土木学会論文報告集
第 323 号・1982 年 7 月
【論　　文】

道路網容量増強問題に関する基礎的研究

A BASIC STUDY ON INCREASING THE CAPACITY OF A ROAD NETWORK

桝谷有三*・加来照俊**
By Yuzo MASUYA and Terutoshi KAKU

1. まえがき

交通需要の増加に伴って交通混雑や渋滞，さらには道路環境の悪化など種々の交通問題が生じており，これにいかに対処するかは今日の道路交通問題の重要な課題である．この対策としては，交通規制・制御の改善と強化による交通の円滑化，道路建設による自動車交通のための容量増強，さらに総合交通体系の面から大量輸送機関の開発を促進して自動車交通の分担を軽減させるなど対象とする都市の特性に応じて種々の手法が考えられている．

本研究はこれらの手法のうち既存道路網を整備・拡充させる面から，すなわち既存道路網の各リンク（道路区間）の容量増加あるいは新たなリンクの建設によって対処しようとする道路網容量増強問題について考察する．この道路網容量増強問題は，交通需要を効率的に処理するためにある制約条件のもとである目的関数（評価基準）を最適化する各リンクの幅員なり車線数を決定するという意味においては道路網構成問題の一つとして考えられる．しかし，構成問題が各ノード（交通発着点）間の OD 交通量を与えて，これら交通量を効率的に処理するための道路網の基本的パターンを求めるのに対して，容量増強問題は既存道路網の容量を超える交通需要に対処するため，既存道路網を基盤にいずれのリンクの容量増加あるいは新設を行えばよいかについて考察するものである．したがってこの容量増強問題を考える場合には，まず増加する交通需要に対して既存道路網がどの程度まで処理できるのか，また既存道路網の容量を超える需要交通量を処理しようとするときいずれの断面（カット）が容量不足となるかなど既存道路網の特性について把握される必要がある．そして，このことは容量増強問題においては少なくとも容量不足カットに含まれている隘路区間のいずれかを容量増強しなければならないことからも必要である．

この問題に対する従来の研究はおもに単種流（single commodity flow）[1)~4)] を扱ったものであり，OD 交通のように多種流（multi-commodity flow）として扱わなければならない研究はわずかに西村の研究[5)] がある．この研究は，ネットワークのすべてのカットを対象に，カット容量とカットを通過する単位 OD 表に基づくフロー需要の比の最小値から道路網容量を求めるカット法を基礎に容量不足カットを求めている．そして，この容量不足カットに含まれるリンクを対象にした最適増強計画問題を用いる容量増強費用関数によって種々の数理計画問題として定式化している．このとき，個々の OD 交通の経路はカット法を基礎にしているため考慮しなくてもよい特徴をもつ．

これに対して本研究は，道路網を評価し得る各種の要因を制約条件なり目的関数として設定できること，あるいは前述の道路網容量の算定および容量不足カットの探索などの問題をも取り扱えるようにするため，各 OD 交通の配分交通量に関する変数をもモデルに組み込むことを考えた．そして，この交通量配分に関する変数は各リンクの交通容量制限式を通して既存リンクあるいは新設リンクの容量増強すべき車線数（あるいは幅員）を表わす変数（以下増強変数という）とともに定式化した．また，各リンクの増強変数は交通容量と建設費用の関係を 3 種類の交通容量—建設費用関数（以下費用関数という）で表現することによって離散変数（車線数）あるいは連続変数（幅員）いずれをも選択することができるようにした．そうすると，容量増強問題は用いる費用関数によって混合整数計画問題，線形計画問題あるいは 0–1 混合整数計画問題として定式化される．そして，各リンクの容量増強決定と同時に交通量配分も輸送計画的な配分結果として得られる．また，道路網容量の算定および

* 正会員　苫小牧工業高等専門学校助教授　土木工学科
** 正会員　工博　北海道大学教授　工学部土木工学科

容量不足カットの探索などの問題は増強変数をモデルに組み込むかどうかを考慮するだけで，いずれも線形計画問題として定式化できる．

また，本研究は混合整数計画問題の解法についても考察した．この問題の解法は最も実用的なアルゴリズムである分岐限定法（Branch and Bound Method）によって行うことができるが，道路網構成問題においても述べられているように演算上あるいは適用規模などにおいて種々の困難を伴う[6]．そこで，分岐限定法に構造的アプローチの知見を加味することによって実行可能領域の縮小を図るとともに計算の効率化を図った．すなわち，容量増強問題の性質から得られる容量不足カットに関する条件を拘束制約条件として問題に付加することによって分岐限定法を用いても十分求解が可能となるようにした．

2．道路網容量増強問題について

（1） 問題の定式化

いま，需要交通量が増加して既存道路網では処理できない，あるいは既存道路網容量を超える将来需要交通量が与えられた場合，これら需要交通量 F を効率的に処理するための道路網容量増強問題について考える．そして，q 個の OD 交通が存在するものとし，k 番目の OD 構成比を P_k とする．このとき，各 OD 交通の配分交通量の変数としてはルート交通量あるいはリンク交通量が考えられるが，次の点からルート交通量を用いる．① すでに多くの OD 交通が既存道路網において走行経験を有していること，② ルート交通量はリンク交通量に比べて取り扱う変数を大幅に減少させることができる，③ 事前に OD 交通の走行経路の探索という手間を要するが，配分対象経路を指定できるため各 OD 交通の走行便益をも考慮できること，などである．したがって，k 番目の OD 交通の走行可能な経路の本数を n_k，そのうちあるルート r に配分される交通量を $Y_r{}^k$ とする．制約条件としては，まず式 (1) の OD 交通に関する連続条件がある．

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r{}^k = P_k \cdot F \quad (k=1, 2, \cdots, q) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

次に，式 (2)～(4) で表わされる各リンクの容量制限式がある．

$$\sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \leqq C_{ij} + c_{ij} \cdot x_{ij}$$

（容量増加が可能な既存リンク）………（2）

$$\sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \leqq C_{ij}$$

（容量増強が不可能なリンク）…………（3）

$$\sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \leqq c_{ij} \cdot x_{ij}$$

（容量増強が可能な新設リンク）………（4）

ここで，

${}_{ij}\delta_r{}^k$：k 番目の OD 交通の r 番目のルート交通量がリンク ij を通過するとき 1，そうでないとき 0 をとる定数

C_{ij}：既存道路網における各リンクの交通容量

c_{ij}：車線数あるいは単位幅員当たりの交通容量

これらの式によって交通量配分に関する変数 $Y_r{}^k$ と各リンクの増強変数 x_{ij} を定式化することができる．そして，両辺が相互にかかわりながらある目的関数を最適化する各 OD 交通の配分交通量と各リンクの容量増強を求めることができる．なお，増強変数の捕え方については (2) で述べる．さらに，式 (5) で示される道路建設費用 M に関する条件式が考えられる．一般に，道路建設に投資される費用には限界があり，したがって限られた費用での効率的な増強計画を考えなければならない場合もある．また，建設費用は建設距離の延長とともに増加するので，式 (5) は式 (6) の建設距離 L によって表わすこともできる．

$$\sum_{ij \in R} d_{ij} \cdot m_{ij} \cdot x_{ij} \leqq M \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$\sum_{ij \in R} d_{ij} \cdot x_{ij} \leqq L \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

ここで

d_{ij}：リンク ij の距離

m_{ij}：リンク ij の単位距離・車線数（あるいは単位幅員）当たりの建設費用

なお，式中における R は容量増加が可能なリンクの集合である．この評価要因は道路建設者側のものとして考えられるが，一方利用者側の要因として式 (7)，(8) の総走行台距離 TD，総走行台時間 TT も制約条件として設定できる．

$$\sum_{ij=1}^{m+m'} \sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \cdot d_{ij} \leqq \mathrm{TD} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\sum_{ij=1}^{m+m'} \sum_{k=1}^{q} \sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k \cdot Y_r{}^k \cdot t_{ij} \leqq \mathrm{TT} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

ここで

m, m'：既存道路網のリンク数および増強対象となる新設可能なリンク数

t_{ij}：リンク ij の走行時間

また，式 (9)，(10) はそれぞれ変数に関する条件であり，n_{ij} は各リンクの容量増強可能な車線数あるいは幅員である．

$$Y_r{}^k \geqq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1, 2, \cdots, q \\ r=1, 2, \cdots, n_k \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

$$0 \leqq x_{ij} \leqq n_{ij} \quad (ij \in R) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

次に目的関数について考えると，前述の式 (5)～(8) の各式がそれぞれ制約条件に含まれていないとき目的関

数として定式化でき，すべて最小化問題となる．そして，これら定式化された各種の制約条件および目的関数を種々組み合わせることによって所望の道路網容量増強問題を定式化することができる．しかし，これらの問題は道路建設側あるいは利用者側などそれぞれ単一目的の最適をめざすものなので，さらに複数の目的をバランスよく達成させる目標計画法を用いて定式化する場合についても考える[7),8)]．ここで計画目標としては，建設側として建設費用の逓減，利用者側として総走行台距離の逓減を取り上げる．そして，建設費用の逓減は式 (11), (12) で，総走行台距離の逓減は式 (13), (14) で定式化され，さらに各目標の達成度の均衡を図る制約条件として式 (15) が定式化される．

$$\sum_{ij\in R} d_{ij}\cdot m_{ij}\cdot x_{ij} - y_L + z_L = g_L{}^S \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\sum_{ij\in R} d_{ij}\cdot m_{ij}\cdot x_{ij} \leq g_L{}^\circ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

$$\sum_{ij=1}^{m+m'}\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k\cdot Y_r{}^k\cdot d_{ij} - y_T + z_T = g_T{}^S \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\sum_{ij=1}^{m+m'}\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k\cdot Y_r{}^k\cdot d_{ij} \leq g_T{}^\circ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$\frac{y_L}{g_L{}^\circ - g_L{}^S} = \frac{y_T}{g_T{}^\circ - g_T{}^S} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

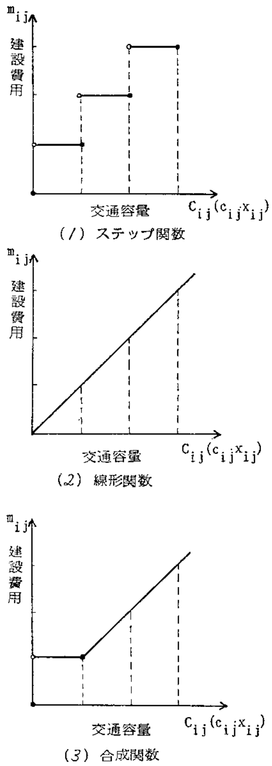
これらの式で，$g_L{}^S$, $g_T{}^S$ はそれぞれの目標の満足水準であり，$g_L{}^\circ$, $g_T{}^\circ$ は許容水準である．このように目標計画法は，各目標に対して満足水準，許容水準を設定するとともに，さらに各目標が等しい目標達成率をめざすために線形のL字型効用関数を導入している．そして，L字型効用関数を数学的に表現するために式 (11), (13) の y, z のように満足水準からのかい離を示す補助変数を導入する．そうすると，問題は式 (1)～(4), (9), (10), (11)～(15) の制約条件のもとで式 (16) の補助変数 y_L あるいは y_T を目的関数とする問題として定式化される．

$$y_L \rightarrow \text{最小化} \quad \text{あるいは} \quad y_T \rightarrow \text{最小化} \cdots\cdots(16)$$

道路網の評価は種々の要因によって総合的に行わなければならないが，本研究においてはおもに交通需要と道路網構成の均衡という面から考察するため道路建設側および利用者側の要因のみを通して考察した．しかし，走行距離と自動車排気ガス量の間に一定の関係があるとすると，式 (7) を道路網全体の自動車による環境悪化という面から考えることもできる．また，式 (2)～(4) の容量制限式のほかに各リンクに環境許容交通容量を設定することによって沿道の生活環境の保持を考慮することもできる．

（2） 交通容量—建設費用関数について

既存あるいは新設リンクの増強変数は離散変数（車線数）あるいは連続変数（幅員）いずれをも選択できるようにしたが，このことは交通容量—建設費用関数を図—1で表わす3種類の関数で表現したためである．ステップ関数は道路建設において通常使用されている関数であり，この関数を用いると容量増強は車線数単位で行われるため増強変数は整数値をとるようになる．そうすると，問題は連続変数であるルート交通量と整変数 x_{ij} からなる混合整数計画問題（以下 MIP 問題という）として定式化される．一方，線形関数は交通容量をわずかに超えるような交通需要に対してはステップ関数のように車線数単位で建設しなくても車線幅員の拡幅あるいは交通容量を減少させる種々の要因（たとえば側方余裕幅の拡幅，沿道条件の整備，歩道の設置など）を改善することによっても処理可能ではないかという点から考えた．したがって，この関数は一般に既存リンクに使用できると思われる．そして，問題は変数がすべて連続変数であるため線形計画問題（以下 LP 問題という）として定式化される．さらに，合成関数は線形関数の考え方を新設リンクに拡張したものである．すなわち，新たに建設されるリンクにおいては交通需要の多少にかかわらず1車線建設されるのは当然であり，1車線の交通容量を超える交通需要に対しては線形関数と同じ考え方で対処しようとするものである．そしてこの関数を用いたとき，変数 x_{ij} は少なくとも1車線を建設するかしないかを表わす 0-1 整変数 $x_{ij}{}^1$ と1車線以上建設するときどの程度拡幅するかを表わす連続変数 $x_{ij}{}^2$ の2つの変数に分けられる．したがって，さきに定式化された式のうち式 (4) は式 (17)，式 (5), (6) はそれぞれ式 (18), (19) に変換される．



図—1 交通容量—建設費用関数

$$\sum_{k=1}^{q}\sum_{r=1}^{n_k} {}_{ij}\delta_r{}^k Y_{ij}{}^k \leq c_{ij}{}^1\cdot x_{ij}{}^1 + c_{ij}{}^2\cdot x_{ij}{}^2 \cdots\cdots(17)$$

$$\sum_{ij\in R} d_{ij}(m_{ij}{}^1\cdot x_{ij}{}^1 + m_{ij}{}^2\cdot x_{ij}{}^2) \leq M \quad\cdots\cdots(18)$$

$$\sum_{ij\in R} d_{ij}(f_{ij}\cdot x_{ij}{}^1 + x_{ij}{}^2) \leq L \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

なお，式中の添字1は1車線当たり，2は単位幅員当た

りに対応する．また，f_{ij} は 1 車線当たりの幅員を表わす．さらに，この関数を用いたときには式（20）で示される変数 x_{ij}^1 と x_{ij}^2 の関係が必要である．

$$U \cdot x_{ij}^1 \geqq x_{ij}^2 \quad \cdots\cdots(20)$$

この式は 図—1(3) からも明らかなように，1 車線建設されるかどうかによって拡幅も考慮するかどうかを表わしている．ここで，U は適当な十分大きな値とする．そうすると，問題は 0-1 整変数と連続変数であるルート交通量と変数 x_{ij}^2 からなる 0-1 混合整数計画問題（以下 0-1 MIP 問題という）として定式化される．

このように，容量増強の単位を車線数（ステップ関数）あるいは幅員（線形関数，合成関数）で考えたが，いずれの費用関数を用いるかは対象とする道路網あるいは各リンクの交通・道路条件を考慮して適用すればよいので，3 つの関数をすべて含んだ問題も考えられる．しかし，後者の線形関数あるいは合成関数を用いて容量増強を行う場合，図—1 (2),(3) で示される線形区間のすべての区間を拡幅対象とすることは道路構造的にも問題がある．したがって，これらの関数を用いるときには各車線ごとに線形区間の適用範囲について十分考慮する必要がある．適用範囲を超えた容量増強値が得られた場合には，該当するリンクの容量制限式の右辺に容量増強可能値を設定して再度 LP あるいは 0-1 MIP 問題を解いて，他のリンクに不足容量を補わせることを考えなければならない．

3. 道路網容量と容量不足カットの探索について

道路網容量増強計画においては，新設あるいは拡幅可能なすべてのリンクのうち少なくとも容量不足カットに含まれるリンクのいずれかを建設しなければならない．すなわち，容量不足カットに含まれていないリンクだけをいくら容量増強しても道路網容量にはなんら影響しない[9),10)]．したがって，増強計画を行う場合には増加する交通需要に対して既存道路網がどれほどまでの交通量を処理できるか，また既存道路網の容量を超える交通需要を処理しようとするときいずれのカットが容量不足となるかなど既存道路網の特性を十分把握して道路網容量の増強に影響を及ぼすリンクを選定しなければならない．それゆえ，増強問題は道路網容量および容量不足カットの探索についても言及されなければならない．そして，本研究はこれらの問題を **2**．で定式化された各式を用いていずれも線形計画問題として定式化した．

既存道路網の容量は，式 (1),(3),(9) を制約条件として，式 (1) の右辺の変数 F を目的関数とする問題として定式化できる．すなわち，容量増強問題においては F が与えられていたが，ここでは式（21）の処理可能交通量 F を求める問題となる．

$$F \rightarrow \text{最大化} \quad \cdots\cdots(21)$$

道路網容量に関する従来の研究は，実際の交通流に則したときの最大容量を求めようという点から各種の交通量配分手法を利用した方法[11),12)]と LP 法[10),13)]あるいはカット法[12)]のように交通量配分を経ないで唯一の最適解を得る方法に分けることができる．そして，後者の方法は道路網の規模が大きくなると取り扱う変数あるいは対象とするカットの数が莫大となるため計算量が増大して実用性に問題があると指摘されている．本研究の方法は，LP 問題として定式化した点において後者に位置づけられるが，前述のように各 OD 交通の配分交通量としてルート交通量を用いているためリンク交通量に比べて取り扱う変数を大幅に減少させることができるとともにモデルの操作性を高めることができる．すなわち，各 OD 交通の走行経路の与え方によって各 OD 交通の走行形態を考えない絶対最大容量（道路網容量の上限）から実際の交通の流れを考慮した道路網容量（道路網容量の下限）を求めることも可能であると思われる．また，増強問題の定式化同様，式 (7) を制約条件として組み込むことによって，あるいは各リンクに環境交通容量を設定することによって他の要因を考慮したときの道路網容量も求められる．さらに，式 (21) と他の要因をバランスよく達成させる目標計画法による定式化も可能である．

容量不足カットの探索方法としては，カット法[5)]のようにすべてのカットを求めて行う方法と交通量配分を行って既存の各リンク容量との比較により求める方法が考えられているが，本研究は新設および拡幅可能なすべてのリンクを対象とした増強問題を LP 問題として定式化して，LP 問題の相補性定理より少なくとも容量増強しなければならない容量不足カットを求めた[4)]．すなわち，相補性定理より次のことがいえる．各リンクの容量制限式が最適解において余裕をもつならばその双対変数は 0 となり，逆に容量いっぱいに交通量が配分されているリンクはスラック変数が 0 となるため双対変数は正値をとる．また，この双対変数の値は対応する容量制限式の右辺の交通容量を 1 単位変化させたときの目的関数値の増減を表わすので，目的関数値に同じ影響を与えるリンクごとにリンクを分類することによってそれぞれ容量不足カットが求められる．容量不足カットは隘路区間の面的広がりを追うなど既存道路網の特性を把握するうえで必要であるが，本研究のように各 OD 交通の配分交通量を扱っている場合には増強問題を定式化するうえでは直接的には関係がない．しかし，次章で述べる MIP 問題の解法にあたっては解の収束を早めるうえで重要な

役割を果たす．

4. 問題の解法

前章で定式化されたMIPおよび0-1 MIP問題について考察する．これらの問題の解法としては，大域的な最適解を求めるアルゴリズムと大域的な最適解を求めるアルゴリズムは一般に整変数の指数関数的オーダの手間を要することを考慮して，局所的な最適解あるいはかなりよい実行可能解を少ない手間で求める各種のヒューリスティック法がある．また，前者のアルゴリズムとしては実行可能な整数格子点を効率的に数え上げることをねらった分岐限定法と実行可能な整数格子点集合の代数的・幾何学的構造を用いた切除平面法に代表される構造的アプローチなどがある[14),15)]．

本研究においては，最も実用的なアルゴリズムである分岐限定法のうちDakinのアルゴリズムを通して考察する[16)]．MIP問題は一般に式(22)のように書くことができ，この問題を P とする．

$$\left.\begin{array}{l}\text{問題 } P\text{：制約条件}\\ \quad \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{X}\leqq \boldsymbol{b}\\ \quad \boldsymbol{Y}\geqq \boldsymbol{0}\\ \quad \boldsymbol{X}=0 \text{ または正の整数}\\ \text{のもとで目的関数}\\ \quad \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{Y} \text{ または } \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{X} \text{ を最小化する}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(22)$$

ここで，$\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ はそれぞれ連続変数，整変数に関する係数行列であり，$\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{E}$ は係数ベクトルである．また，$\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{Y}$ は $(m+m')$ 次元，$q\times n_k$ 次元の変数ベクトルである．いま，問題 P に対して $\boldsymbol{X}$ の整数条件を緩和して連続変数として置き換えられるLP問題を $\bar{P}$ とする．問題 $\bar{P}$ の最適解がすべて整数条件を満足すれば，それは問題 P の最適解でもある．しかし，$\boldsymbol{X}$ のある変数 x_{ij} が整数条件を満足しないで式(23)となる場合には，問題 P を式(24),(25)の条件を付加した部分問題に分割する．

$$x_{ij}=\eta_{ij}\ (\fallingdotseq \text{整数})\cdots\cdots\cdots(23)$$

$$x_{ij}\geqq[\eta_{ij}]+1\cdots\cdots\cdots(24)$$

$$x_{ij}\leqq[\eta_{ij}]\cdots\cdots\cdots(25)$$

なお，このように問題を分割させる対象となる変数を分岐変数という．そして，それぞれの条件が付加されたLP問題を $\bar{P}\ (x_{ij}\geqq[\eta_{ij}]+1)$, $\bar{P}\ (x_{ij}\leqq[\eta_{ij}])$ とする．ここで，$[\eta_{ij}]$ は η_{ij} を超えない最大の整数を示すガウスの記号である．問題 P の最適解はこれら2つのLP問題のいずれかの許容解であり，また問題 $\bar{P}$ はどちらの許容解でもない．これらのことから，式(24),(25)で示される分割を次々に行うと，生成される部分問題それぞれの許容領域は縮小し，最終的には $\boldsymbol{X}$ のすべての変数が整数条件を満たす問題 P の最適解を得ることができる．このように，分岐限定法は整数条件を1つずつ加えてそのつどLP問題を解いていく解法である．そして，次々に生成される非整数最適解をノードという．したがって，分岐限定法ではこれら生成されていくノード数の抑制が計算効率の点で重要な課題である．

このアルゴリズムを通して最適解を求めることはもちろん可能であるが，前述のように整変数の増大とともにその求解は困難となる．そこで，本研究においては容量不足カットから得られる条件を拘束制約条件として付加することによって実行可能領域の縮小を図るとともに計算の効率化を図った．容量不足カットにおいては式(26)で示される条件式を満足するような容量増強が行わなければならない．さらに，各増強変数が整変数という条件と容量不足カットにおいては少なくとも1車線以上の建設を行うという条件から式(26)は式(27)となる．式(27)において右辺の［ ］はガウスの記号である．

$$\sum_{k\in R_l}P_k\cdot F\leqq\sum_{ij\in R_l}C_{ij}+\sum_{ij\in R_l}c_{ij}\cdot x_{ij}\cdots\cdots\cdots(26)$$

$$\sum_{ij\in R_l}x_{ij}\geqq\left[\frac{\sum_{k\in R_l}P_k\cdot F}{c_{ij}}-\sum_{ij\in R_l}n_{ij}\right]+1\cdots(27)$$

ここで

P_l：容量不足カット l を通過するOD交通の集合

R_l：容量不足カット l に含まれるリンクの集合

n_{ij}：既存リンク ij の車線数

すなわち，容量不足カットにおいては増加する交通需要を処理するため右辺の整数値以上の車線数を建設しなければならないというカット条件式を得る．したがって，構造的アプローチの一つである切除平面法が逐次LP問題を解くごとに拘束条件（カット条件）を付加するのに対して，本解法においては問題の定式化のときに各容量不足カットから求められる式(27)の整変数に関するカット条件式を付加して実行可能領域を縮小させるとともに生成される非整数最適解のノードを減少することができる．一方，0-1 MIP問題の場合新設リンクのみに対して0-1変数を対応させて取り扱う変数を少なくさせているため，変数ベクトル $\boldsymbol{X}$ が0または1の整変数，式(24),(25)がそれぞれ式(28),(29)となる点を除いてさきのDakinのアルゴリズムでも十分求解が可能と思われる．

$$x_{ij}=1\cdots\cdots\cdots(28)$$

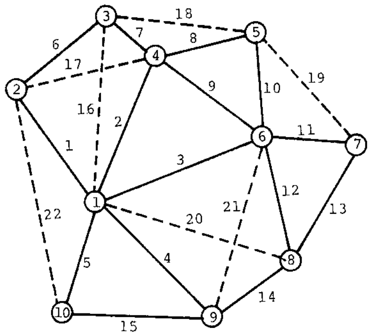
$$x_{ij}=0\cdots\cdots\cdots(29)$$

5. 計 算 例

簡単な例題を通して本問題の定式化および解法について考察する．図—2の既存道路網（実線のリンク番号

表—1　OD 構成比とリンク距離 (km)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	5.0		0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3	8.0	5.0		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4	8.0	6.0	3.0		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	4.0	3.0		0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	6.0	∞	∞	6.0	4.0		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	6.0	2.0		0.013	0.005	0.001
8	10.0	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		0.011	0.001
9	6.0	∞	∞	∞	∞	7.0	∞	5.0		0.004
10	4.0	8.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

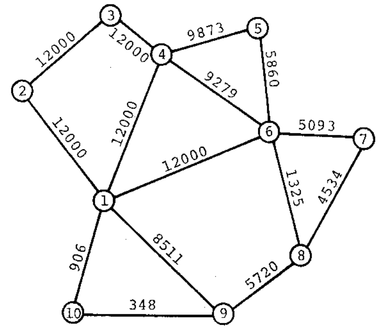


図—2　既存道路網（実線）と新設可能リンク（破線）

1〜15 のリンクで構成されている）と新設可能なリンク（図中の破線のリンク 16〜22），表—1 の OD 構成比およびリンク距離を与えて行う．なお，OD 交通は対称性を仮定し三角 OD 交通のみを計算するので，計算結果の数値も各リンクの片側の値を示す．次に，各 OD 交通の走行可能なルートは，既存道路網および新設リンクをも含めた道路網を対象にそれぞれ最適，次適経路などを求め 3〜5 本選定した．また，1 車線（3 m）当たりの交通容量，建設費用はそれぞれ 12 000 台，9 億円/km とする．さらに，費用関数を線形としたときには交通容量を減少させる要因を改善して交通容量を 4 000 台増強するために 3 億円/km の費用を要するとし，これは車線幅員の拡幅の場合ほぼ 1 m に相当すると仮定した．なお，図—1 の道路網における各リンク（新設リンクも含めて）の建設可能な車線数（幅員）は 1 車線（3 m）とする．

（1）既存道路網容量について

式 (21) の処理可能交通量 F を最大化する LP 問題によって既存道路網容量を求めると，図—3 に示されるリンク 1, 7 からなるカットによって 69 767 台となり，この例においては絶対最大容量と一致した．なお，このときの総走行台距離は 516 483 台・km である．次に，この問題に式 (7) の総走行台距離を制約条件として組み込むと，総走行台距離が 5×10^5，4.5×10^5 台・km の



図—3　既存道路網容量を求めたときの配分結果

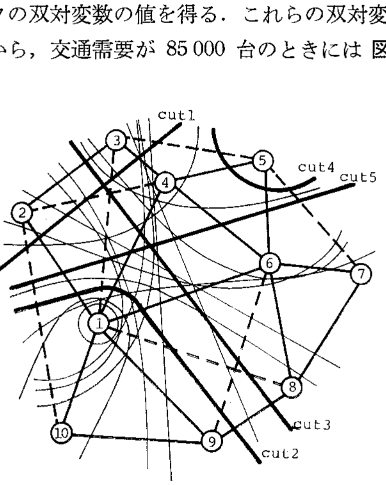
ときそれぞれ 68 246 台，62 671 台となり，さきに求められた道路網容量より減少する．さらに，道路網容量，総走行台距離の満足水準を 69 767 台，4.5×10^5 台・km，許容水準を 62 671 台，5.16×10^5 台・km として目標計画法によって求めると，道路網容量は 66 472 台，総走行台距離は 4.8×10^5 台・km となる．このように，道路網容量は問題の設定によって種々異なるので，増強計画を考える場合にはどの程度の既存道路網容量を対象に行うかを十分に把握される必要がある．

（2）道路網容量増強問題について

既存道路網容量を超える交通需要を処理するための増強計画について考える．容量増強問題は前述の制約条件および目的関数によって種々設定されるが，ここでは式 (1)〜(4)，式 (9)，(10) を制約条件として式 (5) の建設費用を目的関数とする問題を通して考察する．

a） 費用関数としてステップ関数を用いた場合

まず，容量不足カットを求めるため新設および拡幅可能なすべてのリンクを対象とした LP 問題を定式化すると，各交通需要に対してそれぞれ 表—2 に示される各リンクの双対変数の値を得る．これらの双対変数の値の変化から，交通需要が 85 000 台のときには 図—4 に



図—4　各交通需要において発生するカット

表―2 各リンク容量制限式に対する双対変数の値 (×10⁻⁵)

交通需要＼リンク番号	1	2	3	6	7	8	9	10	14	16	17	18	19	20	21	22
70 000 台	225	0	0	0	225	0	0	0	0	225	225	225	0	0	0	225
83 000 台	375	150	150	0	225	0	0	0	150	375	225	225	0	225	225	375
85 000 台	375	375	375	225	225	0	0	0	375	600	450	225	0	450	450	375
100 000 台	600	600	375	225	225	0	225	225	375	825	450	225	225	450	450	600
110 000 台	600	600	375	225	225	75	225	300	375	825	450	300	300	450	450	600

示される既存道路網容量のとき求められたカット1のほかにカット2, 3の2つのカットが探索される．そして，それぞれのカットは式（26）から式（30）で求められる容量が不足しているので，式（27）に相当する式（31）のカット条件式を得る．

$$\left.\begin{array}{l}\text{カット 1}:(0.344\times 85\,000-24\,000)=5\,240\text{ 台}\\ \text{カット 2}:(0.594\times 85\,000-48\,000)=2\,490\text{ 台}\\ \text{カット 3}:(0.569\times 85\,000-48\,000)=\ \ 365\text{ 台}\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(30)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{カット 1}:x_1+x_7+x_{16}+x_{17}+x_{18}+x_{22}\geqq 1\\ \text{カット 2}:x_1+x_2+x_3+x_4+x_{14}+x_{16}+x_{20}\\ \qquad\qquad +x_{21}+x_{22}\geqq 1\\ \text{カット 3}:x_2+x_3+x_6+x_{14}+x_{16}+x_{17}+x_{20}\\ \qquad\qquad +x_{21}\geqq 1\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(31)$$

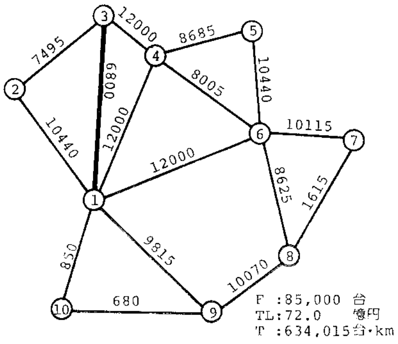
そこで，式（31）を制約条件として付加して分岐限定法を用いて解くと，5個の非整数最適解ノードが生成されて **図―5** に示されるリンク 16 を新設する道路網とリンク交通量を得る．また，このとき総走行台距離が 7.1×10^5 台・km で建設費用が同じであるリンク 7, 14 からなる道路網も得られた．交通需要が 85 000 台のときに発生する容量不足カットは **図―4** に示されるように3個求められ，これらのカット以外に容量不足となるカットは存在しない．しかし，交通需要が 110 000 台に増加すると **図―4** に示される 19 個のカットが容量不足となるが，LP 問題の解より得られる容量不足カットは **表―2** の双対変数より太線の5個だけである．すなわち，細線の 14 個のカットは太線のそれぞれのカットにおける容量増強によって容量不足が解消され，実行可能領域も5個のカット条件式によって効率的な縮小が行われるということである．したがって，この交通需要においては式（32）の条件式を得る．

$$\left.\begin{array}{l}\text{カット 1}:x_1+x_7+x_{16}+x_{17}+x_{18}+x_{22}\geqq 2\\ \text{カット 2}:x_1+x_2+x_3+x_{14}+x_{16}+x_{20}+x_{21}\\ \qquad\qquad +x_{22}\geqq 2\\ \text{カット 3}:x_2+x_3+x_6+x_{14}+x_{16}+x_{17}+x_{20}\\ \qquad\qquad +x_{21}\geqq 2\\ \text{カット 4}:x_8+x_{10}+x_{18}+x_{19}\geqq 1\\ \text{カット 5}:x_1+x_2+x_9+x_{10}+x_{16}+x_{19}+x_{22}\geqq 2\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(32)$$

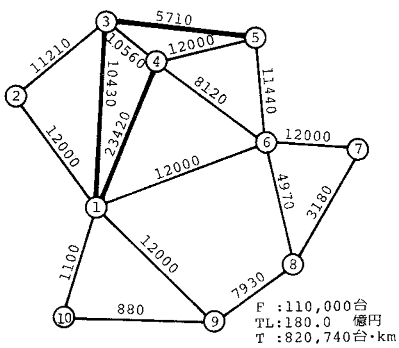
そして，式（32）を付加した建設費用最小化の道路網は5個のノード生成でリンク 2, 16, 18 の容量増加からなる **図―6** の結果を得る．一方，カット条件式を付加しないときには **表―3** に示されるように相当な非整数最適解ノードが生成される．このように，カット条件式の付加は実行可能領域を縮小するとともに計算の効率化に大きな役割を果たす．

b） 線形および合成関数を用いた場合

既存リンクを対象に線形関数を適用した場合と既存リンクに線形関数，新設リンクに合成関数を適用した場合



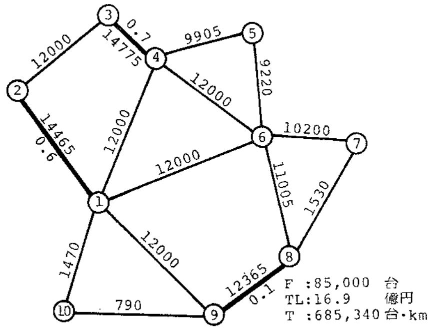
図―5 ステップ関数を用いたときの解
（交通需要 85 000 台）



図―6 ステップ関数を用いたときの解
（交通需要 110 000 台）

表―3 各交通需要における非整数最適解ノードの数

交通需要（台）	ノード数	カット条件式の数	カット条件式を付加したときのノード数
85 000	37	3	5
100 000	50	4	4
110 000	340	5	5

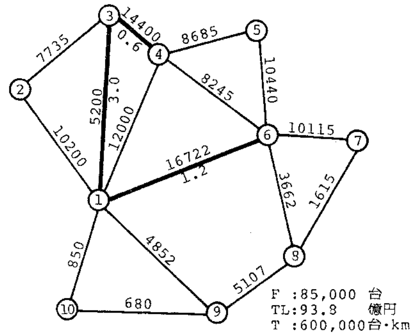


図—7 線形関数および合成関数を用いたときの解（交通需要 85 000 台）

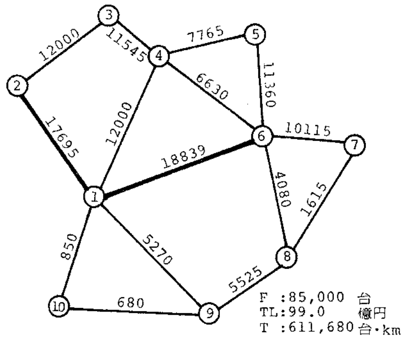
をそれぞれ LP 問題，0-1 MIP 問題としたときの解はいずれも 図—7 の道路網を得た．図—7 に示されるように，リンク 1, 7, 14 の容量増強は幅員（交通容量）でそれぞれ 0.6 m (2 465 台)，0.7 m (2 575 台)，0.1 m (365 台）程度なので，この例においては **3**．で述べた車線幅員あるいは側方余裕幅の拡幅などによって容量増強が可能ではないかと思われる．しかし，拡幅が不可能なリンクがあれば式 (2) の右辺に容量増強可能量を設定して再度 LP あるいは 0-1 MIP 問題を解かなければならない．なお，0-1 MIP 問題の最適解は 4 個の非整数最適解ノードの生成で求められたが，他の交通需要においても 4 から 6 個程度のノード生成で最適解が求まった．

c) 他の問題設定の場合

ここでは，さらに式 (7) の総走行台距離を制約条件として付加した場合について考える．交通需要を 85 000 台，総走行台距離を 6.0×10^5 台·km 以下としてステップ関数を適用したときの解は，図—**4** の道路網にリンク 3 をさらに 1 車線増強する道路網が得られた．そして，建設費用は 126 億円，総走行台距離 5.9×10^5 台·km であった．このとき，式 (31) のカット条件式を付加すると 30 個の非整数最適解ノードが生成されるが，式 (31) のカット 2, 3 の右辺の値をそれぞれ 2 に変えた条件式の場合には，7 個のノード生成で最適解が求められた．このことは，式 (31) を付加した LP 問題の解を利用して式 (31) の右辺の値を変えることによって実行可能領域をより縮小できる条件式が得られるためである．次に，既存リンクに線形関数，新設リンクに合成関数を適用すると 図—**8** に示されるリンク 3, 7, 16 の容量増強（幅員 (m) で表わされている）を必要とする道路網が得られる．このとき，リンク 16 の新設は問題ないが，リンク 3, 7 の容量増強に対しては **b**) で述べたようにこの程度まで拡幅可能かどうかの問題がある．特に，リンク 3 においては 図—**8** に示されている幅員まで容量増強を行うことは不可能と思われるので，前述のように他のリンクに不足容量を補わせることも考えなければならない．



図—8 線形関数および合成関数を用いたときの解（走行台距離を制約条件として付加したとき）



図—9 目標計画法によって定式化したときの解（ステップ関数）

次に，式 (11)～(16) で定式化された目標計画法を用いて考える．いま，建設費用，総走行台距離の満足水準をそれぞれ 72.0 億円，5.9×10^5 台，許容水準を 126.0 億円，6.3×10^5 台·km としてステップ関数を用いると，図—**9** に示されるリンク 1, 3 からなる道路網が得られる．このときも式 (31) の制約条件では 16 個のノードが生成されるが，式 (31) のカット 2 の右辺の値を 2 に変えた制約条件を付加すると 3 個のノード生成で最適解が求められた．

このように，問題の設定あるいは用いる費用関数によって種々の道路網構成が求められるが，道路網を総合的に評価する面からはこれらのそれぞれの道路網を一つの代替案としてとらえることも考えられる．

6. あとがき

以上，本研究は交通需要と道路網構成の均衡という面から基本的に必要な要因を通して道路網容量増強問題の定式化と解法について考察した．本研究をまとめると以下のようになる．

(**1**) 各リンクの増強変数と交通量配分に関する変数を容量制限式を通して定式化したため，道路利用者側および建設者側の要因を制約条件なり目的関数として設定できる．

(**2**) したがって，各リンクの容量増強の決定とともに配分交通量も輸送計画的な配分結果として得られる．また，このときルート交通量を変数として用いているため各 OD 交通の走行便益を考慮することができ，さらにモデルの操作性を高めることができる．

(**3**) 既存道路網の特性あるいは道路網容量の増強に影響を及ぼすカットを把握するために必要な道路網容量の算定および容量不足カットの探索の問題についても容量増強問題を通して線形計画問題として定式化できる．

(**4**) したがって，少なくとも容量増強しなければならない容量不足カットは線形計画問題の相補性定理によって容量制限式に対応する双対変数から容易に求めることができる．

(**5**) 各リンクの容量増強は，用いる費用関数によって車線数（離散変数）あるいは幅員（連続変数）いずれの単位でも行えるので，問題も線形計画問題を基礎にした数理計画問題として定式化できる．

(**6**) 混合整数計画問題は容量不足カットから得られるカット条件式を付加することによって，分岐限定法を用いても 0-1 混合整数計画問題とほぼ同じ程度の非整数最適解ノードの生成によって求解が可能である．

(**7**) 費用関数として線形関数および合成関数を用いる場合，線形区間の適用範囲については十分考慮する必要があるが，容量増強を車線幅員あるいは側方余裕の拡幅などによっても対処することができる．

さらに，今後次のような点についての考察が必要である．

(1) 道路建設者側の要因の一つとして定式化した式 (6) の建設距離は，同一規格からなる道路網を対象に考えているので，種々の異なる規格からなる道路網に対しては式 (6) の再定式が必要である．

(2) また，利用者側の要因として式 (8) の総走行台時間を定式化したが，一般に走行時間はリンク交通量とともに変化するので，この点を踏まえた式 (8) の再定式が必要である．このとき，問題は非線形の整数計画問題となるので，解法についても検討する必要がある．

(3) 目標計画法における満足水準および許容水準としては，単一目的関数最適化の最適値と他の単一目的関数最適化のときの最悪値をそれぞれ設定することも考えられるが，設定値によって道路網構成にも影響を与えるのでそれぞれの水準の設定方法についてはさらに検討する必要がある．

(4) さらに，道路網の評価は種々の要因を通して総合的に行わなければならないので，他の要因をも組み込んだ問題へと拡張しなければならない．また，多様で複雑な交通現象を総合的観点から捕らえて各交通手段相互の分担関係を明らかにしてゆく面からの道路網容量増強問題についても考えていかなければならない．

最後に，本研究を取りまとめるにあたり種々ご協力いただいた北海道大学工学部交通工学講座の皆様に感謝の意を表します．

なお，計算には北海道大学大型計算機センター HITAC M-180/200 を用いたことを付記する．

参 考 文 献

1) Fulkerson, D.R. : Increasing the Capacity of a network, The Parametric Budget Problem, Management Science, Vol. 5, pp. 472〜483, 1959.
2) Nicos CHRISTOFIDES and P. BROOKER : Optimal Expansion of an Existing Network, Mathematical Programming, Vol. 6, pp. 197〜211, 1974.
3) BANSAL, P.P. and S.E. JACOBSEN : An Algorithem for Optimizing Network Flow Capacity Under Economies of Scale, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 15, No. 5, pp. 565〜586, 1975.
4) Hu, T.C. : Integer Programming and Network Flow, Addision-Wesley, 1970；伊理正夫 監訳：整数計画法とネットワークフロー，培風館，1975.
5) 西村 昂：ネットワーク容量増強問題と最適ネットワーク問題への拡張について，土木学会論文報告集，第 258 号，1977.
6) 桝谷有三・加来照俊：道路網構成問題に関する基礎的研究，土木学会北海道支部論文報告集，第 35 号，1979.
7) 伏見多美雄・山口俊和：複数の目標をバランスよく達成するための数理計画的手法，経営科学，第 19 巻，第 2 号，pp. 88〜102, 1976.
8) 吉川和広・春名 攻・小林潔司：バイパス道路計画のための計画情報の作成に関する研究，土木学会論文報告集，第 298 号，1980.
9) 西村 昂：区間容量変化が道路網容量に与える影響について，交通工学，Vol. 11, No. 6, 1976.
10) 桝谷有三・加来照俊：道路網容量増強問題に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第 36 号，1980.
11) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法，土木学会論文報告集，第 205 号，1972.
12) 西村 昂：道路網容量理論に関する一考察，土木学会論文報告集，第 249 号，1976.
13) 三好逸二・山村信吾：道路網における最大総トリップ数について，第 23 回土木学会年次学術講演会概要集，第Ⅳ部，1968.
14) 岡本吉晴・玉井哲雄・今野 浩：整数／組合せ計画法の現状その 1〜その 3，オペレーションズリサーチ，1978 年 11 月〜1979 年 1 月.
15) 志水清孝：システム最適化理論，コロナ社，1976.
16) Dakin, R.J. : A Tree search algorithm for mixed integer programming problem, Computer Journal, 8, pp. 250〜255, 1965.

(1980.12.12・受付)