

浸透層上の流れの抵抗則に関する実験的研究*

AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE RESISTANCE LAW OF THE FLOW OVER POROUS LAYER

山 田 正**・川 端 規 之***

By Tadashi YAMADA and Noriyuki KAWABATA

1. はじめに

かつて Ruff・Gelhar¹⁾ は骨格状 (Skeletal) あるいは粒子状 (Granular) の浸透層を円管路内壁にはりつけることによって作った管路流れを詳細に測定し、浸透層上の流れの抵抗係数は主流のレイノルズ数の増大とともに大きくなることを見出している。この実験に引き続き Chu・Gelhar²⁾ および中川・禰津³⁾ は主流の乱れと浸透層内の乱れとの相互作用を考慮した理論解析を行い、上記の抵抗特性を明らかにしている。一方、著者らは文献 4) において混合距離理論に基づき、浸透層上の流れの抵抗特性を理論的に明らかにしている。本論文はこの理論解析において用いられているいくつかの仮定を実験的に検証したものであり、さらに実験の側面から浸透層上の流れの流速分布や抵抗等の特性を明らかにしたものである。

2. 実験装置および実験結果

(1) 実験装置の概要

[実験装置-1]: これは幅 20 cm, 長さ 5 m の開水路である。浸透層として積み上げたガラスビー玉は、直径 2.94 cm と 1.64 cm であり、これらをそれぞれ 5 層と 9 層積み上げた。空隙率は側壁の効果を考慮してそれぞれ 0.338 と 0.321 である。球の配列は Tetragonal-Sphnoidal である。

[実験装置-2]: これは幅 17 cm, 高さ 17 cm, 長さ 4 m の全面アクリル製の矩形断面風胴の下面に、厚さ 0.3 cm, 高さ 5 cm, 長さ 4 m のベニヤ板を 0.5 cm 間隔

で、流れ方向と平行に 20 枚並べたものである(図-2)。
[実験装置-3]: これは幅 20.0 cm, 高さ 4.8 cm, 長さ 4 m の全面アクリル製風胴の底面(下面)に直径 0.24

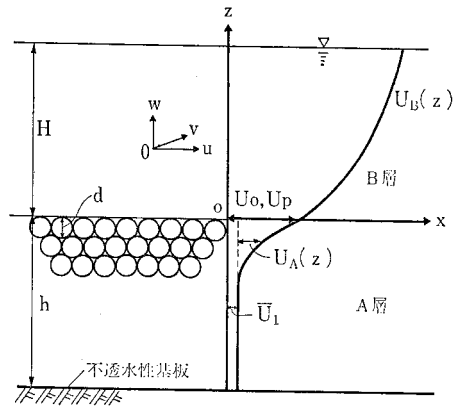


図-1 実験装置-1 の流れの模式図と記号の定義

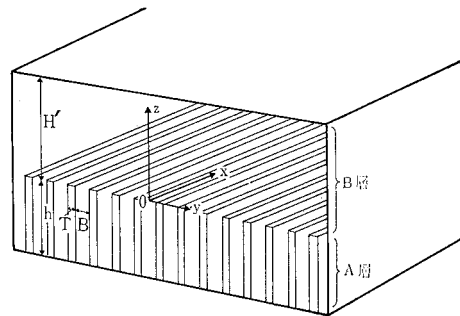


図-2 実験装置-2 の模式図

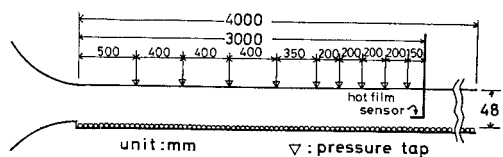


図-3 実験装置-3 の模式図

* 本研究は文献 5)~8) にすでに発表したものにその後の研究の成果を加えてまとめたものである。

** 正会員 工博 防衛大学校講師 土木工学教室

*** 工修 新日本製鉄(株)(当時東京工業大学大学院生)

cm の鉛玉を1層および4層敷き並べたものである。なお両者ともに鉛玉表面から上面までの高さはともに4.8 cmである(図-3)。

(2) 測定方法

流速, 圧力等の流れの諸量の測定方法を以下に示す。

[実験装置-1]: 平均流速の測定には, 外径 2 mm のピトー管を用いた。水面勾配の測定にはポイントゲージおよび測量用レベルを使用している。流量測定は開水路末端において流量測定用パケツを用いて行った。

[実験装置-2]: 平均流速の測定には外径 1 mm の先端を切り落した注射針を総圧管として使用した。圧力勾配の測定には, 直径 2 mm の穴を風胴側壁に9か所あけ, これに取り付けた硬化ビニール管のそれぞれの差圧を測定することによって行った。なお上記のピトー管や圧力勾配測定時の差圧はベツツ型マンメーターを使用して測定されている。

[実験装置-3]: 乱流の測定および精度を要求される流速分布の測定には熱線流速計(日本科学工業製)を用い, それから得られる多量のデータの処理, A-D 変換等は波形記憶解析装置(菊水電子工業製)を使用して行った。

(3) 測定結果

上記の実験の結果を各装置ごとに以下に記す。

[実験-1]: 表-1 は本実験における実験諸量をまとめたものである。

a) 主流の平均流速

図-4 は実験-1 で測定された流速分布の一例である。図中の各ケースは水路床勾配, 流量ともに異なった場合であるが, この図より $z=0$ の境界面においても有限の大きさの流速(以後すべり速度あるいはスリップ速度とよぶ)をもっていることがわかる。

次に次式に基づき主流の平均流速分布について検討した。

$$\frac{U_B(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z+z_0}{z_*} \dots\dots\dots (1)$$

表-1 実験-1 の諸量
(単位: cm, s; $d=1.64$ cm)

RUN	H	\bar{U}_B	$R_G \times 10^{-4}$	u_*	κ	z_0	k_s	u_p	u_p/u_*
1	6.8	47.4	3.2	5.3	0.31	1.0	0.25	23.9	4.5
2	4.7	72.9	3.4	7.6	0.20	1.8	0.56	43.7	5.8
3	7.6	44.3	3.4	3.8	0.43	0.3	0.02	23.1	6.2
4	6.6	57.0	3.8	3.6	0.28	0.2	0.03	23.2	6.4
5	6.0	64.1	3.8	5.6	0.25	0.6	0.17	27.8	4.9
6	5.7	61.3	3.5	6.6	0.35	1.0	0.14	37.6	5.7
7	7.0	54.9	3.8	5.6	0.28	1.1	0.26	28.9	7.6
8	6.7	46.9	3.1	3.8	0.30	0.9	0.10	28.7	7.6
9	8.0	45.8	3.7	4.0	0.48	0.3	0.01	25.6	6.5

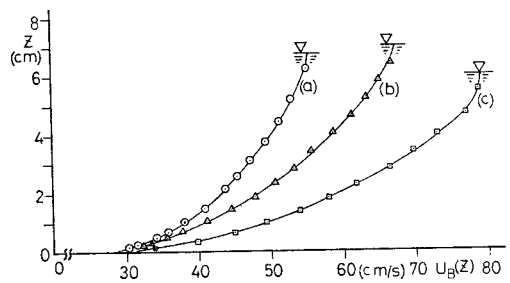


図-4 実験-1 の平均流速分布の一例

(a) : $u_* = 3.8$ cm/s, $i = 0.0022$

(b) : $u_* = 5.6$ cm/s, $i = 0.0045$

(c) : $u_* = 5.6$ cm/s, $i = 0.0054$

(直径 $d=1.64$ mm のガラス玉の場合各の流速分布であり, 以下ことわらない限り $d=1.64$ mm の場合である。)

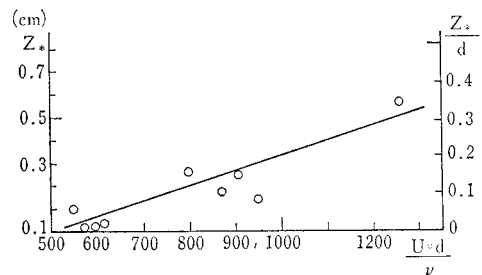


図-5 実験-1 の z_* と粒子レイノルズ数の関係

ここに, $U_B(z)$ は主流の平均流速, u_* は \sqrt{gHi} で与えられる摩擦速度, z_0 は粗度頂点を z の原点としたとき, 流速分布が対数分布になるように調整される原点の補正量である。 z_* は粗度の代表的スケールと考えられる。図-5 はこのとき得られた z_*/d (d は粒径) と $u_* d/\nu$ (以後これを粒子レイノルズ数とよぶ) の関係を示すものである。図-5 より浸透層上の流れの場合には, レイノルズ数の増大とともに z_* は増大しているのがわかる。次に実測の流速分布と式(1)との適合性を検討するために速度欠損則で表示した流速分布式と実験値との対比を図-6に示す。図-6 より浸透層上の流速分布も平板に(滑面管路内壁に)砂粒子をはりつけた Nikuradse が行ったような粗面上の流速分布と同様に(原点補正をすれば)対数式で表示することができることがわかる。図-7 はこのときのカルマン定数と粒子レイノルズ数 $u_* d/\nu$ との関係を示すものである。この図よりレイノルズ数が十分大きいときカルマン定数はほぼ0.3の一定値をとっていることがわかる。しかしこのときには, 3.に示すように新たに定義されたカルマ

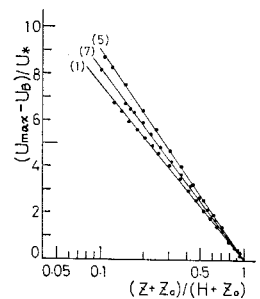


図-6 流速分布の対数表示

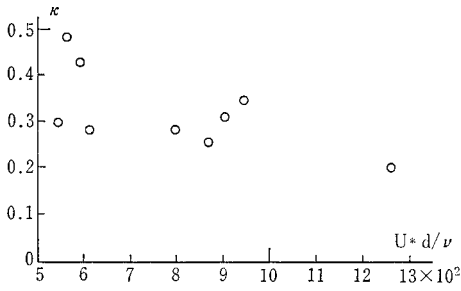


図-7 カルマン定数と粒子レイノルズ数

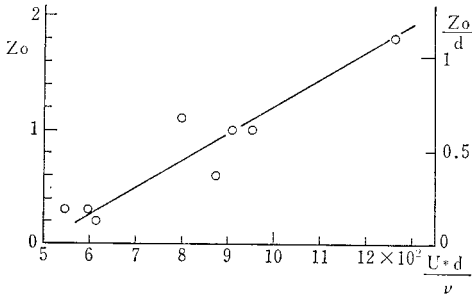


図-8 原点補正量 z_0 と粒子レイノルズ数 (z_0 の単位: cm)

ン定数と考えるべきである。

次に原点の補正量 z_0 と $u_* d / \nu$ のレイノルズ数との関連を調べた (図-8)。この図より、 $u_* d / \nu$ が大きくなるにつれて、ほぼ線形に z_0 は増大している。

b) 混合距離

上記の流速分布を別の観点からみるために、ここでは次式で定義される混合距離を実験より求め、これについて検討した。

$$\tau \approx -\rho u'w' = \rho l^2 \left(\frac{dU_B}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $-\rho u'w'$ は主流のレイノルズ応力、 τ は全せん断応力、 l は混合距離である。このレイノルズ応力の分布に等流時の直線分布 $\rho g i (1 - z/h)$ を用い、実験より求まる流速分布の差分を用いて上式より l の分布を求めたものが図-9である。これらの図より l は $z=0$ の粒子頂点においても0ではなく、有限の値をもっている。また l の分布にはばらつきがあるものの、 $l = \kappa(z + z_0)$ の

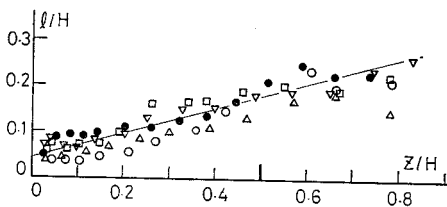


図-9 実験-1の混合距離 l の分布 (図中の細線は $l = \kappa z + l_0$ で $\kappa=0.3, l_0/H=0.043$ の線である)

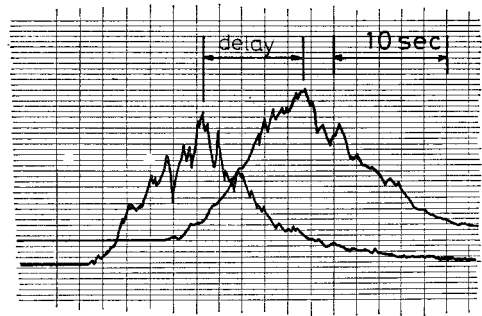


図-10 2本の電導度計の出力の一例

直線で近似できることがわかる。

e) 浸透層内の流速分布

浸透層内の流速分布を測定するために、浸透層内の高さより塩水を放出し、その下流 20 cm と 40 cm の位置で塩水の放出高さと同じ高さに電導度計を設置し、2本の電導度計の出力の遅れ時間 (ここではピーク出力の遅れ時間) の差からその間の平均流速を算出した。このとき得られた流速は、いわゆる真の流速である。図-10はこのときの2本の電導度計の出力の一例である。

また図-11はこの方法によって得られた浸透層内のみかけの流速に関する流速分布である。なお図中の点線は路床勾配 (圧力勾配) によるみかけの流速であり、文献4) や 5) に示されている浸透流の抵抗係数 f を用いて算出されたものである。図中の実線は浸透層内の流速分布として理論的に導かれている式(6)、(7) (後出) に基づき計算されたものであり、式中の混合距離 l には $z=0$ 点での主流の混合距離 $l = \kappa z_0$ を用い、すべり速度 $U_p (U_p = \lambda u_0)$ としては、式(1)の $z=0$ 点での主流の速度 $u_* / \kappa \cdot \ln z_0 / z_*$ を用いて算出された (みかけの流速に関する) 浸透層内流速分布である。図中の主流の流速分布は式(1)に基づき描かれたものである。 $z=0$ の境界面近傍では激しい乱れの影響により塩水濃度の低下が激しく、精度よく流速を測定することはできなかった

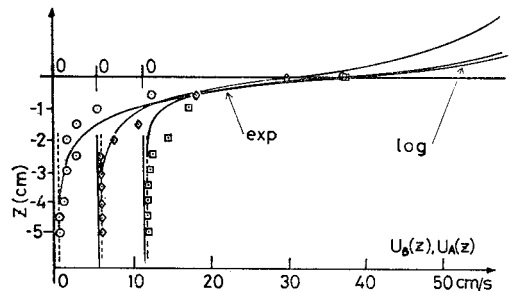


図-11 浸透層内のみかけの流速に関する分布曲線
 ○ : $u_* = 6.6$ cm/s, $i = 0.0078$
 ◇ : $u_* = 5.3$ cm/s, $i = 0.0043$
 □ : $u_* = 4.0$ cm/s, $i = 0.0031$

が、主流のせん断応力に起因する浸透層内の流速分布は式(6)によって近似的に表わされているといえよう。なお主流と浸透層内の流速分布に関して、著者らは文献4)において $z=0$ で $U_A=U_B$, $dU_A/dz=dU_B/dz$ の関係を提案しているが、本実験(次に述べる実験-2の結果をも考慮して)や Ruff・Gelhar¹¹⁾ および神田・喜久里¹²⁾の実験結果を参照するとき、上記の関係が成立していることが認められる。

d) 主流の抵抗係数 f'

本節では、

$$f' = 2(u_* / \bar{U}_B)^2 \dots \dots \dots (3)$$

で表わされる主流の平均流速 \bar{U}_B と摩擦速度 u_* によって定義される抵抗係数 f' に基づきその抵抗特性が議論されている。図-12は主流のレイノルズ数 $\bar{U}_B h / \nu (= R_e)$ と f' の関係を示すものである。このとき f' と R_e の関係は層流の場合に似て $f' = c/R_e$ (層流の場合は $c=6$) の形をしていることがわかる。しかし本実験の流れは乱流であり、 c は非常に大きな値をとっている。なおこのような f' の挙動は神田¹²⁾も同様の実験において見出しており、水深に比べて粗度のスケールが比較的大きい場合にはこのような $f'-R_e$ 関係をとるように思われる。

[実験-2]: 表-2 は実験装置-2 の流れの諸量を示すものである。

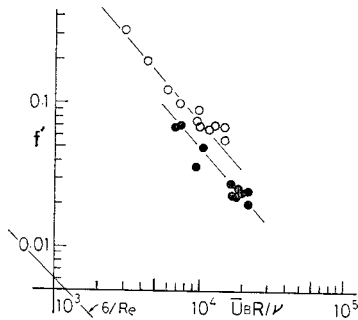


図-12 実験-1の抵抗係数 f' (○: $d=2.94$ cm, ●: $d=1.64$ cm, R は径深, 表-1 のデータは含まれていない)

表-2 実験-2の諸量 (単位: cm, s)

RUN	H	\bar{U}_B	$R_e \times 10^{-4}$	u_*	ϵ	z_0	u_p	u_p/u_*
1	7.0	280	1.3	28.2	0.38	0.6	1.55	5.5
2	9.6	530	3.4	49.0	0.28	0.6	1.85	3.8
3	9.0	660	4.0	60.0	0.24	0.4	3.40	5.7
4	9.5	810	5.1	73.0	0.24	1.0	4.17	5.7
5	9.7	1010	6.5	88.2	0.28	1.1	4.65	5.3
6	9.8	1060	6.9	100.0	0.20	1.4	6.15	6.2
7	9.4	1292	8.1	115.9	0.22	1.6	7.35	6.3
8	9.8	1650	10.8	149.0	0.22	1.6	9.80	6.6
9	9.8	1850	12.1	170.9	0.21	1.5	11.00	6.4
10	9.5	1910	12.1	170.6	0.23	1.3	11.60	6.8

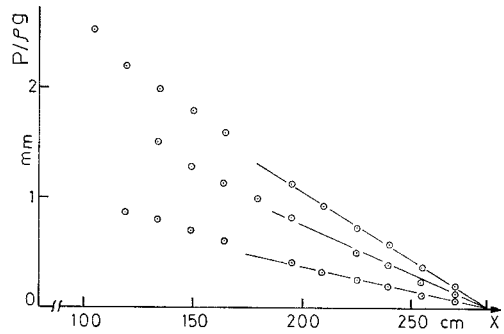


図-13 実験-2の圧力分布 (下から RUN 3, 5, 6)

a) 圧力勾配

図-13 は風洞先端部からの圧力の流れ方向の分布を示すものである。本研究では図-13の中に直線で示す圧力勾配をもって等流時の圧力勾配とした。

b) 流(風)速分布

図-14 はレイノルズ数を上げていったときの流速の z 方向の分布の変化を示すものである。なお間隙幅の狭い浸透層内の風速分布の測定では幅 0.5 cm の 2 平板間に外径 0.1 cm のピトー管を入れているので、その総圧(あるいは動圧)は修正を要すると思われるが、ここでは測定値そのものを記している。この図より主流の流速分布は $z=0$ の境界面において浸透層内流速分布に非常に滑らかに接続していることが認められる。

c) 壁面せん断応力

次に前出の風速分布の無次元化やあるいは後に示す抵抗係数の算出のために、次式により壁面せん断応力を算定した。流れが等流の条件および横断方向の一様性の条件を満たしていれば、上下面の非対称性にはかかわりなく、次式が成立する。

$$\tau_{02} = \tau_{01} - \frac{dp}{dx} \cdot H' \dots \dots \dots (4)$$

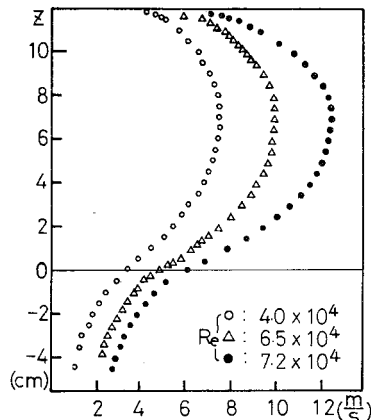


図-14 実験-2の平均流速分布の一例

ここに、 τ_{01} は上面に働くせん断応力、 τ_{02} は境界面 ($z=0$) に働くせん断応力、 H' は境界面から上面までの高さである。この関係から圧力勾配 dp/dx がわかり、かつ上下面のどちらか一方の壁面せん断応力を知ることができるならば、任意の高さでのせん断応力を知ることができる。実験-2 での τ_{01} の値は上面での流速分布に滑面対数則を適合させることにより求めた。次に図-13 に示す圧力勾配 $-dp/dx$ を式(4)に代入することにより浸透層の境界面でのせん断応力 τ_{02} および摩擦速度 u_{*2} を求めた。以後この境界面上での摩擦速度 u_{*2} を単に u_* と記す。

d) 浸透層上の流れの流速分布

図-15 は浸透層上の流速分布と通常の滑面対数則を比較したものである。この図より本実験は滑面の場合よりも流速が小さくなっており、また流れの全断面にわたっては $\log z$ の形で表現できないことがわかる。図-16 は z の大きいところでの流速分布を式(5)の粗面上の対数分布則によって表わし、 $A_r=8.5$ とした場合の $k_s-R_e(\bar{U}_B H/\nu)$ の関係を示したものである(原点の補正は

していない)。

$$\frac{U_B(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{k_s} + A_r \dots \dots \dots (5)$$

このときには主流のレイノルズ数の増加とともに k_s/H は若干減少している。このように本来外部パラメーターとして一定値をとることが考えられてきた k_s が流れのレイノルズ数とともに変化することが浸透層上の流れの特徴といえよう。

ところで文献 4)や 6)の理論解析において、著者らは、浸透層および従来よりいわれるところの粗面上の流速分布を表現する式形として、式(8)(後出)を提案している。すなわち原点を境界面に固定し、流速分布が z のすべての領域で対数分布に乗るまで z_0 を調整する。

図-17 は、式(8)に基づいて得られた浸透層上の流れのカルマン定数 κ とレイノルズ数との関係を示すものであるが、この場合には通常用いられている $\kappa=0.4$ の値とは異なり、レイノルズ数の増加とともに若干減少している。

図-18 は式(8)に示す原点の補正量 z_0 とレイノルズ数 $R_e(\bar{U}_B H/\nu)$ との関係を示したものである。この図より R_e の増大につれて z_0 の値も増大していることがわかる。図-19 は式(1)中の z_* に関し R_e との関係調べたものである。この z_* に関しても上記の z_0 と同様に R_e の増大につれてその値が大きくなっていることがわかる。この z_0 と z_* の挙動からわかるように浸透層上の流れでは外部パラメーターによって一意的に流速分布を決定することができないことがわかる。

e) 混合距離

実験-2 においても式(2)で定義される混合距離 l の分布を求めてみた。図-20 はこのとき得られた l の分布であるが、実験-1 と同様に、 $z=0$ において 0 とはならず有限の値をとっていることがわかる。

f) 浸透層内の流速分布

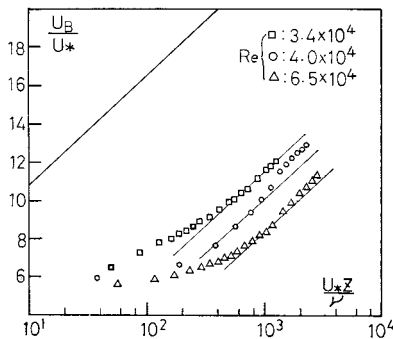


図-15 平均流速分布の対数表示

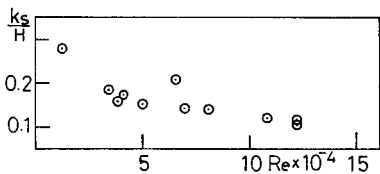


図-16 k_s-R_e の関係

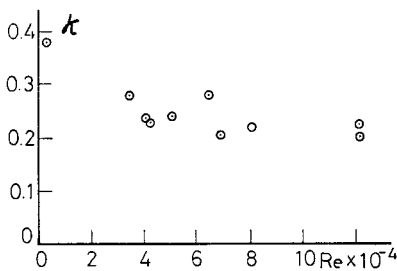


図-17 実験-2 のカルマン定数

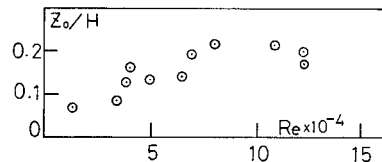


図-18 原点補正量 z_0 とレイノルズ数の関係

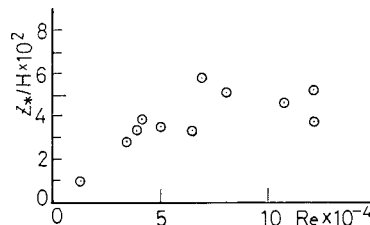


図-19 z_* とレイノルズ数の関係

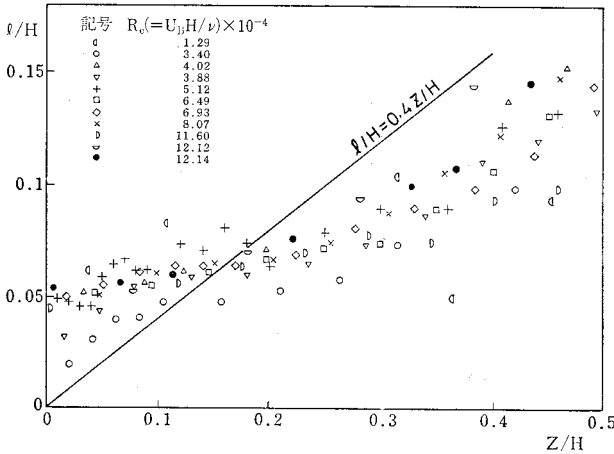


図-20 実験-2 の混合距離 l の分布

著者らは文献 4), 6) の理論解析において浸透層内の流速分布として次式を導いている。

$$U_A(z) = \lambda [\sqrt{2gBi/f_p} + u_0 \exp(\alpha z)] \dots\dots (6)$$

$$\alpha = \sqrt[3]{f/4B^2}, l = KB \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 u_A ：浸透層のみかけの流速、 λ ：空隙率、 B ：空隙スケール、 i ：動水勾配、 f_p ：圧力勾配に起因する流れの抵抗係数、 u_0 ：乱流クエット流れの $z=0$ の境界面でのスリップ速度（真の流速）である。さらに f は乱流クエット流れの抵抗係数であり、 l は浸透層内の混合距離である。この l は理論解析の中では z によらず、空隙スケール B の定数倍 ($l=KB$) であるとしている。上式は 2 平板間の平均流速であることより、本実験で得られた流速分布と直接の比較はできないが、少なくとも 2 平板間の中心線上の乱流クエット流れの流速分布が exponential 形で表現できるか否かの検討をすることはできると思われる。図-21 は実測の流速から式(6)中の圧力勾配による流速(式(6)の右辺第 1 項)の部分の引いた純粋に乱流クエット流れの流速分布に関して、これを片対数紙上にプロットしたものである。この図より、浸透層内の乱流クエット流れの流速分布として、式(6)に示す exponential 形を用いることができることがわかる。さらに式(7)

中の実験定数 K (浸透層内の混合距離を $l=KB$ としたときのもの) と $U_0 B/\nu$ の関係を求めたものが図-22 である。この図より、 K は空隙スケール B と同

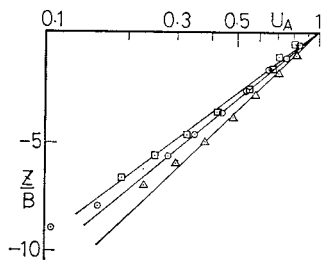


図-21 浸透層内の流れの片対数表示 (□: RUN 4, ○: RUN 8, △: RUN 10)

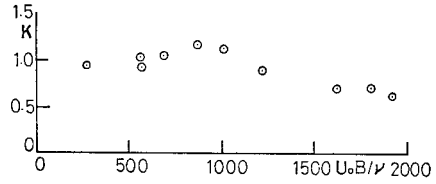


図-22 浸透層内の混合距離 l を規定する定数 K

程度の値をとっていることがわかる。このことから主流によって浸透層内に持ち込まれる渦スケールは浸透層内の空隙スケールによって規定されているといえよう。

g) 主流の抵抗係数 f'

次に実験-2 における主流の抵抗係数 f' と主流のレイノルズ数との関係を調べてみた。ところで本実験は上面が滑面、下面が浸透層の上下非対称の 2 次元管路流れであるが、これを通常の開水路流れとして扱うために式(4)のもとに抵抗の分離を行っている。このとき式(3)で定義される抵抗係数を用いて、上面の滑面開水路流れの抵抗係数 f_1' と下面の浸透層を

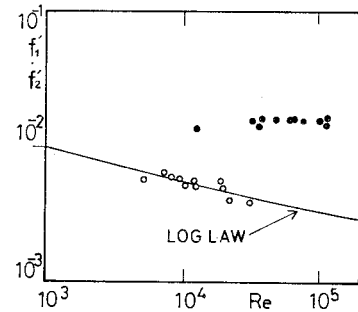
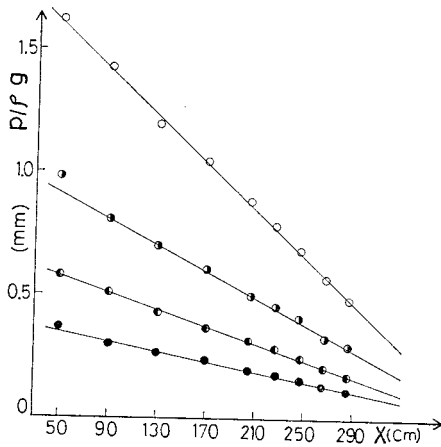


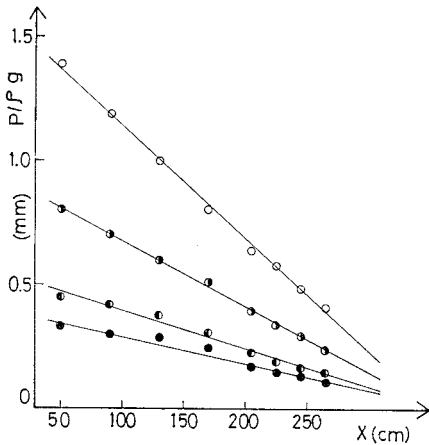
図-23 実験-2 の抵抗係数 (○: 上半面=滑面, ●: 下半面)

表-3 実験-3 の諸量

RUN	$R_0 \times 10^{-4}$	u_*	κ	z_0	u_p/u_*
CASE-A-1	0.3	12.4	0.38	0.10	7.5
A-2	0.4	17.3	0.36	0.15	8.4
A-3	0.5	21.7	0.37	0.15	8.5
A-4	0.7	28.8	0.35	0.20	8.4
A-5	0.9	35.5	0.34	0.20	8.4
A-6	1.4	48.4	0.34	0.20	8.0
A-7	2.5	83.3	0.30	0.22	7.6
A-8	3.0	102.2	0.28	0.20	7.2
A-9	3.7	122.5	0.23	0.20	6.5
CASE-B-1	0.4	18.6	0.40	0.16	6.4
B-2	0.5	22.2	0.40	0.17	6.1
B-3	0.6	26.9	0.38	0.20	6.4
B-4	0.9	38.1	0.38	0.25	6.2
B-5	1.2	49.5	0.38	0.20	5.6
B-6	1.3	60.3	0.38	0.20	5.2
B-7	1.9	74.1	0.40	0.20	5.5
B-8	2.4	101.0	0.38	0.24	5.5
B-9	3.0	121.0	0.38	0.24	5.1



(a) CASE-A の圧力分布 (上から CASE A-2,3,4,5)



(b) CASE-B の圧力分布 (上から CASE B-1,2,3,4)

図-24

もつ開水路流れの抵抗係数 f_2' を算出した。図-23 は得られた f_1' と f_2' を示しているが、このうち f_1' は骨面開水路流れの対数公式によく一致しており、上記の抵抗の分離方法の妥当性を示していると考えられる (以後 f_2' を f' と記す)。浸透層上の流れの下半分の f' は 2×10^4 以上のレイノルズ数においては、ほぼ一定値の約 0.016 を保っている。このときの主流のレイノルズ数の範囲において滑面開水路流れの f' は 0.005 程度の値をとることから、少なくとも本実験の浸透層上の流れの抵抗は、滑面上の流れよりは大きいといえる。

[実験-3]: この節では既述のように 2 次元風洞の片面に直径 2.4 mm の鉛玉を 1 層敷きつめたものと鉛玉を 4 層敷きつめたもの (浸透層) の 2 種類につき行った実験の結果が述べられている。以後前者を CASE-A, 後者を CASE-B とよぶ。なお敷きつめた鉛玉の平面密度もともに 1600 個/ 10×10 cm^2 であった (最密ならば約 2300 個/ 10×10 cm^2 となる)。

a) 圧力勾配

図-24(a), (b) は測定された圧力勾配の一例である。この圧力勾配は後に示す流れ方向の一様性から (τ は直線的に変化する), $dp/dx = d\tau/dz$ の関係を用いてせん断応力分布の決定の補助として使われている。

b) せん断応力分布

図-25 は CASE-A で測定されたレイノルズ応力の分布の一例を示している。図中の実線は上述の圧力勾配より求まるせん断応力の分布, $\tau(z)$ を示している。このようにして求めた $\tau(z)$ から上面, 下面 ($\tau(H')$, $\tau(0)$ から) の摩擦速度 u_* は決定されている。

c) 平均流速分布

図-26 は CASE-A の粗面と CASE B の浸透層上でのレイノルズ数 ($\bar{U}_B \cdot H/\nu$) の増大に伴う平均流速分

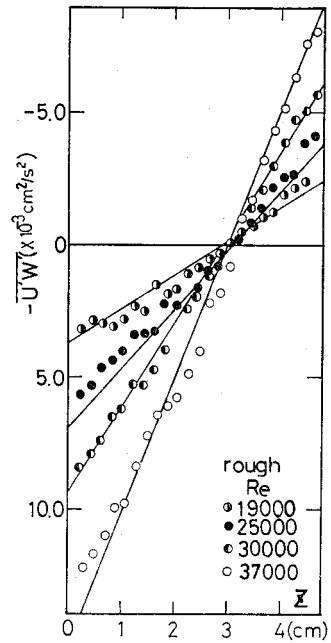


図-25 CASE-A の測定されたレイノルズ応力の分布の一例

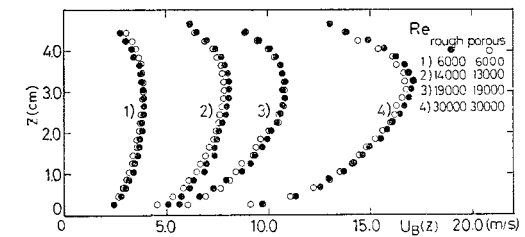


図-26 CASE-A, B の流速分布の一例

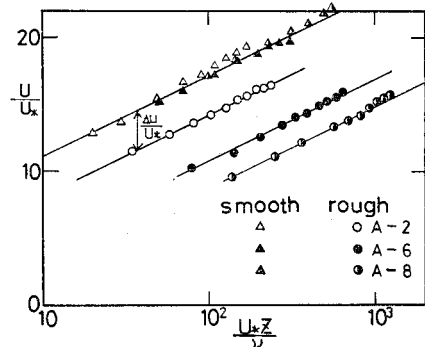


図-27 滑面・粗面の流速分布の対数表示 (CASE-A)

布の変化を示したものである。図-27 は風路上面と CASE-A の粗面の場合の流速分布を対数表示したものである。この図より△印の上面の流速分布は滑面対数則によく一致していることがわかる。一方 CASE-A の流速分布も流れの大部分において対数表示が可能であることがわかる。図-28 は CASE-B の場合の流速分布を示すものであるが、この図より CASE-B においては z の十分に大きいところで対数分布をしているが、 z の小さい境界面近傍においては対数分布則からはずれ、流速は対数則で与えられる値より大きくなっていることがわかる。

次に CASE-A, CASE-B の流速分布において、滑面対数分布則からのずれを検討するために図-27, 28 に示すように $\Delta u/u_*$ とおき (z の十分に大きいところでのずれをとる)、このときの粒子レイノルズ数 u_*d/ν と $\Delta u/u_*$ の関係を検討した (図-29 参照)。この図より同一の粒子レイノルズ数に対しては CASE-B の方が滑面上の流速よりより大きな速度の欠損があることがわかる。すなわち CASE-B の方が抵抗が大きくなっている。図-30 は CASE-A, B の流速分布を式 (5) の通常の粗面の流速分布式に合わせたときの ($\kappa=0.4$ とし k_s は Nikuradse と同様に粒径を用いる)、係数 A_r の挙動を示すものである。この図より CASE-A の A_r の値

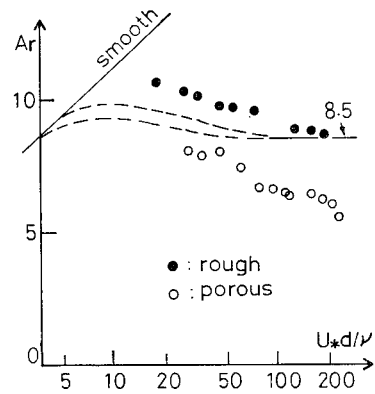


図-30 CASE-A, B の A_r の挙動

は Nikuradse の実験値を若干上回るものとなっており、一方 CASE-B の場合は CASE-A の A_r の値よりも小さい値をとっている。すなわち同一のレイノルズ数 u_*z/ν に対しては CASE-B

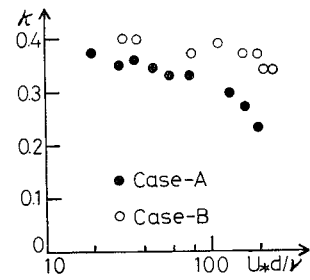


図-31 実験-3 のカルマン定数

の流速の方が小さい値をとっている。

ところで上述の議論は境界面 ($z=0$) より十分に離れたところでの流速分布に関するものであったが、図-28 より $z=0$ の境界面に近い領域における流速分布は上記の粗面の対数分布則からはずれている。ここでは座標の原点を z_0 だけ補正した形で表わした次式を用いることにより、流速分布を整理した (文献 4), 6) の理論解析に用いた式である。

$$\frac{U_B(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z+z_0}{z_0} + \frac{u_p}{u_*} \dots\dots\dots (8)$$

図-31 はこのとき得られたカルマン定数 κ の値を示すものであるが、ともに通常の 0.4 より小さい値をとっている。図-32, 33 はこのとき得られた CASE-A, B の $z_0/d, u_p/u_*$ と粒子レイノルズ数 u_*d/ν の関係を示

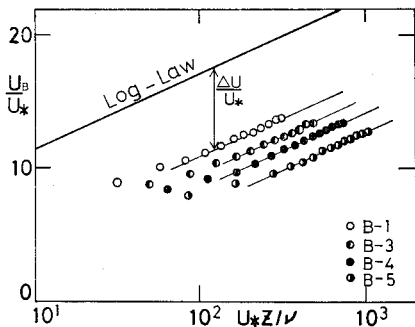


図-28 CASE-B の流速分布の対数表示

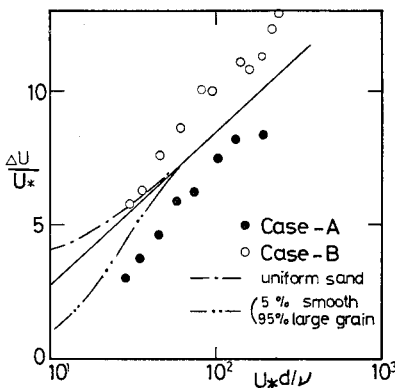


図-29 CASE-A, B の $\Delta u/u_*-u_*d/\nu$

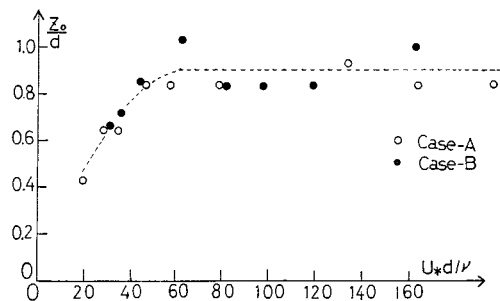


図-32 CASE-A, B の $z_0/d-u_*d/\nu$

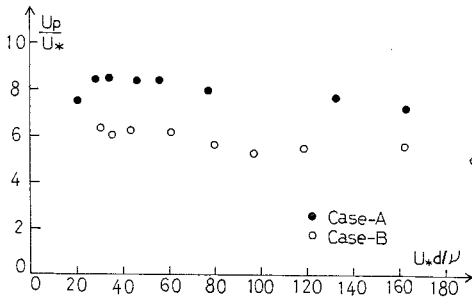


図-33 CASE-A, B の $u_p/(u_* - u_* d/\nu)$

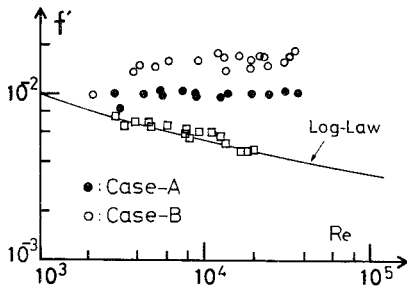


図-34 実験-3 の抵抗係数

すものである。この図より座標原点の補正量 z_0/d は両者につきほぼ等しく約0.8の値をとっているものの、 u_p/u_* (u_p を以後すべり速度とよぶ) はCASE-Bの方が小さい値をとっている。すなわち同一の圧力勾配に対してはCASE-Bの方が流量が小さくなっており、それだけ抵抗が大きくなっていることを示している。

d) 摩擦損失係数(抵抗係数) f'

図-34はこのときの滑面(上面)・粗面(下面)・浸透層上の流れに対する f' と $Re(=\bar{U}_B \cdot H/\nu$ or $\bar{U}_B \cdot (H' - H)/\nu)$ の関係を示すものである。図中のCASE-A(粗面)とCASE-B(浸透層)の f' を比較するとCASE-Aの f' は0.01, CASE-Bの f' は0.015となっており, CASE-Aの方が大きい値をとっている。Schlichting⁹⁾は直径0.41cmの球を最密に敷きつめた場合の実験をしており, このときの等価砂粒粗度 k_s は0.257cmであった。この球径と k_s の関係 ($k_s/k = 0.627$) が本研究のCASE-Aの場合にもあてはまると考えると, CASE-Aの k_s は約0.15cmとなる。このとき水深 h は約3cmであることから, 通常粗面の場合の抵抗係数の算定式(対数則)を用いると, $f' = 0.01$ となりCASE-Aの f' と等しくなる。よってCASE-Aの実験結果はSchlichtingが行った実験とほぼ同様の結果になっているといえよう。それに対して鉛玉を4層敷きつめたCASE-Bは抵抗係数にして1.5倍大きい抵抗を受けているわけである。

なお抵抗の大小関係だけを見るためならば $f' - Re$ の

関係よりも, 直接 $-dp/dx - \bar{U}_B$ の関係をみればよい。図-35はCASE-A, Bの平均流速 \bar{U}_B に対して $-dp/dx$ を表わしたものである。この図より同一の平均流速を得るためにはCASE-Bの方がより大きい圧力勾配を必要としていることがわかる。

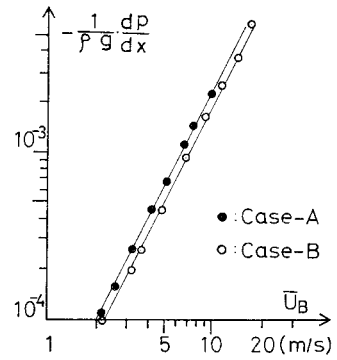


図-35 CASE-A, B の平均流速と圧力勾配

3. 浸透層上の流れの混合距離・カルマン定数および流速分布に関する理論解析

(1) 混合距離・カルマン定数について

本研究では主流の流速の分布はすべて通常対数則に原点の補正を施した (z_0 を用いた) 形で使用している。このことは混合距離 l を $l(z) = \kappa z + l_0$ の形で用いることに対応している(と考えられてきた)。しかし上式は $l = \kappa z$ のプラントルの提案した l の関数形を単に平行移動しただけであり, また κ は両式につき等しいという保証はない。本節では浸透層上の流れの混合距離に関してこれをカルマンの相似理論に基づき導いてみた^{9), 10)}。まず混合距離 l はプラントルにより式(2)で定義される。一方カルマンの相似仮説に従えば, l は次式で与えられる。

$$l = \kappa |dU/dz| / (d^2 U/dz^2) \quad (\kappa = 0.4) \dots \dots \dots (9)$$

ここで, 式(2), (9)より U を消去すると l に関して次式を得る。

$$\frac{dl}{dz} - \frac{1}{2} \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{dz} l - \kappa = 0 \dots \dots \dots (10)$$

l の境界条件としては, 一般に $z=0$ で $l=l_0$ とおくことができる(滑面の場合には $l_0=0$, 粗面の場合には l_0 は粗度要素程度の大きさをもつ)。式(10)を用いて水深 H の2次元開水路流れの場合の l の分布を求めると,

$$\frac{l}{H} = 2\kappa z/H + (\sqrt{1-z/H} - 1) \left(\frac{l_0}{H} + 2\kappa \right) + \frac{l_0}{H} \dots \dots \dots (11)$$

となる。図-36は $l_0/H=0$ (滑面の場合) と $l_0/H=0.05$ (粗面や浸透層上の流れの一例) の場合の l の分布を示している。この図より $l_0=0$ の滑面の場合, プラントルの提案した $l = \kappa z$ の関係はカルマンの相似理論よ

り得られる l の分布式 (10) の $z=0$ での接線になっていることがわかる。図-36 中には、Nikuradse の実験より式 (2) を用いて逆算された l の分布も示されている。同図より $l=\kappa z$ の関係も式 (11) の関係もともに $z/H \leq 0.2$ では上記の実験曲線の l と一致していることがわかる。こ

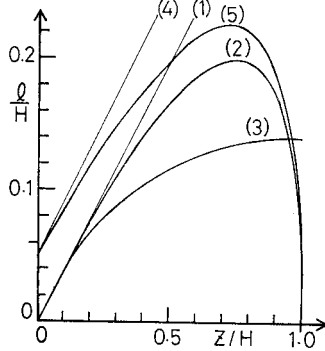


図-36 式 (11) に基づく混合距離 l の分布 ((1): $l=\kappa z$, (2): 式(11)で $l_0=0$, (3): Nikuradse の実験, (4): $l=\kappa z+0.05 H$, (5): 式 (11) で $l_0/H=0.05$ として計算したもの)

このことから、カルマンの相似仮説は $z/H > 0.2$ の流れに対しては適用できないが、少なくとも、 $z/H \leq 0.2$ の壁面近傍の流れに対しては適用できることがわかる。この領域においては $l=\kappa z$ を用いても式 (11) ($l_0=0$) を用いても大差のない結果を得ることになる。一方図-36 より粗面や浸透層上の流れのように $l_0 \neq 0$ の場合には $l=\kappa z+l_0$ (あるいは $l=\kappa(z+z_0)$) とおいた直線は式 (11) の曲線の接線とはなっていないことがわかる。すなわち $z=0$ の境界面上での l の勾配は式 (11) より、

$$\left. \frac{dl}{dz} \right|_{z=0} = \kappa(1-l_0/2\kappa H) (= \kappa_m) \dots \dots \dots (12)$$

となり、その値はカルマン定数 0.4 より小さい値をとっている。本研究の場合も含めて一般に浸透層や粗面上の流れではカルマン定数の値が 0.4 より小さい値をとる場合が多いが、この原因は式 (11) や式 (12) の結果より明らかのように、たとえ壁面近傍といえども l の分布はプラントルの用いた $l=\kappa z$ の関係式を単に平行移動した $l=\kappa z+l_0$ の形で表わされているわけではないことに起因しているものと考えられる。よって正しくは、式 (11) の l の分布を用いた流速分布を用いるか、あるいは式 (11) の $z=0$ 近傍での近似式として式 (12) で与えられる修正されたカルマン定数 κ_m を用いた ($l=\kappa_m z+l_0$ あるいは $l=\kappa_m(z+z_0)$ による) 流速分布式 (8) を用いるべきである。

(2) 流速分布について

ここでは、式 (2)、式 (9) を用いて平均流速分布について検討してみた。まず両式から l を消去すると、

$$\frac{d^2 U}{dz^2} = -\sqrt{\frac{\rho \kappa^2}{\tau}} \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \dots \dots \dots (13)$$

を得る。次に $z=\delta (\delta \ll H)$ で $U=U(\delta)$, $dU/dz=$

u_* / A (A は長さの次元をもつ) のもとに式 (13) を解くと、

$$\frac{U(z) - U(\delta)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[\sqrt{1-z/H} - \sqrt{1-\delta/H} \right] + C \ln \frac{C - \sqrt{1-z/H}}{C - \sqrt{1-\delta/H}} \dots \dots (14)$$

となる。ここに $C=A/2\kappa H + \sqrt{1-\delta/H}$ である。式 (14) の右辺で、 $\delta=H$, $C=1$ の場合がカルマンの導いた流速分布式である。通常のカルマンの速度欠損式で表わした対数分布則は $U(\delta)$ として $U(H)$ をとっているが¹⁰⁾、上述の理由からここでは、 δ として壁面近傍の値を用いる。ここで式 (14) の妥当性をみるために滑面上の流れで、 δ として粘性底層厚さ ($u_* \cdot \delta / \nu = 11.2$)、 A として通常の対数則より得られる $A=\kappa \delta$ をとった場合を考える。このときには $C=\delta/2H + \sqrt{1-\delta/H}$ であり、通常の滑面の場合には $\delta/H \ll 1$ であることから $C \approx 1$ となり、式 (14) は従来の滑面对数分布式を第一近似とする分布式となっている。しかし δ/H が大きいとき、すなわち比較的水深が浅く、粗度の大きい流れでは式 (14) は従来の粗面对数分布式とは異なっている。図-37 は式 (14) に基づき A, δ として上記の滑面の場合の値をとったときの流速分布を示すものであるが、この図より $z/H \leq 0.2$ では式 (14) は通常の滑面对数則とほぼ一致していることがわかる (よって滑面の場合には実用上の簡便さから従来の対数式で十分である)。一方粗面や、本研究で扱っているような浸透層上の流れにおいては、 $U(\delta)/u_*$ がスリップ速度、 A が境界面上での流速分布の勾配を示しており、境界面での流れの特性が考慮された流速分布式にもなっていることがわかる。図-38 の (a2), (b2), (c2) は浸透層上の流速分布として、本研究で行った CASE-B の実験諸量 ($\delta=0$, $U(0)/u_*$, H , $A(=\kappa z_0)$) を用いて式 (14) により計算したものであり、図中の、(a1), (b1), (c1)

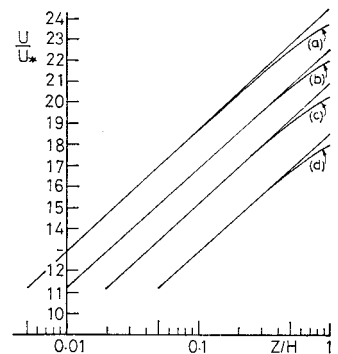


図-37 式 (14) で表わされる滑面の場合の流速分布 ((a): $\delta/H=0.005$, (b): 0.01, (c): 0.02, (d): 0.05, 図中の直線は通常の対数式)

は式 (8) の κ, z_0, u_p に実験値を代入したものである。図より従来慣用的に行われてきた原点の移動操作を行うことなく、 $0 < z/H \leq 0.2$ までは、式 (14) を用いることにより、粗面上の流速分布を表わすことができることがわかる。なお上記の解

析に用いた l_0 や $U(0)/u_*$, A 等は主流の解析だけから決定されるものではなく、文献4)に示しているように浸透層内の流れと主流との相互作用を解析した後で得られるものである。

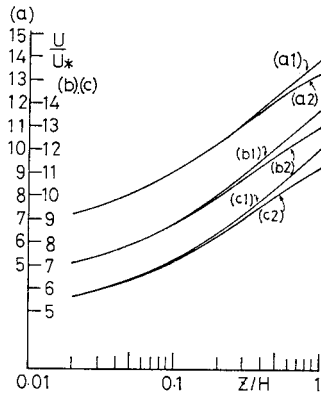


図-38 式(8), (14)の流速分布の比較
 ((a1): $\kappa=0.4$, $z_0=0.16$ cm, $u_p/u_* = 6.4$, (b1): $\kappa=0.38$, $z_0=0.2$ cm, $u_p/u_* = 6.4$, (c1): $\kappa=0.375$, $z_0=0.24$ cm, $u_p/u_* = 5.1$, H はすべて3.25 cm)

4. 結 論

本研究は浸透層上の流れの抵抗特性に関しておもに

実験的に検討を行ったものであり、かつ流速分布に関して若干の理論的検討を加えたものである。本研究により得られた結論は以下のとおりである。

(1) 浸透層上の流れの流速分布は原点を移動させた形の対数則により近似的に表わすことができる。しかしこのときは、カルマン定数の値が0.4より小さくなる。

(2) 浸透層上の流れでは、マクロなレイノルズ数の増大につれて、上記の原点の補正量や、粗度スケールも大きくなっていく。

(3) 浸透層内のみかけの流速に関する流速分布はexponential形をしている。また主流と浸透流の平均流速分布は境界面において滑らかに接続している。

(4) 浸透層上の流れの抵抗は同一粗度を平板にはりつけた型の粗面上の流れの場合よりも大きい。本実験のレイノルズ数の範囲では、Lovera・Kennedy¹³⁾やGelhar¹⁴⁾の見出した抵抗係数のレイノルズ数に対する増大傾向は明瞭には見出されなかった。

(5) 粗面や浸透層上の流れの場合壁面近傍の混合距離の分布は $l = \kappa z$ の原点を補正し、カルマン定数の値を調整した $l = \kappa_m z + l_0$ の形で表わすことは可能である。しかしこれはカルマンの相似理論から導かれた式(11)の近似式として(数学的には厳密ではないが)考えるべきである。

(6) 滑面、粗面、浸透層上の流れの壁面近傍の平均流速分布式として、それぞれの壁面近傍での流れの特性量を組み込んだ形の分布式を、カルマンの相似理論を用いることにより導くことができた(本文式(14))。これ

により特に浸透層上の流れの場合のようにカルマン定数の値を変えたり、原点の補正をしたりすることなく流速分布を表わすことができる。

5. おわりに

本研究は浸透層上の流れの流速分布と抵抗則について実験的に検討したものである。このときの乱れの構造については別の機会に発表をする予定である。なお従来より移動床流れではカルマン定数の値が変化することが実験的に認められているが、これは本研究では $l_0 \neq 0$ の場合に相当している。このような問題に対しても本論文で示した理論解析の方法は有効なものになると思われる。最後に本研究の遂行にあたり著者は文部省科学研究費の交付を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Ruff, J.F. and L.W. Gelhar: Porous boundary effects in turbulent shear flow, Water Resources and Hydrodynamics Laboratory, Report No. 126, MIT, 1970.
- 2) Chu, Y. and L.W. Gelhar: Turbulent pipe flow with granular permeable boundaries, Ralph M Parsons Laboratory, Report No. 148, MIT, 1972.
- 3) 中川博次・瀬津家久: 透水性開水路乱流場における主流と浸透流との相互作用, 土木学会論文報告集, 第244号, 1975.
- 4) 山田 正・川端規之: 浸透層上の流れの抵抗則に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第325号, 1982.
- 5) 吉川秀夫・山田 正・中沢 均: 浸透流に関する水理学的研究I~IV, 東京工業大学土木工学科研究報告, No. 25, 1979.
- 6) 吉川秀夫・山田 正・川端規之: 浸透性壁面を有する流れの研究, 第23回水理講演会論文集, 1979.
- 7) 日野幹雄・山田 正・川端規之・太田 明: 粗面およびporous boundary上の流れの抵抗と乱れの構造に関する実験的研究, 第12回乱流シンポジウム論文集, 1980.
- 8) 日野幹雄・山田 正・川端規之・太田 明: 滑面・粗面および浸透層上の流れの抵抗則と乱れの構造, 第24回水理講演会論文集, 1980.
- 9) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, seventh edition, McGraw-Hill.
- 10) Rotta, J.C. (大路通雄訳): 乱流, 岩波書店.
- 11) 神田 徹・喜久里政宏・佐伯武俊: 透水性床面下の流れに関する実験的研究, 第33回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第2部門, 1978.
- 12) 神田 徹・土井和吉: 粗面開水路における浅い流れの抵抗則, 第25回水理講演会論文集, 1981.
- 13) Lovera, F. and J.F. Kennedy: Friction factors for flat bed flows in sand channels, Proc. ASCE, J. Hyd. Div., Vol. 95, No. HY 4, July, 1969.
- 14) Hunt, J.N.: The turbulent transport of suspended sediment in open channels, Proc. Roy. Soc., A 224, No. 1158, 1954.

(1981.9.25・受付)