

ねじりと曲げを受けるコンクリート部材の
終局強度と設計法DESIGN METHOD FOR STRUCTURAL CONCRETE MEMBERS IN
COMBINED TORSION AND BENDING泉 満 明*
By Mitsuaki IZUMI

1. 緒 論

実際のコンクリート構造物において、荷重により構造部材は、一般に曲げモーメント (M)、ねじりモーメント (M_t)、せん断力さらに軸力といった組み合わせられた荷重作用を受ける。このような組合せ荷重作用に対して、現在の部材設計は、各作用の最大の状態に対して、それぞれ別個に設計を行い安全側の仮定として各作用応力に対して必要とする鋼材量を単純に累加して配置している。したがって、鋼材量が多く、鋼材の配置とコンクリートの打設に不都合が生じるとともに相当な工費の増大となる場合もあり、施工結果は必ずしも満足できるものではない。一方、コンクリート構造物の合理的な設計法として注目されている限界状態設計法の基本的なものとして、組合せ荷重作用に対するコンクリート部材の挙動の精度高い推定は重要である。これらのことから、本研究は、コンクリート部材に関する一般的な設計法の研究の手始めとして、長方形断面を有するコンクリート部材が、ねじりと曲げの組合せモーメントを受けた場合について行ったものである。

従来の研究において、荷重状態が純ねじりから純曲げモーメントに変化するとともに、コンクリート部材の破壊モードは相当に異なることが実験的研究¹⁾より明らかとなってきている。しかし、斜め曲げ式が $K=M_t/M$ の値のほぼ全体にわたって、さらに、純ねじりの状態においても適用されている。斜め曲げ式の誘導の基本とした破壊モードは、ねじり補強鉄筋量の非常に少ない、あるいは無筋コンクリート部材を除くと、通常の鉄筋コンクリート部材が純ねじりに近い荷重状態においては実際に発生しないので不合理である。さらに、斜め曲げ式による算定値の精度は落ちることが研究²⁾の結果明らかとなっている。したがって、この研究では、この不合理を

是正するため、ねじりと曲げの組合せモーメントを受け、終局時に部材の全面にひびわれの発生する K の値の荷重状態の範囲を「ねじりが支配的な範囲 (T 範囲)」とし、同じく終局時において、曲げによる圧縮応力により部材の一面にひびわれの発生をみない K の値の範囲を「曲げが支配的な範囲 (M 範囲)」とした。両範囲の境界の指標として $K_0=M_t/M$ の算定式を誘導し、 $K_0 < M_t/M$ (T 範囲) の場合には、立体トラス類似による理論式、 $K_0 \geq M_t/M$ (M 範囲) の場合には、斜め曲げ理論式を適用し、実際の破壊モードと整合した理論式により合理的、また統一的に部材設計が可能となるように研究を行ったものである。

本研究の特徴は、以下のとおりである。

- a) 終局時におけるコンクリート部材の挙動を、ねじりが支配的な範囲と曲げが支配的な範囲に分ける K_0 の算定式を示し、それぞれに対する適用理論を明確にした。
- b) ねじりが支配的な範囲においては、立体トラス類似による理論式³⁾、曲げモーメントが支配的な範囲においては、斜め曲げによる理論式を導いた。これらの理論式の誘導において、力のつり合いとともにひずみの条件も考慮した。
- c) 各理論式により、終局時のねじり補強つり合い鉄筋比、ねじり変形、over-reinforcement の場合の鉄筋応力度の算定式、等を示した。
- d) コンクリート部材の終局時のねじりと曲げモーメントの組合せに対する相関関係を示した。
- e) ねじりと曲げモーメントの組合せを受けるコンクリート部材の設計法を提案した。

2. 組合せモーメント時の終局強度式の誘導

ねじりひびわれ発生後のコンクリート部材の挙動は、

注1) 土木学会論文報告集第305号・1981年1月「コンクリート部材の終局ねじり強度の算定と設計法に関する研究」に発表

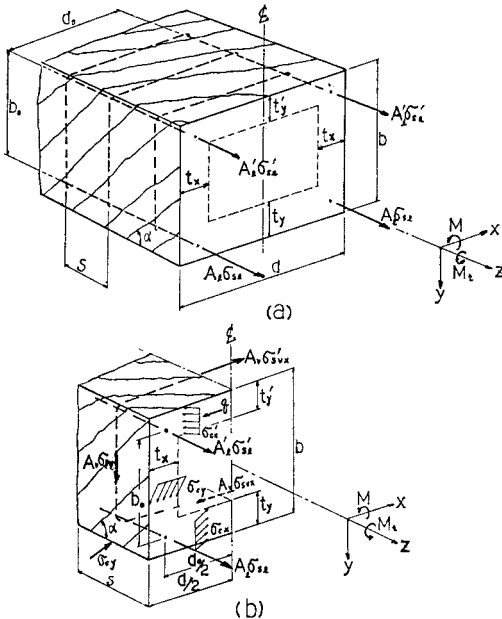


図-1 ねじりが支配的な範囲におけるひびわれ発生と力のつり合い (立体トラス類似)

部材に作用するねじりモーメントと曲げモーメントの比により、ねじりが支配的な T 範囲に関しては、図-1 に示す4面にひびわれが発生すると仮定した立体トラス類似による理論式を示す。一方、曲げが支配的な M 範囲に関しては、図-2 に示す斜め曲げ破壊面を基本とした理論式を誘導する。

(1) 立体トラス類似による理論式³⁾

ねじりひびわれ発生後のコンクリート部材のねじり挙動の解析には、図-1 に示す長方形断面を有するコンクリート部材の4面にひびわれが発生したものと仮定し、さらに、式の誘導過程において、中空断面のねじりに関する弾性理論が近似的に適用できるものとした。なお、ひずみの条件式は、仮想働の原理を適用して誘導を行った。

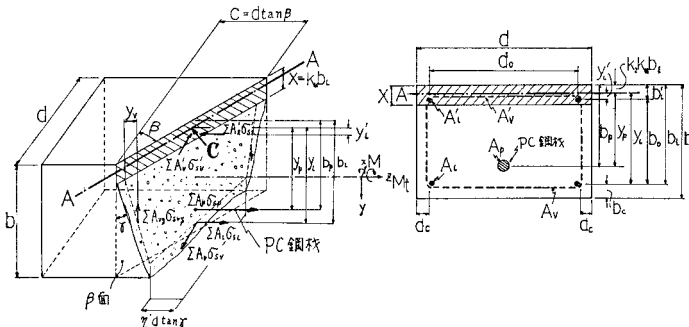


図-2 曲げが支配的な範囲における仮想破壊面と力のつり合い (斜め曲げ理論)

a) 斜めひびわれ角度 (α) の算定式

$$\tan^2 \alpha = \frac{\epsilon_l C_4 + \epsilon_c}{\epsilon_v \frac{P_v}{P_0} + \epsilon_c} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 ϵ_l ：部材軸方向の鉄筋のひずみ
 ϵ_v ：部材軸直角方向の鉄筋のひずみ
 ϵ_c ：コンクリートのひずみ
 C_4 ：断面の形状と鉄筋のひずみに関する係数
 P_0 ：せん断流の通路の周長
 P_v ：横方向鉄筋の全長、 $2(b_0 + d_0)$

b) ねじり有効断面積 (A_m) と P_0 の算定式

A_m , P_0 の算定のために、仮想箱断面の壁厚 (a_b) を算定しなければならない。 a_b の算定式は、

$$a_b = \frac{1}{k_1 k_3 \sigma_{cu}} \left\{ \frac{A_v \sigma_{sv}}{s C_1''} + \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_5)}{C_2 + C_3} \right\} \dots \dots (2)$$

ここで、 σ_{cu} ：コンクリートの圧縮強度
 σ_{sl} , σ_{sv} ：軸方向、横方向鉄筋応力度
 A_l , A_v ：軸方向、横方向鉄筋断面積
 s ：横方向鉄筋の軸方向配置間隔
 k_1 , k_3 ：コンクリートの圧縮ブロックに関する係数

C_1'' , C_2 , C_3 , C_5 ：断面の形状、鉄筋の配置に関連した係数

となり、したがって、 A_m , P_0 は

$$\left. \begin{aligned} A_m &= (b_0 - a_b)(d_0 - a_b) \\ P_0 &= 2(b_0 + d_0 - a_b) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

となる。

c) せん断流 (q) および終局ねじりモーメント (M_{tu}) の算定式

$$q = \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{sv}}{s} \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_5)}{C_2 + C_3}} \dots \dots \dots (4)$$

さらに、ねじり理論の $M_t = 2 A_m q$ の関係から、

$$M_{tu} = 2 A_m \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{sv}}{s} \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_5)}{C_2 + C_3}} \dots \dots (5)$$

となる。

d) 鉄筋応力度の算定式

軸方向鉄筋応力度 (σ_{sl}) の算定式は

$$\sigma_{sl} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_{cs} E_s (2 - \beta_c)}{2 C_4}} \sqrt{\frac{2 \epsilon_{cs} E_s A_m \sigma_{cu} \beta_c (C_2 + C_3) k_1 k_3}{C_4 P_0 A_l (1 + C_5)} - \frac{\epsilon_{cs} E_s (2 - \beta_c)}{4 C_4}} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 E_s ：鉄筋のヤング係数

β_c ：コンクリートの応力ブロックの高さに関する係数

ϵ_{cs} ：コンクリート部材におけるコンクリートの最大ひずみ

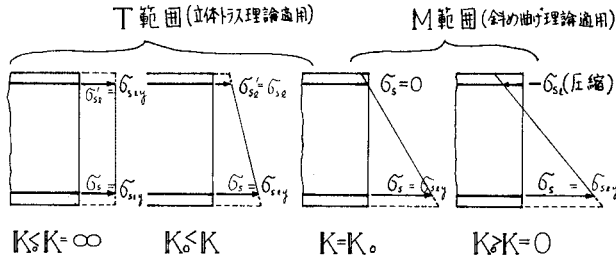


図-3 K と鉄筋応力の分布の関係、適用理論

となる。

e) 終局時のねじり剛性 ($G_c K_{cu}$) の算定式

終局モーメント時のコンクリート部材のねじり剛性は、弾性理論による

$$G_c K_{cu} = M_{tu} / \theta_u$$

ここで、 θ_u : 終局モーメント時の回転角
の関係を適用し、

$$G_c K_{cu} = \frac{4 A_m}{\epsilon_{cs} k_1 k_3 \beta_c c_{cu}} \left\{ \frac{A_v \sigma_{sv}}{s} \frac{A_t \sigma_{st} (1 + C_5)}{C_2 + C_3} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。

f) 曲げモーメント (M') の算定式の誘導

ねじりモーメントが支配的な T 範囲においては、図-1 に示すように終局モーメント時においても部材の 4 面にひびわれが発生しているため、軸方向鉄筋のみで作用する曲げモーメントに抵抗するものと仮定する。この場合、コンクリートの引張力を無視し、図-3 に示すように、曲げとねじりによる軸方向引張力を曲げと軸引張力を受けるコンクリート部材設計式と相似と仮定して、曲げに対する抵抗モーメントの算定式を誘導する。軸方向鉄筋の引張応力度は、

$$\frac{M_t}{\sum A_t D_t} \pm \frac{M'}{I_s} y_{si} = \sigma_{st} y \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 M' : T 範囲における作用曲げモーメント

- $\sum A_t$: 断面の軸方向鉄筋の全断面積
- I_s : 断面内に配置された鉄筋の断面 2 次モーメント
- y_{si} : 図心より鉄筋位置までの距離
- $\sigma_{st} y$: 軸方向鉄筋の降伏点

$$D_t = A_m \tan \alpha \sqrt{\frac{C_1' C_1 C_5 (1 + C_5)}{C_3 (C_2 + C_3)}}$$

で表わせる。

したがって、式 (8) より、曲げモーメント (M') は

$$M' = \frac{I_s}{y_{si}} \left(\sigma_{st} y - \frac{M_t}{\sum A_t D_t} \right) \dots\dots\dots (9)$$

で算定できる。上式は一般の形で示したもので、鉄筋の配置が上、下で異なる場合には、

I_s / y_{si} の値が異なり、曲げモーメントが正あるいは負によるが、 I_s / y_{si} の小さい方で M' の値が決まることに留意する必要がある。

(2) 斜め曲げによる理論式⁴⁾

長方形断面を有するコンクリート部材が、ねじりと曲げモーメントの組合せ载荷を受け、しかも M 範囲の場合には、終局時において曲げ形式の破壊モードを示す。この場合の破壊面を

図-2 に示すものと仮定し、斜め曲げ理論式を誘導する。

a) 理論式誘導におけるおもな仮定

i) 図-2 に示すように、部材軸に垂直な断面に対して θ の角度で部材の上縁に圧縮縁が形式され、この圧縮縁の両端は、他の 3 面において角度 τ をなすらせん状のひびわれと連絡している。

ii) ねじりおよび曲げモーメントは、一様に作用しており、曲げによるせん断力は作用していないものとする。

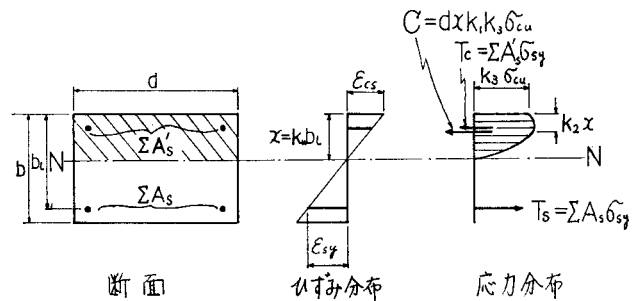
iii) ねじりの中心は不変とする。

iv) 補強鉄筋は、部材軸方向とそれに直交する横方向の鉄筋から構成されている。軸方向鉄筋は部材断面の各隅に集中しているものとし、横方向鉄筋の軸方向の配置は、一定の間隔 (s) でなされているものとする。

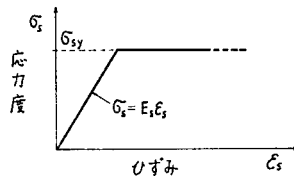
v) 鉄筋およびコンクリートの力学的性質は、図-4 に示すものとし、鉄筋のひずみ硬化は無視する。

vi) 終局モーメントは、鉄筋の降伏あるいはコンクリートが終局圧縮ひずみに達することで達成される。

vii) 斜め曲げ理論の場合も通常の曲げの場合と同様、図-4 に示すような破壊時の条件を適用する。



(a) 長方形断面の破壊条件



(b) 鋼材の応力度とひずみ曲線

図-4 材料の性質

viii) 曲げモーメントの作用方向に関係なく、純ねじりの場合と同様、長方形の長辺を d 、短辺を b で表わす。

ix) 軸方向鉄筋のジベル作用は考慮しない。

以上である。

b) 力のつり合い式の誘導

仮想破壊面における力のつり合い式は、図—2 より

$$C + \sum A_l' \sigma_{sl}' \cos \beta + \sum A_v' \sigma_{sv}' \sin \beta = \sum A_p \sigma_{sp} \cos \beta + \sum A_l \sigma_{sl} \cos \beta + \sum A_v \sigma_{sv} \sin \beta \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 A_l, A_l' : 軸方向鉄筋断面積、下側、上側
 A_v, A_v' : 横方向鉄筋断面積、下側、上側
 A_p : PC 鋼材の断面積
 $\sigma_{sl}, \sigma_{sl}'$: 軸方向鉄筋応力度、下側、上側
 $\sigma_{sv}, \sigma_{sv}'$: 横方向鉄筋応力度、下側、上側
 σ_{sp} : PC 鋼材応力度
 β : 圧縮面の部材軸と垂直面となす角

となる。

c) モーメントのつり合い式の誘導

仮想破壊面の軸 A-A についてのモーメントは、軸 A-A が上縁に平行でコンクリートの圧縮力の合力作用点を通り、部材軸に垂直な面と β 度をなす軸 A-A に関するものである。

外力の軸 A-A に関するモーメント (M_{ext}) は、
 $M_{ext} = M \cos \beta + M_t \sin \beta \dots \dots \dots (11)$

となる。

内力のモーメント (M_{int}) は、

$$M_{int} = \sum A_p \sigma_{sp} \cos \beta y_p + \sum A_l \sigma_{sl} \cos \beta y_l + \sum A_v \sigma_{sv} \sin \beta y_l + \sum A_v \sigma_{svs} \cos \beta y_v - \sum A_l' \sigma_{sl}' \cos \beta y_l' - \sum A_v' \sigma_{sv}' \sin \beta y_l' \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 σ_{svs} : 側面部の横方向鉄筋応力度
 y_p : PC 鋼材の図心位置と軸 A-A の距離
 y_l, y_l' : 軸および横方向の下側、上側鉄筋図心位置と軸 A-A の距離
 y_v : 側面部の横方向鉄筋図心と軸 A-A の距離

となる。

ここで、 $M_{ext} = M_{int}$ とすると、曲げモーメント (M) とねじりモーメント (M_t) は、

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{M_p + M_l + M_{vs} - M_l' + (M_v - M_v') \tan \beta}{1 + K \tan \beta} \\ M_t &= \frac{(M_p + M_l - M_l' + M_{vs}) \cot \beta + M_v - M_v'}{1 + \frac{1}{K} \cot \beta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 $M_p = \sum A_p \sigma_{sp} \left(\frac{b_p}{b_l} - k_2 k_u \right) b_l$

$$M_l = \sum A_l \sigma_{sl} (1 - k_2 k_u) b_l$$

$$M_v = n_v A_v \sigma_{sv} (1 - k_2 k_u) b_l$$

$$M_{vs} = n_{vs} A_{vs} \sigma_{svs} y_v$$

$$M_l' = \sum A_l' \sigma_{sl}' \left(\frac{b_l'}{b_l} - k_2 k_u \right) b_l$$

$$M_v' = n_v' A_v' \sigma_{sv}' \left(\frac{b_l'}{b_l} - k_2 k_u \right) b_l$$

n_v, n_v', n_{vs} : 横方向鉄筋の下側、上側、側面部の破壊面における本数

$$K = M_l / M$$

k_u : 中立軸位置に関する係数

となる。

d) コンクリートの圧縮部の高さに関する係数 k_u 力のつり合い式中のコンクリートの合力 C は、

$$C = k_1 k_3 k_u \sigma_{cu} b_l \sec \beta d \dots \dots \dots (14)$$

ここで、 d : 部材幅

となる。式 (10) と式 (14) より、 k_u は、

$$k_u = \frac{\sum A_p \sigma_{sp} + \sum A_l \sigma_{sl} - \sum A_l' \sigma_{sl}'}{k_1 k_3 \sigma_{cu} b_l d \sec^2 \beta} * \frac{+ (n_v A_v \sigma_{sv} - n_v' A_v' \sigma_{sv}') \tan \beta}{\dots \dots \dots} \dots \dots \dots (15)$$

となる。

e) つり合い鉄筋比の算定式の誘導

引張鉄筋のひずみが降伏点ひずみに達したとき、コンクリートも圧縮破壊ひずみに同時になるような引張鉄筋比 p_b を求める。このつり合い鉄筋比は、仮想の β 面についてのものである。したがって、斜め曲げの場合は、軸方向引張鉄筋比 p_{bl} と横方向引張鉄筋比 p_{bv} の 2 種類がある。

引張主鉄筋位置におけるひずみは、一般的に式 (1) によって示される。ひびわれが部材軸に垂直な面となす角を τ とする。さらに近似的にコンクリートの圧縮ひずみ $\epsilon_c = 0$ とすると、

$$\cot^2 \tau = \frac{\epsilon_l}{\epsilon_v} \frac{C_4}{P_v / P_0} \dots \dots \dots (16)$$

となる。

β 度の方向の引張主鉄筋位置 (b_l) におけるひずみ $\epsilon_{l\beta}$ ⁵⁾ は、一般的に

$$\epsilon_{l\beta} = \epsilon_l \cos^2 \beta + \epsilon_v \sin^2 \beta + \tau l_b \sin 2 \beta \dots \dots \dots (17)$$

ここで、 τ : せん断ひずみ

で示される。さらに、式 (17) は

$$\epsilon_{l\beta} = \epsilon_l \cos^2 \beta + \epsilon_l C_{10}^2 C_4 k_p \tan^2 \beta \sin^2 \beta + 2(C_4 k_p \epsilon_l \epsilon_v)^{1/2} \sin \beta \cos \beta \dots \dots \dots (18)$$

となり、さらに、 $\epsilon_{l\beta}$ と ϵ_l の関係は、

$$\epsilon_{l\beta} = \epsilon_l \cos^2 \beta \{ 1 + C_4 C_{10} k_p \tan^2 \beta (2 + C_{10} \tan^2 \beta) \} \dots \dots \dots (19)$$

ここで、 $C_4 = \frac{2(C_2 + k_t C_3)}{P_0 C_1''}$ $k_t = \epsilon_l' / \epsilon_l$

$$C_{10} = \frac{d_0}{2(b-x)+d} \quad x: \text{圧縮部の高さ}$$

$$k_p = P_0/P_v$$

で表わされる。一方、力のつり合い式より

$$k_1 k_3 k_{ub} - p_{\beta v} \frac{\sigma_{sv}}{\sigma_{c\beta u}} + p_{\beta v}' \frac{\sigma_{sv}'}{\sigma_{c\beta u}} - p_{\beta l} p \frac{\sigma_{sp}}{\sigma_{c\beta u}'} + p_{\beta l}' \frac{\sigma_{sl}'}{\sigma_{c\beta u}'} = p_{\beta l} \frac{\sigma_{sl}}{\sigma_{c\beta u}'} \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 k_{ub} : つり合い鉄算比の場合の k_u の値
 $p_{\beta v}, p_{\beta v}'$: 横方向鉄筋, 下側, 上側の β 面に対する鉄筋比

$p_{\beta l} p$: PC 鋼材の β 面に対する鉄筋比

$p_{\beta l}, p_{\beta l}'$: 軸方向鉄筋, 下側, 上側の β 面に対する鉄筋比

が得られる。以上の式 (20) より、 β 面に対するつり合い鉄筋比 ($p_{\beta b}$) は、

$$p_{\beta b} = \frac{k_1 k_3}{k\sigma_l} \frac{\epsilon_{c\beta u}'}{\epsilon_{c\beta u}' + \epsilon_{l\beta y}} + p_{\beta}' \frac{k\sigma_l'}{k\sigma_l} \left(\frac{\epsilon_{l\beta u}'}{\epsilon_{l\beta y}} - \frac{b_l'}{b_l} \frac{\epsilon_{l\beta u} + \epsilon_{l\beta y}}{\epsilon_{l\beta y}} \right) + p_{\beta l} p \frac{k\sigma_p}{k\sigma_l} \left(\frac{\epsilon_{c\beta u}'}{\epsilon_{l\beta y}} - \frac{b_p}{b_l} \frac{\epsilon_{c\beta u}' + \epsilon_{l\beta y}}{\epsilon_{l\beta y}} \right) \dots \dots \dots (21)$$

ここで、 $k\sigma_l = \sigma_{sl y} / \sigma_{c\beta u}'$, $k\sigma_l' = \sigma_{sl y}' / \sigma_{c\beta u}'$,
 $k\sigma_p = \sigma_{sp y} / \sigma_{c\beta u}'$,
 $\sigma_{sl y}, \sigma_{sl y}'$: 軸方向鉄筋の引張, 圧縮降伏点
 $\sigma_{sp y}$: PC 鋼材の降伏点
 $\sigma_{c\beta u}'$: コンクリートの圧縮強度
 $p_{\beta}' = p_{\beta l}' + p_{\beta v}'$

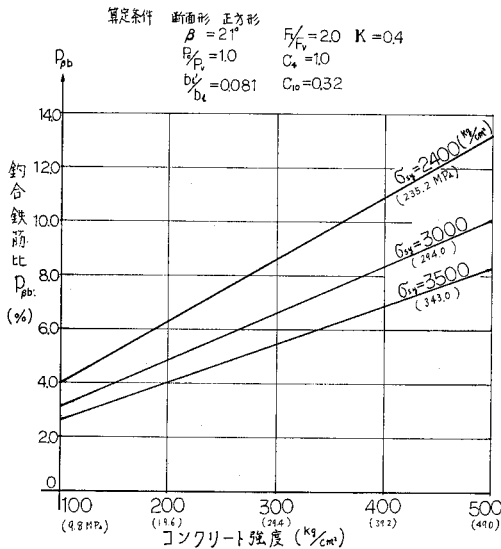


図-5 コンクリート強度, 鉄筋の降伏点とつり合い鉄筋比 (%) の関係 (斜め曲げ理論, 正方形断面)

$\epsilon_{l\beta y}$: 鉄筋の降伏点におけるひずみ
 $\epsilon_{c\beta u}'$: コンクリートの最大圧縮ひずみ
 $\epsilon_{l\beta u}$: 鉄筋の圧縮ひずみ

となる。式 (19) と式 (21) の関係を利用して、軸方向引張鉄筋のつり合い鉄筋比 (p_{lb}) を求めることができる。計算の一例を 図-5 に示す。

断面に配置された鉄筋量がつり合い鉄筋量より多い場合 (over-reinforcement) には、部材の終局モーメントを求めるためには、コンクリートの終局ひずみ状態における鉄筋応力度の算定が必要となる。鉄筋応力度の算定式は、圧縮部の鉄筋は降伏していると仮定し、式 (21) を変形して、 σ_{sl} に関する式にすることで誘導できる。すなわち

$$\sigma_{sl}^3 + a\sigma_{sl}^2 + b\sigma_{sl} + c = 0 \dots \dots \dots (22)$$

ここで、 $a = \sigma_{CE} + \frac{p_{\beta}' b_l'}{p_{\beta} b_l} \sigma_{sl y}' + \frac{p_{\beta l} p}{p_{\beta} b_l} \sigma_{sp}$

$$b = \sigma_{CE} \left(\frac{2 p_{\beta}' b_l'}{p_{\beta} b_l} \sigma_{sl y}' + \frac{2 p_{\beta l} p}{p_{\beta} b_l} \sigma_{sp} - k_1 k_3 \sigma_{c\beta u} - \frac{p_{\beta}' \sigma_{sl y}'}{p_{\beta}} - \frac{p_{\beta l} p}{p_{\beta}} \sigma_{sp} \right)$$

$$c = \frac{\sigma_{CE}^2}{p_{\beta}} \left(p_{\beta}' \frac{b_l'}{b_l} \sigma_{sl y}' + p_{\beta l} p \frac{b_p}{b_l} \sigma_{sp} - p_{\beta}' \sigma_{sl y}' - p_{\beta l} p \sigma_{sp} \right)$$

$$p_{\beta} = p_{\beta l} + p_{\beta v}$$

$$\sigma_{CE} = E_s \epsilon_{c\beta u}' \quad E_s: \text{鉄筋のヤング係数}$$

となる。式 (22) は、3 次方程式であるから Cardan の解法等を適用して、軸方向鉄筋の応力度 (σ_{sl}) を求めることができる。同様に横方向鉄筋についても各式が誘導できる。

f) 圧縮縁が形成される角度 β の算定式

ねじりと曲げの組合せモーメントが作用し、 M 範囲の載荷状態では、図-2 に示す破壊面が仮定でき、圧縮縁は軸方向に垂直な面と β の角度で形成される。この角度 β は、式 (13) の両辺を $\sigma_{cu} b l^2 d$ で割り、角度 β について微分する。すなわち

$$\frac{df_b}{d\beta} = 0$$

ここで、

$$f_b = \frac{M}{\sigma_{cu} b l^2 d} = \frac{F_l}{1 + K \tan \beta} + \frac{F_v}{1 + K \tan \beta} \tan^2 \beta$$

$$F_l = \frac{1}{\sigma_{cu} b l d} \left\{ \sum A_p \sigma_{sp} \left(\frac{b_p}{b_l} - k_2 k_u \right) + \sum A_l \sigma_{sl} (1 - k_2 k_u) - \sum A_l' \sigma_{sl}' \left(\frac{b_l'}{b_l} - k_2 k_u \right) \right\}$$

$$F_v = \frac{1}{\sigma_{cu} b l} \left[\frac{A_{vs} \sigma_{svs}}{4 b_l d s} (d - 2 d_c - \eta d')^2 + \frac{A_v \sigma_{sv}}{s} (1 - k_2 k_u) \left(1 - \frac{2 d_c}{d} \right) \left\{ \eta + \frac{b_c (1 - \eta)}{b - x} \right\} \right]$$

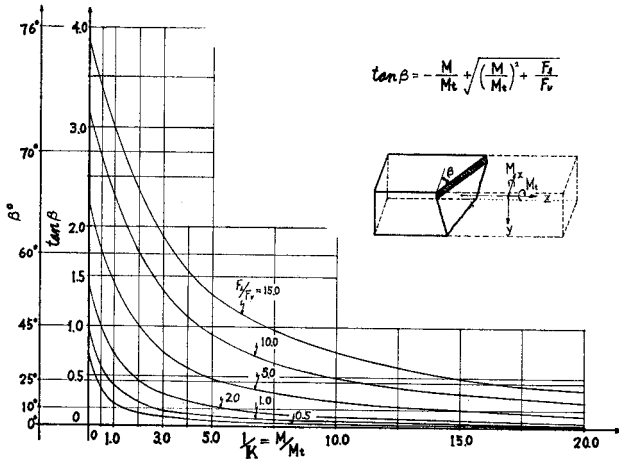


図-6 角度 β と $1/K, F_l/F_v$ の関係

$$-\frac{A_v' \sigma_{sv}'}{ds} \left(\frac{b_l'}{b_l} - k_2 k_u \right) (d - 2d_c) \Big]$$

(F_l は軸方向鉄筋力のコンクリート力に対する比率, F_v は同様に横方向鉄筋力の比率と考えることができる.)

とすることで, 次式により求めることができる. すなわち,

$$\tan \beta = -\frac{M}{M_t} + \sqrt{\left(\frac{M}{M_t}\right)^2 + \frac{F_l}{F_v}} \dots \dots \dots (23)$$

となる. 図-6 は, 角度 β と $M/M_t, F_l/F_v$ の関係を示したものである.

3. 立体トラス類似式と斜め曲げ理論式の適用限界値 K_0 の算定式

図-3 に示すように, T 範囲では, ねじりによる軸方向引張力が曲げ作用による圧縮力より大きいため終局時

においても上側の軸方向鉄筋には引張応力が発生している. したがって, 図-1 に示すように部材の4面にひびわれが発生する. 実験の結果は図-7 に示すようなひびわれ状態であり, 立体トラス類似式の適用が可能である. 一方, M 範囲では, 図-2 に示すように, 終局時において上側の軸方向鉄筋は曲げ的作用により圧縮応力が発生している. したがって, 図-7 に示すように, 部材の一面が圧縮縁となり, 図-2 に示す斜め曲げ理論式の適用が可能である. このように, 両理論式は図-3 に示すような断面内の応力の分布状態により, それらの適用を分けて行うのが妥当である.

厳密に適用範囲を分けるには, コンクリートの上縁応力度が零となる K を限界とすべきであるが, 式の誘導においては, 圧縮縁側に近接して配置されている軸方向鉄筋の応力度が零となる K の値を K_0 として式を誘導する. この仮定は, かぶりに比して断面の寸法の大きい実際の部材に対しては十分な精度を有するものと推定される.

上側の軸方向鉄筋の圧縮応力度と曲げモーメントの関係は, 式 (13) より

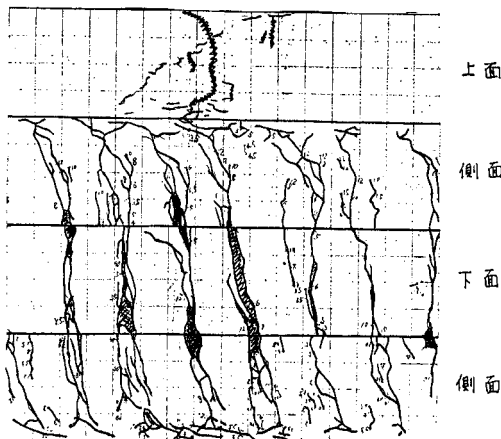
$$\sigma_{st} b' = \frac{M}{\sum A_i' D_b'} \dots \dots \dots (24)$$

ここで,

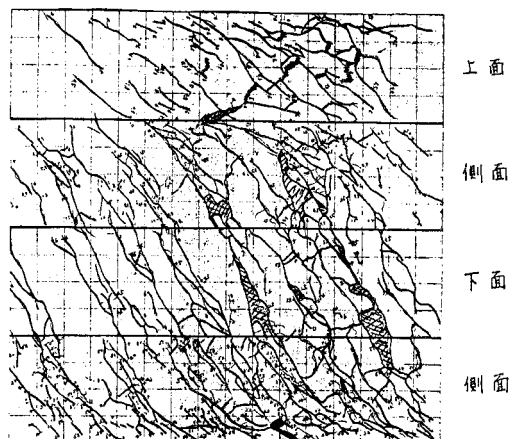
$$D_b' = C_p'' \left(\frac{b_p}{b_l} - k_2 k_u \right) b_l + \frac{1}{C_s} (1 - k_2 k_u) b_l - \left(\frac{b_l'}{b_l} - k_2 k_u \right) b_l + \frac{C_1 \tan^2 \beta \tan^2 \alpha}{2 C_3} (d - 2d_c - \eta a') D_v$$

D_v : 側面の鉄筋に関する係数

$$C_p'' = \frac{\sum A_p \sigma_{sp}}{\sum A_i' \sigma_{si}'}$$



(a) R-1.0 $K=0.27$ ひびわれ発生状態



(b) R-1.0 $K=1.52$ ひびわれ発生状態

図-7 ねじりと曲げの組合せ時のひびわれ発生状態

σ_{stb}' : 曲げによる上側の鉄筋の応力度となる。

立体トラス類似式より、上側の軸方向鉄筋の引張応力度 (σ_{stt}') は、

$$\sigma_{stt}' = \frac{M_t}{\sum A_i' D_i'} \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 $D_i' = A_m \tan \alpha \sqrt{\frac{C_1 C_1'' (1 + C_3)}{C_2 C_2 (C_2 + C_3)}}$

となる。

したがって、上側の軸方向鉄筋の応力度が零となる条件は、

$$\sum \sigma_{si}' = \sigma_{stt}' - \sigma_{stb}' = 0 \dots\dots\dots (26)$$

であり、式 (24), (25), (26) の関係から

$$\frac{M_t}{\sum A_i' D_i'} = \frac{M}{\sum A_i' D_b'} \dots\dots\dots (27)$$

となり、上側鉄筋応力度が零となる K_0 は

$$K_0 = \frac{M_t}{M} = \frac{D_t'}{D_b'} \dots\dots\dots (28)$$

となる。

したがって、立体トラス類似式と斜め曲げ理論式の適用は (図-8 参照)、

$$\frac{M_t}{M} > K_0 \text{ 立体トラス類似による式の適用範囲}$$

$$\frac{M_t}{M} \leq K_0 \text{ 斜め曲げ理論式の適用範囲}$$

とするのが合理的である。

図-8 に示すように、 K_0 において破壊形式が変化しても、理論的には同一の部材耐力を有するものと考えることができる。しかし、提案式は誘導の基本、その過程において単純化あるいは近似値を使用しているの、一般に K_0 における各式の算定値は一致しないものである。

図-8 には理論的に正確な場合を想定して、 K_0 で立体トラス理論式と斜め曲げ式の値が一致するものとして、 K_0 の値が決定される。

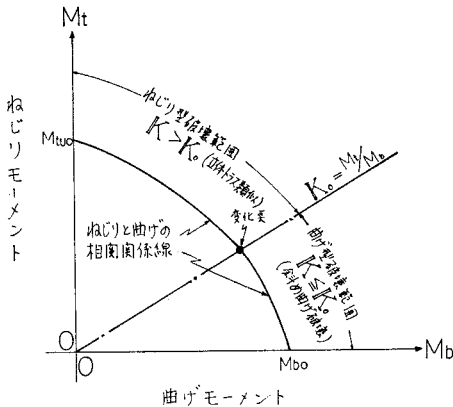


図-8 ねじりと曲げの組合せ時の破壊形式の分類

なお、式 (28) 中の D_t' および D_b' は、 α, β の角度に関連するものの、大部分は部材の断面形状、補強鉄筋量、配置形式に関連するもので、主として、部材固有のものとして K_0 の値が決定される。

4. コンクリート部材の終局モーメント時におけるねじりと曲げモーメントの相関関係⁹⁾

ねじりを含む組合せ応力を受ける場合のコンクリート部材の終局時に関する相関関係は、Elfren, Thürlimann, Kuyt 等の多数の研究者によって研究が行われている。さらに、最近、Collins⁷⁾ によりコンクリート部材の組合せ応力時の設計法に関する提案がなされている。Collins のねじりと曲げモーメントの組合せ応力時の設計法についての方針は、ひびわれ発生時については相関関係式を示している。しかし、破壊時については相関関係式を提案せず、立体トラス理論による応力と終局曲げモーメントによる応力を単純に累加することで設計を行うことを示している。Collins の考え方によると、 K の値による破壊形式の変化を部材側面のひびわれ角度の変化に注目して処理している。

著者によるねじりと曲げの組合せモーメントを受ける場合のコンクリート部材のこれらのモーメントに関する相関関係は、軸方向鉄筋の応力度を基本として誘導している。すなわち、ねじりモーメント算定式の軸方向鉄筋に関する項に、曲げモーメントによる軸方向鉄筋の応力度の影響を考慮する。式 (5) より、

$$\frac{M_t}{2 A_m} = \sqrt{\frac{C_1'' A_0 \sigma_{sv} A_t \sigma_{st} (1 + C_3) - M/n D_b}{C_2 + C_3}} \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 $M/n D_b = A_t \sigma_{st}$ (曲げモーメントによる引張鉄筋力)

n : 鉄筋の本数

D_b : D_b' の式において C_p'' の代わりに C_p' を代入したもの、

$$C_p' = \frac{\sum A_p \sigma_{sp}}{\sum A_i \sigma_{si}}$$

となる。

終局曲げモーメント (M_u) は、鉄筋量がつり合い鉄筋比以下とすると、

$$M_u = n A_t \sigma_{st} y D_b \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 $\sigma_{st} y$: 軸方向鉄筋の降伏点

となる。

ねじりに対する補強鉄筋量も同様に、つり合い鉄筋比以下とすると、終局ねじりモーメント (M_{tu}) は、

$$M_{tu} = 2 A_m \sqrt{\frac{C_1'' A_0 \sigma_{sv} y A_t \sigma_{st} y (1 + C_3)}{C_2 + C_3}} \dots\dots\dots (31)$$

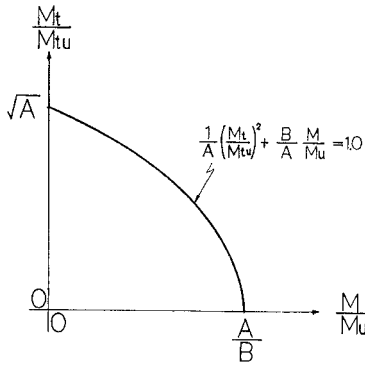


図-9 ねじりと曲げモーメントの組合せ載荷の終局時の相関関係線 (対称配筋)

ここで、 σ_{svy} ：横方向鉄筋の降伏点となる。

式 (29) を式 (31) で割ると、

$$\frac{M_t}{M_{tv}} = \sqrt{\frac{\sigma_{sv}}{\sigma_{svy}} \left\{ \frac{\sigma_{sl}}{\sigma_{sly}} - \frac{M}{n\sigma_{sly}A_t(1+C_s)D_0} \right\}} \dots\dots\dots (32)$$

となり、式 (30) を式 (32) に代入し、整理すると

$$\frac{1}{A} \left(\frac{M_t}{M_{tu}} \right)^2 + \frac{B}{A} \frac{M}{M_u} = 1.0 \dots\dots\dots (33)$$

ここで、 $A = \frac{\sigma_{sv} \cdot \sigma_{sl}}{\sigma_{svy} \sigma_{sly}}$

$$B = \frac{\sigma_{sv}}{\sigma_{svy}(1+C_s)}$$

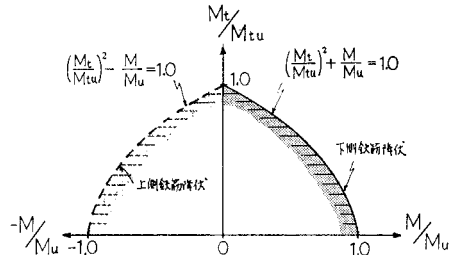
となる。

式 (33) を図示すると 図-9 に示すものとなる。相関関係の一般的なものの例を 図-10 に示す。図-10 (a)

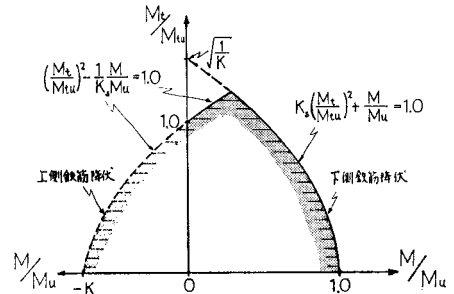
は、軸方向鉄筋が断面の上、下側に対称に配置されており、実線が正の曲げモーメント、点線が負の曲げモーメントが作用した場合を示している。この図より、組合せモーメント時は、それぞれ単独のモーメント時より終局モーメントが低下することが示されている。

図-10 (b) は、実線で示す正の曲げモーメントが作用し、部材の引張部となる側の鉄筋が、圧縮側より多く配置されている場合である。図より、ある範囲

内における曲げモーメントの作用により、ねじり終局モーメントは増大する。同図中の点線で示される縦軸 M_t/M_{tu} の左側については、負の曲げモーメントが作用した場合のもので、上側 (圧縮側) の鉄筋力により部材の強度が支配される関係を示したものである。



(a) 軸方向鉄筋が対称配置 ($A_t = A_t'$)



(b) 軸方向鉄筋が非対称配置 ($A_t > A_t'$)

図-10 軸方向鉄筋の配置とモーメントの作用による相関関係線

(注) A_t, A_t' ：軸方向の下側、上側鉄筋断面積 $K_s = A_s'/A_s$

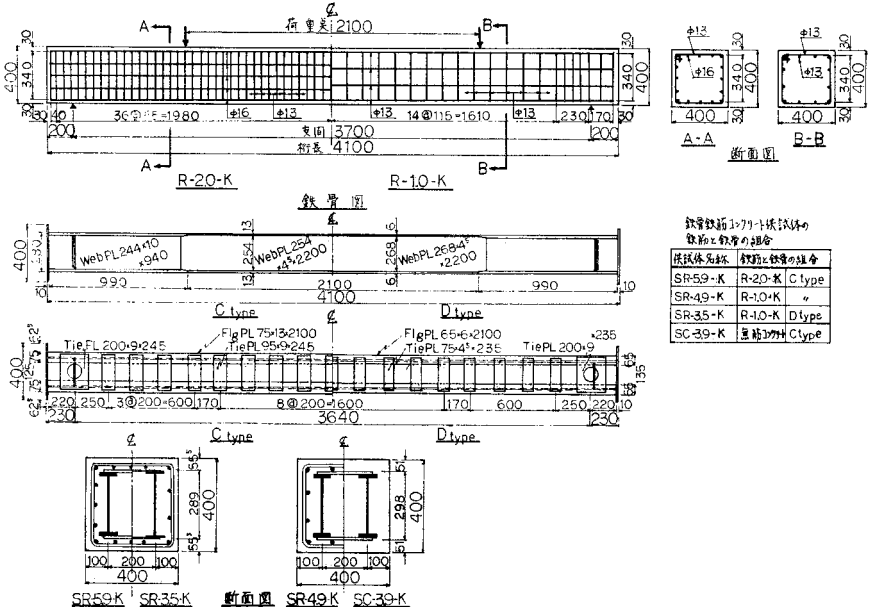


図-11 ねじりと曲げの組合せ用供試体図

5. 実験結果と検討

(1) 実験の概要

著者による実験は、図-11 に示す正方形断面 (40 cm × 40 cm) の鉄筋コンクリートおよび鉄骨を組み合わせた鉄骨鉄筋コンクリートの供試体 (19 体) によるもの

である。

コンクリートは $\sigma_{28}=280 \text{ kg/cm}^2$ (27.4 MPa) を使用し、鉄筋は丸鋼で SS 41、鉄骨も SS 41 の鋼材を使用して工場製作を行った。

載荷は 図-12 に示すように、供試体より横ばりを張り出し、そのはりに鉛直

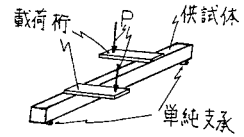


図-12 ねじりと曲げの組合せ載荷

表-1 ねじりと曲げの組合せ載荷実験結果

実験者	供試体記号	種類	鉄筋比 (%)	$K=M_t/M$		終局モーメント (鋼材降伏時)			備考			
				K_0 (計算)	K	破形	実験値	計算値		実/計	t-m (kN·m)	
泉	R-1.0 (正方形断面) (40 cm × 40 cm)	鉄筋コンクリート	1.0	0.72	0	曲げ	7.70 (75.46)	8.00 (78.4)	0.96	2		
					0.27	〃	6.80 (66.6)	7.62 (74.6)	0.89	1	上段曲げ 下段ねじり	
							2.46 (24.1)	2.06 (20.1)	1.19			
					0.81	〃	6.70 (65.6)	6.14 (60.1)	1.09	1		
							5.45 (53.4)	4.97 (48.7)	1.10			
					1.52	ねじり	3.90 (38.2)	3.63 (35.5)	1.08	1		
	5.94 (58.2)	4.63 (45.3)	1.28									
	∞	〃	8.13 (79.6)	7.34 (71.9)	1.10	(2)	文献 3) のもの					
	SR-4.9 (正方形断面) (40 cm × 40 cm)	鉄骨鉄筋コンクリート	4.86 (鉄筋 1.0% 鉄骨 3.86%)	0.49	0	曲げ	24.00 (235)	23.70 (232)	1.01	1		
					0.21	〃	33.10 (324)	34.40 (337)	0.98	1		
							7.06 (69.1)	7.20 (70.5)	0.98			
					0.56	ねじり	22.70 (222)	11.12 (108)	2.04	2		
							12.71 (124)	14.52 (142)	0.88			
							25.10 (245)	10.45 (102)	2.40			
							14.08 (137)	15.27 (149)	0.92			
					1.02	〃	15.50 (151)	11.17 (109)	1.38	2		
							15.84 (155)	14.46 (141)	1.09			
							15.90 (155)	11.00 (107)	1.44			
							16.27 (159)	14.66 (143)	1.10			
∞					〃	20.83 (204)	21.62 (211)	0.96	(2)	文献 3) のもの		
Kemp					BB1~TT6 (長方形) (30.5 cm × 15.2 cm)	鉄筋コンクリート	1.11	1.05	0	曲げ	3.67 (35.9)	2.33 (22.8)
	0.16	—	2.90 (28.4)	2.30 (22.5)					1.26	1		
			0.45 (4.41)	0.37 (3.62)					1.22			
	0.36	—	1.97 (19.3)	2.20 (21.5)					0.90	1		
			0.70 (6.86)	0.84 (8.23)					0.83			
	0.80	—	1.13 (11.0)	1.17 (11.4)					0.97	1		
			0.90 (8.82)	0.57 (5.58)					1.57			
	1.52	—	0.65 (6.37)	1.07 (10.4)					0.61	1		
			0.99 (9.70)	0.61 (5.97)					1.62			
	∞	ねじり	0.92 (9.01)	0.82 (8.03)					1.12	1		
Pandit	E-1~3 (長方形) (30.9 cm × 15.7 cm)	〃	1.10	0.95	0.39	—	2.24 (21.9)	2.76 (27.0)	0.81	1	文献 9)	
							0.87 (8.52)	1.08 (10.58)	0.81			
					0.92	—	1.26 (12.3)	1.72 (16.8)	0.73	1		
							1.16 (11.3)	0.97 (9.50)	1.19			
					∞	ねじり	1.39 (13.6)	1.51 (14.7)	0.92	1		

実験者	供試体記号	種類	鉄筋比 (%)	$K = M_t/M$		終局モーメント (鋼材降伏時) t_m (kN-m)				備考	
				K_0 (計算)	K	破形	壊式	実験値	計算値		実/計
Collins	RE 1~5 RE 4* RE 2* (長方形断面 25.4 cm × 16.5 cm)	鉄筋コンクリート	1.2	1.12	0	曲げ	1.84 (18.0)	1.72 (16.8)	1.06	1	文献 10)
					0.28	—	1.54 (15.0)	1.66 (16.2)	0.92	1	
							0.44 (4.31)	0.46 (4.50)	0.96		
					0.61	—	1.24 (12.1)	1.49 (14.6)	0.83	1	
							0.76 (7.44)	0.90 (8.82)	0.84		
					0.88	—	0.97 (9.50)	0.93 (9.11)	1.04	1	
							0.86 (8.42)	0.84 (8.23)	1.02		
					1.08	—	0.52 (5.09)	0.87 (8.52)	0.59	1	
							0.94 (9.21)	0.88 (8.62)	1.06		
					2.61	—	0.36 (3.52)	0.86 (8.42)	0.42	1	
							0.96 (9.40)	0.89 (8.72)	1.07		
					12.9	—	0.07 (0.68)	0.87 (8.52)	0.08	1	
							0.04 (9.21)	0.88 (8.62)	1.06		
					狩野	A-1~9 (正方形断面 15 cm × 15 cm)	"	1.1	0.45	0	
0.16	—	0.480 (4.70)	0.476 (4.66)	1.01						1	
		0.076 (0.74)	0.076 (0.74)	1.00							
0.33	—	0.456 (4.46)	0.462 (4.52)	0.98						1	
		0.150 (1.47)	0.152 (1.48)	0.99							
0.55	—	0.386 (3.78)	0.423 (4.14)	0.91						1	
		0.212 (2.07)	0.233 (2.28)	0.91							
0.87	—	0.320 (3.13)	0.341 (3.33)	0.94						1	
		0.278 (2.72)	0.175 (1.71)	1.54							
1.45	—	0.214 (2.09)	0.324 (3.17)	0.66						1	
		0.310 (3.04)	0.187 (1.83)	1.58							
3.00	—	0.122 (1.19)	0.296 (2.90)	0.41						1	
		0.366 (3.57)	0.202 (1.98)	1.81							
∞	ねじり	0.334 (3.27)	0.312 (3.06)	1.07						2	
平均								1.06	36 (4)		

変動係数 26%

荷重を加えて、任意の M_t/M の載荷状態を供試体を与えて実験を行った。

K の値の全般にわたって実験を行った供試体は、R-10, SR-4.9 の 2 種類であるので、表-1 にはこれらについて整理したものを示した。代表的なひびわれは 図-7 に示す。

なお、国内・外のデータも同時に表-1 に整理して示した。

(2) 実験結果の検討

終局モーメントの実験値と計算値の比較は表-1 に示すものである。実験値と計算値の比の平均値は 1.06 であるが、変動係数は 26% となっている。相関関係との比較は、図-13 に示すもので、相当にばらついている。

以上のことから、危険率 5% とした場合の設計式に

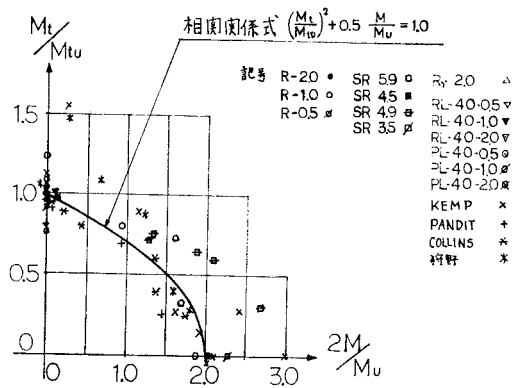


図-13 実験結果と相関関係の比較

採用する低減係数 η を決定することは困難である。今後多くの実験的研究により η を確定することが必要で

ある。

著者の実験の範囲においては、図-7 あるいは表-1 より、 T あるいは M 範囲の推定は、実用的に十分可能である。

6. 部材設計法

ねじりと曲げの組合せモーメントを受けるコンクリート部材の設計の基本を終局モーメントとする。このモーメントは、鉄筋が降伏点、あるいはコンクリートが終局圧縮ひずみに達した場合のモーメントである。したがって、一般に、破壊までは強度上多少の余裕があるが、これは小さく、その間の変形は大きい。以上のことから、実際の設計としては、終局モーメントを基準とするのが妥当と考えられる。

ねじりと曲げの組合せモーメントの終局モーメント時に関するコンクリート部材（鉄筋コンクリート、プレストレストコンクリート、鉄骨鉄筋コンクリート部材）の設計計算の手順は、図-14 に示すものとなる。

- ① 与えられたあるいは仮定した断面寸法、鉄筋量、材料の性質より、 K_0 の算定を式 (28) により行う。
- ② K_0 と作用しているねじりと曲げモーメントの比

K を比較し、適用すべき設計式を判断する。 $K_0 \geq K$ の場合は、斜め曲げ設計式、 $K_0 < K$ の場合は、立体トラス類似の設計式を適用する。

- ③ $K_0 \geq K$ の場合、斜め曲げ設計式の適用
 - ③-1 K と F_t/F_v を仮定し、角度 β を定める。
 - ③-2 圧縮縁の高さを求めるため k_u を算定する。
 - ③-3 F_t/F_v , β の再計算、③-1 の仮定値との差の検討、差が大きい場合は、③-1 に戻って再計算を行う。
 - ③-4 鉄筋比の検討、配置されている鉄筋量とつり合い鉄筋比との比較を行い、under-reinforcement の場合は、次の段階へ進み、over-reinforcement の場合は、鉄筋応力度の算定を行う。
 - ③-5 圧縮部の厚さが、中空断面の場合は、壁厚より小さいか大きいかを検討、大きい場合は断面の仮定をやり直す。中実断面の場合は検討を省略する。
 - ③-6 組合せモーメント時の終局曲げおよびねじりモーメントの算定。
- ④ $K_0 < K$ の場合、立体トラス類似の設計式の適用
 - ④-1 仮想壁厚 a_b の算定を式 (2) により行う。
 - ④-2 算定した a_b を用いて、 A_m , P_0 を算定する。
 - ④-3 鉄筋比の検討、under-reinforcement の場合は次に進む。over-reinforcement の場合は、under-reinforcement とするように断面寸法、鉄筋量を再仮定するか、あるいは鉄筋応力度を算定して次へ進む。
 - ④-4 算定された a_b , A_m , P_0 と当初仮定した各値の差を検討し、差が大きい場合は ④-1 に戻り再計算する。
 - ④-5 中空断面の場合は、算定された a_b が壁厚より小さい場合は次に進む。大きい場合は、④-1 に戻り再計算を行う。
 - ④-6 せん断流 q を式 (4) により算定し、この q により終局ねじりモーメント (M_{tu}) を式 (5) により算定する。
 - ④-7 組合せ時の終局曲げモーメントを式 (9) により算定する。

- ⑤ ねじりと曲げの相関関係と設計用のねじりモーメント (M_{tud})、曲げモーメント (M_{ud}) の関連と、算定された各モーメントが各設計用モーメントより等しいか大きいことを確かめる。

以上のような手順により、ねじりと曲げモーメントの組合せ時においてもコンクリート部材の合理的な設計が可能である。

以上に提案した設計法に採用した式には、かなりのパラメーターが含まれている。したがって、手計算では相当に煩雑であるが、小型の電子計算機を使用すれば、実用設計上簡便に適用できる。

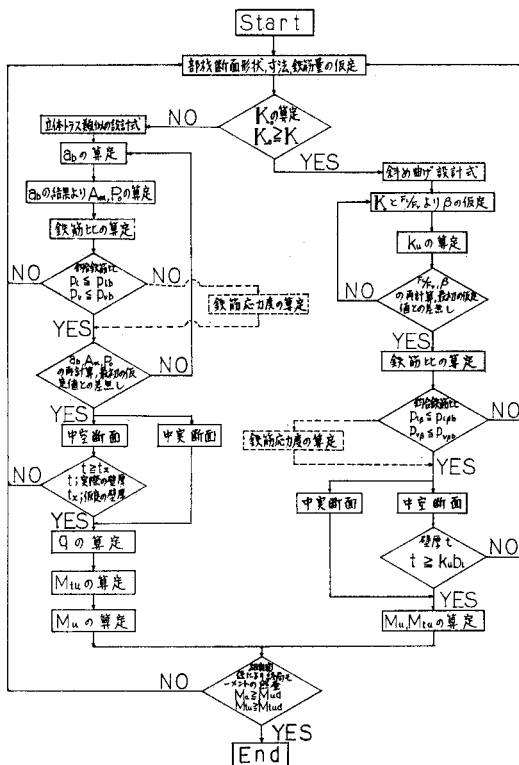


図-14 コンクリート部材の終局モーメントの算定流れ図
(注) M_{ud} , M_{tud} : 設計終局曲げ、ねじりモーメント

7. 結 論

ねじりと曲げの組合せモーメントを受ける長方形断面を有するコンクリート部材の破壊機構を、ねじりが支配的な T 範囲、曲げが支配的な M 範囲とに分類し、それぞれに関して立体トラス類似、斜め曲げの各理論式を示した。これらの式と実験結果に検討を加え、コンクリート部材に関する設計法を提案した。これらの研究から、

(1) ねじりと曲げの組合せ終局モーメント載荷時における立体トラス類似式と斜め曲げ式の適用限界が、式(28)により示すことができる。

(2) ねじりと曲げの組合せモーメント載荷の場合の終局モーメントの相関関係は、式(33)により示すことができる。

(3) 曲げが支配的な場合の斜め曲げ理論式の終局時のつり合い鉄筋比、over-reinforcement の場合の応力度の算定が、式(21)、式(22)により可能である。

(4) コンクリート部材のねじりと曲げの組合せモーメント時における終局強度が、純ねじりから純曲げの間、任意の K について、統一的に合理的に算定可能となった。

(5) 図-14 に示す手順により、コンクリート部材がねじりと曲げの組合せモーメントを受ける場合の終局強度に関する設計が合理的に可能である。しかし、実用式に採用する低減係数 η の決定のため、今後、実験的研究を進める必要がある。

謝 辞：本研究を進めるに際し、終始懇切なご指導とご鞭撻をいただいた東京都立大学教授、村田二郎博士、前首都高速道路公団理事、上前行孝博士に対して厚

くお礼申し上げます。

また、実験の実施にあたり、多大のご協力をいただいた竹中工務店技術研究所、土岐高史氏、東京都立大学村田研究室の方々に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 泉 満明：ねじりを受けるコンクリート部材の挙動について、第27回土木学会全国大会学術講演概要集 V-1, 昭和47年10月。
- 2) 松井・野口：ねじり及びせん断を受ける鉄筋コンクリート梁に対する終局耐力式についての考察、第35回土木学会全国大会学術講演概要集 V-18, 昭和55年9月。
- 3) 泉 満明：コンクリート部材の終局ねじり強度の算定と設計法に関する研究、土木学会論文報告集, 第305号, 1981年1月。
- 4) Lecig, N.N. : Détermination de la Résistance des Eléments à Section Rectangulaire en Béton Armé, soumis à l'Action Simultanée d'une Flexion et d'une Torsion, (Traduit du russe de Ion «Bétoni Zhelezobeton» No. 3, 1959)
- 5) Timoshenko, S. et al. : Theory of Elasticity, Second Edition, p. 18, 1951.
- 6) Thurlimann, B. : Torsional Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams CEB Approach, Concrete Design; U.S. and European Practices, ACI Publication SP-59, pp. 126~129.
- 7) Collins, M.P. et al. : Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams, PCI Journal, Sept.-Oct. 1980.
- 8) Kemp, E.L. : Behavior of Concrete Members Subject to Torsion and to Combined Torsion, Bending and Shear, ACI SP 18-7, pp. 179~202.
- 9) Pandit, G.S. et al. : Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion, ACI SP 18-5, pp. 133~163.
- 10) Collins, M.P. : Ultimate Strength of Reinforced Concrete Beams Subjected to Combined Torsion and Bending, ACI SP 18-14, pp. 379~402.
- 11) 狩野芳一ほか1名：曲げと振りを受ける鉄筋コンクリートはりの強度に関する研究、日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), No. 2263, 昭和44年8月。

(1982.2.18・受付)