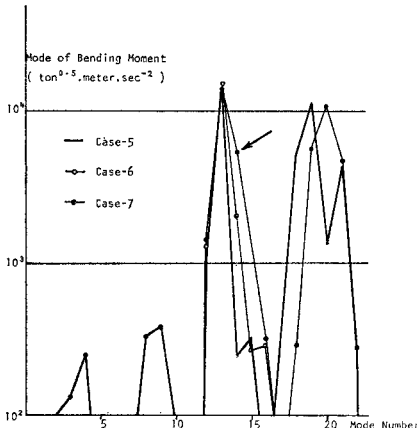


図-12 基底部曲げモーメントのモード

れる(矢印を付す)。

これがまさしく 3. でみた共振の態様であって、非共振時には単一の鋭いピークが、共振時には連なる2つのピークに均等化される。そしてこの第2のピークは下部構造のモードに重なるのである。この均等化はモード分配率にも生じており(図-10)、完全な共振条件のもとでは、モード分配率とモード寄与率の両方が、相隣る2つのモードにおいて、同じ高さのピークをもつことが予想される(この意味ではケース7も完全な共振条件とはいえず、それを実現するためには地盤の剛性をこれよりごくわずかに弱くする必要がある)。

(3) 曲げモーメント応答

絶対的な曲げモーメント応答は、① 入力波の周波数領域にわたる集計、および、② 入力点にわたる集計によって求められるもので、そのためには集計の方式を定める必要がある。これには検討すべき事項が多いので、本論文では考察を除外する。しかし種々の集計方式で試算したいずれの場合にも、左主塔の基底部曲げモーメントは、ケース6がケース5と大差がないのに対し、共振が生じたケース7では両者のほぼ50%増という結果が得られており、共振モードの影響の大きさがうかがわれる。またケース6と7の剛性の差はただか2%にすぎないのに、このように大きな差が生じており、共振状態が、地盤の剛性のごく狭い帯域に、鋭く発生することがわかる。

ケース7の共振モード形においては、図-13に示すとおり右アンカーブロックと左主塔が共振しているが、これは共振現象を極端にとらえるように入力条件を与えたためである。同様の可能性が右主塔にもあることはいうまでもない。

6. 結 論

本研究の内容を要約すると以下ようになる。

(1) 3 径間吊橋に対して、耐震工学上最も重要な橋軸方向地震動に対する応答を考察した。

(2) 下部構造の地盤のように、不確定性の強い構造要素があつて、しかもその不確定性が応答結果を大きく左右する場合には、体系的な感度分析が必要であり、そのためには、コンパクトで高速な演算法が不可欠である。本研究では、吊橋の構造特性を反映した部分構造法



図-13 連成モードの形状



によって 100 次程度の固有モードを高速に求める手法を利用した。

(3) 応答の数理的なメカニズムが、固有ベクトルを媒介とした、静的応答ベクトルから各部分構造への 2 段階射影にほかならないことに着目して、多自由度系の共振問題の定性的分析を行った。吊橋は、多くは高次モードで、多様な相互作用をするが、これらのうちで応答上重要なものは上部構造と下部構造との共振である。上部構造のうちでこのチャンス有するものは主塔である。

(4) 海中の設置に際して考え得る縦長型のアンカーブロックでは、固有振動数が低下して、主塔の基底モードとの共振が可能である。この共振が応答に及ぼす影響は大きい。

(5) 前項の現象は、共振作用の通性どおり、当該アンカーブロックの固有振動数の変化に対して敏感である。したがって、特に共振状態に焦点を合わせることなく設定された入力条件のもとでは、たとえ近傍に共振条件が存在しても、小さな応答値しか得られないことになる。

この結論に関する著者らの見解は次のとおりである。共振を免れた条件での応答計算結果を使用した設計における所要部材強度は、部材によっては、可能な共振状態に対する設計に比して、有意に小さくなる。もちろんこれがただちに危険ということにはならない。応答計算の過程における種々の集計処理上の誤差とか、それをも考慮したであろう冗長設計など、設計は多くの仮説と意思決定を統合した 1 つのシステムであり体系だからである。

アンカーブロックと上部構造との共振が可能なのは模式的に 図-14 で表示できる。横軸は当該アンカー

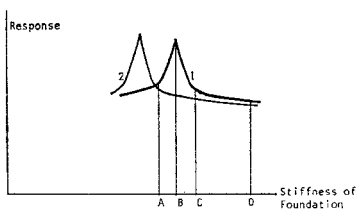


図-14 感度分析結果の模式

ブロックの地盤の剛性であって、これが区間 AD の不確定幅を有している。アンカーブロックの 1 つの諸元に対するある応答値は、たとえば曲線 1 のように計算される。共振条件を満足する B 点において応答値は鋭いピークをもつ。この情報が、たとえば A, C, D の各ケースに対する感度分析で検出され得ないことはいまでもない。本論文は、特に B 点近傍の状況に注目したものであるが、設計の観点からすれば、曲線 1 の形自体が好ましいものでないことは明らかである。構造物とりわけアンカーブロックの諸元を選択して、共振ピークを AD 区間の外に出すことを本則とするべきである。たとえば曲線 2 のようにするのが望ましい。しかし種々の制約によってこれが不適当ということであれば、アンカーブロックの振動観測等によって、不確定幅 AD を圧縮する必要がある。すなわち何らかの情報によって、不確定幅をたとえば CD 区間に圧縮できるならば、問題は解決される。

#### 参考文献

- 1) 小西一郎・山田善一・高岡宜善：長大つり橋の地震応答と耐震設計法に関する研究，土木学会論文報告集，第 159 号，1968 年 11 月。
- 2) 青柳史郎：地震動の位相差を考慮した長大吊橋の地震応答について，土木学会論文報告集，第 190 号，1971 年 6 月。
- 3) たとえば，本州四国連絡橋の耐震，地盤に関する調査報告書，1980 年 3 月，土木学会・本州四国連絡橋耐震，地盤に関する調査研究小委員会。
- 4) Tezcan, S.S. and S. Cherry : Earthquake Analysis of Suspension Bridges, Proceedings of the 4th WCEE, Santiago-Chile, Vol. II-A 3, 1969.
- 5) Abdel-Ghaffar, A.M. and G.W. Housner : Vibrations in Suspension Bridges, Proceedings of the 6th WCEE, New Delhi-India, Vol. II, 3-303, 1977.
- 6) Abdel-Ghaffar, A.M. : Vertical Vibration Analysis of Suspension Bridges, Proc. ASCE, ST 10, 1980.
- 7) Jennings, A. and J.E. Mairs : Static Analysis of Suspension Bridges, Proc. ASCE, ST 11, 1972.
- 8) 本州四国連絡橋公団：耐震設計基準・同解説，参考資料 2, 1977.
- 9) 東原・大月：吊橋の面内振動における連成現象について，第 28 回構造工学シンポジウム，1982 年 2 月。
- 10) 戸川隼人：マトリックスの数値計算，3 章，培風館，1971.

(1981.11.27・受付)