

## 粒子破碎領域における砂の降伏曲線について

ON THE YIELD CURVE OF SAND IN A PARTICLE-CRUSHING REGION

三 浦 哲 彦\*・山 本 紀 之\*\*  
By Norihiko MIURA and Noriyuki YAMAMOTO

### 1. ま え が き

砂礫中の杭の先端部や高いフィルダムの底部では、10～100 kg/cm<sup>2</sup> (1～10 MPa) の高い圧力が作用するのでこれらの土質材料は粒子破碎を生じることが考えられる<sup>1)~3)</sup>。また、まき土やしらすのようにぜい弱な土粒子からなる砂質土では、1～3 kg/cm<sup>2</sup> (0.1～0.3 MPa) の低圧下でも無視できないほどの粒子破碎を生じる<sup>4)~6)</sup>。その結果、これらの材料の圧縮・せん断・応力ひずみ特性は粒子破碎が生じない場合に比べてかなり異なったものとなる。

まず、圧縮性は粒子破碎によって著しく増大し、いわゆる  $e \sim \ln p_{iso}$  直線関係 ( $e$ : 間隙比,  $p_{iso}$ : 等方圧力) は粒子破碎を生じ始める圧力付近で折線となり、それ以上の圧力域での直線勾配は正規圧密粘土のそれに匹敵するほどの大きさとなる<sup>7)</sup>。この折点に相当する応力は粒子破碎による降伏応力であって、この応力より高い圧力域を本文では粒子破碎領域とよぶことにする。

せん断強度に及ぼす影響については、粒子破碎によってダイレイタンスー効果が減少しその結果せん断強度は低下すると説明される<sup>8)</sup>。それゆえ正のダイレイタンスー効果の大きい試料 (粒子形状が複雑でかみ合わせ効果の大きい試料, 密度の高い試料等) ほど粒子破碎による強度低下は顕著となる。

また、応力ひずみ特性に及ぼす粒子破碎の影響は、体積ひずみの増加、破壊軸ひずみの増大、応力ひずみ曲線のピークの鈍化などの形で現われる。このような変化はひずみ軟化材料の応力ひずみ特性を有していた砂が、粒子破碎のためにひずみ硬化材料 (たとえば正規圧密粘土) の応力ひずみ特性を示すようになったとみなすことができよう。

上記のことに着目して、著者は先に、高圧下で粒子破碎を生じる場合の砂の応力ひずみ挙動は、Roscoe らが正規圧密粘土に対して導いた弾塑性モデル<sup>9)</sup>を適用することによりおおむね予測できることを示した<sup>7)</sup>。しかし、その後に行った検討の中で上記モデルの適用性についての問題点も明らかとなってきた。特に、実験的に定めた降伏曲線の形状は Roscoe モデルで予測したものとはかなり違ったものになることがわかってきた。

本研究は、土質材料の応力ひずみ挙動を究明するうえで降伏曲線の形状を明らかにしておくことはきわめて重要であるとの考えから、高圧三軸試験機による多段的応力径路試験を行って粒子破碎領域における砂の降伏曲線の特性を調べたものである。

### 2. 多段的応力径路試験

#### (1) 実験試料

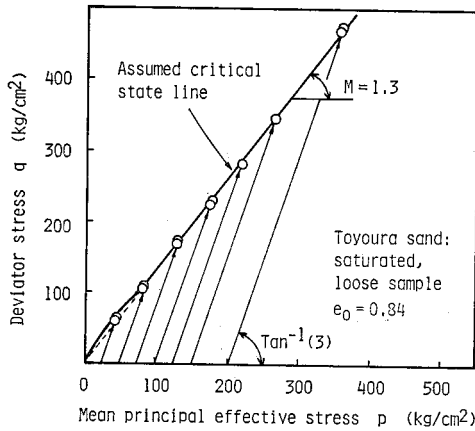
実験試料として豊浦砂を用いた。そのおもな性質は次のとおりである。土粒子比重=2.65, 最大粒径=0.25 mm, 均等係数=1.5。

本研究では、直径 50 mm, 高さ 130 mm, 初期間隙比約 0.84 の飽和ゆる詰め供試体を用いた。供試体はモールドで支持したゴムスリーブ (厚さ 1 mm) を脱気水で満たし、その中に煮沸脱気した試料を少量ずつ注ぎ込むという方法で作製した。

この供試体の材料定数として Roscoe ら<sup>9)</sup>が定義した  $\lambda, \kappa$  および  $M$  を用いるので、それらを求めた方法と結果について述べておく。まず、 $\lambda$  については等方圧密試験を行って  $e \sim \ln p_{iso}$  曲線を描き、その正規圧密曲線の勾配より  $\lambda = (e_1 - e_2) / \ln(p_2/p_1)$  で与えられる。 $\kappa$  は同曲線の膨張曲線勾配で与えられる。本実験試料については、先に文献 7) に示した値、 $\lambda=0.162, \kappa=0.018$  を用いることにする。

\* 正会員 工博 山口大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 基礎地盤コンサルタンツ (株)



図一 排水三軸圧縮試験による土質定数  $M$  の決定  
(100 kg/cm<sup>2</sup> = 9.8 MPa)

$M$  は摩擦特性を示す定数であり ( $\sin \phi' = 3M / (6 + M)$ ), ここに  $\phi'$  は内部摩擦角) 限界状態における応力比  $\eta$  によって与えられる。最大, 最小有効主応力を  $\sigma_1', \sigma_3'$  ( $= \sigma_2'$ ) とすると, 応力比  $\eta$ , 軸差応力  $q$  および平均有効主応力  $p$  は,

$$\left. \begin{aligned} \eta &= q/p \\ q &= \sigma_1' - \sigma_3' \\ p &= (\sigma_1' + 2\sigma_3')/3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

飽和ゆる詰め供試体に対する排水三軸圧縮試験の結果は図一1のようであり, これより  $M = \eta_{cs} = 1.30$  を得る。

上記の応力パラメーター  $q$  および  $p$  に対応するひずみ成分としてせん断ひずみ  $\epsilon$  および体積ひずみ  $v$  を用いるが, これらは主ひずみ成分  $\epsilon_1, \epsilon_3$  ( $= \epsilon_2$ ) を使って次のように表わされる。

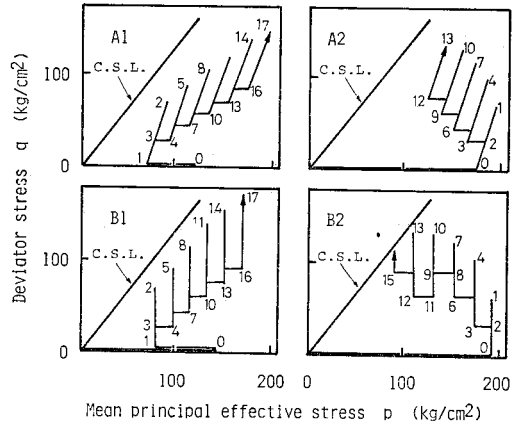
$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_1 - (v/3) \\ v &= \epsilon_1 + 2\epsilon_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(2) 実験方法

降伏曲線の形状を調べるには負荷・除荷・再負荷を繰り返して行い多段的応力経路の三軸試験によるのが効率的である。本研究では龍岡らの方法<sup>10)</sup>に準じて図二に示す4通りの多段的応力経路試験を行った。

各試験において, 等方圧密に6~10時間, 負荷・除荷の1サイクルに約2時間をかけた。負荷・除荷1サイクルの負荷過程では, 4~5段階の応力レベルに分けて応力制御方式で負荷し, 各応力レベルにおいて軸ひずみの進行速度が供試体高さに対する割合で0.01%/min以下になったら次の段階に移行するという方法によった。以上に述べた方法で実験を行った場合, 1つの多段的応力経路試験に約20時間を要した。

試験中, 拘束圧  $\sigma_3$  を増減させるのに伴ってピストン摩擦とメンブレンペネトレーションが変動するのでその

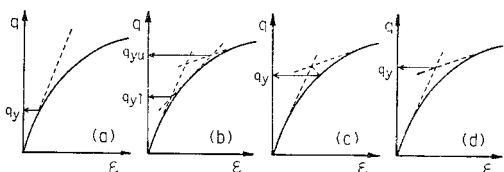


図二 多段的応力経路による三軸試験  
 $A_1, A_2$ : 拘束圧一定で負荷,  
 $B_1, B_2$ : 平均有効主応力一定で負荷  
(100 kg/cm<sup>2</sup> = 9.8 MPa)

補正が必要となる。ピストン摩擦については, あらかじめ調べておいた拘束圧~ピストン摩擦力曲線 ( $\sigma_3 = 100$  kg/cm<sup>2</sup> で20 kg程度の値) を用いて補正を行ったが, メンブレンペネトレーションについては実験拘束圧の範囲ではその変動は小さい<sup>11)</sup>のでこれを無視した。

(3) 降伏応力の決定

土の応力ひずみ関係は双曲線に近い形となる場合が多く<sup>12)</sup>, 弾性領域と塑性領域の境界としての降伏応力を応力ひずみ曲線上で明確に定めることは一般に困難である。粒子破碎領域の砂の応力ひずみ関係においても例外ではない。このような応力ひずみ曲線上で降伏応力をどのようにして決定するかが一つの問題となる。そこで  $q \sim \epsilon$  および  $p \sim v$  の2種類の応力ひずみ曲線について図三の4通りの方法について適否を検討し, また半対数図上の応力ひずみ曲線上で降伏応力を決める方法をもあわせて検討した。結局, 算術目盛図上に描いた応力ひずみ曲線上の最大曲率点(図三(c))で降伏応力を求めることにした。この方法によると, 座標スケールの選び方の影響が小さく, 比較的客観的に降伏応力を定め得るばかりでなく,  $q \sim \epsilon$  曲線および  $p \sim v$  (B1, B2タイプ試験では  $\eta \sim v$ ) 曲線の降伏応力が比較的良好一致する, 降伏曲線の特性が明瞭に現われる, などデータを整理した結果からみても合理性がうかがえたからである。図一



図三 降伏応力の決定法

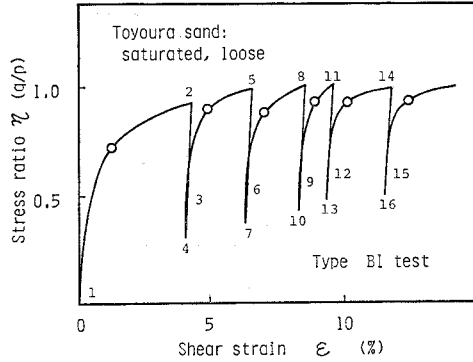


図-4 多段的応力経路試験 (B1 タイプ) における応力比 $\eta$ ～せん断ひずみ曲線の例 (図中番号は図-2 と対応)

4 に応力ひずみ曲線の一例を示す。

### 3. 降伏曲線の特性

#### (1) 実験結果

降伏曲線は 図-5 に説明する方法で定めた。まず、供試体を点 0 まで等方圧密した後、塑性ひずみが十分認められる点 1 まで負荷する。続いて除荷・再負荷を行い再び塑性ひずみが発生し始める降伏点 Y を見出し、線分  $\widehat{1Y}$  を引くとこれが降伏曲線の一部分を与える。

図-6 は 4 種類の多段的応力経路試験によって求めた降伏曲線群を示したものである。これより、 $q \sim \epsilon$  曲線および  $p \sim v$  (または  $\eta \sim v$ ) 曲線のそれぞれについて別個に定めた降伏曲線はおおむね一致することが認められる。

#### (2) 降伏曲線の特性

龍岡らは、 $p < 10 \text{ kg/cm}^2$  (1 MPa) の圧力域におけるゆる詰め砂の降伏曲線の特性を調べて次のような関係のあることを見出している<sup>10)</sup>。

$$\frac{d\eta}{dp} = F(p) \dots\dots\dots (3)$$

そこで、図-6 に示した実験結果についても  $d\eta/dp \sim p$  関係を調べてみたがユニークな関係を見出すことはできなかった。

Roscoe と Burland<sup>9)</sup> が正規圧密粘土に対して導いた Cam-clay 式および修正式から降伏曲線に関する次の関係式を得る。

Cam-clay 式:

$$\frac{dq}{dp} = \eta - M \dots\dots\dots (4)$$

修正式:

$$\frac{dq}{dp} = \frac{1}{2\eta} (\eta^2 - M^2) \dots\dots\dots (5)$$

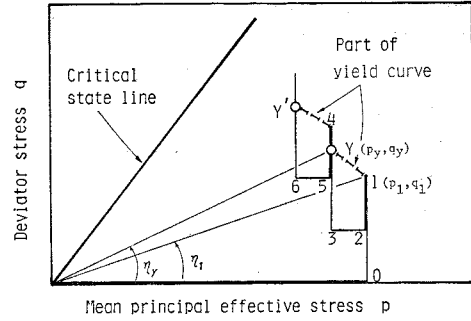


図-5 降伏曲線の切片の定め方

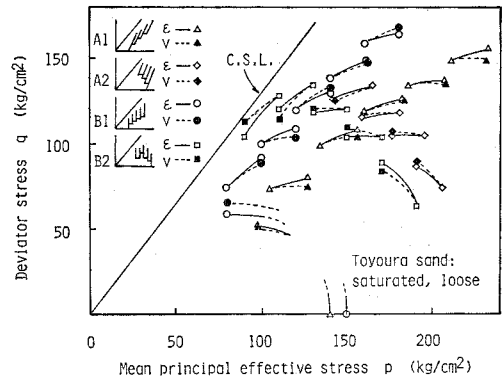


図-6 4 種類の多段的応力経路試験で定めた降伏曲線群 実線は  $q \sim \epsilon$  曲線, 点線は  $p \sim v$  (または  $\eta \sim v$ ) 曲線による ( $100 \text{ kg/cm}^2 = 9.8 \text{ MPa}$ )

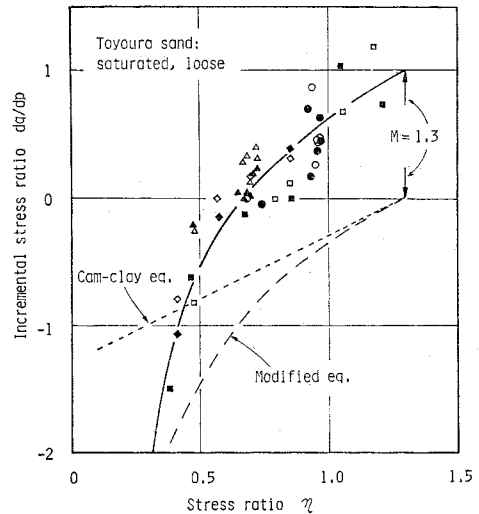


図-7 実験で求めた降伏曲線の切片群の  $dq/dp \sim \eta$  特性 (図中のマークは 図-6 と同じ)

両式が本実験試料に適用できないことはすでにわかっているが<sup>13)</sup>, これらの式からの類推によって降伏曲線の勾配  $dq/dp$  が応力比  $\eta$  のみの関数であるかどうかを調べるのは意味のあることと思われた。

図-5を参照して点1の応力パラメーターを $(p_1, q_1, \eta_1)$ , 降伏点Yのパラメーターを $(p_y, q_y, \eta_y)$ とすると,  $dq/dp$  および  $\eta$  は近似的に次式で求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq}{dp} &\approx \frac{q_1 - q_y}{p_1 - p_y} \\ \eta &\approx \frac{\eta_1 + \eta_y}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

上式を用いて 図-6の結果を $(dq/dp) \sim \eta$ プロットしたのが 図-7である. 図中のマークは 図-6で用いたものと同じである.

図-7より, データはある程度ばらついているが全体的にみれば  $dq/dp$  と  $\eta$  との間には応力径路によらずユニークな関係が存在するとみてよさそうである. いま, 本実験試料の  $dq/dp \sim \eta$  特性曲線として図中の実線を考える. 同図中の点線と破線は Cam-clay 式および修正式であり実測曲線と比較するために示した. 両理論式と実測曲線の最も大きな相違点は, 前者では  $dq/dp$  は正とはならないのに実測曲線では  $1.30 \geq \eta \geq 0.66$  の範囲で  $dq/dp > 0$  となることである.

上述の実験結果から, 本実験試料の降伏曲線の特性は Roscoe 式と同様に  $\eta$  のみの関数であることがわかった. それゆえ次式のように表わせる.

$$\frac{dq}{dp} = G(\eta) \dots\dots\dots (7)$$

式(7)の関係をを用いると本試料に対する降伏曲線の式は次のように求められる. すなわち, 式(1)の第1式より導かれる関係  $dq = \eta dp + p d\eta$  を式(7)に代入して積分すると, 降伏曲線の式は,

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{p_i}{U_p(\eta_i)} \cdot U_p(\eta) \\ q &= \eta p \\ U_p(\eta) &= \exp \left[ \int_0^\eta \frac{1}{G(\eta) - \eta} d\eta \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに,  $p_i$  は積分定数で  $\eta = \eta_i$  のときの降伏曲線上の平均有効主応力である.

次に, ある1本の降伏曲線を考えて, それは  $\eta = 0$  のときに正規圧密曲線と交わる. このときの  $p$  値を  $p_e$  と書くと式(8)の第1式より,  $p_{\eta=0} = p_e = [p_i / U_p(\eta_i)] \cdot U_p(0)$ , ここで  $U_p(0) = 1$  であるから

$$p_e = \frac{p_i}{U_p(\eta_i)} \dots\dots\dots (9)$$

この  $p_e$  を用いると降伏曲線の式は次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} p &= p_e U_p(\eta) \\ q &= \eta p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

式(8)または(10)によって降伏曲線を描くには  $\eta \sim U_p(\eta)$  関係および降伏曲線上の一つの応力値  $(p_i, \eta_i)$  が必要である.  $\eta \sim U_p(\eta)$  関係式は得られていないが,  $dq/dp \sim \eta$  曲線に基づいて数値積分することにより 図-8の  $\eta \sim U_p(\eta)$  曲線を得る.

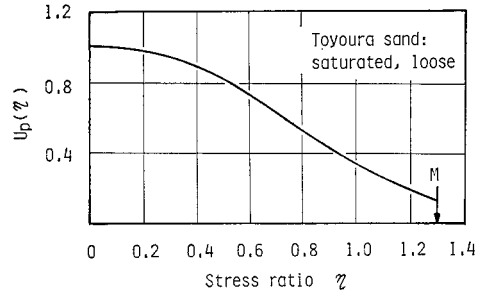


図-8  $U_p(\eta) \sim \eta$  関係

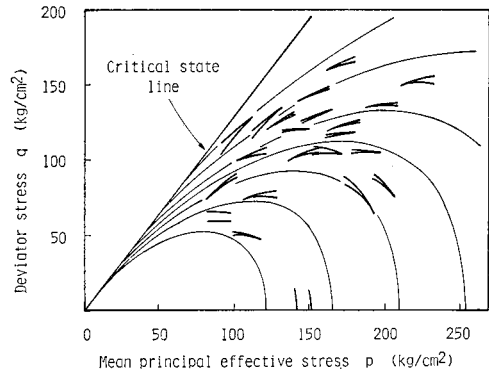


図-9 式(10)に基づく降伏曲線と実測した降伏曲線の切片との比較 ( $100 \text{ kg/cm}^2 = 9.8 \text{ MPa}$ )

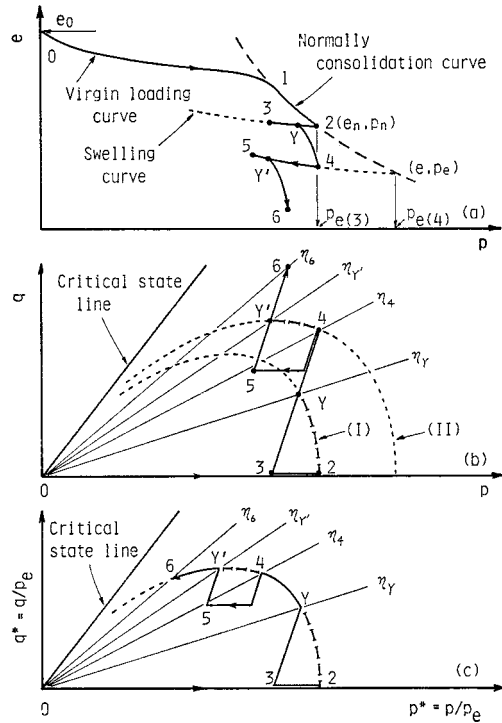
図-9は, 図-8および式(10)により種々の  $p_e$  値に対して描いた降伏曲線群である. 図中の実測した降伏曲線の切片(図-6と同じもの)との比較から, 前述の方法で描いた降伏曲線は実測値におおむね適合するものであることがわかる.

(3) 降伏曲線の正規化

式(7)は, 粒子破碎領域における砂の降伏曲線が  $p \sim q$  図上で原点に関して相似であることを意味する. したがって適切な応力パラメーターを用いて正規化すれば降伏曲線群は1本の曲線で表わせるものと考えられる. ここでは, 先に式(9)で定義したパラメーター  $p_e$  を用いて降伏曲線を正規化することを考える.

図-10は, 応力パラメーター  $p_e$ , および  $p_e$  を用いた降伏曲線の正規化を説明したものである. 同図(a), (b)を参照して, 供試体が点  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  の過程で等方的に負荷・除荷された後, 点  $3 \rightarrow Y \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow Y' \rightarrow 6$  の過程で偏差応力下で負荷・除荷・再負荷された場合を考えよう. ここで, 曲線  $0 \rightarrow 1$  は処女負荷過程ではあるが除荷過程  $2 \rightarrow 3$  のいわゆる膨脹曲線とほぼ平行な擬似的膨脹曲線である. また, 点1より高い圧力域はこの試料にとっての粒子破碎領域となる.

図-10(a)において, 正規圧密曲線上の任意点, たと



図一〇 降伏曲線の正規化：(a) 応力パラメーター  $p_e$ ，(b)  $p \sim q$  図上における応力経路，(c)  $p^* \sim q^*$  図上における正規化された応力経路

例えば点2の間隙比と平均有効主応力を  $(e_n, p_n)$  とする。また、せん断過程のいま考えている点、たとえば点4のそれを  $(e_s, p_s)$ 、この点を通り傾き  $\kappa$  の曲線(膨張曲線)が正規圧密曲線と交わる点の  $e, p$  を  $(e, p_e)$  としよう。  
 2.(1)でも示したように、正規圧密曲線と膨張曲線は半対数図上では直線で近似できてそれらの勾配は  $\lambda$  および  $\kappa$  となるから、 $\lambda = (e_n - e) / \ln(p_e / p_n)$  および  $\kappa = (e_s - e) / \ln(p_e / p_s)$  となる。これらの式から  $e$  を消去すると  $p_e$  の式として次式を得る。

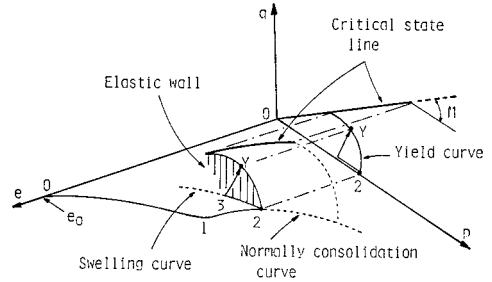
$$p_e = \exp\left(\frac{e_n - e_s + \lambda \ln p_n - \kappa \ln p_s}{\lambda - \kappa}\right) \dots\dots(11)$$

たとえば点2  $(e_n, p_n)$  まで圧密された供試体では  $p_e = p_n = p_{e(2)}$ 、点3までの除荷過程では  $(e_s - e_n) / (\ln p_n - \ln p_s) = \kappa$  (定数) の関係を式(11)に入れると点2→点3の間でやはり  $p_e = p_n$  となる。

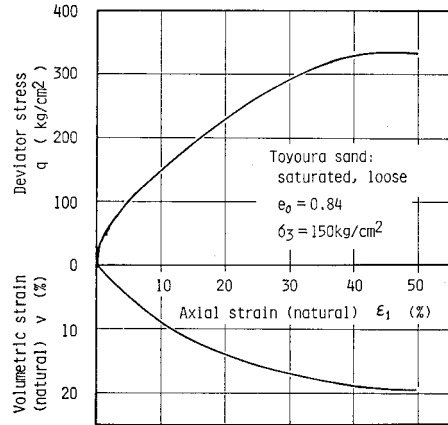
点3の供試体にせん断力を加えた場合は、膨張曲線直上の弾性壁内(図一〇参照)を通っている間は  $p_e = p_n$  であるが、点Yを越えると塑性変形を生じ始めて  $p_e$  は指数関数的に増加し点4に達したときは  $p_e = p_{e(4)}$  となる。

上述の応力パラメーター  $p_e$  を使って式(10)を次のように書き改める。

$$\left. \begin{aligned} (p/p_e) &= U_p(\eta) = p^* \\ (q/p_e) &= (\eta p/p_e) = q^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$



図一〇 膨張曲線直上の弾性壁



図一〇 拘束圧一定排水三軸圧縮試験の結果 (100 kg/cm² = 9.8 MPa)

さて、図一〇の説明からも理解されるように、任意な応力経路の三軸試験結果を  $p^* \sim q^*$  プロットすると正規化した降伏曲線が得られるはずである(図一〇(c)の2Y4Y'6...を包絡する曲線)。これは標準的な排水三軸圧縮試験を一つ行えば正規化した降伏曲線を描くことができることを意味する。このことを実験的に確かめるために、飽和ゆる詰め供試体について改めて拘束圧一定( $\sigma_3 = 150 \text{ kg/cm}^2$ )の排水三軸圧縮試験を行った。試験条件等を多段的応力経路試験の場合と近いものとするために、供試体作製および等方圧密の方法は2.で述べたのと同じ方法で行い、せん断試験は軸ひずみ速度 0.015%/min で約 40 時間(最終自然軸ひずみ約 50%)をかけて行った。応力ひずみ曲線は図一〇に示すとおりであった。この図でひずみ  $\epsilon_1$  および  $v$  は自然ひずみで表わしている。

図一〇は  $e \sim \ln p \sim \ln p_e$  関係を、また図一〇は  $p^* \sim q^*$  プロットを示したものである。図一〇中の破線は、式(10)および図一〇に基づく降伏曲線を正規化して描いたものである。この多段的応力経路試験に基づく曲線には複雑な応力経路の影響がいくらか入っていると思われる、これが両曲線の間に若干のずれを生ぜしめた原因の一つであろうと推察される。しかし、全体的にみれば2

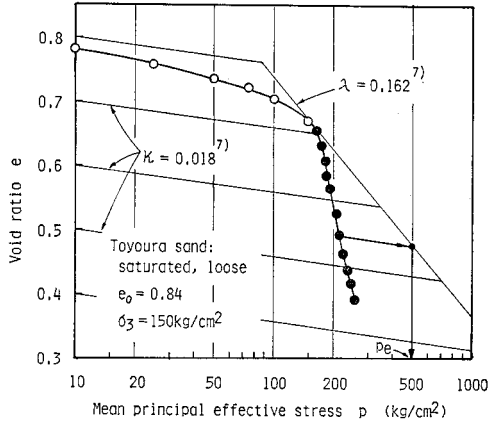


図-13 排水三軸圧縮試験における  $e \sim \ln p \sim \ln p_e$  関係  
○ は圧密過程, ● はせん断過程  
( $100 \text{ kg/cm}^2 = 9.8 \text{ MPa}$ )

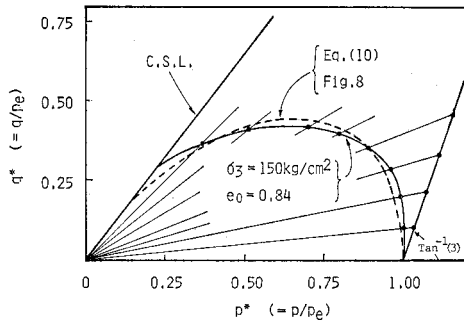


図-14 排水三軸圧縮試験および多段的応力径路試験から求めた正規化降伏曲線の比較

つの方法で求めた曲線はよく合っているとみてよく、1個の標準的排水せん断試験から正規化された降伏曲線を定めることの妥当性は一応実験的にも確かめられたといえよう。

上述の方法で降伏曲線を定めようとする場合の一つの問題点は荷重速度の影響である。本実験では軸ひずみ速度は  $0.015\%/min$  という比較的緩速なせん断試験を行ったが、軸ひずみ速度を  $0.1\%/min$  程度にすると降伏曲線は上方に膨らむ傾向がある。この荷重速度の影響は、 $\lambda$  値、 $\kappa$  値を決定する場合の圧密時間の影響とも関連させて考察すべき問題であると思われる今後の課題としたい。

#### 4. 等塑性仕事線

##### (1) 塑性仕事に基づく降伏応力

3.(1) では  $q \sim \epsilon$  曲線および  $p \sim v$  曲線 (B1, B2 タイプ試験では  $\eta \sim v$  曲線) に基づいて降伏応力を定めたが、応力とひずみエネルギー関係に基づいて降伏応力を

決定することも検討されている。

Tavenas ら<sup>14)</sup> は軽く過圧密された粘土の降伏応力を求めるにあたって、 $\epsilon_1$ ,  $v$  およびひずみエネルギー  $W$  の各量が急増する点を考えそれらを比較して次のような結論を得ている。a) 3つの方法による降伏応力はほぼ一致する、b) 特定の応力径路に対して  $\epsilon_1$  または  $v$  はその変化が小さく降伏応力を決めるのに不都合である、c) これに対して  $W$  はすべての応力径路に対して降伏規準として有用である。

上述の Tavenas らの結論は、次のようなことから本実験結果にも適用できると考える。3.(1)において、 $q \sim \epsilon$  曲線および  $p \sim v$  曲線に基づいて定めた2つの降伏応力がほぼ一致することを示したが、これはある応力レベル (降伏応力) に達したときに  $\epsilon$  と  $v$  が同時に急増し始めることを意味する。ところで、ひずみエネルギー  $W$  は、 $W = \int (qd\epsilon + pdv)$  と表わされるから、 $\epsilon$  および  $v$  が急増する場合は  $W$  もまた急増することがわかる。したがって応力とひずみエネルギーの関係を描いて  $W$  の急増する点を見出せばこれが降伏応力を与えることになる。実際、 $q \sim W$  関係に基づいて定めた降伏応力は、 $q \sim \epsilon$  または  $p \sim v$  曲線から求めた降伏応力と変わらないことを確かめている。

さて、ひずみエネルギーすなわち供試体になされた全仕事  $W$  の代わりに塑性仕事  $W_p$  を用いても同じ議論ができよう。 $W_p$  は次式で表わされる。

$$W_p = W - W_e \\ = \int (qd\epsilon + pdv) - \int (qd\epsilon_e + pdv)_e \dots \dots (13)$$

ここで、添字  $p$  は不可逆的成分を、また  $e$  は可逆的成分を意味する。 $W$  の代わりに  $W_p$  を用いる場合には、 $W_p$  が生じ始める点が降伏応力を与えることになる。

本研究において全仕事  $W$  よりもむしろ塑性仕事  $W_p$  について考察しようとするのは次のような理由による。

粒子破碎領域における降伏曲面の大きさは粒子破碎の量と密接に関連していると考えられ、粒子破碎の進行に伴って降伏曲面はしだいに拡大していくものと推測される。もしそうであれば、粒子破碎領域における降伏応力、降伏曲面の性質を探ることは、応力ひずみ関係や応力ひずみエネルギー関係によるのみならず、粒子破碎量の変化を調べることによっても可能となる。さて、著者は先に、三軸応力下における砂の粒子破碎量 (= 表面積増加  $\Delta S$ ) は試料になされた塑性仕事  $W_p$  とユニークな関係にあることを示した<sup>9)</sup>。このことから、粒子破碎領域における降伏曲面と粒子破碎の関係を調べるにあたって、多数の実験を要する  $\Delta S$  の代わりに、応力ひずみ曲線から簡単に引き出せる  $W_p$  を用いて検討を行うのも一つの方法であると考えた。

以上の考察から、本研究では数個の排水三軸圧縮試験の結果に基づいておのおのの応力径路に沿う塑性仕事の変化を調べ、これより等塑性仕事線を描いてそれが多段的応力径路試験で定めた降伏曲線とどのような関係にあるかを調べることにした。

(2) 実験および結果

飽和ゆる詰め供試体に対する排水せん断試験結果に基づき、等方圧密過程およびせん断過程のいろいろな応力レベルまでになされた塑性仕事を求めた。

まず、50~500 kg/cm<sup>2</sup> (5~50 MPa) の等方圧力のもとで荷重・除荷試験を行い、文献 8) の図-5 に示したと同様な  $p$ - $v$  曲線を描きその面積より塑性仕事を求めて 図-15 の結果を得た。同図より塑性仕事  $W_p$  は等方圧力が 60 kg/cm<sup>2</sup> (6 MPa) を越えるあたりから生じ始めることがわかる。この圧力は粒子破碎が顕著になり始める圧力とほぼ一致する<sup>9)</sup>。60 kg/cm<sup>2</sup> (6 MPa) より低い圧力域はいわば擬似的な弾性領域であって、この領域と塑性領域 (粒子破碎領域) の間には擬似的な降伏曲線が存在することが予測される。そして、この擬似的降伏曲線は  $p$  軸上 60 kg/cm<sup>2</sup> の応力点を通り、この曲線の外側の領域に降伏曲線群が展開するものと考えられる。

次に、せん断過程の塑性仕事については  $q$ - $\epsilon$  曲線および  $p$ - $v$  曲線 (等方圧密過程も含む) で囲まれた面積

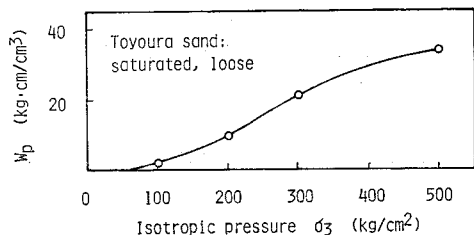


図-15 等方圧力によりなされた塑性仕事  $W_p$  (100 kg/cm<sup>2</sup>=9.8 MPa, 10 kg·cm/cm<sup>2</sup>=0.98 MN·m/m<sup>3</sup>)

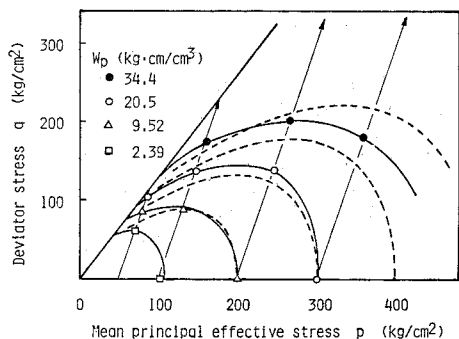


図-16 等塑性仕事線による降伏曲線の推定 (100 kg/cm<sup>2</sup>=9.8 MPa, 10 kg·cm/cm<sup>2</sup>=0.98 MN·m/m<sup>3</sup>)

の和で  $W_p$  を求めた<sup>9)</sup>。このとき、式 (13) 右辺 4 項の中の第 3 項は Roscoe ら<sup>9)</sup> にならって  $\int q d\epsilon_e = 0$  と仮定した。このことの妥当性は、 $q$ - $\epsilon$  曲線において除荷過程の  $\epsilon$  変化は無視できる程度であるということから確かめられている。

上述のようにして塑性仕事を求め、4 つの三軸圧縮試験の各応力径路上に一定の  $W_p$  に相当する点をプロットしこれらをつなげて描いたのが 図-16 の等塑性仕事線である。同図中の破線は式 (10) および 図-8 に基づいて描いた降伏曲線である。両種の曲線は比較的よく一致しているといえよう。この結果からただちに等塑性仕事線は降伏曲線に一致すると結論することはできないが、少なくとも両曲線は密接な関係にあることは示し得たと考える。今後、多段的応力径路試験における粒子破碎量および塑性仕事の変化を調べて、粒子破碎領域における降伏曲線の特性を粒子破碎の観点から検討していきたい。

5. 各種降伏曲線との比較

土に適用できる降伏曲線式の中で Cam-clay 式、修正式、Lade 式などは広く知られている。これらの降伏曲線式と本実験試料の降伏曲線とを比較検討する。

Cam-clay 式および修正式は次のように表わされている<sup>9)</sup>。

Cam-clay 式 :

$$\frac{p}{p_0} = \exp\left(-\frac{\eta}{M}\right) \dots\dots\dots (14)$$

修正式 :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $p_0$  は  $\eta=0$  における平均有効主応力の値である。

次に、Lade の降伏曲線式は次のようである<sup>15)</sup>。

$$f = \frac{I_1^3}{I_3} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $I_1$  および  $I_3$  は第 1 次および第 3 次の応力不変

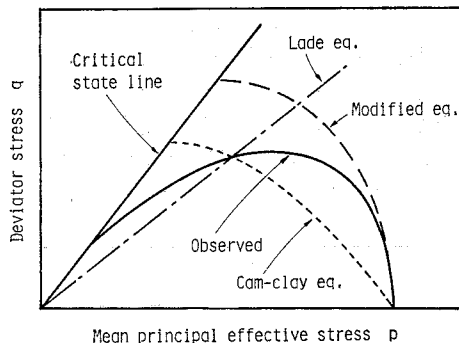


図-17 実測降伏曲線と各種降伏曲線の比較

量であり、 $f$  の値は  $\sigma_1' \geq \sigma_2' = \sigma_3'$  の場合は  $729/[3(3-M)^2(3+2M)] \geq f \geq 27$  の範囲の値となる。

図-17 は多段的応力径路試験によって定めた降伏曲線と前述の3式による降伏曲線を比較して示したものである。この図から、実測した降伏曲線は粒子破碎を生じない場合の砂の降伏曲線(Lade式)よりはむしろ正規圧密粘土の降伏曲線(Cam-clay式)に近いものであることがわかる。これは、粒子破碎の結果、砂がひずみ硬化性の材料に変化したためであると解釈できよう。

## 6. 結 論

粒子破碎領域における砂の降伏曲線の形状と特性を明らかにするために、飽和ゆる詰め豊浦砂の等方圧密供試体に対して多段的応力径路による高圧三軸試験を行った。得られた結論のうちおもなものを列記すると次のとおりである。

(1)  $q \sim \varepsilon$  および  $p \sim v$  両応力ひずみ曲線のおおのについて最大曲率点で定めた降伏応力は  $p \sim q$  図上でほぼ同じ応力点を与える。

(2) 多段的応力径路試験で求めた降伏曲線の切片の特性は  $dq/dp = G(\eta)$  と表わされ、実験を行った範囲では応力径路依存性は小さい。

(3) 特性曲線  $dq/dp = G(\eta)$  に基づいて描いた降伏曲線群は実測した降伏曲線の切片群によく適合することが確かめられた。

(4) 三軸試験の任意な応力径路に沿う応力値を新たに定義した応力パラメーター  $p_e$  を用いて整理し  $p^*(=p/p_e) \sim q^*(=q/p_e)$  プロットすると1本の正規化した降伏曲線が得られる。

(5) (4) の結論は、標準的な排水三軸圧縮試験に基づいて描いた正規化した降伏曲線が多段的応力径路試験より定めた降伏曲線にほぼ一致することで確かめられた。

(6) 粒子破碎領域の降伏曲線と粒子破碎量および塑性仕事との関係について考察し、排水三軸圧縮試験に基づいて描いた等塑性仕事線は、多段的応力径路試験による降伏曲線におおむね一致することを示した。

本研究で明らかにできたことは以上のとおりである。本文中でも述べた降伏曲線の載荷速度依存性の問題のほか、異方圧密の影響、流れ法則の検討など重要な問題が残されたままであり今後の研究に待ちたい。

最後に、熱心の実験を行っていただいた菊沢朋巳君(現・日本道路公団)と安福規之君(山口大学大学院)に感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) De Beer, E.E.: The Scale Effect in the Transposition of the Results of Deep Sounding Tests on the Ultimate Bearing Capacity of Piles and Caisson Foundations, *Geotechnique*, Vol. 13, No. 1, pp. 39~75, 1963.
- 2) Hall, E.B. and B.B. Gordon: Triaxial Testing with Large-Scale High Pressure Equipment, *Laboratory Shear Testing of Soils*, STP No. 361, ASTM, pp. 315~328, 1963.
- 3) 赤司六哉・高田 真・大島俊明: ロック材の三軸圧縮試験結果について, 第7回土質工学研究発表会講演集, pp. 173~176, 1972.
- 4) 福田 護・西田一彦・澤 孝平: 講座  $c$  と  $\phi$  を考える, 6. マサ土, 土と基礎, Vol. 23, No. 5, pp. 77~84, 1975.
- 5) Miura, N. and S. O-hara: Particle-Crushing of a Decomposed Granite Soil under Shear Stresses, *Soils and Foundations*, Vol. 19, No. 3, pp. 1~14, 1979.
- 6) 春山元寿: 講座  $c$  と  $\phi$  を考える, 7. シラス, 土と基礎, Vol. 23, No. 6, pp. 67~74, 1975.
- 7) 三浦哲彦: 高圧下の砂の応力~ひずみ関係に関する一考察, 土木学会論文報告集, No. 282, pp. 127~130, 1979.
- 8) 三浦哲彦・山内豊聡: 砂のせん断特性に及ぼす粒子破碎の影響, 土木学会論文報告集, No. 260, pp. 109~118, 1977.
- 9) Roscoe, K.H. and J.B. Burland: On the Generalized Stress-Strain Behaviour of "Wet" Clay, *Engineering Plasticity*, Cambridge Univ. Press, pp. 535~609, 1968.
- 10) Tatsuoka, F. and K. Ishihara: Yielding of Sand in Triaxial Compression, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 63~76, 1974.
- 11) 三浦哲彦・山本哲朗: 砂の高圧三軸圧縮試験の結果に及ぼす2, 3の要因について, 土質工学論文報告集, Vol. 16, No. 3, pp. 123~128, 1976.
- 12) Kondner, R.L. and J.S. Zelasko: Void Ratio Effects on the Hyperbolic Stress-Strain Response of a Sand, *Laboratory Shear Testing of Soils*, ASTM, STP No. 361, pp. 250~257, 1963.
- 13) 三浦哲彦・山本紀之・菊沢朋巳: 豊浦砂の降伏関数について, 山口大学工学部研究報告, Vol. 32, No. 1, pp. 81~90, 1981.
- 14) Tavenas, F., J.-P. Des Rosiers, S. Leroueil, P. La-Rochelle and M. Roy: The Use of Strain Energy as a Yield and Creep Criterion for Lightly Overconsolidated Clays, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 3, pp. 285~303, 1979.
- 15) Lade, P.V. and J.M. Duncan: Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil, *Proc. ASCE*, Vol. 101, No. GT 10, pp. 1037~1053, 1975.

(1981.12.16・受付)