

## 急勾配移動床流れにおける河床波の形状，伝播特性

DYNAMIC AND KINEMATIC FEATURES OF  
SAND WAVES IN UPPER REGIME

福岡 捷 二\*・奥 津 一 夫\*\*・山 坂 昌 成\*\*\*

By Shoji FUKUOKA, Kazuo OKUTSU and Masashige YAMASAKA

## 1. 序

土砂，砂礫など洗掘，堆積が可能な材料で河床が構成されている移動床上には，流れの水利条件や河床材料の特性に応じて異なった河床形態が生じる。河床波が発生すると流砂量や流れの抵抗が変化し，この変化は，逆に河床波の形状を変化させることになる。このように，移動床上の流れでは河床形態，流砂量，抵抗則は相互に強い結びつきをもつ一つの系としてとらえなければならない。そのためには河床形態，流砂量，抵抗則の一つひとつを十分に理解する必要がある。特に，河床形態は流れの抵抗則を強く支配するもので，河川工学上重要である。

河床形態に関する研究の歴史は古く，土砂水理学の中心課題となってきた。アメリカ土木学会<sup>1)</sup>および日本土木学会<sup>2)</sup>においてこの基本的課題の調査研究が行われ，わが国では 1971 年水利委員会内に移動床流れの河床形態と粗度の小委員会が設置された。河床形態の研究部会では，河床形態の名称，河床形態の発生機構と領域区分，河床波の構造と形状特性ならびに河床波上の流れの特性について研究の調査が行われ，その後の移動床流れの研究のための指導書的作用を果たしてきた。しかしながら，力学的・運動学的な面からの河床波の解明は，必ずしも十分とはいえない。特に，lower flow regime に比して upper flow regime の河床波の研究は極端に少なく，流れと土砂輸送の激しさ，強い非定常性のゆえに，ほとんど解明されていないのが現状である。前記アメリカ土木学会委員会報告の中では，反砂堆 (Antidunes) について次のように述べられている。

“水面波と河床波の位相が砂堆の場合と反対であることからこの名前がつけられている。反砂堆には流れと河床波の特性に応じて，上流へ移動，下流へ移動，およびほとんど動かないものの三通りの場合がある。反砂堆上の表面波の波高は，反砂堆のそれより大きい。高い速度とフルード数で表面波は不安定となり，上流方向へ動きながら碎波するまで大きくなる。碎波に伴う攪乱が，反砂堆を消滅させ，反砂堆の発生・成長・消滅の過程が繰り返される。より低い流速では，表面波は碎波することなく，反砂堆は成長と減衰を繰り返す。反砂堆の縦断形は，大きなフルード数での正弦波形状から三角形形状まで変化する。実験水路でのみ，鋭い頂部の三角形形状をした下流に移動する反砂堆がみられる”。この記述は，定義としては適切であるが，力学的・運動学的観点からさらに深い反砂堆の検討が必要である。

急流河川または扇状地河川では水流が激しく，土砂生産量が多いため土砂災害が多く，その潜在的な破壊力からみて，土砂輸送，流れの抵抗に関する upper flow regime の河床波の研究は重要である。本研究では，

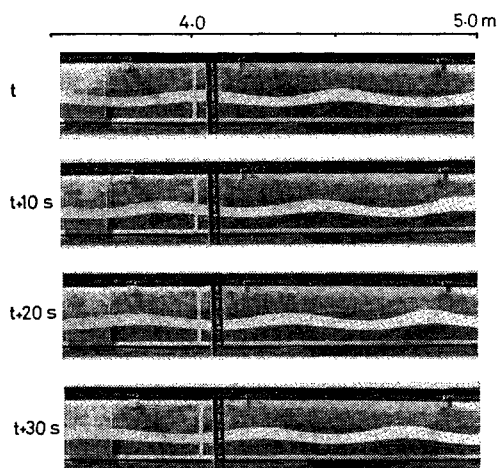
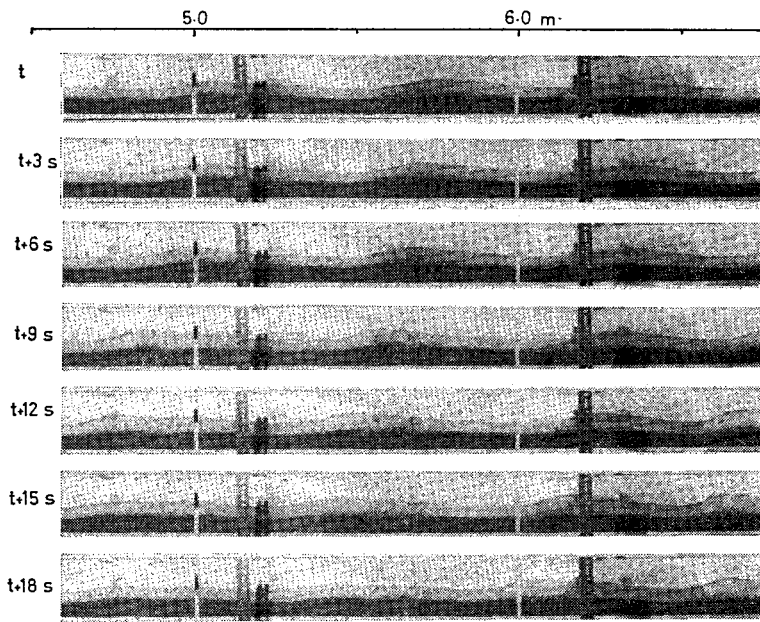


写真-1 ジャンプを伴わない遡上反砂堆 (Run 101)

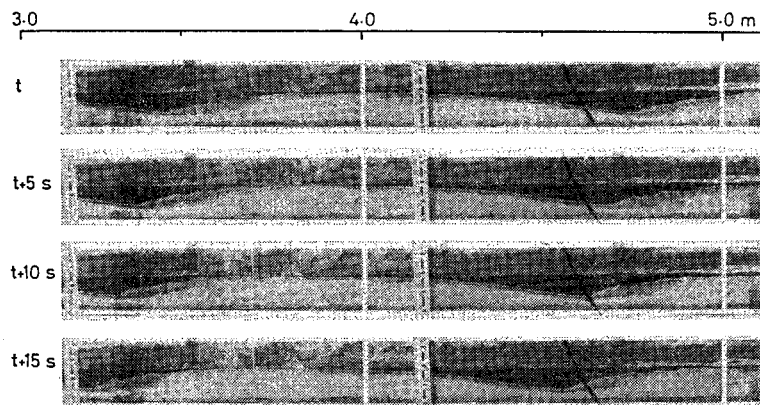
\* 正会員 Ph.D. 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 鹿島建設(株)

\*\*\* 学生会員 工修 東京工業大学大学院博士課程 土木工学専攻



写真—2 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆 (Run 139)



写真—3 Chutes &amp; Pools (Run 140)

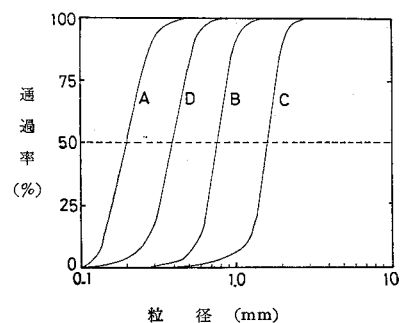
upper flow regime に属する下流に移動する反砂堆，上流に移動する反砂堆，Chutes & Pools の力学的，運動学的特性を解明することを主目的として二次元実験を行った。

前述のように，反砂堆はその移動方向によって上流に移動する反砂堆（または遡上反砂堆），下流に移動する反砂堆とよぶことが多いが，ここではより簡潔な名称としてそれぞれ遡上反砂堆，流下反砂堆とよぶことにする。上流に移動する反砂堆には，流れのフルード数の大きさの順に，ジャンプを伴わないもの（写真—1），ほぼ周期的にジャンプを起こしながら遡上するもの（写真—2），常にジャンプを伴って遡上するもの（写真—3）の3種類が存在する。本研究では前二者を遡上反砂堆，後者を Chutes & Pools とよび区別し論ずる。

## 2. 実験装置と実験方法

自然界でみられる河床波は多くの場合三次元的な形状と運動特性をもつ。しかし，三次元形状を有する河床波の特性と挙動は極端に複雑であり，十分に制御された実験なしには三次元河床波の力学的・運動学的特性を解明するのは困難である。現在，upper flow regime の二次元的な河床波でさえも十分に理解されているわけではなく，三次元河床波の理解を容易にするためにも二次元河床波の特性を知る必要がある。二次元河床波は水路幅方向の流れおよび砂粒子の運動を拘束することにより発生させることができる。用いた水路は可変勾配型の極端に狭いアクリル製の水路で幅 4 cm，深さ 20 cm，長さ 8 m の大きさをもつ<sup>3)</sup>。水路上流端に給砂装置を有し，通水中，平均河床勾配が変化しないように給砂し，実験を行った。実験には図—1 に示す粒径加積曲線をもつ4種類の砂を用いた。砂の比重はいずれも 2.65 であり，A, B, C, D 砂の平均粒径はそれぞれ 0.19 mm, 0.76 mm, 1.60 mm, 0.40 mm である。

ジャンプを伴う反砂堆や Chutes & Pools の河床波では，流路内にジャンプによる水の貯留が起こるため流量が一定とは限らない。したがって平均流量は下流端で測定した数回の流量の平均より求めた。流砂量は水路下流端で数波



図—1 粒径加積曲線

長の河床波が通過するときの量と時間を測定し求めた。流下反砂堆ではいずれの実験ケースにおいても，二波長分の流砂量を採取すれば十分な精度で流砂量を測定できる。一方，遡上反砂堆や Chutes & Pools については，河床波が上流へ移動するため河床波数波長分だけ測定すればよいというわけにいかず，そのため，できるだけ長時間流砂の採取を行い，流砂量を求めた。水面形状と河床形状は河床波が十分に発達しきってからモータードライブ付 35 mm カメラで連続撮影し，これより水面波と

河床波の位相差，河床波の波長，波高，流速，水面形状，水深などを測定する。さらに詳しい水面波と河床波の測定は 8 mm 映画撮影フィルムを解析し求めた。

実験条件，測定値，河床形態をまとめたものを表-1 に示す。河床波は二次元的であるため波長，波高，波速などは十分な精度で測定が可能である。波長は crest to crest 法で測定した。平均水深  $h_0$  は，河床波の山部の水深と谷部の水深の平均値で定義した。本文では便宜上，測定位置の原点  $x=0$  は上流端にとられている。

表-1 実験条件

Run No.	勾配 $I$	砂種	流量 $q$ l/(s·m)	流砂量 $q_B$ l/(s·m)	平均水深 $h_0$ cm	平均流速 $v_0$ cm/s	$F_r$ 数 $v_0/\sqrt{gh_0}$	波長 $L$ cm	波速 $C$ cm/s	河床形態，その他
1	1/49	A	36.5	0.242	4.0	91	1.5	69	-1.5	Jump を伴う遡上反砂堆
2		A	18.3	0.121	2.7	68	1.3	49	-1.1	
3		A	42.0	0.340	4.5	93	1.4	78	-1.4	
4	1/147	A	11.5	0.0018	3.44	33.4	0.58	9.2	0.07	砂堆
5		A	37.5	0.025	6.06	61.9	0.80	—	—	平坦河床
6		C	43.8	0.0029	7.11	61.5	0.74	—	—	"
7		B	10.0	—	2.90	34.5	0.65	—	—	"
8	B	43.0	0.020	7.67	56.1	0.65	25.2	0.78	砂堆	
9	1/64	A	21.5	0.063	3.42	62.9	1.09	43	-1.2	遡上反砂堆 } 弱い Jump を時々起こす
10		A	45.5	0.132	5.38	84.6	1.16	69	-2.0	
11		B	24.0	0.031	4.35 (3.95)	55.2 (60.0)	0.85 (0.95)	17	1.0	流下反砂堆
12		B	44.8	0.050	6.43 (5.90)	69.6 (77.6)	0.88 (0.97)	25	0.78	"
13		C	14.3	0.0099	2.75	51.8	1.00	—	—	平坦河床
14	C	44.8	0.040	5.77 (5.20)	77.6 (84.0)	1.03 (1.10)	22	1.6	流下反砂堆	
15	1/31	C	9.0	0.053	1.52	59.2	1.53	—	—	平坦河床 or 流下反砂堆
16		C	30.3	0.104	3.55	85.2	1.44	22	2.3	
17		A	10.8	0.117	2.12	50.7	1.11	57	-0.81	流下反砂堆
18		A	26.8	0.272	3.63	73.7	1.24	150	-1.7	遡上反砂堆
19		B	13.5	0.116	1.89	71.4	1.66	—	—	Chutes & Pools
20	B	39.5	0.232	3.74	106	1.74	—	—	平坦河床	
21	1/20	B	38.0	0.418	3.2	119	2.12	—	—	平坦河床
22		C	15.0	0.152	2.2	68.2	1.47	—	—	
23		C	34.0	0.351	3.7	91.9	1.53	—	—	"
24		A	13.3	0.315	3.5	37.9	0.65	78	-0.92	Chutes & Pools
25		A	7.8	0.131	1.99	38.9	0.88	48	-0.67	"
26	1/73	A	7.5	0.0071	2.15	34.9	0.76	9.1	0.16	流下反砂堆，やや三次元的
27		A	13.0	—	2.62	49.6	0.98	33	-1.1	
28		A	26.0	0.064	3.96	65.7	1.05	41	-0.59	遡上反砂堆，平坦河床に近い
29		B	20.8	0.020	3.58 (3.38)	58.0 (61.5)	0.98 (1.07)	16	0.50	遡上反砂堆，弱い Jump を時々起こす
30		B	44.3	0.047	6.35 (5.80)	69.7 (76.4)	0.88 (0.97)	23	0.76	流下反砂堆
31		C	21.5	0.013	3.86	55.7	0.91	—	—	"
32		C	44.5	0.029	6.09 (5.51)	73.1 (80.8)	0.95 (1.05)	24	1.2	平坦河床
101	1/42	D	28.3	0.164	2.45	115.5	2.36	51.3	-1.14	遡上反砂堆 } Jump はほとんどなし
102		D	17.3	0.110	1.72	100.6	2.45	49.4	-1.16	
103	1/59	D	8.5	0.037	1.75	48.6	1.16	—	—	平坦河床
104		D	25.3	0.092	3.75	67.5	1.11	—	—	
105		D	44.3	0.112	5.10	86.8	1.23	—	—	
106	1/73	D	37.3	0.094	5.02	74.3	1.06	—	—	平坦河床
107		D	43.3	0.070	5.94	72.9	0.96	—	—	
108		D	4.0	0.0076	1.34 (1.21)	29.9 (33.0)	0.82 (0.96)	7.0	0.30	

(表-1 つづき)

109		D	7.5	0.0085	1.88 (1.70)	39.9 (44.0)	0.93 (1.03)	9.1	0.41	流下反砂堆, やや三次元的
110		D	23.0	0.049	3.56	64.6	1.09	—	—	平坦河床
111		A	9.0	0.0082	2.09 (1.89)	43.1 (47.1)	0.95 (1.05)	10.0	0.28	流下反砂堆, やや三次元的
112		A	40.0	0.080	5.48	73.0	1.00	32.3	-0.07	平坦河床 or 遡上反砂堆
113		B	9.0	0.010	2.12 (1.95)	42.5 (47.5)	0.93 (1.03)	9.3	0.63	流下反砂堆
114	1/84	B	20.5	0.020	3.76 (3.50)	54.5 (58.3)	0.90 (1.00)	14.0	0.53	〃
115		B	37.3	0.029	6.34 (5.80)	58.8 (64.3)	0.75 (0.85)	22.4	0.72	〃
116		C	43.8	0.022	6.07 (5.78)	72.2 (75.8)	0.94 (1.01)	24.7	1.24	〃
117		C	33.7	0.021	5.06	66.6	0.95	18.4	—	平坦河床 or 遡上反砂堆
118		C	26.3	0.015	4.45	59.1	0.89	—	—	平坦河床
119		B	17.8	0.022	3.19 (2.97)	55.8 (59.8)	1.00 (1.11)	15.2	0.60	流下反砂堆
120		B	30.5	0.064	4.88 (4.72)	62.5 (64.6)	0.90 (0.95)	11.2	1.75	〃
121	1/178	B	34.0	0.019	6.53	52.1	0.65	27.4	0.49	砂 堆
122		B	23.8	0.0063	5.34	44.6	0.62	25.0	0.41	〃
123		D	37.5	0.011	7.24	51.8	0.61	—	—	平坦河床
124		D	23.5	0.011	4.95	47.5	0.68	13.6	0.48	砂 堆
125		B	41.8	0.018	7.40	56.5	0.66	17.4	0.57	〃
126		B	25.8	0.0070	5.25	49.2	0.69	33.2	0.13	〃
127	1/59	A	41.3	0.113	5.31	77.8	1.08	33.1	-0.47	遡上反砂堆
128		A	45.8	0.137	5.69	80.5	1.08	64.4	-1.57	〃
129		A	22.0	0.056	3.37	65.3	1.14	38.6	-1.21	〃
130		B	32.3	0.038	4.55 (4.10)	71.0 (78.8)	1.06 (1.24)	20.5	1.70	流下反砂堆
139	1/51	A	33.0	0.164	4.26	77.5	1.20	61.5	-1.4	Jump を伴う遡上反砂堆
140	1/25	A	16.0	0.262	3.76	42.6	0.70	132	-1.5	Chutes & Pools
141	1/18	D	12.0	0.259	2.97	40.4	0.75	99.4	-2.3	〃
142	1/18	D	25.0	0.587	4.64	53.9	0.80	175	-1.3	〃

( ) 内の数値は剝離を考慮した場合

### 3. 流下反砂堆

$F_r \geq 1.0$  の流れであっても水理条件, 河床材料条件によっては水面波と河床波は同位相ではあるが, 下流に移動する反砂堆(流下反砂堆)が発生する。流下反砂堆についての研究は著者らの知る限り見当たらず, わずかに文献 1), 2) で実験水路でのみみられるという記述がある。

一般に, 三次元河床波では, 掃流力が増すにつれて河床形態が砂堆 → 平坦河床 → 反砂堆と変化する<sup>1), 2)</sup>。一方, 二次元河床波では, 砂堆 → 流下反砂堆 → 平坦河床 → 遡上反砂堆と変化する。砂堆と平坦河床の間に流下反砂堆が出現する。後述の 図-17 が示すように流下反砂堆の発生領域は狭く, 水理条件としてはフルード数が 1.0 付近の流れに集中する。フルード数が 1.0 付近であっても河床材料によっては流下反砂堆は明確には現われず, 掃流力の増加とともに, 砂堆 → 平坦河床 → 遡上反砂堆という変化をする場合がある。河床材料としては粒径の大きさが流下反砂堆の発生に影響する。実験水路の大きさ, 流れの三次元性も, 流下反砂堆の発生, 非発生に強

く関係する。

#### (1) 形状特性

写真-4 は, 流下反砂堆の連続写真で 2.2 秒ごとに撮影したものである。図-2 は写真から測定した河床面, 水面および水深の流下方向変化を示す。水深は, 河床波頂上部の下流側で大きくなっており, 反砂堆というよりはむしろ砂堆上の流れに似ている。写真-5 は, 流下反砂堆の谷部の流れをアルミ粉末を用いて可視化し撮影したものである。アルミ粉末の軌跡をみると下流側では流れが剝離し渦巻いている。この剝離域の発生が流下反砂堆の大きな特徴である。可視化した写真から剝離領域を求め, 剝離域の外縁を一つの流線と考え, この界面を基準に水深を測り直す。このようにして求めた反砂堆上の水深は表-1 の中に ( ) で示され, 図-2 中には破線で示されている。このとき, 水深は河床波頂部で最大となり射流で見出される水面と河床面の一般的な関係を満たすことになる。この剝離域の存在は河床波の伝播方向に決定的な役割を果たす。すなわち, 剝離が生じているために河床波上流側で洗掘され河床波上を掃流されてきた砂は, 河床波下流側に堆積し, その結果河床波は下流

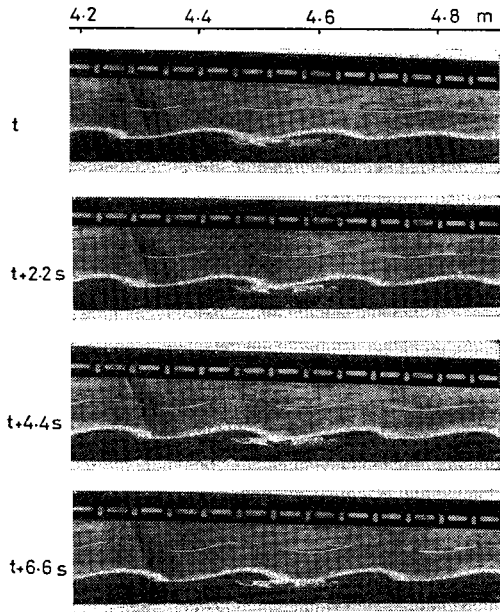


写真-4 流下反砂堆 (Run 120)

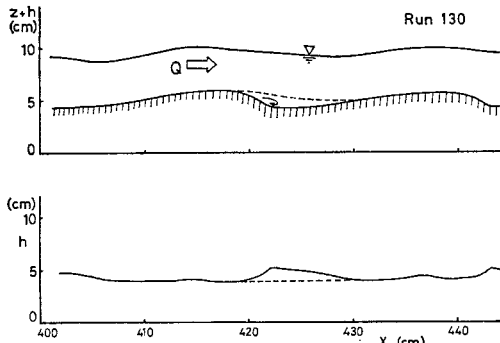


図-2 流下反砂堆の形状および水面形状

に移動する。この移動のメカニズムは砂堆のそれによく似ており河床波下流側での流れの剝離が流下反砂の形状と運動を支配している。

(2) 運動特性

図-3は流下反砂堆と水面波のそれぞれの頂点位置の時間変化（走時曲線）を示したものである。図中○印が河床波、△印が水面波である。水面と河床面の位相はほぼ一致し、河床波の波速も一定とみなし得る。剝離域を除くと流下反砂堆上の水深はほぼ一定となり、このため給砂量一定（河床勾配一定）のもとではジャンプを伴うことはない。しかし、給砂量の変化に対して流下反砂堆は極端に敏感に応答し形状が変化する。このようなときには、一時的に水面にジャンプが現われたり、河床波が消滅したりし、安定な流下反砂堆はみられない。

⇒ 流れの方向

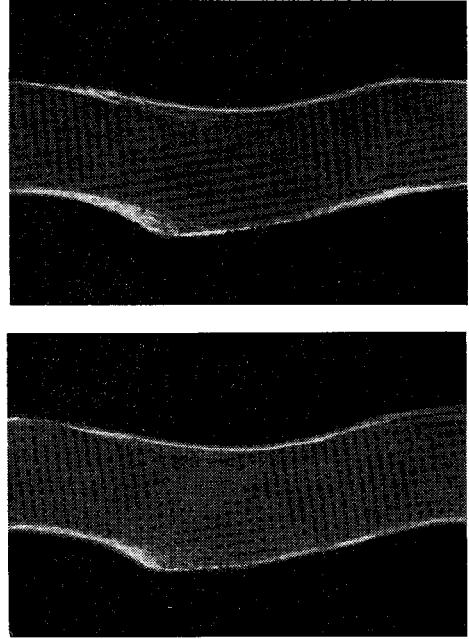


写真-5 アルミ粉末による剝離領域の可視化

(3) 波長

砂堆の波長は水深と密接な関係にあり<sup>2)</sup>、Yalin<sup>4)</sup>はこれらの関係式として、

$$L = 5 h_0 \dots\dots\dots (1)$$

を提案している。流下反砂堆はその形状特性、運動特性が砂堆のそれと非常に近いところから、流下反砂堆の波長も水深により規定されると考えられる。流下反砂堆の波長と平均水深との関係を示すと 図-4 のようになり、流下反砂堆の波長も砂堆と同様に水深により規定され、二次元流下反砂堆では、波長と水深との関係はほぼ

$$L = 4 h_0 \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる。

流下反砂堆は、河床波と水面波の位相が一致していることから反砂堆とよぶが、流下方向の水深の変化が砂堆

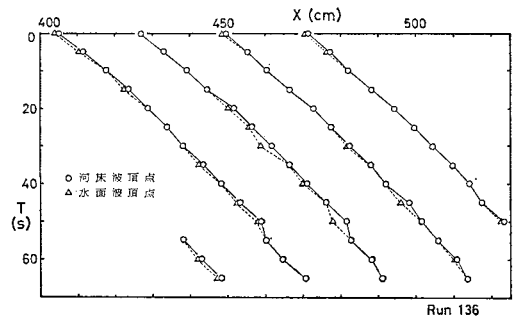


図-3 流下反砂堆の走時曲線

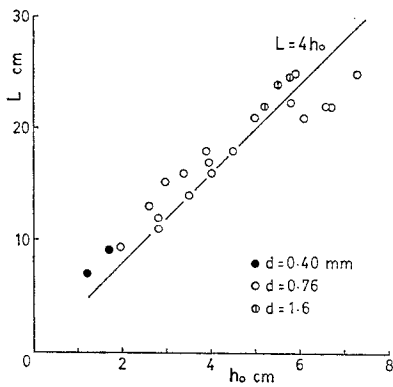


図-4 流下反砂堆の波長と水深の関係

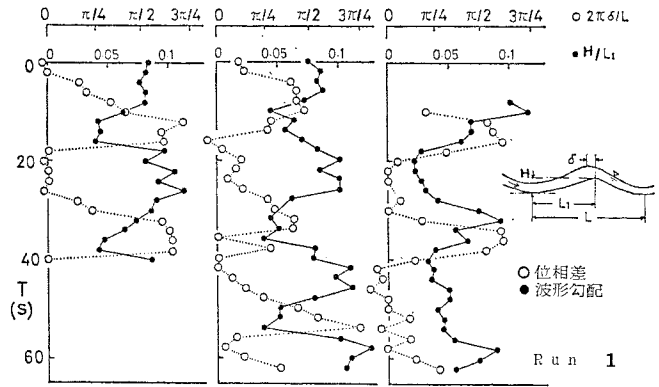


図-7 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の位相差と波形勾配

の場合と同様であること、砂堆上の流れにみられるように河床波頂上部の下流側に剝離域が存在すること、伝播方向が砂堆と同じ下流方向であること、波長が砂堆と同様に水深に規定されること、および流下反砂堆の発生フルード数、掃流力が砂堆よりやや大きいのが砂堆の発生条件に近いことを考慮すると両者は本質的には同じものであると判断される。

#### 4. 遡上反砂堆

##### (1) 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の発達と減衰

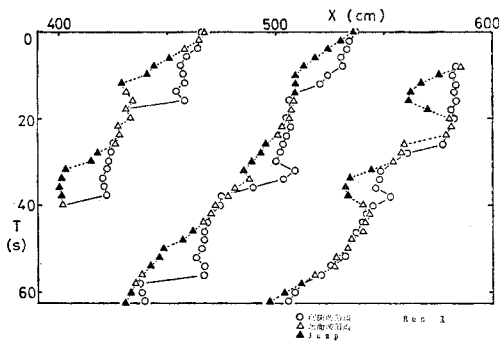


図-5 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の走時曲線

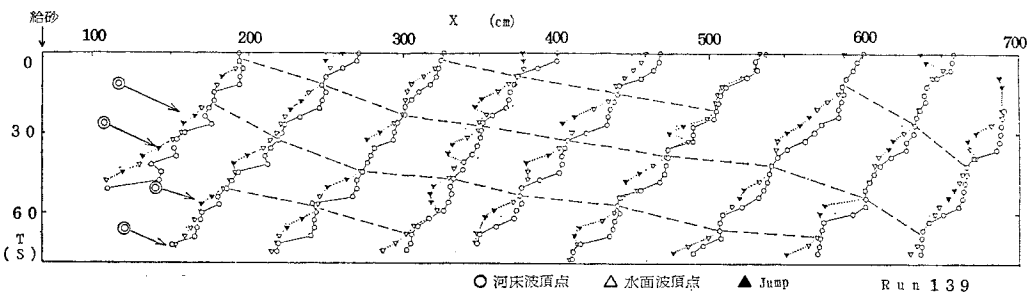


図-6 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の走時曲線

upper flow regime でフルード数を増大させると遡上反砂堆が発生する。フルード数が相対的に小さいうちは遡上反砂堆上の水面波はジャンプを生ずることはないが、フルード数を増大させていくと水面波はジャンプを生ずるようになる。図-5、図-6 は周期的なジャンプを伴う水面波と遡上反砂堆の走時曲線を示す。図中▲印は、水面にジャンプが生じていることを示す。これらの図よりジャンプを生じているときには、水面波と河床波の頂点の位置は大きくずれていること、いずれの条件においてもジャンプの発生がかなり周期的であることがわかる。

図-7 は、水面波と河床波との位相差  $(2\pi\frac{\delta}{L})$  と河床波上流側の波形勾配  $(H/L_1)$  の関係を示す。周期的にジャンプを伴うために、位相差、波形勾配ともにほぼ周期的に変化する。位相差がほぼゼロのときに波形勾配は増大してゆき、波形勾配が0.1程度になると位相差が大きくなり、波形勾配は急激に減ずる。大きな位相差はジャンプの発生により生ずることは明らかであり、河床波の波高がジャンプの発生により規定されていることがわかる。ジャンプを発生し始める時刻の河床波高と、最大波高との関係を示したのが図-8である。この図より、河床波の最大波高はジャンプを生じ始めるときの河床波高にほぼ等しく、ジャンプの発生が最大波高を規定していることがわかる。

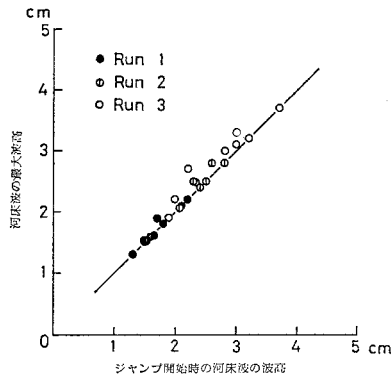


図-8 最大波高に及ぼすジャンプの影響

(2) 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の波速

河床波の平均波速は、図-5、図-6の河床波の頂点位置の走時曲線の平均勾配で与えられる。一方、河床波の波長は、同図で隣り合った河床波の頂点の間隔で与えられる。いずれの実験条件においても平均波速、波長はほぼ一定である。ジャンプを伴う反砂堆の瞬間波速が最大になる時刻は、図-5、図-6よりジャンプが消失する付近の時刻である。この様子を説明したものが図-9である。上流から土砂を運搬してきた流速の大きな流れがジャンプを生じている部分(B点)に達するとそこでは流速が著しく小さいため、土砂をB領域に堆積させ、新たな頂部を形成し始める(図-9(c)~(e))。この位置は、ジャンプを生ずる前の頂点の位置(A点)に比べかなり上流側にあたる。一方、ジャンプの下流側では掃流力が大となっていること、上流からの土砂供給がほとんどないことにより、A点の位置付近の河床は急激に洗掘される(図-9(d),(e))。したがって、河床波の頂点の位置

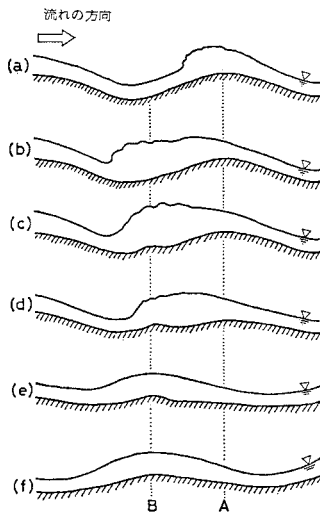


図-9 ジャンプ消失時の流れと河床形状の模式図

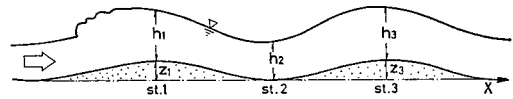


図-10 ジャンプ発生時の水深の流下方向変化

が急激に遡上することになる。このため、ジャンプが消失する時刻付近で大きな波速が観察される。

ジャンプを伴う反砂堆を生じている流れを観察すると、ある場所でジャンプが起こるとわずかな時間遅れでその下流の反砂堆上にジャンプが現われる。このような反砂堆上のジャンプが次々と下流に伝播していく機構、すなわちジャンプを伴う反砂堆の出現を支配する境界条件について調べる。図-10に示す2つの反砂堆上の流れを考える。反砂堆の伝播速度は、流れの平均流速に比して十分小さいので無視する。流れは射流であるので上流側の反砂堆の波高( $z_1$ )が大きくなるにつれて頂点水深( $h_1$ )も増大する。ジャンプが起こる直前には $h_1$ が最大( $F_r$ 数最小)、 $h_2$ が最小( $F_r$ 数最大)の水深となる。 $z_1$ 上でジャンプが現われたとき、その下流の $z_3$ 上にジャンプが起こるかどうかは、位置2と位置3のフルード数の相対的な大きさによって決まる。 $z_1$ 上にジャンプが現われたとき水面波と河床波の間に位相差が生じこのため河床波が崩壊し波高 $z_1$ は小さくなりジャンプも消滅する。このときジャンプ中に貯留されていた流量は解放され、一時的に $z_2$ 上のフルード数 $F_{r2}$ が増大する(注1)。ジャンプが生じていないときの河床波高 $z_1$ と $z_3$ はほぼ同一であるのでその上の水深 $h_3$ も $h_1$ と同程度となり、したがって $F_{r3}$ はほぼ最小となっている。一方、ジャンプの消滅による流量増加によって $F_{r2}$ はジャンプが生じていないときより大きくなり、このことが原因となって $z_3$ 上にジャンプが現われる。

このようにしてまず上流でジャンプが起こると、ジャンプの発生、消滅の過程がしだいに上流より下流に伝播していくことになる。水路全体としては流れは射流であるので流れの境界条件は上流端にある。したがって、ジャンプを伝播させる要因も上流端にある。上流端の境界条件(境界水深)に着目し、ジャンプを伴う反砂堆の伝播メカニズムを実験により明らかにするため35mmカメラ3台と8mm撮影機を併用し、給砂位置から下流端まで水路全体の河床波と水面波を観察した。再び図-6のジャンプを伴う反砂堆の走時曲線に着目する。縦軸は経過時間、横軸は上流端から水路に沿って測られた距離で

注1) 開水路流れでの流量の急増は、流速と水深の増加と現われる。急勾配流路床上での河床波 $z_1$ から $z_2$ への流れは加速流れであり、このような流れはポテンシャル流的に振舞う。このとき、底面の摩擦抵抗はほとんど変化せず、流量の増加は水深よりも流速の増大と現われる。したがって、 $F_{r2}$ が増大する。

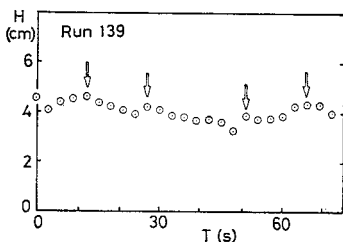


図-11 最上流の河床波上の水深変化

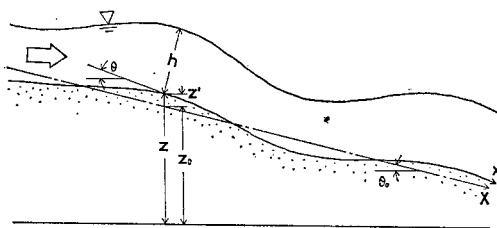


図-12 記号の定義

ある。給砂は  $x=50$  cm 付近で行っている。○印は河床波の頂点，△印は水面波の頂点を示す。黒塗りの部分はジャンプを起しているときに対応する。図中の破線は関連する一連のジャンプを結んだもので、ジャンプが上流から次々に伝播していく様子がわかる。遡上する反砂堆のジャンプは給砂が一定であれば途中で消えることはほとんどなく下流まで伝播する。図-11 は水路流入端付近を遡上通過する河床波上の水深の時間変化を示す。最上流の河床波は下流から周期的に遡上してくるものにより形成される。前述のように河床波頂上に最大水深が現われたとき、その直下流の河床波上でジャンプが起こる。図-11 では○印で示した場所で水深は極大となっており、これらの位置を図-6 上では◎印で示した。◎印と○印の関係が示すように最上流の河床波上の水深に極大が現われるとその直下流側でジャンプが起こっている。すなわち、最上流部の河床波上の流れが境界条件となりその下流側にジャンプを引き起こし、それが次々と下流に伝播していく。上流ジャンプの崩壊に伴う下流への流量増加は下流へのジャンプの伝播を促す。

(3) 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の最大波高

反砂堆における波高限界は、ジャンプの発生と密接な関係があることを前節で述べた。すなわち、ジャンプを生ずるような河床波の波高が、反砂堆の最大波高であると考えられることができる。本節では、最大波高の算定を試みる。解析に際し次の仮定を行う。

- (1) 河床波上の流れは準定常である。
- (2) 河床波の波形勾配は小さく、その上の流れの曲率は無視できる。

座標系を図-12 のように選ぶ。このとき水流の連続式と運動方程式は

$$B \cdot v \cdot h = Q = \text{一定} \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{d}{dx} (z + h \cos \theta) + \frac{dh_1}{dx} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで、 $h_1$  : エネルギー損失水頭であり、側壁面と底面とでせん断力が異なることを考慮して式 (4) の第 4 項を次のように表わす。

$$\frac{dh_1}{dx} = \left( \frac{f_b'}{h} + \frac{2f_w'}{B} \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots (5)$$

式 (3), (5) を式 (4) に代入して整理すると、次の水面形方程式を得る。

$$-\frac{d}{dx} \left( \frac{\alpha Q^2}{2gB^2h^2} \right) - \cos \theta \frac{dh}{dx} = - \left( 1 + h \frac{d\theta}{dx} \right) \sin \theta + \left( \frac{f_b'}{h} + \frac{2f_w'}{B} \right) \frac{Q^2}{2gB^2h^2} \dots\dots\dots (6)$$

波形勾配がきわめて小さい場合を考えているので、次の近似が成り立つ<sup>9)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} z &\rightarrow z_0 + z' \\ x &\rightarrow X \\ \sin \theta &\rightarrow \sin \theta_0 - \frac{dz'}{dX} \cos \theta_0 \\ \cos \theta &\rightarrow \cos \theta_0 \\ \frac{d\theta}{dx} &\rightarrow \frac{d}{dX} \sin \theta \rightarrow -\frac{d^2z'}{dX^2} \cos \theta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

平均水路床勾配に対する等流水深を  $h_0$  として、

$$h = h_0 + h_1 \dots\dots\dots (8)$$

とおく。 $h_0$  からの変動  $h_1$  が非常に小さいと考え、微小項を無視すると  $h_1$  に関する方程式が求まる。

$$\left( \frac{\alpha Q^2}{gBh_0^3} - \cos \theta_0 \right) \frac{dh_1}{dX} = -\sin \theta_0 + \frac{dz'}{dX} \cos \theta_0 + h_0 \frac{d^2z'}{dX^2} \cos \theta_0 \cdot \sin \theta_0 + \frac{Q^2}{2gB^2} \left\{ \frac{f_b'}{h_0^3} \left( 1 - 3 \frac{h_1}{h_0} \right) + \frac{2f_w'}{Bh_0^2} \left( 1 - 2 \frac{h_1}{h_0} \right) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$h_0$  は平均水路床勾配に対する等流水深であるので、 $h_0$  に関する式は

$$\frac{Q^2}{2gB^2h_0^2} \left( \frac{f_b'}{h_0} + \frac{2f_w'}{B} \right) = \sin \theta_0 \dots\dots\dots (10)$$

となる。式 (10) を式 (9) に代入して整理すると、

$$(F_0 - 1) \frac{dh_1}{dX} = \frac{dz'}{dX} + h_0 \frac{d^2z'}{dX^2} \sin \theta_0 - M \frac{h_1}{h_0} \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここで

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \frac{\alpha Q^2}{gB^2h_0^3 \cos \theta_0} \\ M &= \frac{Q^2}{2gB^2h_0^2 \cos \theta_0} \left( 3 \cdot \frac{f_b'}{h_0} + 4 \cdot \frac{f_w'}{B} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$



いま、河床波形状および水面形状を、それぞれ

$$z' = a(t) \sin k(X-ct) \dots\dots\dots(13)$$

$$h_1 = h_{10}(t) \sin \{k(X-ct) + \phi\} \dots\dots\dots(14)$$

で表わす。式 (13), (14) を式 (11) に代入して  $h_{10}(t)$  を求め、その結果を式 (14) に代入して整理すると水深は、

$$h = h_0 + a(t) A \sin \{k(X-ct) + \phi\} \dots\dots\dots(15)$$

のようになる。ここで、

$$A = kh_0 \sqrt{\frac{1 + (kh_0 \sin \theta_0)^2}{M^2 + \{kh_0(F_0 - 1)\}^2}} \dots\dots\dots(16)$$

$$\phi = \arccos \left[ \frac{\{kh_0(F_0 - 1) - Mkh_0 \sin \theta_0\}}{\sqrt{\{M^2 + k^2 h_0^2 (F_0 - 1)^2\} \{1 + (kh_0 \sin \theta_0)^2\}}} \right] \dots\dots\dots(17)$$

である。

長方形断面の場合、限界水深は次式で与えられる。

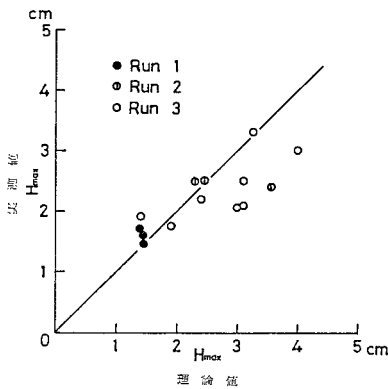
$$h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B^2}} \dots\dots\dots(18)$$

河床波上の最大水深は式 (15) より次式で与えられる。

$$h_{max} = h_0 + a(t) A \dots\dots\dots(19)$$

河床波が反砂堆で、かつ水面にジャンプを生じていないときには、流れは射流状態に保たれている。河床波が発達し、やがて限界水深を越える地点が存在すればその地点でジャンプを生ずると考えられる。したがって、ジャンプの発生条件は近似的に、

$$h_c < h_{max} \dots\dots\dots(20)$$



図—13 周期的なジャンプを伴う遡上反砂堆の最大波高

で与えられる。限界の状態では

$$h_c = h_{max} = h_0 + a(t) A \dots\dots\dots(21)$$

となり、反砂堆の最大振幅は

$$a_{max} = \frac{h_c - h_0}{A} \dots\dots\dots(22)$$

で与えられる。

式 (16) は  $M \ll kh_0$ ,  $kh_0 \sin \theta_0 \ll 1$  の場合では近似的に

$$A = \frac{1}{F_0 - 1} \dots\dots\dots(23)$$

となり、式 (22), (23) から最大波高が求まる。

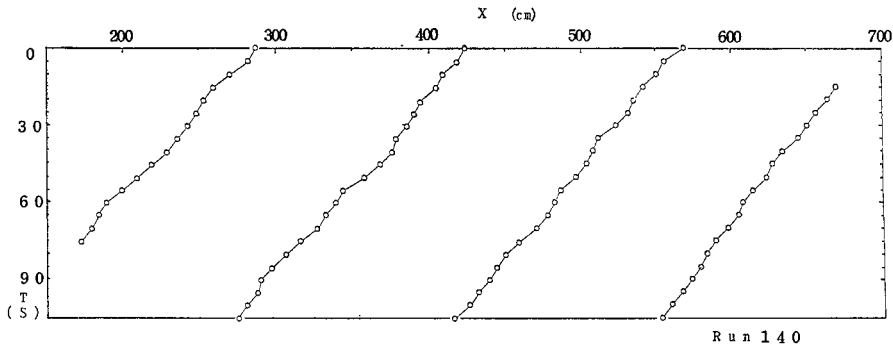
$$H_{max} = 2 a_{max} = 2(h_c - h_0)(F_0 - 1) \dots\dots\dots(24)$$

河床波の最大波高の実測値と式 (24) の比較を図—13 に示す。理論式中の平均水深  $h_0$  として、水面波の山部と谷部の水深の平均値を用いた。ジャンプを伴う河床波という非定常性の強い現象にもかかわらず、式 (24) はおおむね実験結果を説明している。

### 5. Chutes & Pools

ジャンプを伴う反砂堆では、ある地点のジャンプがその下流の河床波上にジャンプを誘発するまでに若干の時間を要することを知った。このような時間遅れは流れのフルード数を高めていくにつれて小さくなり、やがて水路全体にわたって同時にジャンプが現われるようになる。このように定常的にジャンプを起こしている河床波を Chutes & Pools とよぶ。

Chutes & Pools の写真—3 から明らかなように、水面波の頂点は河床波の最大高さの位置と一致するわけではなく、水面波の頂点がどこに現われるかを判定することは困難である。このため河床波頂点のみの走時曲線を図—14 に示す。Chutes & Pools は一定の形を保ち一定速度で上流に移動する。この理由は次のように考えることができる。Pools 部の区間は短く、かつ激しく混合しているため上流の Chutes 部で洗掘、輸送されてきた砂はほぼ一様に Pools 部に堆積する。Chutes 部と Pools



図—14 Chutes & Pools の走時曲線

部の洗掘，堆積の平衡過程が水路の全区間にわたって起こることにより河床波が一定形状，一定速度で遡上する。これに対し，ジャンプを伴う遡上反砂堆では，発達過程と崩壊過程の洗掘，堆積の強さの違いが移動速度の時間的な差となって現われる。

Chutes & Pools の最大波高は遡上反砂堆と異なりジャンプが最大波高を決める原因とはなり得ない。この河床形態は洗掘と堆積が平衡しており，流量条件の変化により掃流力が増加するとある場合にはその掃流力に相当する平衡高さとなり，他の場合には河床波がすべてフラッシュされ平坦床へ移行する。したがって Chutes & Pools の最大波高は一義的に決まらず，河床材料，特に粒径の影響を強く受ける。

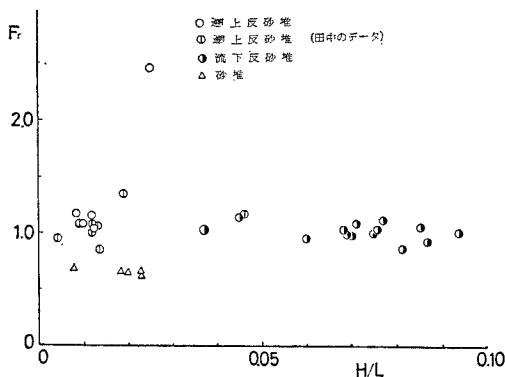
## 6. 各河床波の特性の比較

3.～5. で各河床波の特性を述べたが，さらに次の3点に着目して総合的に比較検討する。

- (1) 形状特性と運動特性
- (2) 粒径の効果
- (3) 河床波を規定する境界条件

### (1) 形状特性と運動特性

砂堆は上流が緩やかで下流が急な三角形形状をしているのに対し，遡上反砂堆，Chutes & Pools はほぼ正弦波形をなしている。流下反砂堆は河床波下流側で剝離を起こしており，形状としては波形勾配のやや大きい砂堆状ではあるが，剝離流線を考慮した河床形状は正弦波形に近いものである。各河床波の運動様式を考えると，砂堆・流下反砂堆は河床波下流側の剝離域の存在が重要な役割を果たす。これらの河床波では上流面で洗掘されてきた砂が剝離域に大部分堆積するため，河床波が下流に移動する。一方，遡上反砂堆や Chutes & Pools では河床波の上流側に現われるジャンプが重要な役割を果たす。



図—15 種々の河床波の波形勾配

す。河床波の下流側は加速域のため河床は洗掘されるが，上流から輸送されてくる砂はジャンプ内に堆積する。この結果，砂粒は下流に輸送されるが，波形は上流に伝播する。

流下反砂堆と遡上反砂堆は，河床面と水面の位相が一致することを除いて運動，形状特性に大きな差がある。

図—15 は，各河床波の波形勾配をフルード数の関数として示す。いずれも二次元水路での実験データで本実験と田中の実験<sup>9)</sup>からなる。砂堆は  $H/L \approx 0.02$ <sup>注2)</sup>，遡上反砂堆は  $H/L \approx 0.01$ ，流下反砂堆は  $0.05 < H/L < 0.1$  の範囲にある。遡上反砂堆は流下反砂堆に比べて波形勾配は小さい。これは，最大波高にはほとんど差がないが，前者が後者より波長が大きいためである。

### (2) 粒径の効果

Gilbert<sup>9)</sup> の研究以来，同一の水理条件でも河床材料，水路の規模により形成される河床形態が異なることが指摘されてきた。upper flow regime の二次元河床波においても粒径の影響が強く認められる。用いた実験水路では，表—1 が示すように A 砂では流下反砂堆は発生しにくく，B 砂，C 砂などの粒径の大きなものでは遡上反砂堆は発生しにくい。一方，D 砂では水理条件を変化させることによって両方の河床形態が発生する。Guy ら<sup>10)</sup> の実験水路（幅 0.6 m と 2.0 m）では，平均粒径 0.95 mm の砂礫でも遡上反砂堆が発生している。このように水路の規模が異なれば同一粒径の河床材料でも河床形態は異なる。一般に，河床波を規定するものとして無次元掃流力，粒径と水深の比の関係をを用いることが多いが<sup>9)</sup>，流れの三次元性に関係する水路幅と水深，水路幅と粒径の相対的な関係も重要である。

### (3) 安定した河床波を規定する境界条件

河床勾配，水路幅が一定の条件のもとで一定流量が流れると流れの全領域にわたって安定した河床波が現われる。これらの量のいずれかが変動すると，ある種の河床波は敏感に応答し，流路全域にわたって河床波は変形する。一方，他の種の河床波では変化の影響は上流より緩やかに伝わり流路全体に及ぶにはかなりの時間を要する。本節では，河床波上の流れの境界条件の位置と河床波の伝播する方向の関係が安定した河床波の出現を支配することを示す。

一定量の給砂によって安定な反砂堆が形成されている流れで，突然給砂が停止された後の反砂堆の変形を考えてみる。給砂の停止により上流の河床勾配は徐々に緩やかになるが，下流への砂の輸送量は急激には変化しない

注 2) 砂堆の  $H/L$  は掃流力によってかなりの範囲 (0.01～0.06) をとるといわれている。

ために中、下流の河床勾配の変化はきわめて小さい。射流の場合には、ある位置の水深はそれより上流水深で決まっており、この関係は流れの全域で成立する。したがって、遡上反砂堆上の流れの境界条件は上流端にある。上流部の河床勾配が変化しても、その位置より下流の勾配変化の小さなところから安定した大きさの反砂堆が遡上してくるため、この安定な河床波上の流れを規定する境界条件はやや下流に移動するだけでこの位置より下流では安定な河床波が継続して現われる。遡上反砂堆の場合には、上流に境界条件があり河床波の伝播方向も上流であるため、流路が長ければ河床勾配が全域変化してしまうほどの時間が経過しない限り、少なくとも下流部では安定した遡上反砂堆をみる事ができる。

流下反砂堆上の流れの境界条件も上流端にあるが、河床波は下流に伝播するため、上流での境界条件が変化すると流砂量はただちに变化し、その結果河床波の特性も流下方向に変化する。すなわち、給砂条件の変化により上流境界条件が変化すると流下反砂堆は敏感に反応し、その変化はかなりの速度で下流に伝わる。流路内には種々の大きさの流下反砂堆が現われ、時には河床波が消滅したり、異常に波形勾配が増してジャンプを起こすこともある。給砂量が一定であるように給砂したときのみ上流の境界条件は一定となり、規則正しく、大きさがそろった安定な河床波が流下する。

一方、砂堆を形成する流れは常流であるため、砂堆上の流れの境界条件は下流端にある。砂堆による河床の擾乱は下流に伝わり、水理条件に応じた一定の周期をもって下流端を通過していく。境界条件が下流端にあり、擾乱の伝播する方向も下流であるため、遡上反砂堆と同様に安定な砂堆が水路内に生ずることになる。したがって、砂堆の場合には給砂が行われなくても、水路が十分長ければ上流から土砂が輸送されてくるため、長時間にわたって下流部には規則正しい安定な砂堆をみる事ができる。

以上総合すると、安定な河床波の形成には流れの境界条件を規定する位置と河床波の伝播方向が密接に関係する。特に流下反砂堆の場合には給砂量を一定に保つことが安定な河床波形成のために必須の条件であり、給砂量が変化すれば河床波を乱してしまうことに注意を要する。以上は給砂量の変化、すなわち勾配が変化するときの議論であった。しかし給砂量一定のままでも、流量が時間的に変化した場合には流砂量と給砂量が平衡しなくなり、前述の議論はこの場合にも成立する。非定常下での流砂実験ではこのことを念頭におく必要がある。

## 7. 二次元河床波と三次元河床波の比較と領域区分図

二次元河床波と三次元河床波の明確な相違点として次の2点が考えられる。第一は、流下反砂堆の発生である。二次元水路では容易にみることでできる流下反砂堆は、三次元的流動様式をとる水路では発生しにくいようである<sup>注3)</sup>。これは、三次元的流路での流下反砂堆の形状が三次元的となるために二次元流路ほど明確には識別できないためであろう。また、流下反砂堆は上流境界条件の変化によってすぐに河床波が変形し、破壊されやすいことも原因と思われる。

第二の相違点は遷移領域での河床形態に見出すことができる。二次元流路では遷移河床は平坦河床に限られる。しかし、三次元水路では平坦河床、砂堆、反砂堆などさまざまな河床形態が重畳し現われたり消えたりする<sup>7)</sup>。この理由は、三次元水路では流れの自由度が大きいため平均水理量からずれる場所があちこちに生じ、upper flow regime になったり、lower flow regime になったりするために遷移領域では種々の河床波が現われるものと考えられる。

次に、二次元河床波と三次元河床波の統一的な領域区分を考えてみる。

河床波の領域区分では、側壁の影響を除いた径深  $R_b$  を用いて算定した無次元掃流力比  $\tau_*$  と、 $R_b$  と粒径の比  $R_b/d_{50}$  を両軸に選ぶことが多い<sup>2)</sup>。確かに砂の輸送と直接的に関係し河床波の形成に寄与するのは底面の有効摩擦力で  $\tau = \rho g R_b I$  より算定するのは合理的である。しかし、河床波の大きさを支配する長さのスケールとして  $R_b/d_{50}$  を採用する理由は明確でないように思える。なぜならば、 $R_b$  が実際にどのような長さを持ち、どのような機構で河床波の大きさを規定しているのか物理的に不明なためである。本来、径深は三次元的流れの平均せん断力を換算するために導入されたもので、せん断力とのかかわりで径深を用いるのは正しいが、長さの代表値として水深に代えて径深を用いる根拠は薄い。特に本研究のように急勾配移動床での upper flow regime での河床波には水面と河床面との相互作用が強く影響し、流れに及ぼす側壁抵抗の有無に無関係に水深  $h$  の大きさが決定的に重要となる。したがって河床波を規定する長さのスケールとして  $h/d_{50}$  を採用する必要がある。

Garde ら<sup>8)</sup>は多くの三次元データと実河川データを用

注 3) 三次元流れでも流下反砂堆と特性のよく似たものの発生が報告されている [文献 7) の中の写真 I 43, Guy らはこれを standing wave とよんでいる]。すなわち、流下反砂堆と同様に水面波と河床波の位相は一致しているが、河床波谷部で水深が大きくなっている。

い  $I/s \sim R/d_{50}$  で整理し河床形態の領域区分図を作製した。ここに、 $I$  は河床勾配、 $s$  は砂の水中比重である。この区分図に本実験で得られた二次元河床波の実測値を記入したものが図-16である。Garde らの横軸  $R/d_{50}$  の代わりに  $h/d_{50}$  を用い整理した。遡上反砂堆、Chutes & Poolsの実測値は Garde らの区分図で説明できるが、流下反砂堆は遡上反砂堆と遷移領域の間にプロットされる。一方、砂堆の測定値はすべて遷移領域に含まれており、田中<sup>9)</sup>が指摘したように砂堆の区分には問題があるようである。

以上のように Garde らの区分図は二次元データに対

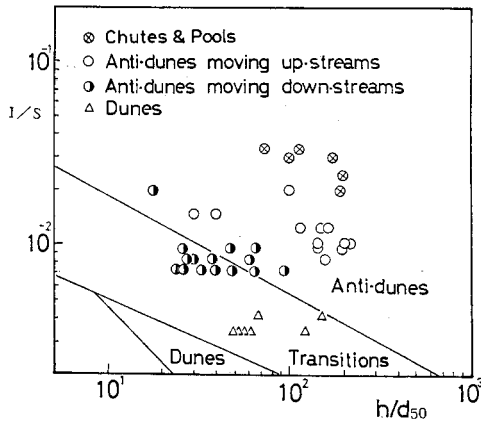


図-16 Garde らの領域区分法と二次元データの比較

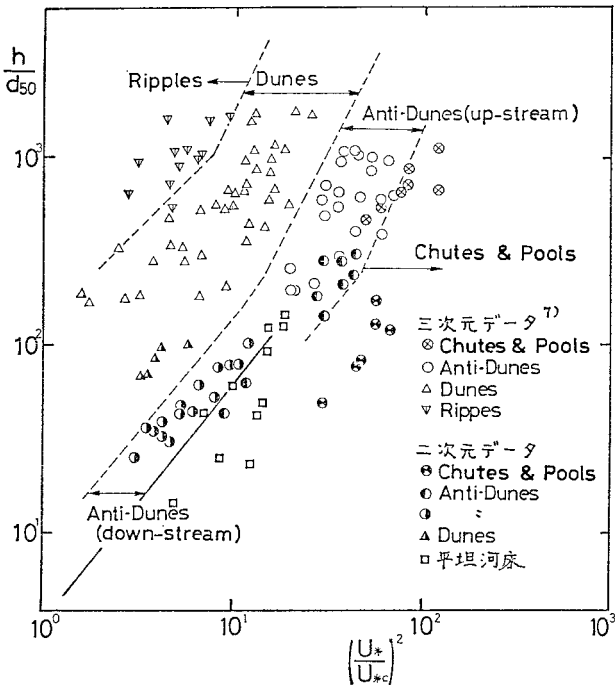


図-17 領域区分図

し遷移領域が広く流下反砂堆および砂堆の領域を的確には表現し得ていない。そこで二次元河床波に対し  $(u_*/u_{*c})^2 \sim h/d_{50}$ 、三次元河床波に対し  $(u_*/u_{*c})^2 \sim h/d_{50}$  で整理しプロットしたものを図-17に示す<sup>4)</sup>。この方法によれば、二次元、三次元河床波は統一的に区分でき、河床形態が砂澁、砂堆、流下反砂堆、平坦河床、遡上反砂堆、Chutes & Pools の6領域に区分できる。この区分法は、芦田・道上<sup>11)</sup>が抵抗予測のために  $\tau_* \sim R/d$  平面上で lower flow regime, transitions, upper flow regime に河床形態を区分したのと同じものとみなすことができる。その後、山本<sup>12)</sup>も実河川の河床波データをも含めて同様な検討を行っている。本研究で新たに図-17の領域区分図を検討した理由は、よく制御された二次元河床波実験によって芦田らの結果の確認、upper flow regime の河床波発生領域の詳細な検討を行うことにある。

### 8. 結 論

upper flow regime における河床波の力学的・運動学的特性を解明する目的で実河川の河床波を単純化した二次元河床波を実験的に調べた。三次元的河床波の挙動はさらに複雑ではあるがその力学的・運動学的特性は本質的には変わらないものと考えられる。今後は二次元河床波と三次元河床波の相似性、相反性を調べるために、流路幅を変化させ、二次元河床波はどの範囲まで持続されるか、流れの三次元性、河床波の三次元性がどのように現われ始めるか、水路幅が河床波にどのような影響を与えるかを詳細な実験によって検討し、本研究で得られた成果の適合性の範囲を明確にするつもりである。

本研究より明らかにされたことを以下に要約する。

- (1) 二次元流路ではある水理条件、河床材料のもとで流下反砂堆が形成される。流下反砂堆上の流れは河床波の下流側で流れが剝離しているため谷部で水深が大きく、山部で小さい砂堆上の流れと似ている。このことは、流下反砂堆上の流れの抵抗則が砂堆上の流れの抵抗則との類似性を意味している。このような剝離域の存在は、流下反砂堆の進行方向を決める決定的な役割を果たす。剝離域を死水域とみなせば、流下反砂堆上の流れは upper flow regime の流れと一致する。
- (2) 規則正しい二次元形状をもつ流下反砂堆

注 4) 摩擦速度  $u_*$  は、三次元河床波に対し  $\sqrt{gRI}$ 、二次元河床波に対し径深分離法<sup>10)</sup>で求めた径深  $R_0$  を用いた  $\sqrt{gR_0I}$  より算定している。

上の流れはジャンプを起こすことなく一定速度で移動する。

(3) 流下反砂堆の波長は、砂堆の波長と同様に水深によって規定される。その関係はほぼ  $L=4h_0$  で表わされる。流下反砂堆の形状、運動特性からみて、流下反砂堆は砂堆と本質的に類似のもののみなし得る。

(4) ジャンプを伴う遡上反砂堆の発達・減衰は水面波と河床波との位相差と密接な関係にあり、位相差が小さいとき発達過程にあり、位相差が大ききとき減衰過程にある。ジャンプの発生は、両者の位相差を急激に増大させる。

(5) ジャンプを伴う遡上反砂堆の最大波高はジャンプの発生によって規定される。ジャンプの発生条件を理論より求めることによって最大波高の算定が可能となった。

(6) ジャンプを伴う遡上反砂堆では、上流部で起こったジャンプが短い時間間隔のもとに次々と下流に伝播する。このようなジャンプの伝播機構が明らかになった。

(7) Chutes & Pools は Pools 部に定常的なジャンプを伴うが、河床面および水面はほぼ一定の速度で遡上する。二次元 Chutes & Pools では Chutes 部で洗掘された砂が直下流の Pools 部に堆積し規則正しい正弦波形を呈する。

(8) 河床波が規則正しく安定な形状を有するかどうかは河床波上の流れの境界条件と河床波の伝播方向と密接に関係する。流下反砂堆は、砂堆、遡上反砂堆、Chutes & Pools に比して上流境界条件の変化に特に敏感であり、上流勾配が変化するとその形状、速度はすぐに変化する。

(9) 二次元河床波の場合には  $h/d_{50} \sim (u_* / u_{*c})^2$ 、三次元河床波の場合には  $h/d_{50} \sim (u_* / u_{*c})^2$  で区分するこ

とにより二次元、三次元河床波の発生領域を統一的に説明できる。

本研究の一部は、文部省科学研究費、自然災害科学特別研究(1)「扇状地における洪水、土砂災害の発生とその防止軽減に関する研究」(代表者：京大 芦田和男教授)の援助によって行われたものである。記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) Task Force on Bed Forms in Alluvial Channels of the Committee on Sedimentation: Nomenclature for bed forms in alluvial channels, Proc. ASCE, HY 3, May, 1966.
- 2) 移動床流れにおける河床形態と粗度, 水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会, 土木学会論文報告集, 第 210 号, 1973.
- 3) 福岡捷二・山坂昌成: 跳水を伴う反砂堆, 第 16 回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, 1979.
- 4) Yalin, M.S.: Geometrical properties of sand waves, Proc. ASCE, HY 5, Sept., 1964.
- 5) 岩佐義朗: 水理学, 朝倉書店, 1968.
- 6) Gilbert, G.K.: The transportation of debris by running water, U.S. Geological Survey, Professional Paper, 86, 1914.
- 7) Guy, H.P., D.B. Simons and E.V. Richardson: Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956~61, U.S. Geological Survey, Professional Paper, 1966.
- 8) Garde, R.J. and R. Raju: Regime criteria for alluvial streams, Proc. ASCE, HY 6, 1963.
- 9) 田中祐一郎: Anti-dune に関する実験的研究, 京大防災研年報, 第 13 号 B, 1970.
- 10) Einstein, H.A.: The bed-load function for sediment transportation in open channel flows, U.S. Dept. Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull. No. 1026, 1950.
- 11) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, No. 206, 1972.
- 12) 山本晃一: 相似律の観点から見た移動床の水理 [II], [III], 土木研究所資料, 1074, 1154, 1976.

(1981.2.3・受付)