

異方透水性を有する粘土地盤の圧密について

CONSOLIDATION OF A CLAY DEPOSIT WITH TRANSVERSELY ISOTROPIC PERMEABILITY

村 上 幸 利*
By Yukitoshi MURAKAMI

1. 緒 言

一般に、沖積粘土においては、主構成要素である扁平状の粘土粒子がおおむね平行に配列し、配向構造を形成しているといわれる¹⁾。このために、沖積粘土地盤は横方向異方性すなわち鉛直軸に関し対称性をもつ直交異方性 (transverse isotropy) を露呈し、強度、変形、透水等の力学性状はその影響を受けるものと考えられる。しかし、このような状況が推量されながらも、現在までの多次元圧密に関する理論的研究では、異方性体を対象とした Biot の圧密基礎理論²⁾や Rendulic 系列の研究の一部³⁾等を除き、一般に粘土を等方性体とみなし取り扱ってきた^{4), 9), 10), 11)}。これは多次元圧密解析そのものの難儀さによって異方性問題にまで進展し得なかったことによるところが大きい。

最近、野外での観測データの集積に伴い、多次元圧密に関する実測と予測の間で大きな差異がしばしば指摘され、その理由の一つとして沖積粘土の異方性による影響が取り上げられ、問題視されるようになって⁶⁾、異方性体を対象とした多次元圧密研究の必要性が高まってきた。

本論文は、土粒子構造の異方性に因由する透水異方性に着目して、拡張された Biot 理論を基礎に二次元圧密解析を行い、その結果より多次元圧密に及ぼす透水異方性の影響について論じ、いくつかの一般的事象を明らかにするものである。

なお、異方性粘土に関する厳密な圧密解析を行うには、本来、土粒子構造の異方性に起因する透水ならびに変形にかかわる異方性の両者を考慮に入れねばならない。しかし、変形の異方性が比較的弱小であると判断できる実測報告⁹⁾があること、圧密問題中で関心が最も強くもたれる圧密の進行速度に対しては透水異方性の影

響が変形の異方性のそれよりはるかに卓越すると類推されること、さらに解析の複雑さを軽減させることを配慮し、本研究ではとりあえず構造変形にかかわる異方性については考えないことにした。

2. 透水異方性を考慮した基礎方程式

飽和粘土を多孔異方性弾性体と仮定すると、その構成式、つり合い式、および間隙水の運動式は、それぞれ、

$$\sigma_{ij}' = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_{ij}', j + \sigma_{,i} + f_i = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{U}_i - \dot{u}_i = -\frac{1}{r_w} k_{ij} (\sigma_{,j} + r_w \bar{H}_{,j}) \dots\dots\dots (3)$$

で表わせる。ここに、 σ_{ij}' : 有効応力テンソル、 ε_{ij} : ひずみテンソル、 σ : 過剰間隙水圧、 f_i : i 方向の物体力、 k_{ij} : 透水係数テンソル、 C_{ijkl} : 弾性定数テンソル、 \dot{U}_i , \dot{u}_i : それぞれ流体速度および固体速度の i 方向成分、 r_w : 間隙水の単位体積重量、 \bar{H} : 位置ヘッド。

であり、応力とひずみについては圧縮を正とする。

いま、飽和沖積粘土地盤を鉛直軸に関し対称性をもつ直交異方性体として、物体力を無視するならば、多次元圧密現象は式 (1)~(3) より土粒子変位と過剰間隙水圧 (以下、過剰水圧という) に関する連立微分方程式、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{r_w} \left(k_h \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + k_h \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + k_v \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$(A+2N) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + N \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + L \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (A+N) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (F+L) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dots\dots\dots (5)$$

$$(A+N) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + N \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (A+2N) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + L \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (F+L) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial y} \dots\dots\dots (6)$$

* 正会員 工博 山梨大学助教授 工学部土木工学科

$$(F+L)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + (F+L)\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + L\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + L\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + C\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial z} \dots\dots\dots(7)$$

によって支配されることになる。ここに、 t ：時間、 x, y, z ：直交位置座標 (z を鉛直座標とする)、 u, v, w ：それぞれ土粒子変位の x, y, z 方向成分、 k_h, k_v ：それぞれ水平方向および鉛直方向の透水係数、 A, C, F, L, N ：土粒子骨格に関する弾性定数。

式 (4)~(7) を基礎にして多次元圧密を解析していく方法が正当であるが、数学的にきわめて複雑かつ困難である。変形に関する異方性が弱小であると判断できる実測報告があること、および圧密問題中で最も強い関心もたれる圧密速度に対しては、透水異方性の影響に比べて構造変形にかかわる異方性の影響が相対的に小さいと推察されることをよりどころにして、式 (5)~(7) に等方条件を課す。すなわち、 $F=A=\lambda, L=N=\mu, C=2N+A=2\mu+\lambda$ (ここに、 μ と λ は Lamé の定数) として、

$$\mu \nabla^2 u_i - (\lambda + \mu) \epsilon_{v,i} = \sigma_i \dots\dots\dots(8)$$

または、

$$G \left(\nabla^2 u_i - \frac{1}{1-2\nu} \epsilon_{v,i} \right) = \sigma_i \dots\dots\dots(8)'$$

を得る。ここに、 G, ν' はそれぞれ土粒子骨格に関するせん断弾性係数およびポアソン比であり、 $\epsilon_v = -u_{i,i} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$ は土の体積ひずみ、 $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ はラプラシアンである。

式 (8)' より、

$$2\eta G \nabla^2 \epsilon_v = -\nabla^2 \sigma \dots\dots\dots(9)$$

また、式 (4)、(9) より、過剰水圧についての式、

$$\nabla^2 \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \left(C_h \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + C_h \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + C_v \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} \right) \right\} = 0 \dots\dots\dots(10)$$

を得る。ここに、 $\eta = (1-\nu')/(1-2\nu')$ 、また、 $C_h = 2\eta G k_h / r_w, C_v = 2\eta G k_v / r_w$ はそれぞれ水平方向および鉛直方向の圧密係数である。式 (9) および (10) が異方透水性を有する粘土の圧密基礎方程式である。

3. 二次元問題における一般解

式 (9)、(10) またはそれらを円筒座標で表示した基礎式をもとにして、異方性粘土地盤の表面に帯状あるいは円形荷重が作用する二次元問題での圧密一般解を求めることができる。ここでは、そのうちの前者の場合、すなわち平面ひずみ問題の解を誘導する過程について述べる。この問題では $x-z$ 平面内の圧密をとらえれば十分である (図-1 を参照)。

式 (10) より、 $\partial \sigma / \partial t = C_h \partial^2 \sigma / \partial x^2 + C_v \partial^2 \sigma / \partial z^2 + g(t, x,$

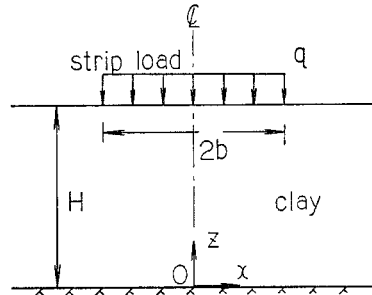


図-1 粘土地盤モデルの断面図

z) と表わせる。ただし、 g は調和関数である。なお、ここで $g=0$ と仮定する場合は Rendulic 系列の圧密解析に相当する。

等方性体に関する二次元圧密解⁷⁾を参考にして、フーリエ変換および変数分離法を用いることにより、過剰水圧の一般解を求めると、次式となる。

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[\sum_\alpha \{ 2\eta G (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z) \} \exp(-St) \right] \cos(\xi x) d\xi \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 $S = C_h \xi^2 + C_v \alpha^2$ である。

式 (9)、(11) をもとに、体積ひずみの一般解を同様な手法によって求めると、

$$\epsilon_v = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \sum_\alpha (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) \cdot \exp(-St) + (C_\xi \cosh(\xi z) + D_\xi \sinh(\xi z)) \cdot \cos(\xi x) d\xi - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \sum_\alpha \beta(\alpha, \xi) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \exp(-St) \right\} \cos(\xi x) d\xi \right\} \dots\dots\dots(12)$$

を得る。上式において、

$$\beta(\alpha, \xi) = (k_h - k_v) \xi^2 / (C_h \xi^2 + C_v \alpha^2) r_w = (k_h - k_v) \xi^2 / S r_w$$

を含む右辺第2項は透水異方性の条件より現われる項である。式 (11)、(12) を用いて、式 (8)' より土粒子変位成分 u, w の一般解を求めると、

$$u = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \sum_\alpha \psi_1(\alpha, \xi, z) \exp(-St) + \psi_2(\xi, z) \right\} \sin(\xi x) d\xi \dots\dots\dots(13)$$

$$w = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \sum_\alpha \psi_3(\alpha, \xi, z) \exp(-St) + \psi_4(\xi, z) \right\} \cos(\xi x) d\xi \dots\dots\dots(14)$$

また、応力解は構成関係を用いることにより、次のように定まる。

$$\sigma_x = \frac{2}{\pi} \cdot 2G \int_0^\infty \left\{ \sum_\alpha \psi_5(\alpha, \xi, z) \exp(-St) + \psi_6(\xi, z) \right\} \cos(\xi x) d\xi \dots\dots\dots(15)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \cdot 2G \int_0^\infty \left\{ \sum_{\alpha} \psi_7(\alpha, \xi, z) \exp(-St) + \psi_8(\xi, z) \right\} \cos(\xi x) d\xi \dots \dots \dots (16)$$

$$\tau_{xz} = \frac{2}{\pi} \cdot 2G \int_0^\infty \left\{ \sum_{\alpha} \psi_9(\alpha, \xi, z) \exp(-St) + \psi_{10}(\xi, z) \right\} \sin(\xi x) d\xi \dots \dots \dots (17)$$

ただし、 ψ_i ($i=1, 2, \dots, 10$) は補遺に示されるものである。

以上に得られた式 (11)~(17) は平面ひずみ問題における一般解である。一方、円筒座標表示での圧密基礎式をもとに同様な操作を施すことによって、軸対称問題での一般解を得る。それらは式 (11)~(17) において、

$$\frac{2}{\pi} \left\{ \begin{matrix} \cos(\xi x) \\ \sin(\xi x) \end{matrix} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{matrix} J_0(\xi r) \\ J_1(\xi r) \end{matrix} \right\}$$

と置き換えたものである。ただし、 J_0, J_1 はそれぞれ 0 次、1 次の Bessel 関数、 r は動径方向座標を表わす。

なお、バーチカルドレーンに伴う圧密の問題のように、鉛直対称軸よりある距離のところで境界条件が課される問題においては、式 (11)~(17) 中で ξ についての積分表示に代わり、境界条件によって定まる固有値 ξ_i のすべてにわたる総和表示が用いられなければならない。

4. 特別な異方性条件下における過剰水圧と体積ひずみ

粘土粒子は自重圧密によって配向するため、通常、沖積粘土地盤では水平方向の圧密係数が鉛直方向のものに比べて数倍大きいとされている⁹⁾。このような異方性地盤の圧密特性を知る手掛りとして、3. において得られた諸量の一般解に基づき、主として、前者が後者に比して十分に大きい特別な異方性条件下における過剰水圧ならびに体積ひずみについて検討しておく。

(1) 初期過剰水圧

初期過剰水圧はその消散に伴って発生する圧密と深い関連があり、また最終的な圧密沈下量の算定に不可欠なものであるために、圧密問題において重要な力学量の一つである。多次元圧密を受ける地盤内では、その分布が一般に不均一である。たとえば、Rendulic 理論に基づき圧密を算定する場合には弾性理論を用いて初期過剰水圧を評価する方法をとるが、その設定に対する妥当性が一つの問題になる。まず、初期過剰水圧と弾性応力の関係について考察する。

載荷後、時間が無限に経過し定常状態に達した時点では、式 (15), (16) より、

$$\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)_{t \rightarrow \infty} = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_z)_{t \rightarrow \infty}$$

$$= -\frac{G}{1-2\nu'} \int_0^\infty (C_\xi \cosh(\xi z) + D_\xi \sinh(\xi z)) \varphi d\xi \dots \dots \dots (18)$$

と表わせる。ただし、 φ は平面ひずみ問題において $(2/\pi)\cos(\xi x)$ 軸対称問題において $J_0(\xi r)$ をとる。

一方、載荷直後では、飽和粘土の体積変化が生じないことから式 (12) より、恒等的に、

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha} (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) \\ & + \beta(\alpha, \xi) E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) \\ & + \beta(\alpha, \xi) F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z) \\ & = -(C_\xi \cosh(\xi z) + D_\xi \sinh(\xi z)) \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

の関係が成立する。よって、初期過剰水圧 $\sigma_{t=0}$ は式 (11), (19) より、

$$\begin{aligned} \sigma_{t=0} = & \int_0^\infty \left\{ \sum_{\alpha} (1 - \tilde{\beta}(\alpha, \xi)) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) \right. \\ & + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) - 2\eta G (C_\xi \cosh(\xi z) \\ & \left. + D_\xi \sinh(\xi z)) \right\} \varphi d\xi \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\tilde{\beta}(\alpha, \xi) = 2\eta G \beta(\alpha, \xi) = (C_h - C_v) \xi^2 / (C_h \xi^2 + C_v \alpha^2)$$

ところで、 $\nu' = 0.5$ の場合には粘土の体積ひずみは零であって、しかも全応力に経時変化が生じないので⁹⁾、式 (12), (15), (16) から、

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha} (1 - \tilde{\beta}(\alpha, \xi)) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) \\ & + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) = 0 \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

が成り立つ。よって、式 (18), (20) を考えるならば、

$$\begin{aligned} \sigma_{t=0} = & -2\eta G \int_0^\infty (C_\xi \cosh(\xi z) \cdot D_\xi \sinh(\xi z)) \varphi d\xi \\ = & \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)_{t \rightarrow \infty} = (\sigma_m)_{t \rightarrow \infty} \end{aligned}$$

となる。ただし、 $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ であり、特に $(\sigma_m)_{t \rightarrow \infty}$ は圧密終了時での (弾性解として求まる) 平均直応力であって、以後これを弾性平均直応力とよぶ。すなわち、上式は、初期過剰水圧値が弾性平均直応力値に等しいことを表わしている。

一方、 $\nu' \approx 0.5$ の場合は粘土の体積ひずみおよび全応力の経時変化が生じるので、式 (21) は一般に成立しない。しかし、 $\tilde{\beta}(\alpha, \xi) \rightarrow 1$ すなわち $C_h/C_v \gg 1$ のとき、式 (21) は成り立つので、式 (20) は、

$$\begin{aligned} \sigma_{t=0} = & -2\eta G \int_0^\infty (C_\xi \cosh(\xi z) + D_\xi \sinh(\xi z)) \varphi d\xi \\ = & (1 - \nu')(\sigma_x + \sigma_z)_{t \rightarrow \infty} \\ = & 3(1 - \nu') / (1 + \nu') \cdot (\sigma_m)_{t \rightarrow \infty} \end{aligned}$$

となって、初期過剰水圧値はポアソン比の影響を受けるものの弾性平均直応力の値と比例関係にあることがわかる。では、 $\nu' \approx 0.5$ であって、しかも $\tilde{\beta}(\alpha, \xi)$ が 1 をとらない一般的な場合に初期過剰水圧がどうなるかを考察してみよう。まず、載荷直後において粘土の体積ひず

みは生じないことから，式 (12) より，

$$\int_0^\infty \sum_{\alpha} \{ (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + \beta(\alpha, \xi) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \} \varphi d\xi$$

$$= - \int_0^\infty (C_{\xi} \cosh(\xi z) + D_{\xi} \sinh(\xi z)) \varphi d\xi$$

$$= (\epsilon_v)_{t \rightarrow \infty}$$

全応力には圧密過程に経時変化が起こるので，式 (15)，(16) から，

$$\int_0^\infty \sum_{\alpha} \{ (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + \left(\frac{1}{G} - \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1-2\nu'} \right) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \} \varphi d\xi \approx 0$$

かつ $\approx (\epsilon_v)_{t \rightarrow \infty}$

これら2式より，式 (20) の被積分第1項は

$$\int_0^\infty \sum_{\alpha} \{ (1 - \tilde{\beta}(\alpha, \xi)) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \} \varphi d\xi \approx 0$$

この場合， $\tilde{\beta}$ が含まれるので，初期過剰水圧は透水の異方性によって影響されると直感的に理解される。しかし，物理的に考察すると，土の透水性が初期過剰水圧に関与するとは考えられず，この解析上の結果は，圧密の支配式の一つである式 (4) が載荷瞬時に於いても成立しなければならぬために起こったものと解釈される。

ところで，上式中に現われる $E_{\alpha\xi}$ ， $F_{\alpha\xi}$ は，Biot 理論のみから存在が予測される Mandel-Cryer 効果（これについては後述する）と深い関係をもつ定数であって，一般に，ポアソン比 ν' が零に近いほど圧密に関する諸量に大きく影響し，反対に ν' が 0.5 に近づくとほとんど影響しない特徴をもつ。

実際の沖積粘土地盤では， $\nu' = 0.3 \sim 0.45$ ， $C_h/C_v = 2 \sim 5$ といわれている。このような場合，初期過剰水圧が弾性平均直応力でもってどの程度近似的に評価できるのか，また，透水係数が初期過剰水圧解に含まれているために，透水異方性がその計算結果にどの程度の誤差を与え得るのかを調べておくことは工学上有益であると思われる。この検討は後ほど行う。

(2) 過剰水圧の経時変化

多次元圧密過程では，一般に全応力が経時変化を起こすために，過剰水圧の変化量がそのまま有効応力の変化量とならない。それゆえに，これら三者の経時変化の特性をとらえておくことは，圧密の進行状況を概括的に把握するうえで有益である。過剰水圧の経時変化を中心にして，この点について考察する。

式 (11) より，

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \int_0^\infty \sum_{\alpha} (-S) \{ 2\eta G (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z) \} \exp(-St) \varphi d\xi \dots\dots (22)$$

一方，平均直応力 σ_m は $(1+\nu')(\sigma_x + \sigma_z)/3$ であるので，

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial t} = \frac{2}{3}(1+\nu') \int_0^\infty \sum_{\alpha} (-S) \{ G (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + \left(1 - \frac{\tilde{\beta}(\alpha, \xi)}{2(1-\nu')} \right) \times (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \times \exp(-St) \} \varphi d\xi \dots\dots (23)$$

となる。ここで $C_h \gg C_v$ のとき， $\tilde{\beta}(\alpha, \xi) \rightarrow 1$ より，式 (22)，(23) を比較して次式を得る。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{3(1-\nu')}{(1+\nu')(1-2\nu')} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \dots\dots (24)$$

土粒子骨格に関するポアソン比が 0.5 に近接する粘土の圧密においては，粘土に体積変化は生じないが，載荷によって粘土中に発生した過剰水圧が消散するために， $\partial \sigma / \partial t$ は零以外の有限値であらねばならない。上式右辺の係数部は $\nu' \rightarrow 0.5$ のとき無限大となるので， $\partial \sigma_m / \partial t \rightarrow 0$ となる。よって，この場合は，平均直応力が圧密過程において不変であることを知る。また，

$$\frac{\partial \sigma_m'}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} = - \frac{2(1-\nu'+\nu'^2)}{3(1-\nu')} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \dots\dots (25)$$

よって，このとき，過剰水圧 σ ，平均直応力 σ_m および平均有効応力 $\sigma_m' = \sigma_m - \sigma$ は互いに比例して経時変化を起こす。この関係を模式的に表わした図が 図-2 である。ただし，三者の経時変化が式 (24)，(25) のように単純な比例関係で結ばれるのは，後述する Mandel-Cryer 効果という現象がほとんど発生しない $C_h \gg C_v$ という特別な条件下においてであって，一般の異方性条件下での多次元圧密では，この関係がもっと複雑になり得ることを念頭に入れておかねばならない。

(3) 体積ひずみの経時変化

間隙水の排出に伴う粘土の体積減少が圧密にほかならないので，圧密問題において粘土の体積ひずみは過剰水

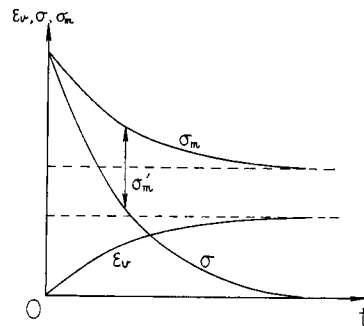


図-2 過剰水圧，平均応力および体積ひずみの経時変化

圧と並んで注目すべき力学量である。ここでは体積ひずみの経時変化と他の諸量との関係について考える。

式 (12) より、

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = - \int_0^\infty \left[\sum_{\alpha} (-S) \{ (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + \beta(\alpha, \xi) (E_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + F_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \} \exp(-St) \right] \varphi d\xi \dots (26)$$

$C_h \gg C_v$ のとき、 $\beta(\alpha, \xi) \rightarrow 1/2 \eta G$ なので、式 (22) とより、

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = - \frac{1}{2 \eta G} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \dots (27)$$

式 (24), (25), (27) より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} &= - \frac{3}{2(1+\nu')G} \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \\ &= \frac{3(1-2\nu')}{4(1-\nu'+\nu'^2)G} \frac{\partial \sigma_m'}{\partial t} \dots (28) \end{aligned}$$

すなわち、水平方向の圧密係数が鉛直方向のものに比べて十分に大きいとき、体積ひずみは過剰水圧、平均直応力および平均有効応力の経時変化量に比例して生じる(図-2を参照)。弾性論に基づくならば、体積ひずみが有効応力の変化に比例することは当然のことであるが、体積ひずみが圧密過程における平均直応力の経時変化に比例して生じることは興味深い。ただし、この特性も特別な異方性条件下だけで成立するものであることを忘れてはならない。

5. 境界値問題への適用

ここでは 3. において誘導した一般解を用いて、有限の厚さをもつ粘土地盤の表面に帯状あるいは円形荷重が作用する場合の圧密問題を考える。圧密解ならびに計算結果例を示すとともに、それらを用いて通常の透水異方性条件下における圧密特性について論じる。

(1) 境界条件と初期条件 (図-1を参照)

完全飽和した厚さ H の沖積粘土層からなる地盤を考える。粘土層上面 ($z=H$) は自由表面とみなすことができ、そこに荷重が作用するから、

$$\tau_{xz}|_{z=H} = \tau_{rz}|_{z=H} = 0 \quad \text{〈条件 1〉}$$

$$\sigma_z|_{z=H} = q_1(x) \text{ または } q_2(r) \quad \text{〈条件 2〉}$$

粘土層底面は、一般に砂層あるいは基盤に接すると考えて差し支えないだろうから、そこには鉛直変位が生じない。また、水平変位の拘束性に関する条件として、まったく拘束を受けない場合と完全に拘束を受ける場合の 2 つのケースが考えられる。

$$w|_{z=0} = 0 \quad \text{〈条件 3〉}$$

$$\tau_{xz}|_{z=0} = \tau_{rz}|_{z=0} = 0 \text{ または } u|_{z=0} = 0 \quad \text{〈条件 4〉}$$

以上の 4 つの条件は通常の弾性問題において設定される

ものであるが、圧密問題においてはさらに排水条件について考えねばならない。粘土層上面は自由表面より、

$$\sigma|_{z=H} = 0 \quad \text{〈条件 5〉}$$

粘土層底面における排水条件として、完全排水と完全非排水の 2 ケースが考えられる。すなわち、

$$\sigma|_{z=0} = 0 \text{ または } \partial \sigma / \partial z|_{z=0} = 0 \quad \text{〈条件 6〉}$$

一方、初期条件としては、載荷直後において排水面を除き、土内部の各点で体積変化が生じないことより、

$$\varepsilon_v|_{t=0} = 0 \quad \text{〈条件 7〉}$$

荷重条件を除外して考えると、以上のような境界、初期条件の組合せによって 4 つのケースが確定される。いずれのケースについても、未知定数 C_ξ , D_ξ , G_ξ , H_ξ は時間が無限に経過した時点での弾性問題において規定され、また $A_{\alpha\xi}$, $B_{\alpha\xi}$, $E_{\alpha\xi}$, $F_{\alpha\xi}$, $I_{\alpha\xi}$, $J_{\alpha\xi}$ および固有値 α は同数 (7 個) の非定常状態における条件より定まる。

(2) 過剰水圧解および鉛直変位解

圧密問題中で、工学上、特に重要なものは粘土中に発生する過剰水圧ならびに粘土層表面における鉛直変位(沈下)である。それぞれの解は式 (11)~(17) に前述の所定の条件を組み込み、境界値問題として解いて求めることができる。紙面の都合上、ここでは解が比較的簡単な形になる「粘土層底面の水平変位が拘束を受けないケース」についての解だけを記す。このケースが多次元圧密の特性をとらえるうえから有益であることは前研究において知られている¹⁰⁾。なお、次のような無次元量をもって表示することとした。

$$Z = z/H, X = x/H, R = r/H, T_v = C_v t/H^2$$

$$A = a/H, B = b/H \dots (29)$$

ここに、 a は円形荷重半径、 b は帯状荷重半幅であり、また T_v は時間係数といわれるものである。

a) 底面が完全非排水の場合

過剰水圧解:

$$\begin{aligned} \sigma/q &= \int_0^\infty \bar{C}_\xi \sum_{\alpha_1} \left\{ \cos(\alpha_1 Z) - \frac{\cos(\alpha_1)}{\cosh(\xi)} \cosh(\xi Z) \right\} \bar{A}_{\alpha_1^{(1)}} \\ &\quad \times \exp\{-(n\xi^2 + \alpha_1^2) T_v\} d\xi \dots (30) \end{aligned}$$

粘土層表面の鉛直変位解:

$$\begin{aligned} \frac{2 \eta G}{qH} (\bar{w} - \bar{w}_{t \rightarrow \infty}) &= \int_0^\infty \bar{C}_\xi \frac{\tanh(\xi)}{\xi} \\ &\quad \times \sum_{\alpha_1} \left\{ \eta - \frac{\tilde{\beta}(\alpha_1, \xi)}{2(1-2\nu')} \right\} \cos(\alpha_1) \bar{A}_{\alpha_1^{(1)}} \\ &\quad \times \exp\{-(n\xi^2 + \alpha_1^2) T_v\} d\xi \quad (Z=1) \dots (31) \end{aligned}$$

なお、 $\bar{A}_{\alpha_1^{(1)}}$ は、

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha_1} \left\{ \cos(\alpha_1 Z) - \frac{\tilde{\beta}(\alpha_1, \xi)}{\cosh(\xi)} \cosh(\xi Z) \right\} \bar{A}_{\alpha_1^{(1)}} \\ = \cosh(\xi Z) \end{aligned}$$

を満たし、固有値 α_1 は、 $\bar{a}_1(\alpha, \xi) \alpha^2 + \bar{b}_1(\xi) \alpha \tan(\alpha) + \bar{c}_1(\alpha, \xi) = 0$ を満足する α である。ただし、

$$\bar{a}_1(\alpha, \xi) = \left\{ \eta - \frac{\tilde{\beta}(\alpha, \xi)}{2(1-2\nu')} \right\} (\xi \operatorname{sech}(\xi) + \sinh(\xi))$$

$$\bar{b}_1(\xi) = -\xi \cosh(\xi)$$

$$\bar{c}_1(\alpha, \xi) = \{ \bar{a}_1(\alpha, \xi) - \sinh(\xi) \} \xi^2$$

b) 底面が完全排水の場合

過剰水圧解：

$$\sigma/q = \int_0^\infty \bar{C}_\xi \sum_{\alpha_1} \left\{ \cos(\alpha_2 Z) + \frac{\cosh(\xi) - \cos(\alpha_2)}{\sin(\alpha_2)} \right.$$

$$\times \sin(\alpha_2 Z) - \cosh(\xi Z) \left. \right\} \bar{A}_{\alpha_1 \xi^{(2)}}$$

$$\times \exp\{-(n\xi^2 + \alpha_2^2) T_v\} d\xi \dots\dots\dots (32)$$

粘土層表面の鉛直変位解：

$$\frac{2\eta G}{qH} (\bar{w} - \bar{w}_{t \rightarrow \infty}) = \int_0^\infty \bar{C}_\xi \sum_{\alpha_2} [[\xi \sinh(\xi)$$

$$+ \alpha_2 \{ 2 \operatorname{cosec}(\alpha_2) - \cot(\alpha_2) \} (\operatorname{sech}(\xi)$$

$$+ \cosh(\xi))] / (\alpha_2^2 + \xi^2)$$

$$- \eta \{ (1 - \tilde{\beta}(\alpha_2, \xi) / 2(1-\nu')) \operatorname{sech}(\xi)$$

$$+ \tilde{\beta}(\alpha_2, \xi) \sinh(\xi) / 2\eta\xi \}] \bar{A}_{\alpha_2 \xi^{(2)}}$$

$$\times \exp\{-(n\xi^2 + \alpha_2^2) T_v\} d\xi \quad (Z=1) \dots (33)$$

ただし、 $\bar{A}_{\alpha_1 \xi^{(2)}}$ は、

$$\sum_{\alpha_2} \left\{ \cos(\alpha_2 Z) + \frac{\cosh(\xi) - \cos(\alpha_2)}{\sin(\alpha_2)} \sin(\alpha_2 Z) \right.$$

$$\left. - \tilde{\beta}(\alpha_2, \xi) \cosh(\xi Z) \right\} \bar{A}_{\alpha_2 \xi^{(2)}} = \cosh(\xi Z)$$

を満たし、固有値 α_2 は、 $\bar{a}_2(\alpha, \xi) \alpha^2 + \bar{b}_2(\alpha, \xi) \alpha \cdot \cot(\alpha)$
 $+ \bar{c}_2(\alpha, \xi) = 0$ を満足する α である。ここに、

$$\bar{a}_2(\alpha, \xi) = \eta \left\{ 1 - \frac{\tilde{\beta}(\alpha, \xi)}{2(1-\nu')} \right\} (\xi \operatorname{sech}(\xi) + \sinh(\xi))$$

$$\bar{b}_2(\alpha, \xi) = -(2 \sec(\alpha) - \cosh(\xi) - \operatorname{sech}(\xi)) \cdot \xi$$

$$\bar{c}_2(\alpha, \xi) = \{ \bar{a}_2(\alpha, \xi) - \sinh(\xi) \} \cdot \xi^2$$

なお、 q は分布荷重強度であり、また、

$$\tilde{\beta}(\alpha_i, \xi) = (n-1) \xi^2 / (n\xi^2 + \alpha_i^2), \quad n = C_h / C_v$$

$$\bar{C}_\xi = \frac{2(1-\nu')}{\xi \cdot \operatorname{cosech}(\xi) + \cosh(\xi)} \cdot K$$

$$K = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \frac{\sin(B\xi) \cos(\xi X)}{\xi} \dots\dots \text{等分布帯状荷重} \\ A \cdot J_1(A\xi) \cdot J_0(\xi R) \dots\dots \text{等分布円形荷重} \end{cases}$$

である。

(3) 無限広一様載荷の場合の圧密

粘土層表面に一様強度の荷重が無限広にわたり作用する場合をまず考える。すなわち、 $b \rightarrow \infty$ または $a \rightarrow \infty$ とすると、上述の **a)**、**b)** の 2 ケースにおける固有関数は $C_h \rightarrow \infty$ でない限り、それぞれ、

$$2\eta\alpha - \tan(\alpha) = 0 \dots\dots\dots (34)$$

$$\eta\alpha \sin(\alpha) - (1 - \cos(\alpha)) = 0 \dots\dots\dots (35)$$

となる。なお、粘土層底面の水平変位が完全に拘束を受ける場合については圧密解を省略して示さなかったが、同様に無限広一様載荷時の固有関数を誘導すると、底面非排水、底面排水のそれぞれのケースについて、

$$\cos(\alpha) = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$\sin(\alpha) = 0 \dots\dots\dots (37)$$

となる。よって、粘土層底面における水平変位が完全に非拘束であるか、あるいは拘束されるかによって、固有値の特性は大きく異なってくる。すなわち、前者の場合はたとえ表面荷重が無限広に作用しても圧密がポアソン比の影響を受け、後者の場合は影響を受けずにいわゆる Terzaghi 理論による結果に帰着する。また、ポアソン比を 0.5 に近づけると式 (34) は式 (36) に、式 (35) は式 (37) にそれぞれ一致する。なお、これらの固有値に関する議論は粘土が等方性である場合においても同様に成立する¹¹⁾。また、 $b \rightarrow \infty$ ($a \rightarrow \infty$) に対して $\lim_{\xi \rightarrow 0} \beta(\alpha, \xi) \rightarrow 0$ より、この場合に式 (11)~(17) は等方性粘土に関する圧密解と等価になる。よって、無限広一様載荷の条件下における圧密には異方透水性の影響がまったく現われない。

(4) 計算結果例および考察

前述の境界値問題の解である式 (30)~(31) の計算結果例を示し、それに基づき圧密特性に及ぼす透水異方性の影響について考察する。計算には東大大型計算機センターの HITAC-M 200 H を使用した。なお、数値計算法は特筆すべき工夫を含むものではないが、級数和および積分は収束値(あるいは解)に対して局所周期変動幅の値が 1% 以内におさまる範囲まで実行するように心掛けた。

a) 過剰水圧の経時変化と Mandel-Cryer 効果

多次元圧密における大きな特徴の一つとして、圧密初期段階で過剰水圧が一時的に上昇する現象、すなわち Mandel-Cryer 効果の存在が知られている。透水の異方性がこの現象にどのような影響を及ぼすかを知るために、過剰水圧を計算し、その時間的変化を追ってみた。

図-3 および 図-4 はその計算結果であって、粘土層厚に等しい帯幅の等分布帯状荷重が作用する場合について、荷重中心線の地盤内所定深度における過剰水圧挙動を示したものである。

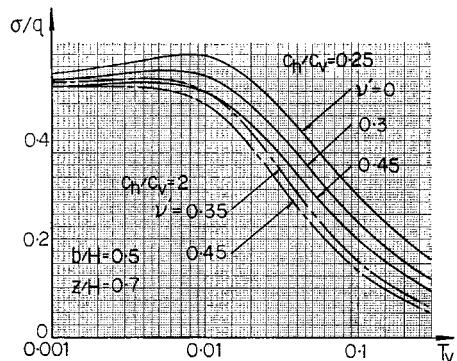


図-3 過剰水圧の経時変化と Mandel-Cryer 効果

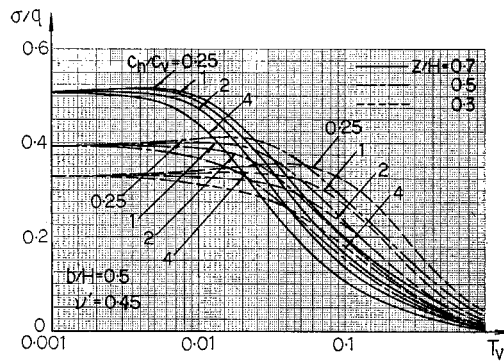


図-4 過剰水圧の経時変化に及ぼす異方性の影響

図-3 は $n = C_h/C_v = k_h/k_v = 0.25$ および 2 の異方透水性を有する粘土について計算した過剰水圧の経時変化である。これを見ると、土粒子骨格に関するポアソン比が小さいほど過剰水圧の一時的上昇量が大きく、Mandel-Cryer 効果がより顕著に現われることがわかる。この点に関しては、等方性粘土の場合と本質的に変わらない特性を示す¹⁰⁾。

図-4 は土粒子骨格に関するポアソン比が 0.45 の場合について、Mandel-Cryer 効果が透水異方性の影響をいかに受けるかを示したものである。等方性粘土を基準にしてみた場合に、鉛直方向の透水性が増すと Mandel-Cryer 効果が顕著になること、逆に水平方向の透水性が増大するとこの効果が弱小化することがわかる (4. (2) を参照)。この結果より、実際の沖積粘土地盤では水平方向の透水性が鉛直方向のものに比べて数倍大きいといわれているので、Mandel-Cryer 効果が、事実上、地盤内に現われないと推測される。また、排水面から離れた点においてほど過剰水圧の初期値に対するピーク値の割合が大きく、さらにピークに達する時間が遅れる傾向にあることが同図においてわかる。この特性についても透水性が等方的である場合に知られていることと一致する¹⁰⁾。

b) 時間-沈下度関係

圧密の進行状況を表わす指標の一つとして、地表面における鉛直変位 \bar{w} を用い、 $U_s(t) = (\bar{w} - \bar{w}_{t=0}) / (\bar{w}_{t \rightarrow \infty} - \bar{w}_{t=0})$ によって定義される沈下度がある。透水異方性が圧密進行にどのような影響を及ぼすかを知るために、土粒子骨格に関するポアソン比が 0.3 および 0.45 の場合について、荷重半幅と粘土層厚の比 b/H および透水異方性の程度を表わす $n (= C_h/C_v)$ の値を適当に選り帯状荷重中心線上での時間係数-沈下度の関係を計算した。その結果を図-5 に示す。これを見ると、いずれのポアソン比値に対しても $b/H > 4$ では透水異方性が圧密進行にまったく影響しないようである。この場合の圧密曲線 (時間係数-沈下度曲線) は、一次元圧密の Terzaghi

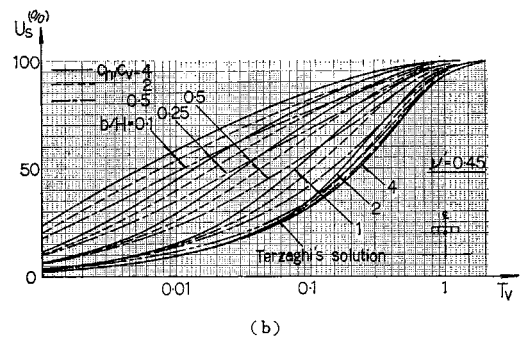
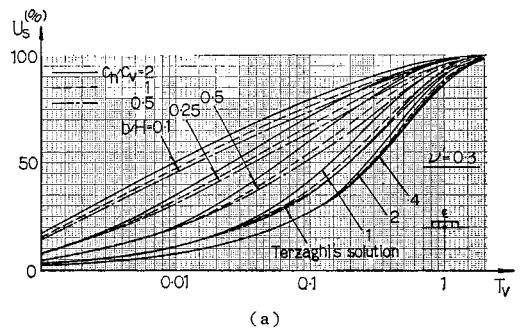


図-5 時間係数-沈下度関係に及ぼす異方性の影響

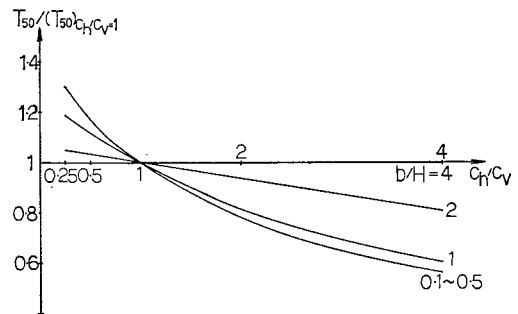


図-6 圧密進行に及ぼす異方性の影響

理論曲線より圧密が遅れることを表わすものになっている。これは粘土層底面で水平変位が非拘束であるという特殊な条件に関連する Mandel-Cryer 効果による沈下の遅れによるものであって、荷重幅が広い載荷に対しては透水異方性粘土の圧密を Terzaghi 理論によって算定して実用上は十分であることを意味する。なお、この見解は 5. (3) における理論考察の結果によって支持されるだろう。一方、 b/H が 2 以下になると、同じ荷重条件に対してでも、当然ながら n 値が大きくなるにつれ圧密が早く進行するようになる。これは、鉛直方向の圧密係数を用いて時間係数を定義しているために、水平方向の圧密係数あるいは透水係数の増大による圧密の早まりとみることができる。また、Mandel-Cryer 効果と関連づけて考えると、 n の値が大きいほどこの効果は現われにくく、順調に過剰水圧の消散が生じるためにそれだけ

圧密沈下が早まると解釈することもできる (4. (3) を参照)。

このことをより定量的に把握するために、等方性粘土と透水異方性粘土についての 50% 圧密時間比をとり、それを 図-6 に示した (図中、 T_{50} は 50% 沈下度に対応する時間係数を表わす)。この図から、透水異方性が圧密進行に及ぼす影響をより直接的にとらえることができる。たとえば、 $b/H \geq 4$ ではその影響が皆無であること、 $b/H < 0.5$ ではその影響がほぼ一定していることなどがわかる。

e) 初期過剰水圧

透水の異方性は、その物理的意味からして、載荷後 ($t > 0$) の圧密現象だけに影響し、初期過剰水圧には関与しない。しかし、解析結果をみると、固有値 α を定める固有関数の中と初期過剰水圧解に透水係数 k_h, k_v, n ($=k_h/k_v$) が含まれるので、初期過剰水圧の計算結果にはなんらかの影響が生じるはずである。この影響がどの程度のものであるかを知るために、 $\nu' = 0.45$ の粘土について、 $n = C_h/C_v = 0.25, 1, 4, 8$ の各値に対する初期過剰水圧計算値の比較を行ってみた。表-1 は等方性粘土 ($n=1$) と透水異方性粘土の間で初期過剰水圧がどの程度異なって計算されるかを示したものである。これをみると、たとえば $n=8$ といった透水異方性の程度がかなり強い場合においてさえ、両者には最大 1% 程度の差しかないことがわかる。よって、計算においても透水異方性は初期過剰水圧に影響しないことがいえよう。この結果と 4. (1) で得られた「 $C_h \gg C_v, \nu' = 0.5$ のとき $\sigma_{t=0} = (\sigma_m)_{t \rightarrow \infty}$ 」の知見を関連づけて考えると、実際の沖積粘土地盤内に発生する初期過剰水圧を弾性理論に基づく平均直応力でもって評価して精度上は十分であることを推論できる。このことを実証するために、沖積粘土に対して最も一般的な値と考えられる $\nu' = 0.4, n = 2$ を

表-1 異方透水性が初期過剰水圧計算値に及ぼす影響 (カッコ内の数値は等方性粘土の $\sigma_{t=0}/q$ に対する百分率)

z/H	k_h/k_v ($=c_h/c_v$)	x/H		
		0.0	0.25	0.5
0.75	0.25	0.543 2 (100.0%)	0.491 5 (99.9%)	0.276 5 (100.0%)
	1.0	0.543 5	0.492 0	0.276 5
	4.0	0.544 4 (100.2%)	0.493 8 (100.4%)	0.276 5 (100.0%)
	8.0	0.545 6 (100.4%)	0.496 1 (100.8%)	0.276 5 (100.0%)
0.5	0.25	0.392 6 (99.9%)	0.354 0 (99.9%)	0.248 7 (100.0%)
	1.0	0.393 0	0.354 4	0.248 8
	4.0	0.394 7 (100.4%)	0.356 0 (100.4%)	0.249 0 (100.1%)
	8.0	0.397 0 (101.0%)	0.358 0 (101.0%)	0.249 2 (100.2%)
0.25	0.25	0.318 3 (99.9%)	0.293 7 (99.9%)	0.230 0 (100.0%)
	1.0	0.318 7	0.294 1	0.230 1
	4.0	0.320 3 (100.5%)	0.295 4 (100.4%)	0.230 5 (100.2%)
	8.0	0.322 5 (101.2%)	0.297 1 (101.0%)	0.230 9 (100.3%)

$b/H = 0.5, \nu' = 0.45$, 表中数値は $\sigma_{t=0}/q$ 値

表-2 荷重中心線上における初期過剰水圧と弾性平均直応力の比較

z/H	$\sigma_{t=0}/q$	σ_m/q
0.8	0.589	0.582
0.6	0.446	0.439
0.4	0.358	0.353
0.2	0.313	0.309

$x/H = 0.0, b/H = 0.5$

表-3 初期過剰水圧と弾性平均直応力の比較

z/H	0.0		0.5		1.0	
	$\sigma_{t=0}/q$	σ_m/q	$\sigma_{t=0}/q$	σ_m/q	$\sigma_{t=0}/q$	σ_m/q
0.8	0.583	0.582	0.283	0.282	-0.028	-0.027
0.6	0.441	0.439	0.259	0.258	0.037	0.038
0.4	0.354	0.353	0.239	0.239	0.075	0.075
0.2	0.310	0.309	0.227	0.227	0.093	0.093

($\sigma_{t=0}/q$ は $n=2 \sim 10$ に対してすべて表中の値をとる) $b/H = 0.5$

用いて初期過剰水圧を計算し、それと粘土を非圧縮性弾性体 ($\nu' = 0.5$) として定式化して求めた弾性平均直応力との比較を行ってみた。表-2 には、両者の値に最も大きな差異が生じる荷重中心線上における計算結果を示したが、その違いは 2% 弱であって、上述の推論の妥当性がこの表から立証される。

なお、4. (1) において得られた知見「 $C_h \gg C_v, \nu' = 0.5$ のとき $\sigma_{t=0} = (\sigma_m)_{t \rightarrow \infty}$ 」を用いて、いままでに呈示された計算例の精度について検討しておく。表-3 は $\nu' = 0.499$ または 0.5, $n = 2 \sim 10$ として計算した初期過剰水圧と弾性平均直応力を比較したものである。前者は固有値計算、行列計算、級数計算、数値積分計算等のかなり面倒な計算過程を経て得られるものである。これに対して、後者は弾性解であることによって比較的単純な数値積分計算から求まる。計算過程に大きい違いがあっても、両者は最大 0.5% の差異の範囲内において一致している。よって、ここに示された計算例は単純な数値積分計算に生じる誤差を含む程度であって、表-1 での計算誤差を考え合わせても計算精度は十分に満足のいくものであるといえるだろう。

6. 結 言

拡張された Biot の圧密理論を基礎に、異方透水性を有する粘土地盤の二次元圧密問題について理論解析を進め、多次元圧密特性に関する考察を行った。この結果、圧密一般解を誘導するとともに、計算例および考察よりいくつかの知見を得ることができた。そのうちのおもなものをまとめて列記すると、

(1) 土粒子骨格に関するポアソン比が 0.5 に近い粘土については、初期過剰水圧を弾性理論に基づく平均直応力でもって適正に評価し得ることが理論的に証明され

た. なお, 圧密支配式が載荷瞬時においても満足されなければならないので, 初期過剰水圧解中に透水係数が保有されるが, 物理的理由からして, 初期過剰水圧は異方透水性の影響を受けない. よって, 通常の沖積粘土 ($C_h/C_v=2\sim 5$, $\nu'=0.4$) 地盤における初期過剰水圧は粘土の土粒子骨格に関するポアソン比を 0.5 として計算した弾性平均直応力でもって高精度に評価され得る.

(2) 等方性粘土の場合と同様に, 透水異方性粘土の多次元圧密において, Mandel-Cryer 効果の現象が現われる. ただし, 水平方向の圧密係数あるいは透水係数が鉛直方向のものに比べて相対的に大きいほど, この効果は弱小となる. ところで, 乱さない沖積粘土では, $C_h/C_v=2\sim 4$ といわれている. それゆえ, 粘土層底面における水平変位の拘束性と考え合わせるならば, 実際の地盤内ではこの現象はほとんど生じないと推測される.

(3) 時間係数-沈下度の関係からみると, 圧密進行は荷重半幅と粘土層厚の比 b/H が小さいほど透水異方

性の影響を強く受ける傾向にある. 一方, $b/H > 4$ では透水異方性の影響をまったく受けず, この場合には, たとえ異方透水性を有する地盤であっても一次元圧密に関する Terzaghi 理論でもって圧密算定が可能である.

本研究では, 構造変形の異方性をいっさい考えなかった. 地盤内で土粒子が配向していれば, 必然的に構造変形に関する異方性が存在し得る. この異方性は程度が弱く, また圧密現象に及ぼす影響が小さいと類推されるが, この点を厳密に調べることは肝要である. これを考慮した多次元圧密解析は今後に残された課題である. なお, 著者は, 本文中の図-5 を補足するかたちで, 各ケースについての時間係数-沈下度関係図を近日中に作成したいと考えている.

補 遺

本文中の式 (13)~(17) に現われる ψ_i ($i=1, 2, \dots, 10$) は次のようである.

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{\xi}{\xi^2 + \alpha^2} (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) - \frac{1}{G} \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad + \left. \left(\frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) + \frac{z}{2} \cosh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} + \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{3-4\nu'}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad + \left. \left(\frac{3-4\nu'}{4\xi} \sinh(\xi z) + \frac{z}{2} \cosh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} - (I_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + J_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \\ \psi_2 &= \frac{1}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{3-4\nu'}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) C_\xi + \left(\frac{3-4\nu'}{4\xi} \sinh(\xi z) + \frac{z}{2} \cosh(\xi z) \right) D_\xi \right\} \\ &\quad + (H_\xi \sinh(\xi z) + G_\xi \cosh(\xi z)) \\ \psi_3 &= \frac{\alpha}{\xi^2 + \alpha^2} (A_{\alpha\xi} \sin(\alpha z) - B_{\alpha\xi} \cos(\alpha z)) + \frac{1}{G} \left\{ \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) - \frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad - \left. \left(\frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) - \frac{z}{2} \sinh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} - \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) - \frac{3-4\nu'}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad - \left. \left(\frac{3-4\nu'}{4\xi} \cosh(\xi z) - \frac{z}{2} \sinh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} + (I_{\alpha\xi} \sinh(\xi z) + J_{\alpha\xi} \cosh(\xi z)) \\ \psi_4 &= -\frac{1}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) - \frac{3-4\nu'}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) C_\xi - \left(\frac{3-4\nu'}{4\xi} \cosh(\xi z) - \frac{z}{2} \sinh(\xi z) \right) D_\xi \right\} \\ &\quad - (H_\xi \cosh(\xi z) + G_\xi \sinh(\xi z)) \\ \psi_5 &= \frac{\alpha^2}{\xi^2 + \alpha^2} (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) + \left(\frac{1}{G} - \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1-2\nu'} \right) \xi \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{3}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad + \left. \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) + \frac{3}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} + \xi (I_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + J_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \\ \psi_6 &= -\frac{\xi}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{3}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) C_\xi + \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) + \frac{3}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) D_\xi \right\} \\ &\quad - \xi (H_\xi \sinh(\xi z) + G_\xi \cosh(\xi z)) \\ \psi_7 &= \frac{\xi^2}{\xi^2 + \alpha^2} (A_{\alpha\xi} \cos(\alpha z) + B_{\alpha\xi} \sin(\alpha z)) - \left(\frac{1}{G} - \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1-2\nu'} \right) \xi \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) - \frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ &\quad + \left. \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) - \frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} - \xi (I_{\alpha\xi} \cosh(\xi z) + J_{\alpha\xi} \sinh(\xi z)) \\ \psi_8 &= \frac{\xi}{1-2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) - \frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) C_\xi + \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) - \frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) D_\xi \right\} \\ &\quad + \xi (H_\xi \sinh(\xi z) + G_\xi \cosh(\xi z)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_9 = & \frac{\xi \alpha}{\xi^2 + \alpha^2} (A_{\alpha\xi} \sin(\alpha z) - B_{\alpha\xi} \cos(\alpha z)) + \left(\frac{1}{G} - \frac{\beta(\alpha, \xi)}{1 - 2\nu'} \right) \xi \left\{ \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) + \frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) E_{\alpha\xi} \right. \\ & \left. + \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) F_{\alpha\xi} \right\} + \xi (I_{\alpha\xi} \sinh(\xi z) + J_{\alpha\xi} \cosh(\xi z)) \\ \psi_{10} = & - \frac{\xi}{1 - 2\nu'} \left\{ \left(\frac{z}{2} \cosh(\xi z) + \frac{1}{4\xi} \sinh(\xi z) \right) C_\xi + \left(\frac{z}{2} \sinh(\xi z) + \frac{1}{4\xi} \cosh(\xi z) \right) D_\xi \right\} \\ & - \xi (H_\xi \cosh(\xi z) + G_\xi \sinh(\xi z)) \end{aligned}$$

参 考 文 献

- 1) Lambe, T.W. : The Structure of Inorganic Soil, Proc. ASCE., Vol. 79, Separate No. 315, 1953.
- 2) Biot, M.A. : Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid, Journ. Appl. Phys., Vol. 26, pp. 182~185, 1955.
- 3) Carrillo, N. : Simple Two and Three Dimensional Cases in the Theory of Consolidation of Soils, Journ. Math. Phys., Vol. 21, pp. 1~5, 1942.
- 4) たとえば, Gibson, R.E. and J. McNamee : The Consolidation Settlement of a Load Uniformly Distributed Over a Rectangular Area, Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech., Vol. 1, pp. 297~299, 1957.
- 5) 田村 武 : 多次元圧密における固有値問題とその応用, 土木学会論文報告集, 第 293 号, pp. 79~89, 1980.
- 6) 吉国 洋 : 圧密沈下を考える 2. 圧密理論の役割 (その 1), 土と基礎, 第 27 卷, 第 252 号, pp. 105~111, 1979.
- 7) 山口 柏樹・村上 幸利 : 有限粘土層の多次元圧密について, 土木学会論文報告集, 第 204 号, pp. 71~81, 1972.
- 8) 網干 寿夫 : 圧密, 最上武雄編, 土質力学, 技報堂, pp. 402~403; 466~469, 1969.
- 9) 吉国 洋 : 多次元圧密理論とその軸対称問題への適用, 東京工業大学学位論文, 1973.
- 10) Yamaguchi, H. and Y. Murakami : Plane Strain Consolidation of a Clay Layer with Finite Thickness, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 3, pp. 67~79, 1976.
- 11) Yamaguchi, H. and Y. Murakami : Some Analytical Results of a Plane Strain Consolidation Problem of a Clay Layer with Finite Thickness, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 1, pp. 98~104, 1978.

(1981.8.31・受付)