

フィルター分離 AR 法による非線形流出系の 同定と予測 (時間単位)

IDENTIFICATION AND PREDICTION OF NONLINEAR HYDROLOGIC SYSTEM (HOURLY UNIT DATA)

日野 幹雄*・長谷部 正彦**
By Mikio HINO and Masahiko HASEBE

1. ま え が き

著者らは、先に日降雨時系列を定常白色雑音であると仮定できることより、逆探問題として日単位の流量時系列から、(i) 流量時系列の流出成分の分離、(ii) 流域の流出特性 (AR 係数・応答関数)、(iii) 降雨時系列の逆推定、(iv) 降雨の非線形分離則の推定を行う方法を提案した^{1),2)}。日単位での本モデルの手法は、中程度の流域 (雄物川, 神流川, $A \approx 400 \text{ km}^2$) のみならず、それより、やや広い流域 (相模川, $A \approx 1200 \text{ km}^2$) や、さらに大きな熱帯性の流域 (クワイヤイ川, $A = 10820 \text{ km}^2$) にも有効であることが確かめられた。この方法は、降雨-流出系の物理的機構を念頭におきつつ、入力 (降雨) が定常白色雑音であることを根拠に成立した。本論文では、この白色雑音の仮定が適用し得ない時間単位の水文資料に、この方法を拡張することを試みた。

解析対象の水文データが時間単位の場合においても、流量時系列を数値フィルターにより成分分離をすること、AR モデルにあてはめをすること、降雨時系列の逆推定をすることなど、基本においては日単位の場合と同様の考え方に立脚している。ただ、降雨が白色雑音ではないため新たな工夫が必要とされる。

時間単位の水文データの解析で得られた結論は、日単位の場合と同様であるが、新たに降雨-流出変換系には、従来からいわれている遅延効果のほかに入力 (つまり降雨) の伸張効果も考える方がよいということが導かれた。

前報²⁾において、この方法を逆探法と名付けたが、単に降雨の逆探と誤解される向きもあったので、今後「フィルター分離 AR 法」という呼び方も「逆探法」とともに併用する。

2. 時間単位の水文データ解析の考え方

本論文で取り扱う時間単位の降雨-流出データの解析のために新たに導入した方法は、次の 2 点である。

(i) 時系列が定常時系列でないで、流出量の流出分離には統計的手法は適当ではない。それゆえ、流出成分の分離には、流出ハイドログラフの逓減部分を用いる。

(ii) 降雨は、もはや白色雑音とはみなし得ないので、降雨終了後の流量データ (流出ハイドログラフの逓減部の流量) にのみ AR モデルを適用する。この場合、AR (MA) モデルに対する雑音入力は、あくまでも、予測誤差 (雑音) であり、降雨ではない。

なお、流量時系列のみを用いる点、各サブシステムを線形系とみなし、AR もしくは ARMA モデルを適用する点、降雨時系列を逆推定し、さらに降雨の非線形分離則を推定する点は前論文と同様である。時間単位での降雨-流出系のシステム概念図を図-1 に示す。

実流域での応用例は、神流川 ($A = 373.6 \text{ km}^2$) の洪水 4 例、すなわち、No. 5 (昭和 25 年 8 月 3 日 5 時 ~ 8 月

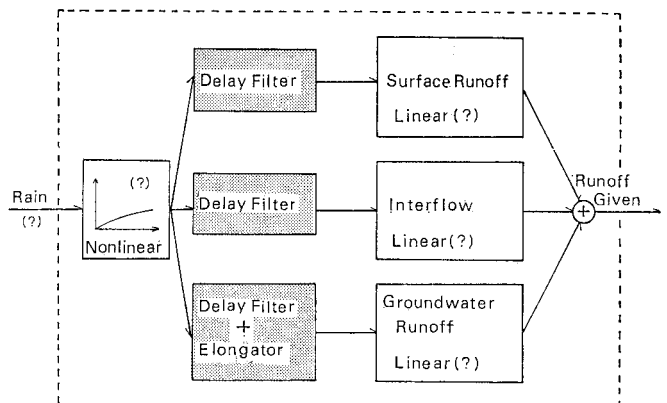


図-1 時間単位の水文システムの概念図

* 正会員 工博 東京工業大学教授 土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手 土木工学科

5日11時), No. 9 (昭和30年10月10日20時~10月11日16時), No. 12 (昭和33年9月23日17時~9月27日2時), No. 14 (昭和34年9月25日14時~9月27日1時)と山梨県梓川 ($A=0.396 \text{ km}^2$) の洪水2例, No. 1 (昭和46年10月4日14時~10月5日10時), No. 2 (昭和47年2月13日14時~2月13日24時)と, さらに相模川 ($A=1016.0 \text{ km}^2$) の洪水, No. 1 (昭和49年8月31日13時~9月2日15時)である.

梓川, 神流川, 相模川の実測ハイドログラフを 図-2 (a)~(c) に示す.

3. 流出成分の分離

(1) 分離時定数の決定

日単位の流出量の場合の分離フィルターの周波数

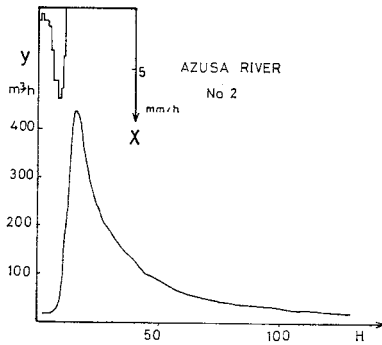


図-2(a) 梓川のハイドログラフ

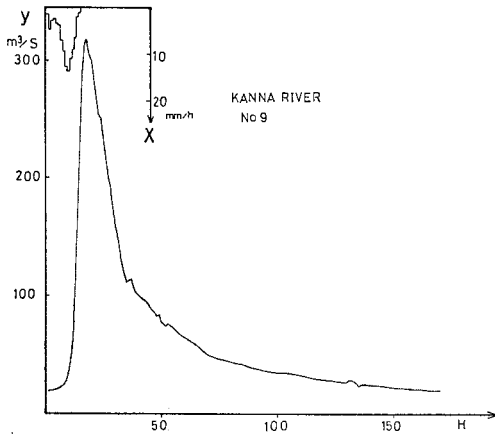


図-2(b) 神流川のハイドログラフ

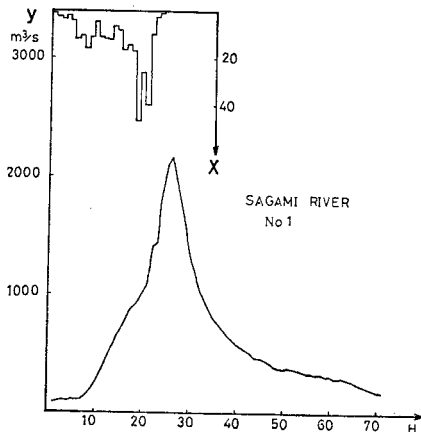
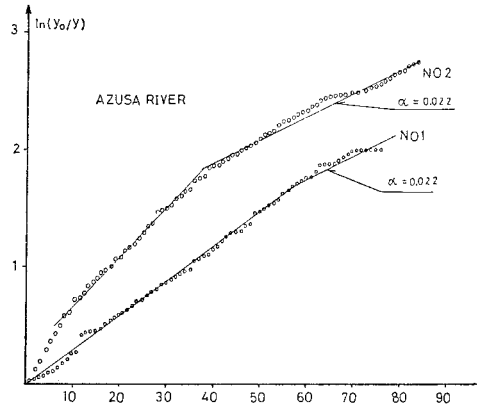
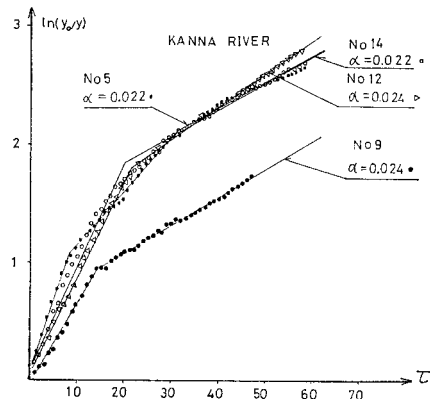


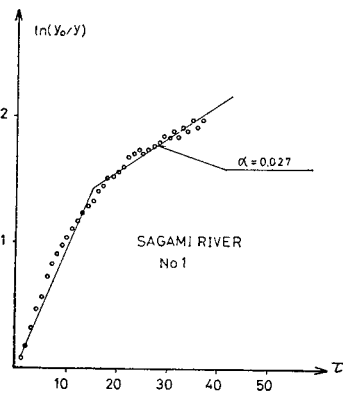
図-2(c) 相模川のハイドログラフ



(a) 梓川



(b) 神流川



(c) 相模川

図-3 $\ln(y_0/y)$ と τ の関係

(f_c) は、流量時系列の自己回帰係数や降雨量と流出量との間のコーヒーレンスにより決められた。しかし、この方法は入力为非定常時系列であると考えられる時間単位の降雨-流出系には適用し得ないので、本論文では、Linsley et al.³⁾(1949), 竹内⁴⁾(1961), 江川・竹内⁵⁾(1975), 吉川・砂田・フン⁶⁾(1979)と同じく流域系固有のものと考えられている流量遞減曲線の情報を積極的に取り入れる。洪水ハイドログラフの遞減部分、つまり流量の遞減の仕方により流量の流出成分は地下水流出に寄与する時定数 $T^{(1)}$ をもつ遅いおくれの流出成分, $T^{(1)}$ に比べより速く流出に寄与する時定数 $T^{(2)}$ をもつ中間流出成分とさらに速く流出に寄与する時定数 $T^{(3)}$ をもつ表面流出成分(この流出成分は、中間流出成分に含まれる場合もある)の3つの流出成分から構成されている。このようにハイドログラフの遞減部の勾配により時定数 $T^{(l)}$ ($l=1, 2, 3$); $T^{(1)}, T^{(2)}, T^{(3)}$ が決定される。ここに、添字 $l=1, 2, 3$ は、地下水流出, 中間流出, 表面流出の区別を示す。

神流川の洪水と梓川の洪水の流量遞減部を片対数にプロットしたものを図-3(a)~(c)に示す。分離時定数を求めると、神流川の No. 5, No. 14 は、 $T_c=42$ hr で、No. 9, No. 12 は、 $T_c=45$ hr であり、梓川の No. 1, No. 2 は、 $T_c=45$ hr で、相模川の No. 1 は、 $T_c=37$ hr である。

(2) 片側作用低周波濾波数値フィルターの設計

a) 非定常効果を考慮した貯留-流出量に関する微分方程式

いま、流域における雨水貯留量 S , 入力(降雨) x , 出力(流出量) y とすると次の関係が成立する。

$$\frac{dS}{dt} = x - y \dots\dots\dots(1)$$

$$S = f(y) \dots\dots\dots(2)$$

上式において貯留と流出における非定常効果を考慮し、式(2)の関係を式(3)で与える。

$$S = K_1 \cdot y + K_2 \cdot \frac{dy}{dt} \dots\dots\dots(3)$$

ただし、式(3)で S と y の関係は線形とした。式(1), (3)より、2階常微分方程式が得られる。

$$K_2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + K_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = x \dots\dots\dots(4)$$

あるいは、

$$\frac{d^2y}{dt^2} + c_1 \frac{dy}{dt} + c_0 y = c_0 x \dots\dots\dots(4')$$

ここに、 $c_1 = K_1/K_2$, $c_0 = 1/K_2$
 このように、水文現象は、一般には高階常微分方程式で表わされるが、短期流出成分は、式(4)で示したような

貯留量の非定常効果を考慮した2階の常微分方程式で表現できる^{7),8)}。

b) 現時点 ($n\Delta t$) 以前の data に対し filtering を行う方法-片側作用の数値フィルターの設計-

物理系では、ユニット・インパルス応答 $h(\tau)$ は必ず $\tau \geq 0$ に対してのみ意味がある。すなわち、

$$h(\tau) \begin{cases} = h(\tau) & (\tau \geq 0) \\ = 0 & (\tau < 0) \end{cases} \dots\dots\dots(5)$$

ここで、a) での2階常微分方程式を使うことにより数値フィルターを設計する。

式(4')の系の応答関数は、非振動形で式(6)で表わされる。

$$h(\tau) = \begin{cases} c_0 \exp(-c_1/2 \cdot \tau) \sinh(\sqrt{c_1^2/4 - c_0} \cdot \tau) / \sqrt{c_1^2/4 - c_0} & (\tau \geq 0) \\ 0 & (\tau < 0) \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 $c_1^2/4 - c_0 \geq 0$ で、 $h(\tau) \geq 0$ でなければならぬ。また、分離時定数 T_c (振動型の周期ではなく、非振動型の時定数) と係数 c_0, c_1 は次の関係にある^{注1)}。

$$T_c = c_1/c_0 \dots\dots\dots(7)$$

式(6)の c_0, c_1 を決めるには、まず、減衰係数

$$\delta = c_1/\sqrt{c_0} \dots\dots\dots(8)$$

をレスポンス曲線を参考にして適当に選ぶ。上の2式より、 c_0, c_1 は次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= (\delta/T_c)^2 \\ c_1 &= \delta^2/T_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

なお、 $h(\tau)$ の周波数応答関数は、次式になる。

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (\omega/\omega_c)^2\}^2 + \delta^2(\omega/\omega_c)^2}} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、カットオフ角周波数 ω_c は次のようになる。

$$\omega_c = \sqrt{c_0} = \delta/T_c \dots\dots\dots(10')$$

分離時定数 T_c と δ が決まれば、片側作用低周波濾波数濾波フィルターは式(6), (9)より設計される。

$$w_i = \begin{cases} h(n\Delta t) & (n=0, 1, 2, \dots, N) \\ 0 & (n=-1, -2, \dots) \end{cases} \dots\dots\dots(11)$$

最後に濾波後の出力は、式(12)になる。

$$\bar{y}(t) = \int_0^\infty h(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots(12)$$

離散表示すれば、式(13)となる。

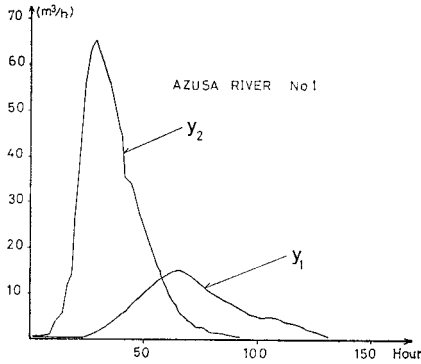
$$\bar{y}_n = \left. \begin{aligned} & \sum h_k y_{n-k} \Delta \tau \\ & = \sum w_k \cdot y_{n-k} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

以上のようにして片側作用の数値フィルターが設計されたので、流量時系列の流出成分分離を行うことができる。

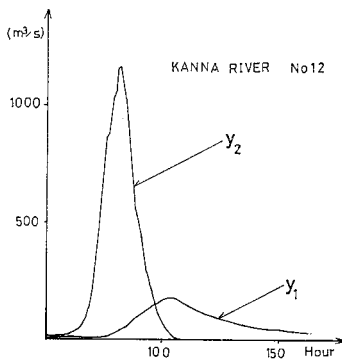
注1) 式(4')の微分方程式表示の高次微分項 $d^n y/dt^n$ ($n \geq 2$) は小さくて無視すると $c_1/c_0 \cdot dy/dt + y = 0$ となる。また洪水の遞減部の流量 $y(t)$ は $y(t) = y_0 e^{-t/T_c}$ のように遞減する。この式を微分表示で示すと $T_c \cdot dy/dt + y = 0$ となり、上の2式から $T_c = c_1/c_0$ となる。

(3) 実測の流量時系列の流出分離

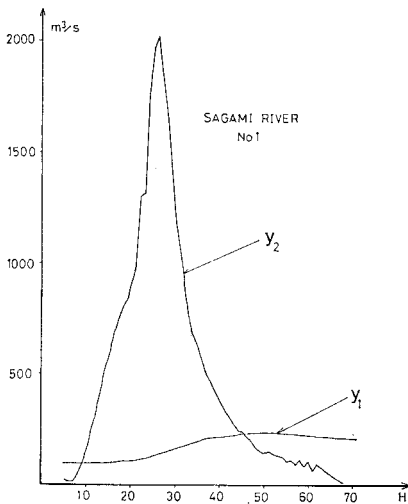
流出分離は(2)に述べた数値フィルタにより行われる。(1)で分離時定数 T_e が決定されたので、滑らかな浪波特性 $|H(\omega)|$ より望ましい減衰係数 δ を選定すると、式(4')の係数 c_0, c_1 を式(9)より計算でき手順1



(a) 梓川



(b) 神流川



(c) 相模川

図-4 流出分離

が終わる。手順 2, 3 では、式(6)より応答関数 $h(\tau)$ を求め、さらに式(13)により離散表示による片側作用低周波浪波フィルタが設計される。手順 4 で浪波後の出力(地下水流出成分)が計算される。神流川の No. 12 と梓川の No. 1, 相模川の No. 1 の流出分離を示す(図-4(a)~(c))。なお、神流川の No. 5 のみが、3成分(地下水流出, 中間流出, 表面流出成分)に流出分離され、他の 5 例の洪水は 2 成分(表面流出を含む中間流出, 地下水流出成分)に流出分離された。この理由としては、No. 5 の洪水の平均降雨強度は、他の 3 洪水に比べて高く豪雨型の降雨パターンであるためであると考えられる(このような結果は、神流川の日単位の解析でも得られた)。

4. 流域の流出特性

(1) ARMA モデルと応答関数

2. に述べたように、ARMA モデルを数値フィルタにより各流出成分に分離した時系列の下降部(降雨終了後のハイドログラフの逓減部)に適用する。

$$y_i^{(l)} = a_1 \cdot y_{i-1}^{(l)} + a_2 \cdot y_{i-2}^{(l)} + \dots + a_p \cdot y_{i-p}^{(l)} + b_0 \cdot x_i^{(l)} + b_1 \cdot x_{i-1}^{(l)} + \dots + b_q \cdot x_{i-q}^{(l)} + \varepsilon_i^{(l)} \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 $x_i^{(l)}, y_i^{(l)}$ は、サブシステム ($l=1, 2, 3$) の時間降雨量と流量を表わし、 $\varepsilon_i^{(l)}$ は雑音である。この場合、 $\varepsilon_i^{(l)}$ は予測誤差であり、日単位の場合とは異なり、降雨に比例する入力とは考えない。ここでは、式(14)の右辺の x の項の 1 項のみを入力と考える

$$b_q \begin{cases} \neq 0 & q = k \\ = 0 & q \neq k \end{cases}$$

とする。この k は、応答が k 時間ステップ後に始まることを意味する。本論文では $k=1$ とする。

このようにして AR 係数を求める²⁾と(上式は ARMA モデルではあるが、降雨終了後あるいは、流量の逓減部の流量データを用いているために降雨を使わないので(x_i の項=0)実際には AR モデルとなる)、各サブシステムの応答関数(ユニット・ハイドログラフ)が次の式より求められる。

$$(1 - a_1^{(l)} \cdot B - a_2^{(l)} \cdot B^2 - \dots - a_p^{(l)} \cdot B^p) \times (h_0^{(l)} + h_1^{(l)} \cdot B + \dots + h_n^{(l)} \cdot B^n) = B/r^{(l)} \dots \dots \dots (15)$$

ここに、上式の B は後進演算子である。また、右辺は降雨に対する応答が 1 時間ステップ後に始まることを意味し、 $r^{(l)}$ は単位変換係数であり、式(16)で表わされる²⁾。

$$r^{(l)} = \frac{3.6}{A \cdot (1 - a_1^{(l)} - a_2^{(l)} - \dots - a_p^{(l)})} \dots \dots \dots (16)$$

ここに、単位は流域面積 $A(\text{km}^2)$, $x_i(\text{mm/hr})$, $y_i(\text{m}^3/\text{sec})$ である。式 (15) で $a_i^{(l)}$ が既知なので、応答関数 $h_i^{(l)}$ は、式 (17) で求まる⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} h_0^{(l)} &= 0 \\ h_1^{(l)} &= 1/r^{(l)} \\ h_2^{(l)} &= a_1^{(l)}/r^{(l)} \\ &\vdots \\ h_n^{(l)} &= \sum_{j=1}^n h_{n-j}^{(l)} \cdot a_j^{(l)} \quad (n > 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

(2) 適用流域の流域特性

この節では、神流川、梓川、相模川の流域特性を (1) で述べた方法に従って検討する。なお、相模川については、解析例が一例のために後に表面、地下水流出系とをまとめて考察する。

表-1 地下水流出成分の AR 係数

次数	神流川	梓川
1	1.478	1.438
2	-0.298	-0.092
3	-0.021	-0.379
4	-0.163	0.340
5		-0.408
6		0.099

a) 地下水流出系の流域特性

上述の片側作用フィルターにより地下水流出成分が分離されたので、この地下水流出成分の下降部 (降雨終了以降あるいは流量の逓減部) の流量時系列に式 (14) の ARMA モデルを適用すると、神流川の洪水 No. 9 の地下水流出成分では、AR の次数が 4 次であり、梓川の No. 1 では、AR の次数が 6 次である。これらの AR 係

数を表-1 に示す。

一つの流域において、地下水流出成分の流出特性 (AR 係数・応答関数) は、降雨のパターンいかにかわららず不変であると考えられる²⁾。本解析においても、神流川、梓川の地下水流出の流出特性は、降雨のパターンや年度に関係がなく invariant であった。このことは、以下のようなことで検証できる。神流川の No. 9 と梓川の No. 1 の地下水流出成分の AR 係数を推定し、その AR 係数を他の洪水の地下水流出成分時系列に適用して降雨を逆推定する。そして、その逆推定降雨を用いて流量を再び計算し、もとの分離した地下水流出時系列と比較すると一致していることから理解できる (後の 図-8 (b), 9 (b) に示される)。

以上、流出特性の指標である AR 係数が求まったので、式 (17) より、神流川、梓川の地下水流出の応答関数を推定する (図-5(a), (b))。この結果、神流川ではピーク流量に達するのは、17~18 時間くらいでほぼ流出するのは 150 時間くらいである。一方、梓川ではピーク流量に達するのは 37~38 時間くらいであり、ほとんど流出するのは 120 時間くらいである。この両流域の流出特性の相違は、流域面積の違いにもよるが、それ以上にこの流域を構成している地質構成の差によるものと推察される。

b) 表面流出系の流域特性

表面流出系の応答特性については、梓川流域と神流川流域とを区別して述べる。

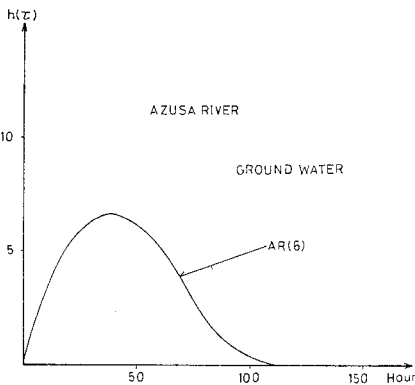
① 梓川流域の応答特性

洪水 No. 1, 洪水 No. 2 の流出分離した表面・中間流出成分時系列に AR モデルを適用すると、モデルの次数は、両洪水とも 4 次である。このときの AR 係数を表-2 に示す。次に、式 (17) より計算した応答

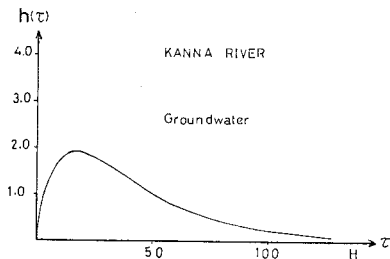
表-2 表面・中間流出成分の AR 係数 (梓川)

次数	No. 1	No. 2
1	1.204	1.799
2	0.161	-0.623
3	-0.147	-0.463
4	-0.227	0.268

関数を 図-6 (a) に示す。その結果、洪水 No. 1 では、ピーク流量に達する時間は、15 時間かかり、すべて流出するまでの時間は、65 時間くらいかかる。洪水 No. 2 に関しては、ピーク流量に達する時間は、5 時間くらいであり、流出をし終える時間は、No. 1 と同じように 65 時間くらいである。この両洪水の表面流出系の応答特性の違いは、降雨パターン (降雨強度) の違いによるものと考えられる。そこで、観測された降雨データから検討すると、No. 1 の洪水では平均降雨強度 (総降雨量と洪水の継続時間の比) は、 $\bar{r}_1=1.45 \text{ mm/h}$ であり、No. 2 のそれは $\bar{r}_2=3.50 \text{ mm/h}$ であり、No. 2 の降雨強度は、No. 1 に比べて約 2.4 倍の強さもある。このように、梓川のような流域面積 ($A=0.396 \text{ km}^2$) の小さい

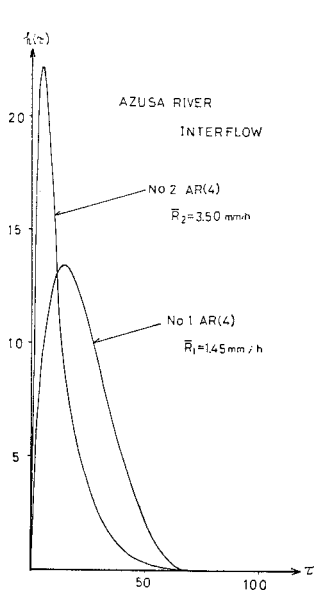


(a) 梓川

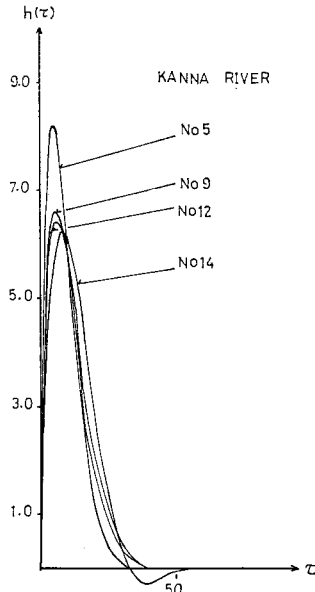


(b) 神流川

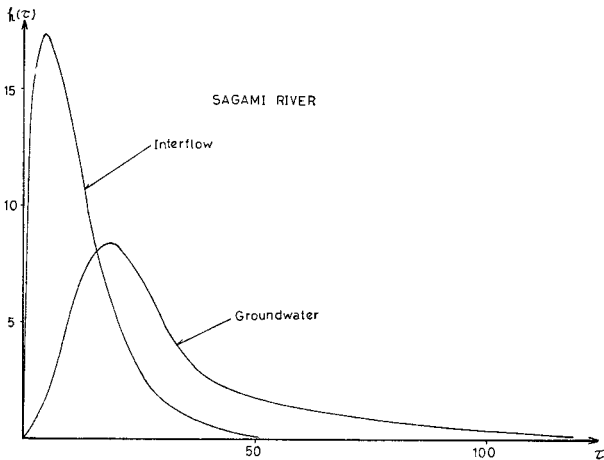
図-5 地下水流出の応答関数



図一6(a) 表面・中間流出成分の応答関数(梓川)



図一6(b) 表面・中間流出成分の応答関数(神流川)



図一6(c) 応答関数(相模川)

流域では、表・中間流出の応答特性は、降雨のパターンによって変化すると推察される。

② 神流川流域の応答特性

片側作用の数値フィルターにより成分分離した表面・中間流出成分にARモデルを適用すると、No. 9, No. 12, No. 14の表面・中間流出成分とNo. 5の表面流出成分(あるいはoverland flow)のモデルの次数は、AR(2)である。これらのモデルのAR係数は、表一3に示される。No. 5の洪水は、図一3から理解できるように流量の逓減部に、2つの変曲点があり、表面、中間、地下水流出成分の3成分に流出分離した。なお、No. 5の洪水は、他の3洪水に比べて、平均降雨強度が $\bar{r}_5=6.58$ mm/hと一番強い(表一4)。以上のことから、No. 5の

表一3 神流川の表面・中間流出のAR係数

次数	No. 5	No. 9	No. 12	No. 14
1	1.841	1.720	1.748	1.831
2	-0.872	-0.743	-0.768	-0.846

表一4 神流川の降雨強度(単位: mm/h)

	No. 5	No. 9	No. 12	No. 14
降雨強度	6.58	5.69	5.60	4.59

表一5 AR係数(相模川)

次数	自己回帰係数	
	地下水流出成分	表面・中間流出成分
1	3.594	1.674
2	-4.856	-0.698
3	2.922	
4	-0.660	

降雨パターンは豪雨型であり、日単位の解析と同様^{1),2)}に、流出成分は、表面(overland flow)、中間、地下水流出の3成分に流出分離される。神流川の4洪水の表面・中間流出系の応答関数を図一6(b)に示す。この図によれば、4洪水例ともピーク流量に達する時間は5~6時間くらいかかり、流出し終えるのは、30~40時間くらいの間にある。各洪水ごとに検討すると、No. 9, No. 12そしてNo. 14の平均降雨強度は、 $\bar{r}_9=5.69$ mm/h、 $\bar{r}_{12}=5.60$ mm/h、 $\bar{r}_{14}=4.59$ mm/hと順に小さくなり、応答関数のピーク流量もわずかではあるが順に小さくなっているが、応答関数の形としては、ほぼ一致している。また、No. 5は、地下水、中間、表面流出の3成分に分離したうちの表面流出成分(overland flow)の応答特性で、他の3例に比べると応答関数は、鋭い立ち上がりをもち、ピーク流

量も高く、かつ流出し終える時間も短い。

③ 相模川流域の応答特性

相模川の流出成分の分離は、図一3(c)からの $T_c=37$ hrと式(6)の片側作用の数値フィルターにより行われる。これらの表面・中間流出成分と地下水流出成分にAR(MA)モデルを適用すると表面・中間流出成分のARの次数は2次であり、地下水流出成分の次数は4次である(表一5)。

次に、AR係数から式(17)により応答関数を両成分について求める(図一6(c))。この結果、地下水流出成分のピーク流量に達する時間は、18~19時間くらいであり、大部分流出し終える時間は120時間くらいである。一方、表面・中間流出成分がピークに達する時間は、

5時間くらいで、ほとんど流出し終える時間は40時間くらいである。これらの結果から、この流域の応答特性は、神流川のそれと似ている。

以上、梓川、神流川および相模川の流出特性を検討したが、地下水流出系については、同一流域では降雨強度や年度のいかんにかかわらず流出特性は不変であった。また、表面・中間流出系については、小流域である梓川流域では、流出の応答特性は、降雨強度(降雨のパターン)により変化するが、それに比べて、中流域と考えられる神流川流域では、表面・中間流出系の流出の応答特性は(No. 9, No. 12, No. 14)、降雨パターンによりほとんど変わらず一致していた。No. 5のような降雨型は、他の3つの降雨型より、さらに強い型(豪雨型)で、流出成分が3成分に分離され、そのうちの表面流出系の応答特性を示しているものと思われる。また、神流川より大きい流域面積をもつ相模川流域の流出特性も、ほぼ神流川と似たような応答特性を示した。梓川と神流川の流出構造の違いは、流域面積の差によると考えられる。

5. 流量時系列と降雨時系列の逆推定

(1) 計算方法

逆推定降雨は、分離した流量の非減少期に対して、ARMAモデルの式(14)を変形した式(18)を適用して推定する。

$$\hat{x}_{i-k}^{(l)} = r^{(l)} \cdot [y_i^{(l)} - a_1^{(l)} \cdot y_{i-1}^{(l)} - a_2^{(l)} \cdot y_{i-2}^{(l)} - \dots - a_p^{(l)} \cdot y_{i-p}^{(l)}] \dots \dots \dots (18)$$

ただし、 $b_k \cong 0, b_0 = b_2 = \dots = b_{k-1} = b_{k+1} = \dots = b_q = 0, y_i^{(l)}$ は、 l 成分の実測流量時系列である。式(18)で推定される \hat{x}_{i-k} は、

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_{i-k}^{(l)} &\geq 0 \text{ (流量時系列の非減少期)} \\ \hat{x}_{i-k}^{(l)} &\cong \varepsilon_i^{(l)} \text{ (流量時系列の減少期)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

となる。流量減少期には、 $\hat{x}_k^{(l)}$ は降雨ではなく、prediction error $\varepsilon_i^{(l)}$ で正・負の値が求まるが、このオーダーは、 $\hat{x}_k^{(l)}$ に比べて十分に小さく、かつ0を中心に変動するので減少期部分で推定した逆推定降雨 \hat{x}_{i-k} は0とする。モデルが正しく l 成分のもの流量時系列を表わしているか否かを検討するために、式(19)で推定された逆推定降雨 \hat{x}_{i-k} を用いて式(20)により流量を計算して原流量時系列と比較すればよい。

$$\hat{y}_i^{(l)} = a_1^{(l)} \cdot \hat{y}_{i-1}^{(l)} + a_2 \cdot \hat{y}_{i-2}^{(l)} + \dots + a_p^{(l)} \cdot \hat{y}_{i-p} + \hat{x}_{i-k}^{(l)} / r^{(l)} \dots \dots \dots (20)$$

最後に逆推定降雨(有効降雨)は、式(21)で求まる。

$$\hat{x}_{i-k} = \sum_{l=1}^3 \hat{x}_{i-k}^{(l)} = \hat{x}_{i-k}^{(1)} + \hat{x}_{i-k}^{(2)} + (\hat{x}_{i-k}^{(3)}) \dots \dots \dots (21)$$

(2) サブシステムへの入力となる降雨の逆推定

さて、降雨の逆推定に関しては、最初に表面流出と地下水流出に寄与する降雨とを区別して検討し、最後に逆推定降雨時系列 \hat{x} と実測の有効降雨時系列 $f \cdot X$ との比較を述べる(f :流出率, X :観測降雨)。

a) 表面流出に寄与する降雨

式(18),(19)により求めた、梓川の洪水 No. 1, 神流川の No. 9, No. 12, 相模川の No. 1の表面流出に寄与する降雨を図-7(a)~(c)に示す。また、その図には推定した降雨から、式(20)により計算した流量時系列 $\hat{y}^{(2)}$ と表面流出成分の流量時系列 $y^{(2)}$ との比較をも示す。この結果、 $\hat{y}^{(2)}$ と $y^{(2)}$ はほぼ一致して梓川、神流川、相模川の表面流出系のARMAモデルは、妥当であることがわかる。

b) 地下水流出に寄与する降雨

a)と同様にして、梓川の洪水 No. 1, No. 2と神流川の洪水 No. 9, No. 12の地下水流出に寄与する降雨を図-8(a),(b), 図-9(a),(b)に示し、またARMAモデルの検証として計算により求めた流量時系列 $\hat{y}^{(1)}$ と地下水流出時系列 $y^{(1)}$ の比較を示す。地下水流出系においても $\hat{y}^{(1)}$ と $y^{(1)}$ はほぼ一致し、モデルが正しいことがわかる。なお、地下水流出成分のAR係数は、梓川ではNo. 1, 神流川ではNo. 9のそれを用いて、他の洪水の地下水流出成分のAR係数としている。それゆえ、図-8(a), 図-9(a)以外は、梓川ではNo. 1, 神流川ではNo. 9のAR係数を用いて地下水流出時系列を比較検討した図で地下水流出系の不変性を示している。

ここで注目したいのは、地下水流出系では地下水流出に寄与する降雨の継続時間が、実測の観測降雨の継続時間に比べると長く“伸張”されていることである。これは、地下水流出系のサブシステムに入る前に、降雨が新たに伸張をするフィルターを通過してくるためと考えられる。その一例(神流川、洪水 No. 9)として図-9(a)を示す。破線で示されている地下水流出に寄与する降雨は、伸張フィルターを通過する前の量で、実線で示された量が伸張フィルターを通過した後の(つまり、逆推定のままの)地下水流出に寄与する降雨量である。

(3) 降雨-流出変換系における遅延効果と伸張効果について

a) 遅延効果

地下水流出および表面流出系の逆推定降雨は、ある時間遅れだけシフトする必要がある(たとえば、貯留関数法では、貯留と流出量の関係が一価関数になるように時間をずらす(遅滞時間)ように)。このように表面流出、地下水流出に寄与する降雨は、遅延フィルター(delay

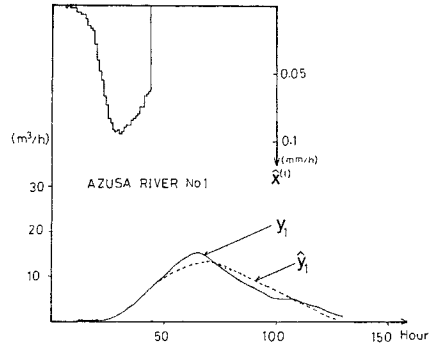
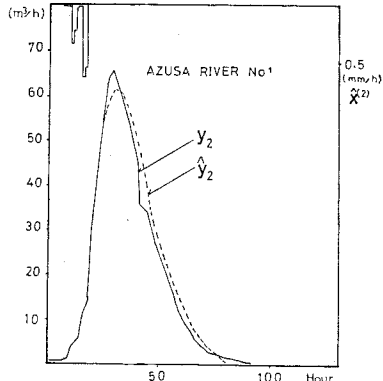
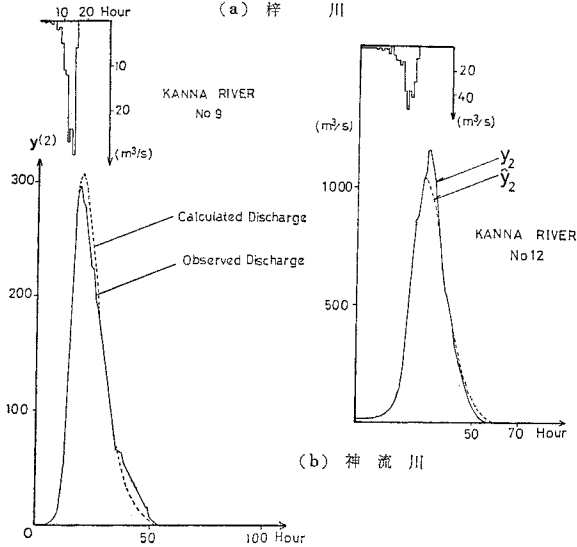


図-8(a) y_1 と \hat{y}_1 の比較と \hat{x}_1 (梓川)



(b) 神流川

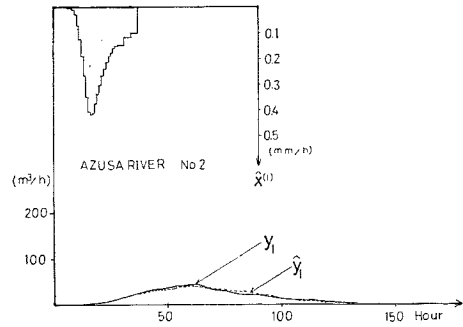
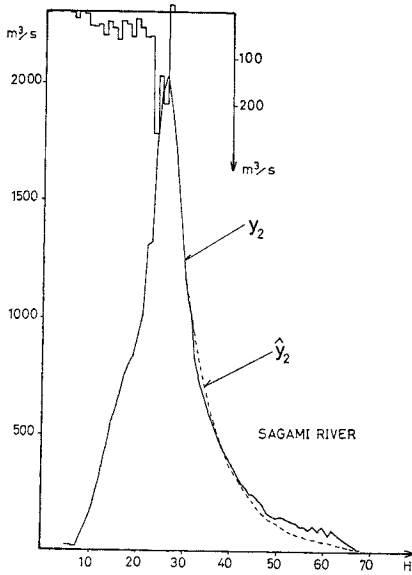


図-8(b) 地下水流出の不変性の検討と \hat{x}_1 (梓川)



(c) 相模川

図-7 実測 y_2 と 推定 \hat{y}_2 の比較と表面流出に寄与する逆推定降雨 \hat{x}_2

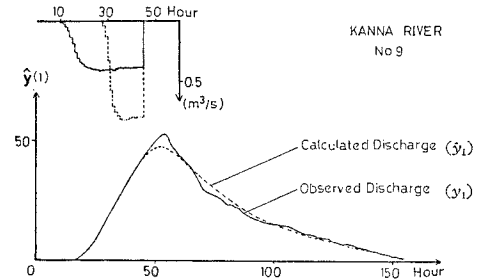


図-9(a) y_1 と \hat{y}_1 の比較と地下水流出に寄与する逆推定降雨 \hat{x}_1 (神流川)

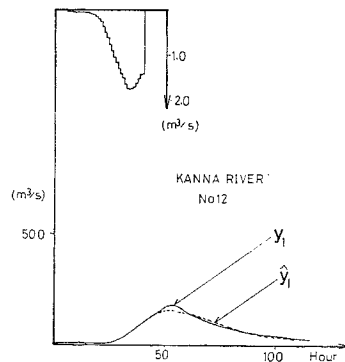


図-9(b) 地下水流出の不変性の検討と地下水流出に寄与する逆推定降雨 \hat{x}_1 (神流川)

filter) を通過して (地下水流出はさらに伸張フィルターも通過するが) 各サブシステムに入力すると考えられる。

b) 伸張効果

先に述べたように地下水流出に寄与する逆推定降雨の継続時間は、梓川、神流川、相模川のいずれの洪水例においても実測の降雨の継続時間より長い。このことは、降雨が地表面に落ち、浸透層を降下し地下滞水層に達し、河川に流出する過程の効果を示している。これはまた、多段のタンクあるいは ARMA といったような通常の数式表示 (微分あるいは積分方程式型式) では表わし得ない降雨の変換過程が存在することを意味している。つまり、地下水流出に寄与する降雨は遅延フィルターとさらに伸張フィルター (elongation filter) を通過してサブシステムに入力すると考えられる。

e) 伸張効果の検討

ここで、このような考え方が妥当であるか否かを、同じ水文データについて流出解析を行ったが、なんらこのような特別の効果を持ち込んでいない文献 6) の結果と比較してみる。

吉川・砂田・フン⁶⁾ (以下、論文 A とする) は、本論文で用いたのと同一の水文資料 (神流川の洪水 No. 9) を用いて標準通減曲線ののり合い点により地下水流出成分と表面流出成分に分離し、分離した成分に 3 段 3 列のタンクモデルと貯留関数法を適用して 諸係数 (貯留量 S , 流出量 Q とすると S と Q の関係は $S = KQ^p$ とする。このときのパラメーター K, p) を推定し流出計算を行っている。ただし、降雨の逆推定と降雨の非線形分離則の推定は行っていない。

さて、各流出成分に流出分離した表面流出、地下水流出成分のそれぞれの系について比較検討する。

i) 表面流出系

本論文と論文 A との表面流出成分の流出分離図を図 10 に示す。また、論文 A で流出分離された表面流出成

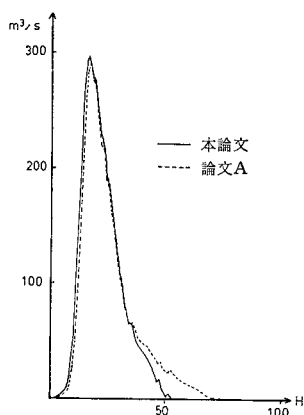


図-10 本論文と論文 A の表面流出の流出分離図

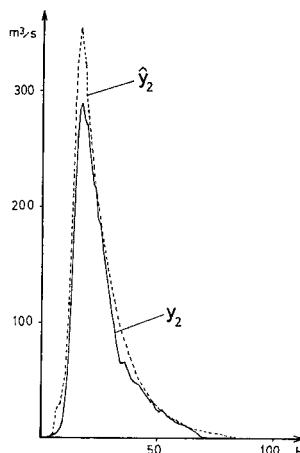


図-11 K, p と表面流出に寄与する降雨からの推定流量 \hat{y}_2 と実測流量 y_2 の比較 (論文 A の場合)

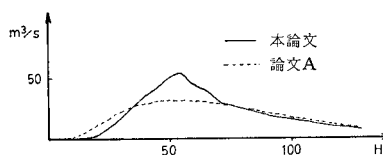


図-12 本論文と論文 A の地下水流出の流出分離図

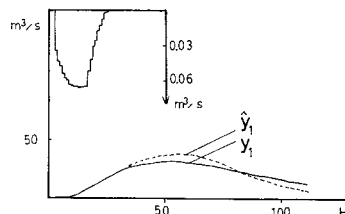


図-13 論文 A の地下水流出成分の \hat{y}_1 と y_1 の比較とこれに対する本論文の方法による地下水流出に寄与する逆推定降雨

分に適用した $S = KQ^p$ の関係と論文 A の表面流出に寄与する降雨により流出量を推定しモデルの検証を行う。 K が既知であり、かつ $p=1$ なので応答関数が解析的に求まる。この応答関数に論文 A の表面流出に寄与する降雨を用いて流出量を計算し、もとの表面流出量と比較すると 図-11 となり、計算値のピーク流量 \hat{y}_2 が実測値 y_2 に比べると少し大きめに出てくる。本論文の結果は 図-7(b)。よって、表面流出系のモデルでは、両モデルともほとんど同じであるがわずかに本モデルのほうが精度がよいと思われる。

ii) 地下水流出系

本論文と論文 A との地下水流出成分の流出分離図を図 12 に示す。次に、論文 A の地下水成分の流量通減部に AR モデル (3 次) をあてはめ、降雨を逆推定し、その降雨から流量を計算し、もとの地下水流出時系列と比較した (図-13)。計算流量 \hat{y}_1 ともとの流量 y_1 は、

ほぼ一致している。しかしながら逆推定降雨の継続時間をみると27時間となっており観測の降雨時間(15時間)の約2倍になっている。論文Aでは、地下水流出量の総流出量により地下水量となる一定降雨浸透高のみを推定したが、本論文ではさらに直接的に地下水に寄与する降

雨を逆算し、モデルの予測を確認したことにより降雨の変換過程伸張効果が存在することが発見される結果となった。

(4) 降雨の逆推定(有効降雨)

(2),(3)により、各流出成分に寄与する降雨が逆推定されたので式(21)により有効降雨を推定し、観測の有効降雨と比較する(図14~16)。なお、地下水流出に寄与する降雨は、前述の伸長効果を考慮して総降雨量は等しくし、継続時間を表面流出の降雨の継続時間にあわせて圧縮し、かつ降雨強度を増加し、それに表面流出の降雨を加えて推定有効降雨とした。観測の有効降雨との比較では、

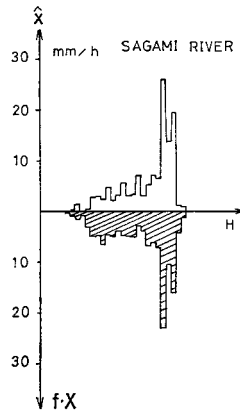


図-16 \hat{x} と $f \cdot X$ の比較 (相模川)

両者はほぼ一致しているが、降雨の初期では実測の有効降雨が少し多めに出ている。実測の有効降雨は流出率(f)注2)を一定にして求めたのにこのように多めに出てきたが、現実の流出機構においては、降雨の降り始めは、初期損失が多く、実測の有効降雨は、これよりも少なくなるであろう¹⁵⁾。

6. 降雨の非線形分離則

日単位の場合と同様に降雨-流出の非線形性は、降雨の各成分系への配分の仕方つまり降雨の分離則にあると推察できる注3)。そこで、地下水流出に寄与する降雨($\hat{x}^{(1)}$)と有効降雨(\hat{x})との関係を降雨の降り始めの時点から順にプロットし、整理した結果、つまり降雨の分離則を示す(図-17(a)~(c))。

この結果、降雨の降り始めでは、有効降雨は、ほとんど地下水流出に寄与し、 $\hat{x} = \hat{x}^{(1)}$ の直線上に乗っている。その後、3流域とも降雨の地下水流出への寄与は一定量となっていることが、図から判断できる。神流川の例で、降雨強度の高いNo.5は、最終浸透量が大い。

以上のように、時間単位における降雨流出系においても、降雨-流出系の非線形性は、主として降雨の非線形分離則に原因があると考えられる。

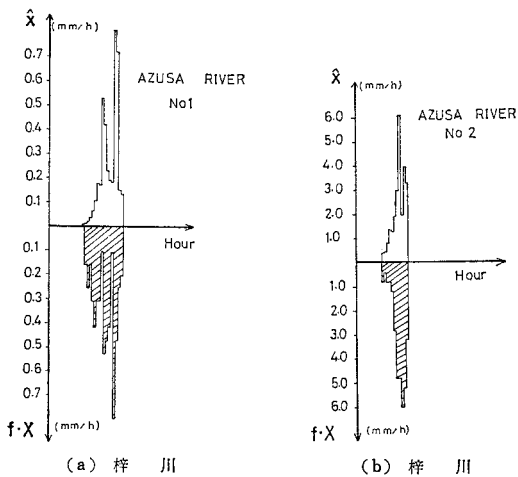
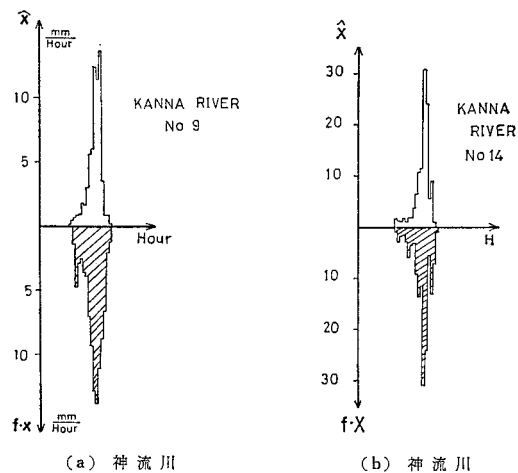
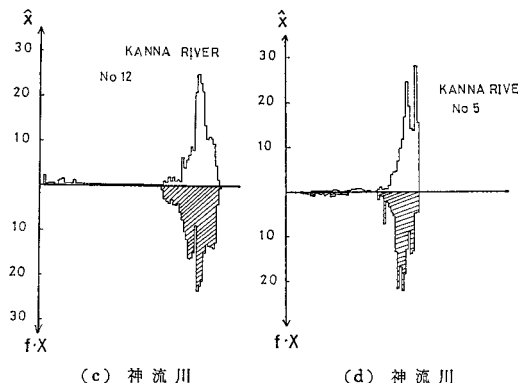


図-14 \hat{x} と $f \cdot X$ の比較



(a) 神流川

(b) 神流川



(c) 神流川

(d) 神流川

図-15 \hat{x} と $f \cdot X$ の比較

注2) 流出率 f は、基底流量を一定として水平分離し、 $f = \frac{\sum Q}{A \cdot \sum R}$ より求めた。($\sum Q$: 総流出量, $\sum R$: 総降雨量, A : 流域面積)

注3) この点については文献2)の55頁を参照。

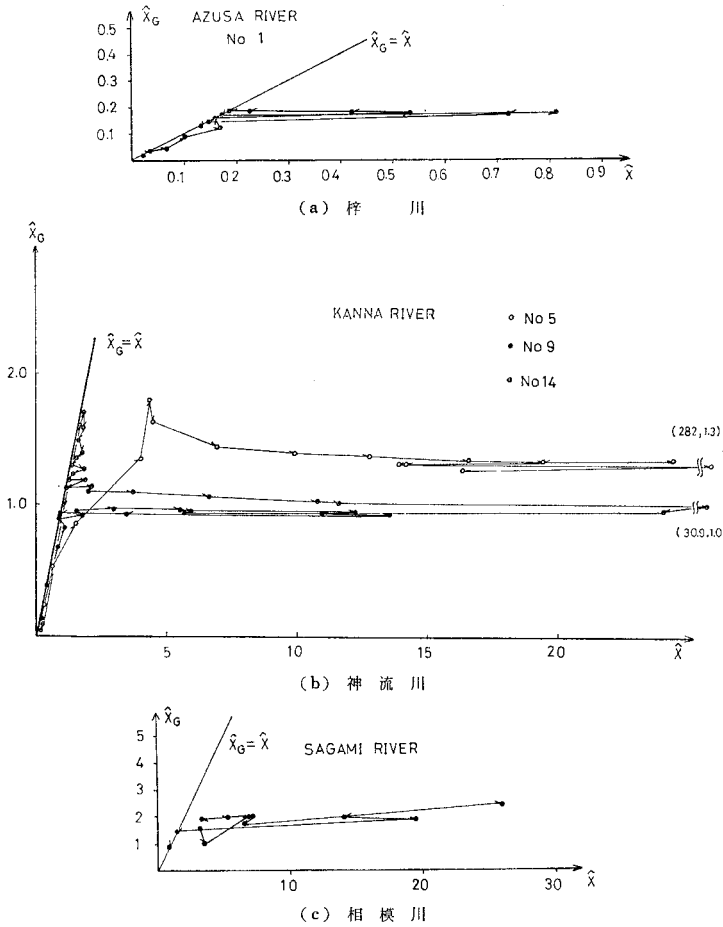


図-17 降雨の非線形分離則

7. 結 論

降雨が定常白色雑音とみなせる日単位の水文資料の解析に関して提案した降雨-流出系の逆探法を、降雨が定常白色雑音とは考えられない時間単位の水文資料について拡張することを試みた。そのために新たに次の方法を導入した。

(i) 流出成分の流出分離は、流出ハイドログラフの通減部の通減係数を用いる。

(ii) 流出分離した成分には、ARMA モデルを適用するが、AR 係数の導出には降雨終了後の通減部の流量時系列を用いる。

(iii) 降雨は白色雑音とはみなしがたく、雑音入力はいくまでも予測誤差とし、降雨の逆推定にはこの微小な雑音入力を無視する。

以上の方法を導入し解析した結果のおもな結論を下記に示す。

(1) 梓川では、地下水流出成分と表・中間流出成分

の 2 成分に流出分離され、神流川では、No. 5 の洪水以外は上記の 2 成分に分離された。No. 5 は、他の 3 洪水に比べて降雨強度がきわめて高く、降雨のパターンが豪雨型なので、地下水、中間、表面流出の 3 成分に流出分離された。

(2) ARMA モデルの適用では、梓川の地下水流出成分は 6 次で表・中間流出成分は 4 次であり、神流川においては、地下水流出成分は 4 次で表・中間流出成分は 2 次である。この両流域のモデルの相違は、流域面積の違いもあるが、それ以上に流域を構成している地質地形構造の違いによるものと推察される。また、相模川では表面流出成分は 2 次であり、地下水流出成分は 4 次の AR モデルである。

(3) 梓川、神流川の両流域とも地下水流出系の応答関数は、降雨のパターンや年度のいかんにかかわらず不変であった。

(4) 表面・中間流出系の流出特性は、小流域の梓川流域では降雨強度により変化したが、中流域の神流川流域のこの洪水例では、降雨強度によらず、流出特性はほぼ一致していることが示された。なお、表面・中間流出系の流域特性は、解析例を多くして検討する必要があると思われる。

(5) 各流出系の逆推定降雨から流量を求めて、もとの各流出時系列と比較すると両者はほぼ一致し、流域の流出特性 (AR 係数) が正しく表わされ、かつ本モデルが有効であることが確かめられた。

(6) 本方法により逆推定した降雨は、流域の大小にもかかわらず、観測の有効降雨とほぼ一致した。

(7) 降雨の分離則は、日単位では、降雨強度に関係はなかったが、時間単位では、降雨強度により異なったパターンをとる。x と x⁽ⁱ⁾ との関係は、降雨の降り始めは有効雨量のほとんどが、地下水流出に寄与し、その後降雨の地下水流出に寄与する量は一定量となる。このように降雨-流出系の非線形の原因は、降雨の分離則に起因していることを示した。

(8) 最後に、降雨-流出変換系の流出構造について検討した結果、時間単位での流出機構は日単位のそれとは異なり、図-1 に示したように、遅延効果と新たに伸張効果を考えなければいけないと結論された。

(9) 日単位と同様に、時間単位での水文データの解析においても各流出成分は、線形モデルとして説明し得た。

最後に、本研究にあたっていろいろと協力してくれた東京工業大学土木工学科大学院生の原 輝彦、学部学生村松 繁（現在 熊谷組）の両君に感謝いたします。また、貴重な水文データを提供してくれた山梨大学の荻原研究室、神奈川県企業庁と土木部の皆様にも心から感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる降雨時系列，流域の流出特性および流出分離の推定について，第23回水理講演会論文集，1979。
- 2) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第300号，1980年8月。
- 3) Linsley, Jr. R.K., M.A. Kohler and J.L.H. Paulhus: Applied Hydrology, McGraw-Hill, 1949.
- 4) 竹内俊雄：水資源講座2，地表水，土木学会誌，第46巻，1961年11月。
- 5) Egawa, T. and T. Takenouchi: Characteristics of the shape of the recession, Proc. of Tokyo Symposium, IAHS, 1975.
- 6) 吉川秀夫・砂田憲吾・グエン・ソン・フン：洪水流量逓減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究，土木学会論文報告集，第283号，1979. 3.
- 7) Prasad, R.: A nonlinear hydrologic system response model, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol. 93, No. HY 4, pp. 201~221, 1976.
- 8) Kulandaiswamy, V.C. and C.V. Subramanian: A nonlinear approach to runoff studies, Proc. Intern. Hydrology Symp., Vol. 1, pp. 72~79, Colorado State Univ., 1967.
- 9) Hino, M. and M. Hasebe: Further test of applicability of the inverse detection method and extension to hourly hydrologic data, Proc. the 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Aug. 5-7, 1980.
- 10) 日野幹雄：最近の流出解析モデルについての二・三の批判，第25回水理講演会，1981。
- 11) 原 輝彦・日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析法（逆探法）の時間単位水文データへの拡張，第35回年講，1980。
- 12) 日野幹雄・長谷部正彦：洪水をもたらす豪雨の逆推定，第17回自然災害科学総合シンポジウム，1980。
- 13) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977。
- 14) 日野幹雄・長谷部正彦：熱帯性の河川流域の流出解析への逆探法の適用一序報一，第25回水理講演会論文集，1981年2月。
- 15) 日野幹雄・長谷部正彦：流出率と湿潤指標としての洪水直前流量，土木学会論文報告集（投稿中）
- 16) 建設省土木研究所：神流川流域水文観測資料，1968。

(1981.7.31・受付)