

## 横構を有する並列 I 桁曲線橋の解析

## ANALYSIS OF CURVED I-GIRDER BRIDGE WITH LATERAL BRACING

尾 下 里 治\*

By Satoji OSHITA

## 1. ま え が き

近年、道路線形の複雑化に伴い、多くの曲線橋が施工されている。しかし、鋼橋のように、薄肉断面を有する曲線橋は、曲げとともにねじりやそり変形の影響を同時に受けるため、その性状はきわめて複雑である。特に、並列 I 桁曲線橋の場合、非常にねじり剛度の小さな薄肉断面で構成されるため、主桁にはフランジの初期曲率や、横桁、横構からの結合力による付加的な垂直応力度（付加応力度）を生じる。また、全橋断面のねじり剛度を高めるために設けられる横構部材は、一次部材としての取り扱い上、主荷重に対して部材力を生じることになる。

こうした問題に対して、通常的设计では、主桁、横桁で構成された曲線格子桁の解析結果を用い近似的に計算している。つまり、主桁フランジの付加応力度については、フランジの初期曲率から求められる水平面内曲げモーメント<sup>1)</sup>により、また、横構部材力についてはフランジの初期曲率による結合力と、横構を有効板に換算して準箱桁として求めた純ねじりモーメントによるせん断力<sup>2)</sup>から算定している。しかし、大塚・吉村<sup>3)</sup>らは、このような方法では必ずしも正確な値を得られない場合もあり、構成部材間の力学的相互作用を考慮すべきことを指摘している。

本研究は、曲げねじりを考慮した変形法を用いることにより、並列 I 桁曲線橋のすべての構成部材の断面力と挙動を算定できることを示すものである。この解法は、K. Klöppel<sup>4)</sup>らにより提案されたそりを考慮した変形法を、鷹羽・成岡<sup>5)</sup>が任意形状の格子構造物に適用可能な形にしたものであるが、今回は特に横構部材についてその変形挙動に着目し、新たな力学モデルを考案することにより、これまで格子桁では扱えなかった横構を構成

部材要素として扱うことを可能とした。

この解法により、主桁フランジの付加応力度は各主桁部材のそり応力度として、また、横構部材力は横構を曲げ部材の 1 つと仮定する力学モデルの曲げモーメントから、直接算出され、構成部材相互の関係を考慮した解析が可能となった。従来、薄肉曲線桁を変形法<sup>6)</sup>や伝達マトリックス法<sup>7)</sup>により解析した例は多いが、横構をも含めて並列 I 桁曲線橋を解いた例は少なく、さらに、現在まで近似的に取り扱われてきた主桁フランジの付加応力度に対して、そり応力度として明確な解析法を与えたことは重要であると思われる。

本報文では、文献 2) に示された等断面の 3 主桁曲線橋を取り上げ、本解析方法により求めた主桁付加応力度や横構部材力の値を、文献 2) の値と比較することにより、その妥当性をまず示す。さらに、主桁フランジに付加応力度を発生させる要因について検討し、主桁の初期曲率と横桁、横構の結合力によるものに分離することにより、その性状を明らかにした。また、計算例として単純曲線 3 主桁橋、2 径間連続曲線橋について計算を行い、実橋断面に生ずる応力度についても考察している。

## 2. 基本式

等断面の薄肉直線ばりが曲げとねじりとを受ける場合について、Fig. 1 に示すようなはりのせん断中心軸を

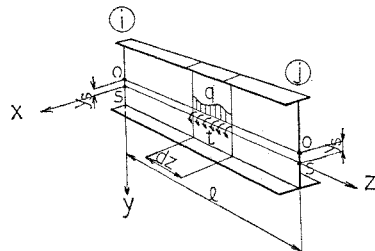


Fig. 1 Coordinate System

\* 正会員 (株)横河橋梁製作所大阪支店設計部橋梁課

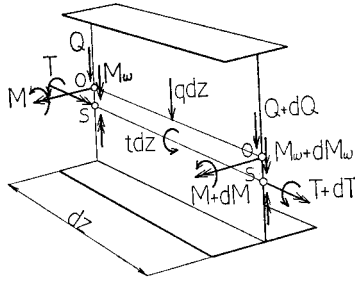


Fig. 2 Member Forces

z軸に一致させた右手系直交座標系において考える。実際は、中立軸Oとせん断中心軸Sは一致しないが、I断面はりの場合その量 y<sub>0</sub> がわずかであることから、ここでは無視し、せん断中心軸の変形で表わすものとする。

以下、用いる記号は次のようである。

- $I_x$  : x軸に関する断面2次モーメント
  - $J$  : せん断中心軸に関するねじり定数
  - $C_w$  : せん断中心軸に関する曲げねじり定数
  - $q(z)$  : y軸方向の分布荷重
  - $t(z)$  : せん断中心軸まわりのねじり分布荷重
  - $y$  : せん断中心軸の垂直変位
  - $\theta$  : せん断中心軸のたわみ角
  - $\varphi$  : せん断中心軸のねじり角
  - $\Psi$  : せん断中心軸のねじり率
  - $Q$  : y軸方向のせん断力
  - $M$  : x軸まわりの曲げモーメント
  - $T$  : せん断中心軸まわりのねじりモーメント
  - $M_w$  : せん断中心軸に関する曲げねじりモーメント
- たわみとねじり角に関する弾性方程式は、それぞれ、

次のようである。

$$EI_x \frac{d^4 y}{dz^4} = q(z) \dots\dots\dots (1)$$

$$EC_w \frac{d^4 \varphi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = t(z) \dots\dots\dots (2)$$

式(1),(2)に対する一般解は次のように与えられる<sup>9)</sup>。

$$y = C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4 \dots\dots\dots (3)$$

$$\varphi = K_1 \sinh(\lambda z) + K_2 \cosh(\lambda z) + K_3 z + K_4 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

$$\lambda = \sqrt{GJ/EC_w} \dots\dots\dots (5)$$

よって、たわみ角、ねじり率は、

$$\theta = \frac{dy}{dz} = 3C_1 z^2 + 2C_2 z + C_3 \dots\dots\dots (6)$$

$$\psi = \frac{d\varphi}{dz} = \lambda K_1 \cosh(\lambda z) + \lambda K_2 \sinh(\lambda z) + K_3 \dots\dots\dots (7)$$

また、断面力と変形の関係式は、

$$Q = -EI_x \frac{d^3 y}{dz^3} \dots\dots\dots (8)$$

$$T = GJ \frac{d\varphi}{dz} - EC_w \frac{d^3 \varphi}{dz^3} \dots\dots\dots (9)$$

$$M = -EI_x \frac{d^2 y}{dz^2} \dots\dots\dots (10)$$

$$M_w = -EC_w \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \dots\dots\dots (11)$$

である。材端  $i, j$  における境界条件より積分定数  $C_1 \sim C_4, K_1 \sim K_4$  を求め、式(8)~(11)に代入することにより、部材両端における断面力は両端の変形量を用いて次のように表わされる<sup>4)</sup>。

$$\begin{bmatrix} Q_i \\ M_i \\ T_i \\ M_{wi} \\ Q_j \\ M_j \\ T_j \\ M_{wj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{12 EI_x}{l^3} & \frac{6 EI_x}{l^2} & 0 & 0 & \frac{12 EI_x}{l^3} & \frac{6 EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ & -\frac{4 EI_x}{l^2} & 0 & 0 & -\frac{6 EI_x}{l^2} & -\frac{2 EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ & & -\frac{2(\alpha+\beta)+\varepsilon^2}{l^3} EC_w & \frac{\alpha+\beta}{l^2} EC_w & 0 & 0 & \frac{2(\alpha+\beta)+\varepsilon^2}{l^3} EC_w & \frac{\alpha+\beta}{l^2} EC_w \\ & & & -\frac{\alpha}{l} EC_w & 0 & 0 & -\frac{\alpha+\beta}{l^2} EC_w & -\frac{\beta}{l} EC_w \\ & & & & -\frac{12 EI_x}{l^3} & -\frac{6 EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ & & & & & -\frac{4 EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ & & \text{Sym.} & & & & -\frac{2(\alpha+\beta)+\varepsilon^2}{l^3} EC_w & -\frac{\alpha+\beta}{l^2} EC_w \\ & & & & & & & -\frac{\alpha}{l} EC_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ \theta_i \\ \varphi_i \\ \psi_i \\ y_j \\ \theta_j \\ \varphi_j \\ \psi_j \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、

$$\varepsilon = \lambda \cdot l \dots\dots\dots (13)$$

$$\alpha = -\frac{\varepsilon \cdot \sinh \varepsilon - \varepsilon^2 \cdot \cosh \varepsilon}{2(1 - \cosh \varepsilon) + \varepsilon \cdot \sinh \varepsilon} \dots\dots\dots (14)$$

$$\beta = -\frac{\varepsilon^2 - \varepsilon \cdot \sinh \varepsilon}{2(1 - \cosh \varepsilon) + \varepsilon \cdot \sinh \varepsilon} \dots\dots\dots (15)$$

式(12)を絶対座標系で表示し、各節点ごとの力のつり合い条件から求められた連立方程式を解くことによ

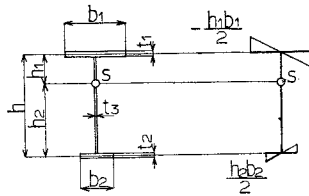


Fig. 3 Distribution of Warping Function

り、任意形状の平面格子構造の解析ができる。しかし、直線部材に対する式であるので、曲線橋については多角形で近似させなければならない。曲線部材要素については、渡辺・稼農<sup>9)</sup>らが剛性マトリックスを誘導しており、これを利用してもよいが、直線部材要素は曲線部材要素に比較して取り扱いが簡単であり、フランジの固定点間に 2~3 個の構造節点を設ければ、精度上も問題はないと思われる。

曲げねじりモーメント  $M_w$  から、そりによる直応力度  $\sigma_w$  を求めるには式 (16) を用いる。

$$\sigma_w = \frac{M_w}{C_w} w(s) \dots\dots\dots (16)$$

ここで  $w(s)$  はそり関数で、I 断面はりの場合 Fig. 3 のように分布する。

### 3. 横構部材の力学モデル

2本の主桁間に、上下横構が取り付けられた場合を例に、主桁の変形と横構部材の剛性について考える。

おのおのの横構部材は軸力しか受けもたないので、

Fig. 4 に示すように両主桁をトラス部材で結ぶ構造となる。ここで、節点  $i, j$  における主桁の鉛直変位、たわみ角、ねじり角を、それぞれ、 $(y_i, y_j), (\theta_i, \theta_j), (\varphi_i, \varphi_j)$  とすると、横構部材の材端  $i, j$  のたわみ角、ねじり角、 $(\theta_{ir}, \theta_{jr}), (\varphi_{ir}, \varphi_{jr})$  は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \theta_r \\ \varphi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

こうした構造では、主桁の鉛直変位や同一方向

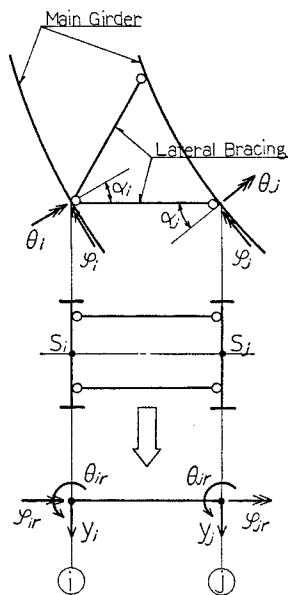


Fig. 4 Mechanical Model of Lateral Bracing

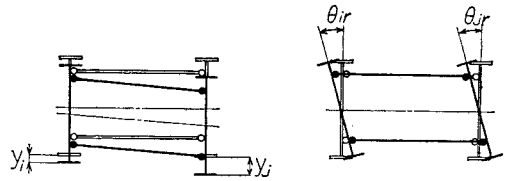


Fig. 5 Lateral Bracing and Deformation of Main Girders

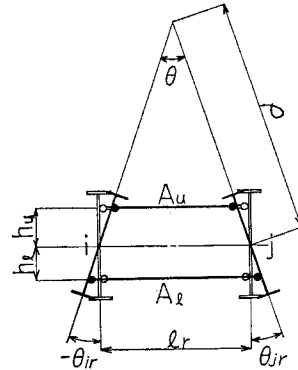


Fig. 6 Geometrical Relation

への回転については、なんら抵抗せず断面力を生じないが (Fig. 5)、両主桁が横構部材軸に対して相対する方向へ回転したり、回転角に差がある場合、各横構部材には軸力が生じるので、上下横構全体としてはあたかも曲げ部材のように作用する。そこで、主桁のせん断中心間隔は不変であるとし、上下横構を単純曲げを受けるはりとして仮定すると、材端  $i, j$  にたわみ角  $\theta_{ir}, \theta_{jr}$  が生じたときの幾何学的な関係 (Fig. 6) より

$$\theta = \theta_{jr} - \theta_{ir} \dots\dots\dots (18)$$

となる。曲率半径を  $\rho$ 、部材長を  $l_r$  とすると

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\theta_{jr} - \theta_{ir}}{l_r} \dots\dots\dots (19)$$

である。ここで、曲げモーメント  $M$  を受ける直線ばりの変形と応力の関係

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_r} \dots\dots\dots (20)$$

より

$$M_{i=j} = -\frac{EI_r}{l_r} (\theta_{ir} - \theta_{jr}) \dots\dots\dots (21)$$

または

$$\begin{bmatrix} M_i \\ M_j \end{bmatrix} = -\frac{EI_r}{l_r} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{ir} \\ \theta_{jr} \end{bmatrix}$$

となる。ここで  $I_r$  は主桁せん断中心に関する横構の断面 2 次モーメントを表わす。

$$I_r = A_u h_u^2 + A_l h_l^2 \dots\dots\dots (22)$$

この仮想曲げ部材を他の構成部材とともに変形法で解くことにより、次の式 (23) から横構部材力  $N$  を求めることができる。

$$N = A \cdot \frac{M}{I_r} \cdot h \dots \dots \dots (23)$$

ここに、

A :  $A_u, A_l$  上下横構の断面積

$h : h_u, h_l$  主桁せん断中心から

上下横構の図心までの距離

### 4. 文献 2) との比較

大塚・吉村は文献 2) において、

横構、ストラットを有する並列 I 桁橋を解析している。これは、有限帯板法 (FSM)、フーリエ級数展開、有限要素法 (FEM) を、それぞれ、扇形床版、曲線主桁、横桁・横構に適用して<sup>9)</sup>、主桁フランジの付加応力度や横構部材力を直接算出したもので、厳密解といえるものである。この中で解析されている中心角 0.4 ラジアン の単純曲線橋を例にとって、本解析方法の妥当性について検討を加える。

#### (1) 解析モデルと荷重

解析モデルの諸元を Fig. 7, Table 1 に、また、荷重条件を Fig. 8 に示す。横構、ストラットを含むもの

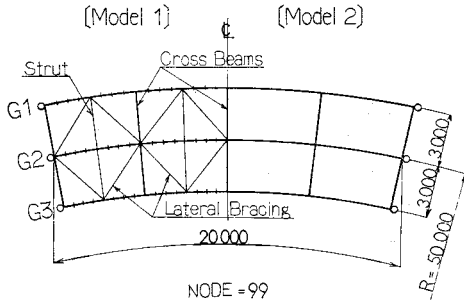


Fig. 7 A Curved Girder Bridge Model

Table 1 Dimension and Property

Beam Section		Main Girder	Cross Beam
	h (cm)	165	120
	b (cm)	40	31
	$t_f$ (cm)	2.5	1.4
	$t_w$ (cm)	0.9	0.9
	$I_x$ (cm <sup>4</sup> )	$1.740 \times 10^6$	$4.494 \times 10^5$
	J (cm <sup>4</sup> )	$4.568 \times 10^2$	85.87
	$C_w$ (cm <sup>6</sup> )	$1.870 \times 10^8$	$2.561 \times 10^7$
Lateral Bracing			Strut
A (cm <sup>2</sup> )	29.83	14.75	
$I_r$ (cm <sup>4</sup> )	$2.330 \times 10^5$	$1.152 \times 10^5$	

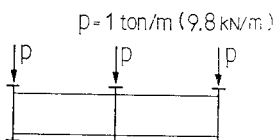


Fig. 8 Loading Condition

Table 2 Deformation and Bending Stress of Main Girders at Midspan  
(1 kg/cm<sup>2</sup>=0.098 MPa)

Structural Forms	Girder	Deflection $y$ (10 <sup>-3</sup> cm)			Torsional Angle $\varphi$ (10 <sup>-3</sup> radian)			Bending Stress [Lower Flg.] $\sigma_b$ (kg/cm <sup>2</sup> )		
		A	B	A/B	A	B	A/B	A	B	A/B
Model 1	G 1	880	880	100	80	80	100	307	307	100
	G 2	653	653	100	74	74	100	250	250	100
	G 3	439	439	100	72	71	101	183	184	99
Model 2	G 1	1129	1149	98	143	148	97	377	381	99
	G 2	725	732	99	130	135	96	258	258	100
	G 3	350	343	102	125	129	97	112	107	105

A : by the present method, B : values by Ref. 2), A/B : %

を [モデル 1] とし、これらを含まず、主桁と横桁とのみよりなる格子桁を [モデル 2] とする。本解析方法において、曲線主桁は固定点間を 4 等分した折線で近似しており、端横桁も構成部材として考慮した。

#### (2) 計算結果の考察

##### a) 変位と曲げ応力度

Table 2 に文献 2) の値と本解析方法の計算結果とを比較しているが、変位、曲げ応力度とも両者は非常によく一致しており、本解析方法の信頼性が確認できる。

通常的设计では、[モデル 2] のような格子構造として計算されるが、[モデル 1] のように横構を構成部材として扱うことによって、実際は橋梁全体のねじり剛性がかなり高まるのがわかる。しかし、このねじり剛性の増大は必ずしも主桁応力度に対して安全側とはならない。Table 2 において [モデル 1] と [モデル 2] とを比較すればわかるように、G1 桁 (外桁) は過大設計となるが、G3 桁 (内桁) では 40% 近くも危険側となり、横構を含めた計算の必要性を示している。

##### b) 横構部材力

横構部材力 Fig. 9 は、本解析方法により算出された上下横構を一本とした力学モデルの曲げモーメントより、式 (23) を用いて計算したものである。文献 2) の値と比較すると、その最大誤差は横構で 6%、ストラットで 18% とよく対応しており、横構部材のモデル化が

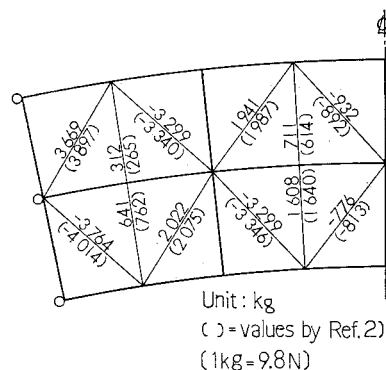


Fig. 9 Member Forces of Upper Lateral Bracing

妥当であることがわかる。

c) 主桁付加応力度

Fig. 10 の主桁付加応力度は、曲げねじりモーメント  $M_w$  から式 (16) を用いて算出したもので、着目点は下フランジの外側縁である (以降に示す付加応力度の着目点も同じ位置とする)。本解析方法においては、端横構も構成部材に含めそりを考慮しているの、曲げねじりモーメント  $M_w$  が桁端で 0 とはならないが、他の部分ではかなりよく一致している。このことから、フランジの曲がりや横構、横構からの結合力により生じる主桁付加応力度は、薄肉断面部材として計算されたそり応力度として把握されることが確認できる。

5. 主桁付加応力度の要因とその性状

並列I桁曲線橋の主桁フランジに付加応力度を生じさせる要因として次の2つが考えられる。

(1) 主桁フランジの曲がりによるもの

これは、上下フランジに生じた曲げ応力度  $\sigma_b$  がフランジの曲がりにより法線方向の分力  $\sigma_b A d\phi$  をもつことによるもので (Fig. 11)。一般にはこれを横構、横構取

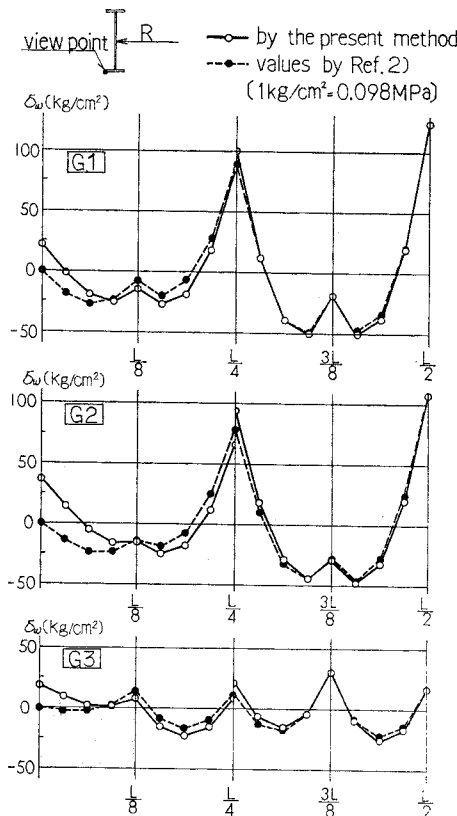


Fig. 10 Additional Stresses  $\sigma_w$  of Main Girders

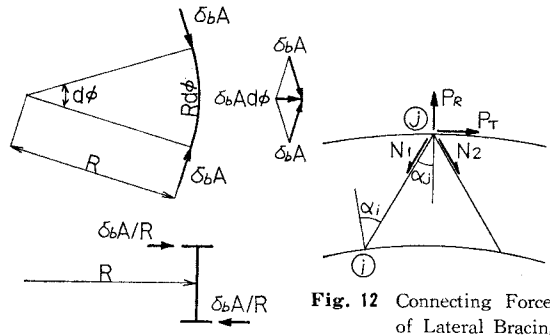


Fig. 11 Radial Component Forces

Fig. 12 Connecting Forces of Lateral Bracing

付け位置で支持された連続桁に、分布荷重  $\sigma_b A/R$  を受けるものと考え、次のような算定式を用いて計算している<sup>1),6)</sup>。

$$\sigma_w = \pm K \cdot \frac{\sigma_b \cdot A}{R \cdot W} \lambda^2 \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 $A: A_f + A_w/3$

$A_f$ : フランジの断面積

$A_w$ : 中立軸より着目フランジまでの腹板断面積

$\lambda$ : フランジの固定点間距離

$W$ : 垂直軸に関するフランジ断面係数

$K$ : 無限連続桁の曲げモーメント係数

(0.073~0.106)

(2) 横構、横構からの結合力によるもの

横構、横構は主桁を不連続に結合するため、取付け位置には法線方向の結合力  $P_R$  と橋軸方向の結合力  $P_T$  が作用する<sup>2)</sup> (Fig. 12)。特に、主桁に対して斜めに設けられる横構の場合、その両端の主桁の変形量の違いは大きく、結合力も大きなものとなる。

ここで、本報文中で提案している横構部材の力学モデルを例に考えると、横構部材力  $N$  は横構両端のたわみ角  $\theta_{ir}, \theta_{jr}$  の差により生じることになる。式 (23) に式 (21) を代入して  $N$  を求めると、

$$N = - \frac{AEh}{l_r} (\theta_{ir} - \theta_{jr}) \dots \dots \dots (25)$$

となる。また、主桁と横構部材の変形の関係式 (17) より、部材力  $N$  は主桁の変形量を用いて次のように表すことができる。

$$N = - \frac{AEh}{l_r} \{ (\theta_j - \theta_i) \sin \alpha + (\varphi_j - \varphi_i) \cos \alpha \} \dots \dots \dots (26)$$

ただし  $\alpha_i \neq \alpha_j$  とする。

つまり、横構両端の主桁のたわみ角  $\theta$  とねじり角  $\varphi$  の差に応じて部材力が生じるので、ねじり角変形のほとんどない直線橋の場合にも、たわみ角の差により結合力が

生じることになる。

横構部材力  $N$  の反力として生じる結合力のうち、橋軸方向の結合力  $P_T$  は、局部的に橋軸方向直応力度を生じさせるが、本解析方法の場合、主桁曲げモーメント  $M$  に加算され考慮されている。また、法線方向の結合力  $P_R$  は主桁フランジを水平方向に変位させ、付加応力度を発生させるが、本解析方法においてはそり応力度として把握される。

(3) 2つの要因の分離

2つの要因をもつ付加応力度は、横構を含む並列I桁曲線橋の場合、同時に作用している。仮に、主桁フランジの固定点間を直線で結ぶ折線橋の付加応力度が算出できると、フランジの曲がりによるものは分離され評価できるはずである。

本解析方法では直線部材要素を使用しているので、折線橋の解析は容易である。例題として4. で扱った並列3主桁曲線橋について、①曲線橋と、②折線橋 (Fig. 13) として、本解析方法により計算した場合の主桁フランジの付加応力度と、①から②を差し引いた

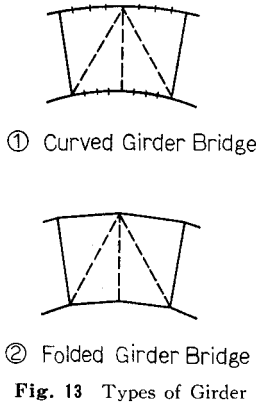


Fig. 13 Types of Girder

もの(①-②)とを Fig. 14 に示す。(①-②)はフランジの曲がりによる付加応力度を表わすが、これは式(24)による値と非常によく一致しており式(24)の有効性がわかる。ここで、式(24)の断面積  $A$  には、フランジ断面積のみを用いたり。これは、腹板には面外剛性がほとんどないことから、腹板に生じた曲げ応力度がフランジのような法線方向の分力をもたないと判断したためである。

横構、横桁の結合力  $P_R$  による付加応力度②は、横構と横桁位置では逆符号となる直線分布を示す。よって、横構位置では曲がりによる付加応力度と逆符号となり、合計付加応力度は緩和されるが、横桁位置ではこれらが同符号となり増大するので、注意を要する。

6. 実橋モデルによる試算

(1) 単純曲線3主桁橋

Fig. 15 に示す単純曲線橋について本解析方法を適用し、実橋における主桁応力度と横構断面力を求める。部材断面寸法と断面性能とを Table 3 に、設計荷重の載荷方法を Fig. 16 に示す。

a) 主桁応力度

各荷重条件における主桁フランジの応力度分布を Fig. 17 に示す。付加応力度  $\sigma_w$  の分布は、5. で述べたようにフランジの曲がりと横構・横桁からの結合力と

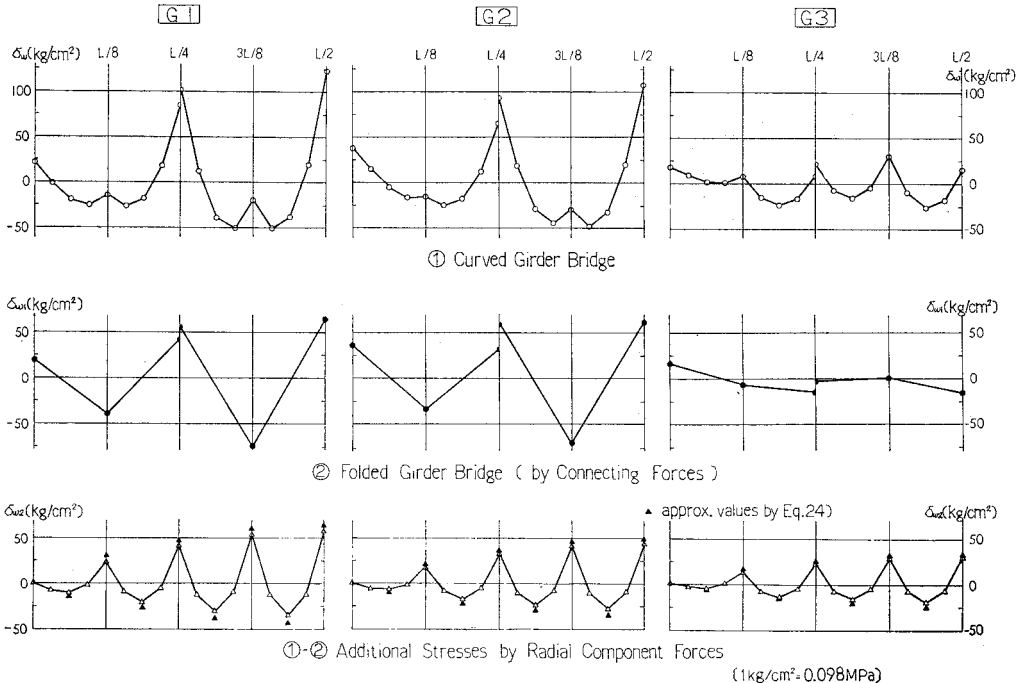
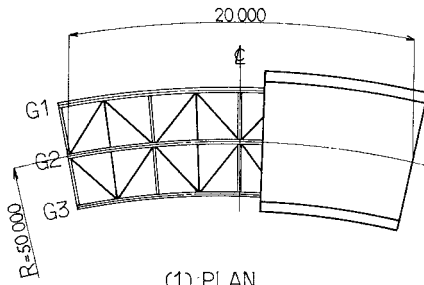


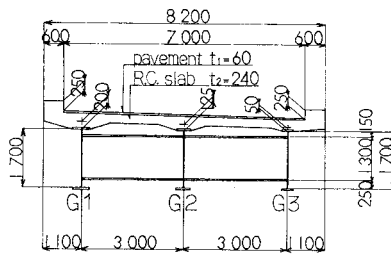
Fig. 14 Additional Stresses of Main Girders

Table 3 Dimension and Property

Beam Section		G 1	G 2	G 3	Cross Beam
	h (cm)	170	170	170	130
	b (cm)	48	38	28	25
	t <sub>f</sub> (cm)	2.5	2.2	1.6	1.2
	t <sub>w</sub> (cm)	0.9	0.9	0.9	0.9
	I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )	2.154 × 10 <sup>6</sup>	1.608 × 10 <sup>6</sup>	1.028 × 10 <sup>6</sup>	4.230 × 10 <sup>5</sup>
	J (cm <sup>4</sup> )	5.419 × 10 <sup>2</sup>	3.116 × 10 <sup>2</sup>	1.182 × 10 <sup>2</sup>	60.68
C <sub>w</sub> (cm <sup>3</sup> )	3.428 × 10 <sup>6</sup>	1.492 × 10 <sup>6</sup>	4.310 × 10 <sup>7</sup>	1.345 × 10 <sup>7</sup>	
		Lateral Bracing		Strut	
A (cm <sup>2</sup> )		37.87		37.87	
I <sub>r</sub> (cm <sup>4</sup> )		3.219 × 10 <sup>5</sup>		3.219 × 10 <sup>5</sup>	



(1) PLAN



(2) CROSS SECTION

NODE = 99  
MEMBER = 130

Fig. 15 Simple Supported Curved Girder Bridge

L1: Uniform Load (p=0.35ton/m<sup>2</sup>)(3.43kN/m<sup>2</sup>)

L2: Line Load (P=5.0 ton/m) at Midspan (49kN/m)

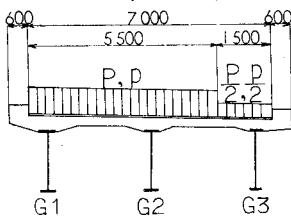


Fig. 16 Types of Live Load

の影響を受けるので、近似計算式 (24) で与えられる形状とはかなり異なる。また、付加応力度  $\sigma_w$  の曲げ応力度  $\sigma_b$  に対する割合は、この計算例の場合、支間中央で各桁とも 30~35% となる (Table 4)。

通常の設計で行われるように、格子桁理論で曲げ応力

度を求め、その値から近似計算式 (24) を用いて付加応力度を算出したものと、本解析結果とを比較する (Table 5)。横構を考慮しない格子桁理論の方が橋体全体のねじり剛性が小さくなるので、曲げ応力度も G 1 桁では大きめとなり、G 3 桁では実際より小さく計算されることになる。付加応力度については、近似計算式 (24) において

腹板の一部を有効断面積とみなして過大に算定しているが、横桁・横構からの結合力を考慮していない分だけ、通常の設計においては危険側となる。

b) 横構部材力

本解析方法による下横構部材力と近似計算法とによるものを Fig. 18 に示す。近似計算値は、主桁の曲がりによる法線方向の結合力と橋体全体を準箱断面とみなした場合に生ずる横構取付け面のせん断力とから求めたものである<sup>9)</sup>。この近似計算値の算出には膨大な労力を要するにもかかわらず、結果は Fig. 18 で明らかのように、実際の部材力を十分に評価しきれないようである。本橋のように複雑なストラットを有する 3 主桁橋の横構構造に対しては、主桁、横桁、横構など構成部材相互の挙動を考慮した解析が必要であり、本解析方法が有効で

Table 4 Normal Stresses of Main Girders at Midspan (1 kg/cm<sup>2</sup>=0.098 MPa)

Girder	Stress	DEAD	L 1	L 2	Total
G 1	$\sigma_b$	931	225	294	1450
	$\sigma_w$	312	85	106	503
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.34	0.38	0.36	0.35
G 2	$\sigma_b$	848	196	295	1339
	$\sigma_w$	301	70	89	460
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.35	0.36	0.30	0.34
G 3	$\sigma_b$	745	174	256	1175
	$\sigma_w$	245	43	59	347
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.33	0.25	0.23	0.30

$\sigma_b$ : bending stress (kg/cm<sup>2</sup>),  $\sigma_w$ : additional stress (kg/cm<sup>2</sup>)

Table 5 Comparison between the Present Method and the Theory of Grillage Girder Bridge [at midspan]

(Unit: kg/cm<sup>2</sup>, 1 kg/cm<sup>2</sup>=0.098 MPa)

Girder	Total Stress	A	B	B/A
G 1	$\sigma_b$	1450	1583	1.09
	$\sigma_w$	503	337	0.67
	$\sigma_b + \sigma_w$	1953	1920	0.98
G 2	$\sigma_b$	1339	1380	1.03
	$\sigma_w$	460	377	0.82
	$\sigma_b + \sigma_w$	1799	1757	0.98
G 3	$\sigma_b$	1175	953	0.81
	$\sigma_w$	347	399	1.15
	$\sigma_b + \sigma_w$	1522	1352	0.89

A: by the present method, B: by the Theory of Grillage Girder Bridge. ( $\sigma_w$ : approx. values by Eq. 24)

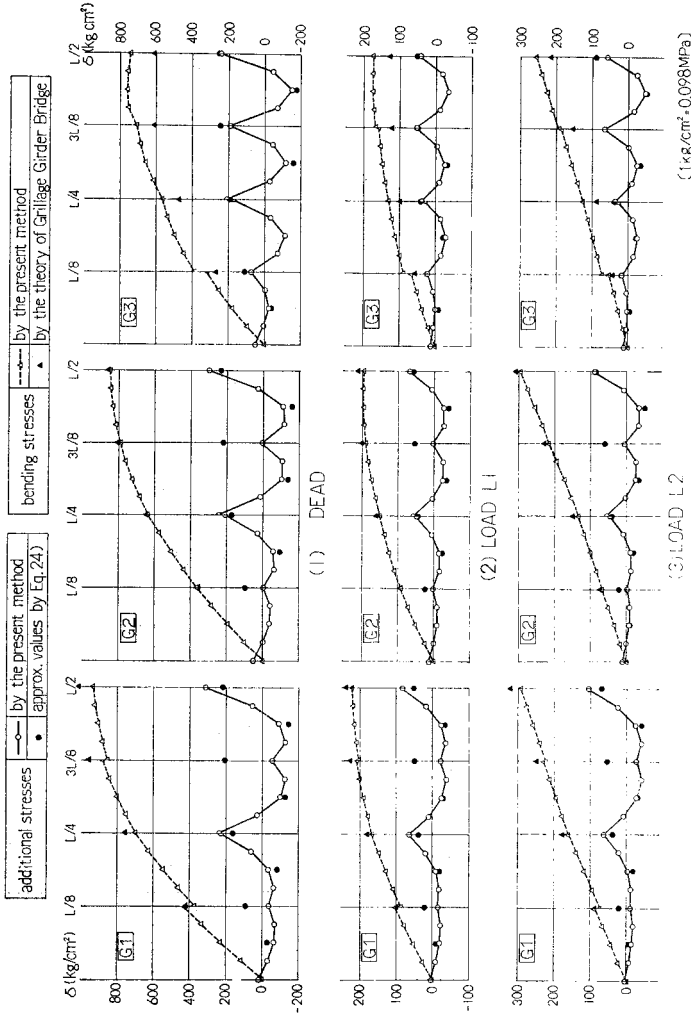


Fig. 17 Normal Stresses of Main Girders

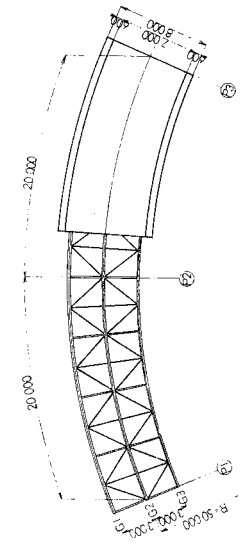
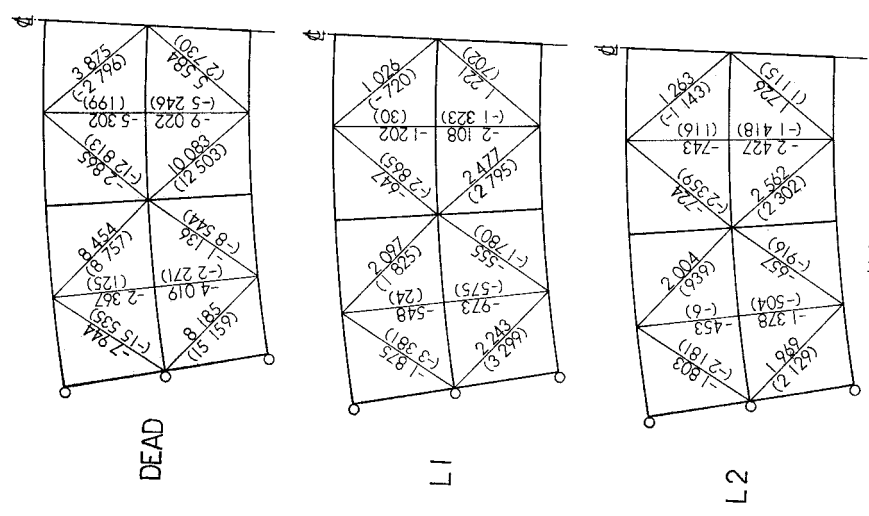


Fig. 19 2-Span Continuous Curved Girder Bridge



Unit: kg  
 ( ) = approx. values by Ref.(6)  
 (1kg = 9.8N)

Fig. 18 Member Forces of Lower Lateral Bracing



あると思われる。

(2) 2 径間連続曲線橋

並列 I 桁曲線橋を連続桁として使用した場合について、Fig. 19 に示す 2 径間連続曲線橋を例に検討を加える。部材断面寸法は(1)の単純桁と同じであり、全体形状も比較が可能なように単純桁を 2 連つないだものとなっている。設計荷重の横断方向の荷重方法は(1)と同様で、橋軸方向には Fig. 20 のように荷重した。

a) 主桁応力度

各荷重条件における G1 桁フランジの応力度分布を Fig. 21 に示す。これは、主桁の固定点間を 4 等分した点で求めた応力度を結んだものであるが、中間支点付近において曲げモーメントの符号が逆転するのに伴い、付加応力度  $\sigma_w$  の分布形状も逆転する様子がわかる。Table 6 に中間支点における付加応力度  $\sigma_w$  と曲げ応力度  $\sigma_b$  との割合を示すが、各桁、各荷重条件とも 25~30%程度となり、単純桁の場合よりもその割合は小さい。

b) 横構部材力

横構部材力を Fig. 22 に示す。単純桁に比較してほとんどすべて小さな値を示し、特に中間支点付近において過大な部材力は生じないようである。

7. 結 論

本論文は、鷹羽・成岡により一般化された薄肉直線部

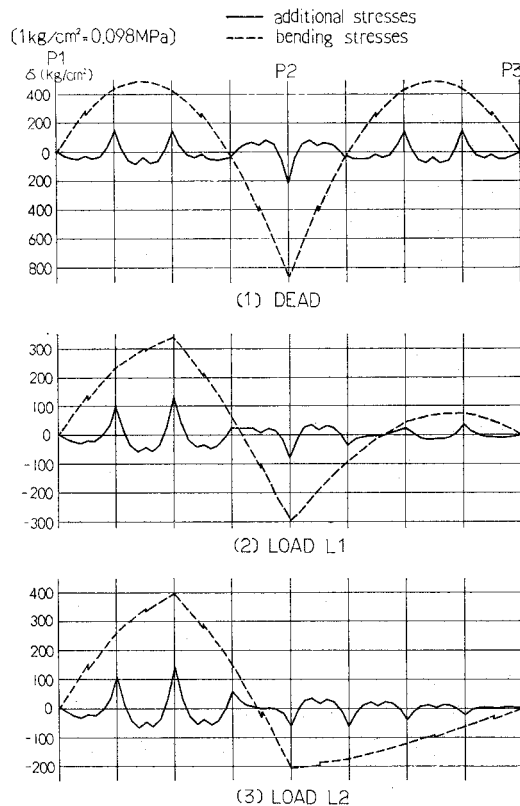


Fig. 21 Normal Stresses of Main Girder (G1)

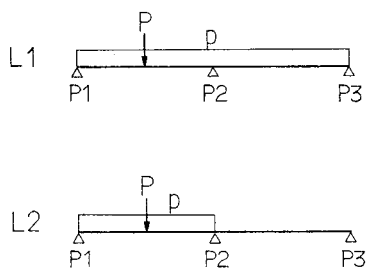


Fig. 20 Types of Live Load

Table 6 Normal Stress of Main Girders at P 2  
(1 kg/cm²=0.098 MPa)

Girder	Stress	DEAD	L 1	L 2
G 1	$\sigma_b$	-860	-296	-207
	$\sigma_w$	-223	- 84	- 59
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.26	0.28	0.29
G 2	$\sigma_b$	-851	-325	-218
	$\sigma_w$	-210	- 84	- 62
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.25	0.26	0.28
G 3	$\sigma_b$	-893	-302	-205
	$\sigma_w$	-208	- 78	- 59
	$\sigma_w/\sigma_b$	0.23	0.26	0.29

$\sigma_b$  : bending stress (kg/cm²)  
 $\sigma_w$  : additional stress (kg/cm²)

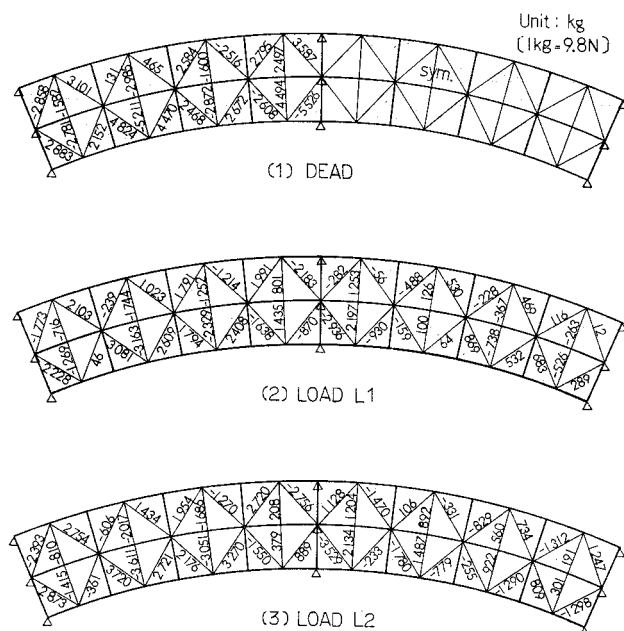


Fig. 22 Member Forces of Lower Lateral Bracing

材に関するそりを考慮した変形法を並列 I 桁曲線橋に適用し、従来、近似的に扱われてきた主桁フランジの付加応力度や横構部材力について検討を行ったものである。特に横構については独自の力学モデルを考案し、他の構成部材とともに変形法で解くことにより、並列 I 桁曲線橋の横構をも含めたすべての構成部材の力学的な相互作用を考慮した解析を可能とした。その検討結果として、次のことがいえよう。

(1) 主桁フランジの付加応力度は、曲げねじりモーメント  $M_w$  からそり応力度として把握できる。

(2) 横構部材力は力学モデルの曲げモーメントから直接算出できる。

(3) 主桁付加応力度は、① フランジの曲がりによるものと、② 横構、横桁からの結合力によるものとに分離でき、①に対しては算定式 (24) は有効であるが、②についても考慮すべきである。

また、計算例として単純曲線橋を、本解析方法と従来曲線格子桁理論による近似解法により試算し、比較検討した。さらに、2 径間連続曲線橋に対しても本解析方法を適用した。その結果として、次のことがいえよう。

(1) 横構を考慮しない曲線格子桁理論による場合、外桁は安全側に、内桁は危険側に計算される。

(2) 主桁付加応力度について、近似計算式 (24) だけでは横構、横桁の結合力によるものを考慮していないので、横桁位置では過小に評価される。

(3) 計算例のような複雑な横構に対して、近似計算法では横構部材力を十分評価できない。

(4) 並列 I 桁曲線橋を連続桁として使用した場合、中間支点付近の主桁付加応力度、横構部材力には特に問題は生じない。

本解析方法は、曲線を適当な折線で近似することにより、任意の形状で任意の支持状態の平面構造を、一般の格子桁と同程度の労力で比較的精度よく計算することができるので、実際の設計業務においては有効な手段であると思われる。

最後に、本研究をまとめるにあたり、懇切なご指導と貴重なご助言を賜った名古屋大学の成岡昌夫名誉教授（現在・摂南大学工学部教授）に深く感謝します。また、(株)横河橋梁製作所の長谷川進部長をはじめ、寺田博昌課長、栗本英規課長補佐には、終始、有意なご意見とご支援をいただき、ここに厚く感謝します。

付 録

本文中において、横構を有する並列 I 桁曲線橋の挙動がある程度明らかになったと思われる。ここでは、実際の設計に有意義な資料を得るために、Table A-1, Fig. A-1 に示すような 3 本と 4 本主桁の曲線橋 54 ケースについて、支間長  $L$  と曲率半径  $R$  とを変化させ本解析方法

Table A-1 Types of Model

N	L (m)	R (m)	with Lateral	without Lateral
3	20	200		
		100		
		67		
		50		
		40		
		30		
	30	300		
		150		
		100		
		75		
		40		
		200		
4	20	200		
		100		
		67		
		50		
		40		
		33		
	30	300		
		150		
		100		
		75		
		60		
		40		
40	400			
	200			
	133			
	100			
	75			
	60			

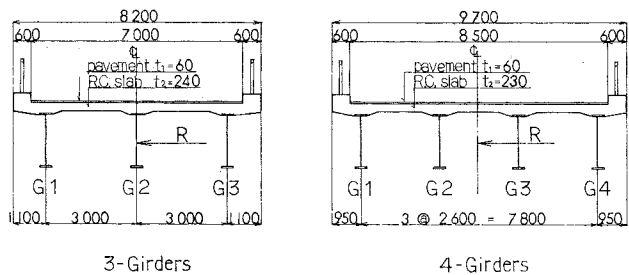


Fig. A-1 Cross Section of Model

Table A-2 Dimension and Property

Beam Section	Spar	L = 20 m		L = 30 m		L = 40 m	
		Girder	Cross	Girder	Cross	Girder	Cross
	h (cm)	150	105	170	125	210	165
	b (cm)	38	26	50	30	58	34
	t <sub>f</sub> (cm)	1.9	1.3	2.5	1.5	2.9	1.7
	t <sub>w</sub> (cm)	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
	I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> )	1.086 × 10 <sup>6</sup>	2.778 × 10 <sup>5</sup>	2.228 × 10 <sup>6</sup>	5.065 × 10 <sup>5</sup>	4.507 × 10 <sup>6</sup>	1.140 × 10 <sup>6</sup>
	J (cm <sup>4</sup> )	2.10 × 10 <sup>2</sup>	64.0	5.62 × 10 <sup>2</sup>	98.0	9.95 × 10 <sup>2</sup>	1.51 × 10 <sup>2</sup>
	C <sub>w</sub> (cm <sup>6</sup> )	1.002 × 10 <sup>9</sup>	1.076 × 10 <sup>7</sup>	3.875 × 10 <sup>9</sup>	2.700 × 10 <sup>8</sup>	1.069 × 10 <sup>9</sup>	7.737 × 10 <sup>7</sup>
Lateral Bracing and Strut							
A (cm <sup>2</sup> )		37.87		37.87		37.87	
I <sub>r</sub> (cm <sup>4</sup> )		2.092 × 10 <sup>5</sup>		2.963 × 10 <sup>5</sup>		5.160 × 10 <sup>5</sup>	

により計算を行った。計算上の仮定は次のようである。

- a) 横構間隔は道路中心線上で 5 m とし、横構は **Table A-1** に示す組み方とした。
- b) 主桁・横桁の断面形状は支間長ごとに一定とし、横構部材はすべて同じものを使用した (**Table A-2**)。
- c) 着目点は支間中央で、応力度については下フランジの外側縁 (**Fig. 10**) である。
- d) 荷重は死荷重と、道路橋示方書に定められた活荷重を、着目点に最大の断面力が生じるように載荷した。

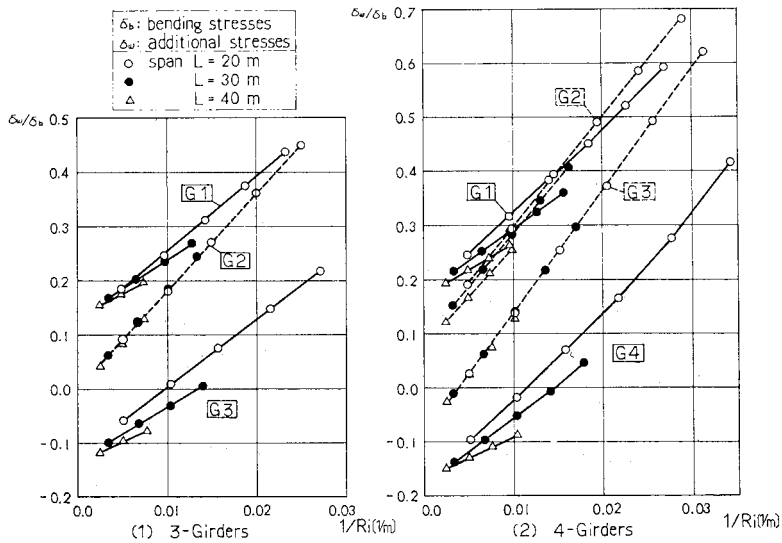
(1) 主桁付加応力度

$\sigma_w/\sigma_b$  と  $1/R$  との関係を **Fig. A-2** に示す。ここで曲率半径  $R$  は各主桁線上での値を用いた。これより、支間長にはあまり影響されず、 $1/R$  に比例して各主桁とも付加応力度が増加することがわかる。

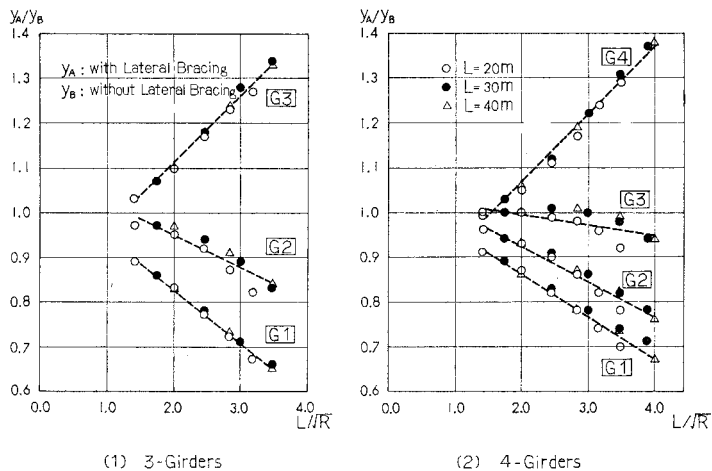
(2) 横構の影響

本文中でも述べたように、横構を考慮すると橋全体のねじり剛度が増すので、曲率半径内側の主桁は横構を考慮しない場合に比べて大きいたわみ、曲げモーメントも増加する。そこで、横構を含む場合と、含まずに解析した場合について、特に、たわみ  $y$  (**Fig. A-3**) と主桁曲げモーメント  $M$  (**Fig. A-4**) に着目して比較した。いずれも、支間長にはあまり影響されず、 $L/\sqrt{R}$  に比例して変化するようであるが、曲率半径内側の主桁曲げモーメントは  $L/\sqrt{R}$  の増加とともに急激に増大する。

これは、横構を考慮しない計算ですでに、外桁と内桁の曲げモーメントにかなりの差異が生じ、内桁の曲げモーメントが小さく算出されているため、比率が急激に増大するものである。また、実橋では腹板高を変えるなど



**Fig. A-2**  $\sigma_w/\sigma_b$  and  $1/R$  Relations [with Lateral Bracing]



**Fig. A-3** Effect of Lateral Bracing on Deflection

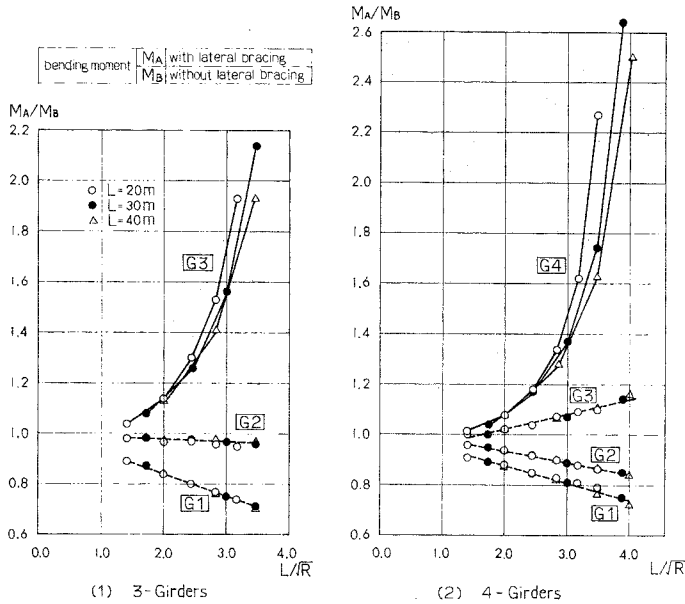


Fig. A-4 Effect of Lateral Bracing on Bending Moment

して外桁と内桁の剛度をかなり変化させているが、今回の計算では各主桁とも同一断面形状のものを使用したため、実際より極端な傾向を示していると思われる。しかし、横構を考慮しない通常の格子桁理論では、内桁が危険側の設計になっていることは明らかであり注意を要する。

#### 参考文献

- 1) 小松定夫：曲線並列桁橋の実用計算式，土木学会論文報告集，第93号，pp. 1~9，1963年5月。
- 2) 大塚久哲・吉村虎蔵：並列I桁曲線および直線橋における主桁付加応力度と横構部材力について，土木学会論文報告集，第290号，pp. 17~29，1979年10月。
- 3) Klöppel, K. und H. Friemann: Erweiterung des Formänderungsgrößen-Verfahrens auf die Theorie der Wölbkrafttorsion, Stahlbau, 35, pp. 365~372,

1966.

- 4) 鷹羽信勝・成岡昌夫：変形法による任意形状の薄肉断面格子桁の解析，土木学会論文報告集，第178号，pp. 1~9，1970年6月。
- 5) 大塚・吉村・彦坂・平田：床版と桁の偏心結合を考慮した曲線桁橋の解析，土木学会論文報告集，第259号，pp. 11~23，1977年3月。
- 6) 阪神高速道路公団：鋼構造設計基準 第2部，pp. 166~167，1978年4月。
- 7) 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算，山海堂，1969年。
- 8) 渡辺 昇・稼農知徳・藤井裕司：曲げねじれ剛性をもった曲線桁橋の剛性マトリックス法による解析，土木学会論文報告集，第218号，pp. 1~8，1973年10月。
- 9) 中井 博・事口寿男・谷 俊寛：任意荷重を受ける薄肉曲線橋のマトリックス構造解析，土木学会論文報告集，第255号，pp. 1~15，1976年11月。

(1981.7.13・受付)