

岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究

GRAVITY FLOW OF ROCK-LIKE GRANULAR MATERIALS

木 山 英 郎*・藤 村 尚**

By Hideo KIYAMA and Hisashi FUJIMURA

1. はじめに

今日、さまざまな分野で粒状体が原料、加工原料、あるいは製品として取り扱われるようになり、各種の容器構造物（ビン・サイロ・パンカー等）が構築されている。容器構造物の多くは垂直壁部分とそれにつづく底部のホッパーとよばれる傾斜した壁とからなっている。

従来、この種の容器構造物の設計応力の算定には、粒状体を鉛直管内に静置したときの剛体的な力のつり合いから誘導された Janssen 式 (1895)¹⁾ あるいはこれを修正した Reimbert 式 (1943)²⁾ が用いられている。ところが、この規準に則して設計された構造物が、しばしば亀裂を生じたり、破壊を起こす事故例が報告されるに至り、Janssen 式により算定される圧力以上の過大な圧力が排出時に生じるのではないかという疑いがもたれるようになった。その後、この点に関する数多くの実験的あるいは理論的研究がなされた。たとえば、Jenike (1961)³⁾ はモール・クーロンの破壊基準に代わる新しい流動基準を提案するとともに、近代塑性論の立場から流動時の応力場と速度場の構成法を論じた。

ついで、Walker (1966)⁴⁾ は静止堆積圧は主働応力場、排出時流動圧は受働応力場にあると仮定し、Jenike の流動基準を用いて剛塑性論的土圧論によって流動圧を計算する方法を示した。さらにこの理論は Jenike (1968, 1969)^{5), 6)} によって発展せられ、排出流動の開始に伴う静止時主働状態から流動時受働状態への遷移過程で大きな過圧力を生ずる機構とその算定法が示された。これらは Nanninga (1956)⁷⁾ によって明らかにされた主働領域から受働領域に移る点で過圧力が作用するという実験事実をうまく説明するものである。ところが、最近になって P.M. Blair-Fish (1973)⁸⁾ らによって行われた応

力場と速度場の同時観測の結果は、粒状体圧は連続流動中において決して一定値を示すものではなく、時間とともに変化するものであることを示し、これまでの一様流動状態としての取扱いに新たな問題点を提起するに至った。

上述のように容器構造物には静止堆積圧よりも大きな動的過圧力が作用することは、ほぼ間違いない事実であるが、動的過圧力に関する理論的説明が十分でないことから、この分野の先進的役割を果たしつつある ACI 規準改定案 (1975)⁹⁾ においても動的過圧力に対しては安全係数の意味で「過圧力係数」あるいは「衝撃係数」を導入して設計圧力を求める方法が採用されているにすぎない。

筆者らも、ここ 3 年間、その基礎となる鉛直管内の岩質粒状体の重力流動の問題を取り上げ、模型実験と数値解析を種々試みている^{10), 11)}。本報はそのうち、鉛直円管内の静止時ならびに流動時粒状体圧に関する研究結果をとりまとめたものである。

ところで、動的過圧力の取扱いにもみられるように、従来から流動時圧力は、静止堆積圧を基準にとった相対値で論じる方法がとられてきた。これは流動挙動を明らかにし、流動時圧力の算定式を確立する過程において、多様なデータを比較検討するうえで有効な方法だと考えられる。このような観点から、本報においては流動時粒状体圧の検討に先立ち、基準となる静止時粒状体圧の検討に一つの重点が置かれている。そのため、静止堆積圧の理論値としてこうした場合に常用される Janssen 式についても、精度や適用範囲を明らかにする必要から詳細な塑性解析を行って検討した。管内試料中に生ずる応力分布の特徴など、静止堆積圧を理解するうえで有用な情報も含んでいるのであわせて報告する次第である。

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 鳥取大学助手 工学部土木工学科

2. 静止時粒状体圧の解析

(1) Janssen 式

ACI 規準改定案⁹⁾に採用された静止堆積圧に関する Janssen 式は剛塑性論的土圧論に従い、管壁面における応力の極限平衡条件のみから算定される。すなわち、Fig. 1 に示すビン内に充填された粒状体があったところモール・クーロンの塑性降伏状態にあり、最大・最小主応力がそれぞれ鉛直・水平方向に作用すると仮定すれば、両主応力の比は主働土圧係数 K_A で与えられる。

$$K_A = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi) \quad \dots\dots\dots (1)$$

さらに、水平断面上で応力が一様であると仮定すれば、微小厚さの剛体の静的つり合い条件より、自由表面から鉛直深さ x の点の鉛直応力 σ_x 、水平応力 σ_y 、壁面せん断応力 τ_{xy} は次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{r r}{K_A \tan \phi_w} [1 - \exp\{-K_A \tan \phi_w \cdot x/r\}] \\ \sigma_y &= K_A \sigma_x \\ \tau_{xy} &= (r x - 0.8 \sigma_y) r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 r は粒状体の単位体積重量、 r は径深であり、半径 R の円管では $r=R/2$ となる。 $\tan \phi_w$ は壁面摩擦係数である。

(2) すべり線網解析

上記 Janssen 式においては、粒状体中の主応力の方向や分布を最も単純な形に仮定されているが、その適否を検討するためには近代塑性論的土圧論とよばれるすべり線網解析が必要である。粒状体の内部摩擦角 ϕ 、粘着力 c 、単位体積重量 r や壁面摩擦角 ϕ_w を考慮した鉛直管内の粒状体圧に関するこの種の解析結果はいまだ報告されていない。

そこで、Fig. 1 に示す円柱/平面直角座標を用い⁹⁾、モール・クーロン基準に従う全般塑性状態として静止堆積圧をすべり線網解析することにした。上記座標に関する応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は塑性条件を満たすとき、次式で与えられる。ただし、軸対称3軸/平面ひずみ状態とする。

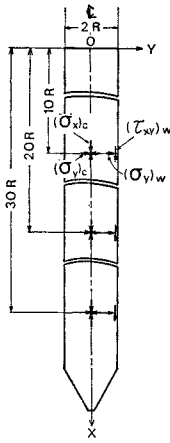


Fig. 1 Cylindrical coordinate axes and stress components.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \bar{\sigma}(1 + \sin \phi \cdot \cos 2 \omega) - c \cot \phi \\ \sigma_y &= \bar{\sigma}(1 - \sin \phi \cdot \cos 2 \omega) - c \cot \phi \\ \tau_{xy} &= \bar{\sigma} \sin \phi \cdot \sin 2 \omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$ は平均換算応力 $\{(\sigma_1 + \sigma_3)/2 + c \cot \phi\}$ を表わし、 ω は最大主応力 σ_1 と鉛直軸 x とのなす角である。また同座標における応力のつり合い条件は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + m \frac{\tau_{xy}}{y} &= r \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + m \frac{\sigma_y - \sigma_x}{y} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 σ_α は $x-y$ 面に直交する方向(周方向/平面ひずみ拘束方向)に生ずる中間主応力であって、Harr-Karman の仮定に従い、三軸圧縮破壊条件では $\sigma_\alpha = \sigma_3$ 、三軸伸張破壊条件では $\sigma_\alpha = \sigma_1$ とする。また、 $m=0$ は平面ひずみ状態、 $m=1$ は軸対称3軸状態を表わす。

式(3),(4)より応力場の基礎方程式として、 σ と ω を未知数とする次の双曲型偏微分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (1 + \sin \phi \cdot \cos 2 \omega) \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} + \sin \phi \cdot \sin 2 \omega \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial y} \\ - 2 \bar{\sigma} \sin \phi \cdot \sin 2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ + 2 \bar{\sigma} \sin \phi \cdot \cos 2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial y} &= g_x \\ \sin \phi \cdot \sin 2 \omega \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} + (1 - \sin \phi \cdot \cos 2 \omega) \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial y} \\ + 2 \bar{\sigma} \sin \phi \cdot \cos 2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ + 2 \bar{\sigma} \sin \phi \cdot \sin 2 \omega \frac{\partial \omega}{\partial y} &= g_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $g_x = r - m \frac{\bar{\sigma}}{y} \sin \phi \cdot \sin 2 \omega$
 $g_y = m \frac{\bar{\sigma}}{y} \sin \phi (k + \cos 2 \omega)$
 $\sigma_\alpha = \sigma_3$ のとき $k = -1$
 $\sigma_\alpha = \sigma_1$ のとき $k = 1$

式(5)から特性曲線の方法は次のように求まる。

$$\frac{dy}{dx} = \tan[\omega \pm \mu] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\mu = \pi/4 - \phi/2$ である。このことは周知のように応力の特性曲線の方法がすべり線の方法と一致することを示す。したがって、すべり線を S_1, S_2 とするとき、式(5)はすべり線に沿って成り立つ Kötter の方程式に改められる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \text{第一すべり線 } S_1 : dy/dx = \tan(\omega + \mu) \\ \text{に沿って、} \\ \frac{d\bar{\sigma}}{dS_1} - 2 \bar{\sigma} \tan \phi \frac{d\omega}{dS_1} = A \\ \text{第二すべり線 } S_2 : dy/dx = \tan(\omega - \mu) \end{aligned} \right\}$$

に沿って,

$$\frac{d\bar{\sigma}}{dS_2} + 2\bar{\sigma} \tan \phi \frac{d\omega}{dS_2} = B \quad \dots(7)$$

ただし,

$$A = r \frac{\sin(\omega + \mu)}{\cos \phi} - m \frac{\bar{\sigma}}{y} \tan \phi \cdot [k \cos(\omega + \mu) + \cos(\omega - \mu)]$$

$$B = -r \frac{\sin(\omega - \mu)}{\cos \phi} + m \frac{\bar{\sigma}}{y} \tan \phi \cdot [k \cos(\omega - \mu) + \cos(\omega + \mu)]$$

(3) 鉛直円管内静止時粒状体圧の数値計算結果

鉛直円管内に充填された粒状体の静止堆積圧の極限として、下端のノズルが開かれて重力流動を開始する直前には、全般塑性降伏状態にあるものと仮定される。このとき、重力の作用する x 軸方向に近い方向に最大主応力 σ_1 が生じ、それと直交する y 軸方向に最小主応力 σ_3 が生じる。また、円周方向主応力 σ_α は、処女降伏状態であることから、体積膨張を伴う三軸圧縮破壊条件 ($k = -1$) が採用され、 $\sigma_\alpha = \sigma_3$ となる。さらに σ_1 の方向 (ω) をはさんで $\omega \pm \mu$ の方向に発達するすべり線は、重力の作用方向へのすべりを伴う、いわゆる主動状態を呈することとなる。このことと、壁面の境界条件を考慮すれば、二重擁壁内の土中のすべり線網 (平面ひずみ状態) に似た、軸対称三軸応力場のすべり線網の概形が得られる。

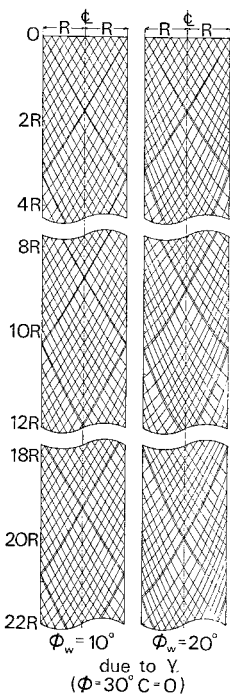


Fig. 3 Sliplines of bulk solid stored in a cylindrical bin.

ところで壁面上においては、

Fig. 2(a) に示すように最大主応力 σ_1 の方向 ω が知れば、 $\alpha = \mu - \omega$ としてすべり線 S_1 の方向 α が決定される。全般塑性状態にある粒状体が壁面において、壁面に沿うすべりを生ずるためには、壁面に作用する直応力 $(\sigma_y)_w$ とせん断応力 $(\tau_{xy})_w$ の間に壁面摩擦条件、

$$(\tau_{xy})_w / (\sigma_y)_w = \tan \phi_w \quad \dots(8)$$

が満たされていないといけない^{1),4)}。以上のことをモール円を用いて図示すると Fig. 2(b) のようであり、 ϕ_w が与えられたとき、壁面での ω と α は次式で計算される。

$$\omega = \frac{1}{2} \left[\sin^{-1} \left(\frac{\sin \phi_w}{\sin \phi} \right) - \phi_w \right]$$

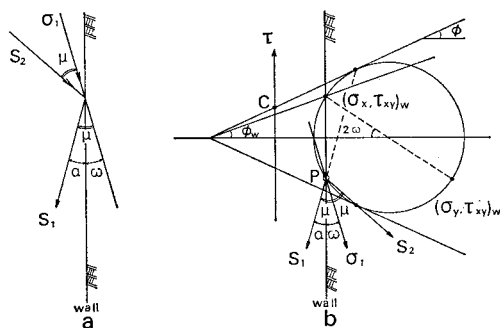


Fig. 2 Boundary conditions at a vertical wall.

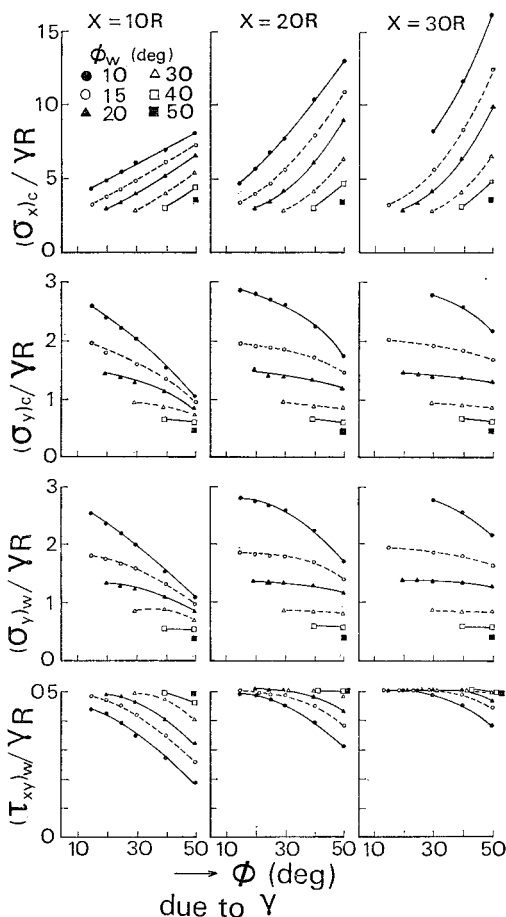


Fig. 4 Calculated stresses of bulk solid stored in the cylindrical bin.

$$\alpha = \mu - \omega = \mu + \frac{\phi_w}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\sin \phi_w}{\sin \phi} \right) \quad \dots(9)$$

粒状体の r, ϕ, c および管径 $2R$ によって変化する解析結果に一般性をもたせるため、Kötter の方程式 (7) において、たとえば $c=0$ の場合には、応力成分は rR で、座標 x, y はともに R によって無次元化するのがよ

い。無次元表示された Kötter 式はこれを山口 (1959)¹²⁾ の高精度差分法に従って数値解析した。

得られたすべり線網の一例 ($c=0$ の場合) を Fig. 3 に示す。また, $x=10R, 20R, 30R$ の各深さにおける, 中心軸上の鉛直応力 (σ_x)_c, 水平応力 (σ_y)_c, 壁面における水平応力 (σ_y)_w およびせん断応力 (τ_{xy})_w の値を示すと Fig. 4 のようである。

さて, このすべり線網解析で得られた壁面垂直応力 (σ_y)_w と Janssen 式による値を

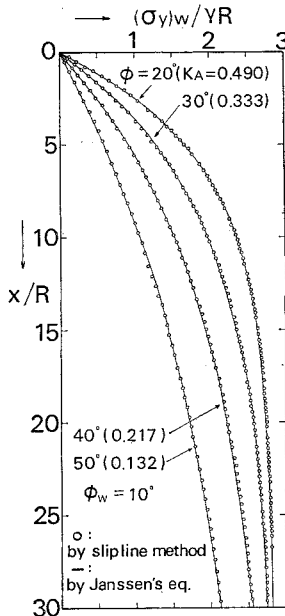


Fig. 5 Calculated stress distributions along the vertical wall in static.

比較したのが Fig. 5 であり, 両者はきわめてよく一致している。剛塑性論的土圧論によって導かれた Janssen 式が $c=0$ の粒状体に関する限り, 厳密解に近い算定式であることが知れる。Fig. 6 は鉛直深さ $x=5R, 10R$, および $20R$ における水平断面上の応力分布を示す。 τ_{xy} の存在から, 主応力方向を鉛直と水平とした Janssen の仮定が成立していないことは明らかである。しかしながら, 鉛直および水平方向の応力成分, σ_x および σ_y は断面上ほぼ一様であり, 両者の比を一定とみなすことはできる。これが上述のように Janssen 式の精度を支えているのであろう。

3. 実験装置と試料物性

(1) 実験装置

鉛直円管内の粒状体の静止時ならびに流動時の挙動を検討するために, Fig. 7 に示すような実験装置を製作した。鉛直管には内径 $2R=14.62$ cm, 外径 $2R_0=15.06$ cm, 長さ 200 cm の薄肉アクリル円管を用い, 鉛直管につづく下部ホッパーは, 傾斜角 60° の円錐ノズル形状とし, ノズル径 D_N は 1.0, 1.6, 2.2, 2.8 cm を用いた。

鉛直管上部には試料供給用ホッパーを設け, 充填速度や連続流動実験における供給速度の調整はホッパー下端のフィーダゲートの開閉 (手動) により行った。

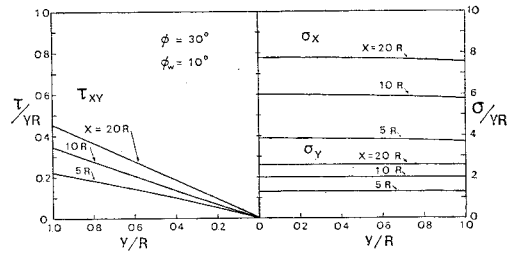


Fig. 6 Calculated stress distributions on the horizontal planes in static.

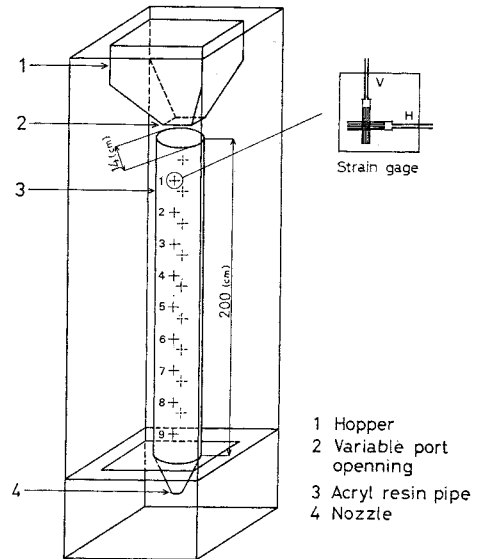


Fig. 7 Apparatus of the gravity flow test of rock-like granular materials.

粒状体がアクリル円管内壁面に作用する応力 (σ_y)_w, (τ_{xy})_w を検出するため, 円管外壁面にクロス型電気抵抗線ひずみゲージ (ゲージ長 8 mm) を鉛直, 水平方向に合わせて 20 cm 間隔で貼付した。なお, 各断面 2枚のクロスゲージを軸対称位置に貼付するものとし, 同方向ゲージを直列結線して平均した。鉛直方向 9 断面, 計 18 測点のひずみ計測には, デジタル自動ひずみ計測装置 (共和電業製, ASB-55 B, SD-50 A) を使用した。

計測されたアクリル管外壁面上の鉛直および円周方向直ひずみを ϵ_V, ϵ_H , 同点の応力を σ_V, σ_H とすれば, これから管内壁面に作用する粒状体圧 (σ_y)_w, (τ_{xy})_w を求めるには, 内圧を受ける円管と仮定し, 次式により算定した。

$$\left. \begin{aligned} \frac{-2R^2}{R_0^2 - R^2} (\sigma_y)_w &\cong \sigma_H = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_H + \nu\epsilon_V), \\ \frac{2R}{R_0^2 - R^2} \int_0^x (\tau_{xy})_w dx &\cong \sigma_V = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_V + \nu\epsilon_H). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに, E, ν はアクリル管のヤング率, ポアソン比であって, 実測値 $E=3.84 \times 10^8$ kPa, $\nu=0.39$ を用いた。

Table 1 Physical properties of the granular materials

	Sand (under 2 mm)	Ceramic (6 mm ϕ)
Unit weight loose γ_{min} (kN/m ³)	14.20	13.83
dense γ_{max} (kN/m ³)	16.96	14.34
Angle of internal friction by single-plane shear test ϕ_1 (deg.)	38	48
by ring shear test ϕ_2 (deg.)	34	26
Angle of wall (acryl plate) friction ϕ_w (deg.)	10	5
Angle of repose ϕ_{rep} (deg.)	33	—
Specific gravity G	2.66	2.41
Void ratio maximum e_{max}	0.826	0.708
minimum e_{min}	0.540	0.647
Water content (%)	0.26	—
Uniformity coefficient	2.71	1.00

(2) 試料

岩質粒状体試料として、単位体積重量 γ および粒子形状の異なる砂丘砂、軽量骨材、磁製ボール、シリカゲルの4種類を採用し、いずれも気乾状態で使用した。砂丘砂は鳥取市賀露海岸で採取した海砂を水洗いし、2mmふるい通過分を使用し、軽量骨材は造粒型細骨材の5mmふるい通過、1.2mmふるい残留分 ($\gamma=7.89\sim 8.59$ kN/m³) を使用した。磁製ボールは日本化学陶業製SSA シリンダーボール 6mm ϕ を使用し、シリカゲルは片山化学工業製ペレット 4mm ϕ ($\gamma=9.61\sim 9.84$ kN/m³) を自然吸湿による白色化させた後使用した。これら2つの試料は球形度のよい均等粒状体とみなすことができるものである。

実験の結果、砂丘砂と軽量骨材の挙動、および磁製ボールとシリカゲルの挙動はそれぞれよく似ており、 γ による差を除けば本質的な差は認められなかった。そこで本報では前2者の代表として砂丘砂を、後2者の代表として、磁製ボールを取り上げ以下に考察する。両試料の物性を **Table 1** に示す。

4. 静止時粒状体圧の考察

(1) 初期充填時の γ の値

静止時粒状体圧は充填された試料の単位体積重量 γ によって影響を受ける。そこで鉛直流動管に一定速度で粒状体を連続的に充填し、そのときの流動管内の全試料の平均 γ を求めた。充填速度は上部ホッパーのフィーダゲ-

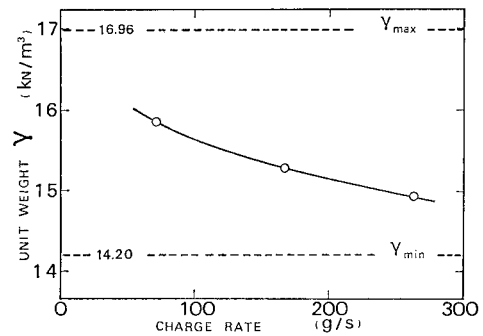


Fig. 8 Unit weight of the Sakyu-sand charged in different rates.

トで調整し、後述する流動実験における排出速度に見合う3段階を試験した。その結果を砂丘砂について **Fig. 8** に示す。図は同一充填速度における平均値で示したが、管内砂の平均 γ にほとんどばらつきはなかった。

この結果、充填速度の大きい方が γ は小さく、ゆる詰めとなることがわかる。これらの値は 2l 容器を用いて別途求めた γ_{min} と γ_{max} (**Table 1** 参照) のほぼ中間の値を示している。**Fig. 8** より、以後の実験における初期充填方法としては、 $\gamma=15.83$ kN/m³ となる最も遅い充填速度を採用することにした。同様にして磁製ボールに対しては $\gamma=13.93$ kN/m³ となる初期充填速度を決定した。

(2) 静止時粒状体圧

上記した一定充填速度で堆積された、ヘッド $H=200$

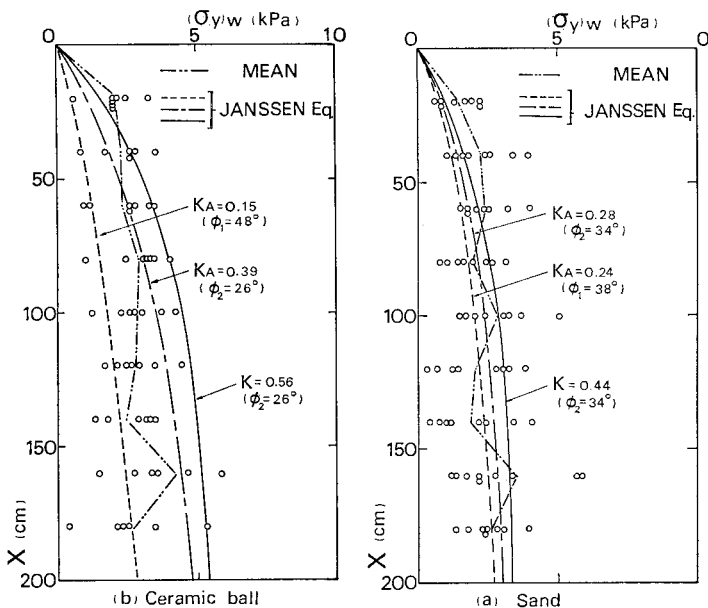


Fig. 9 Static stresses measured along the vertical pipe wall.

cm の場合の静止時粒状体圧の測定結果を Fig. 9(a), (b) に示す。壁面垂直応力 $(\sigma_y)_w$ の分布形状が試験ごとに変化し、各断面における測定値のばらつき状況も異なっている注1)。同一速度で充填された管内砂の平均 r にはほとんどばらつきが認められなかったことから、各深さにおける充填状況に局部的なばらつきがあり、それが試験ごとに相当変化するものと考えられる。そこでまず、各深さにおける平均的な $(\sigma_y)_w$ の値に注目し、 $(\sigma_y)_w$ の分布曲線と Janssen 式 (2) で算定された3つの曲線を図中に示す。そのうち2つは三笠式改良型一面せん断試験 ($\sigma_N=19.6\sim 78.4$ kPa) による通常の応力レベルでの ϕ_1 、および低応力レベルでのせん断挙動をみるために試作したリングせん断試験 ($\sigma_N=3.52\sim 9.36$ kPa) による ϕ_2 をそれぞれ式 (1) に代入して得られる主働土圧係数 K_A を用いている。管内の試料が全般主働状態であるとき、ここに用いた Janssen 式がすべり線網解析の結果と一致し、厳密解を与えることは前述した。しかしながら、初期充填時の試料がいたるところ主働状態にあるとは限らず、より一般的な静止土圧状態を考える必要があるかもしれない。そこで、もう1本の曲線は、静止土圧係数として Jaky により提案された $K=1-\sin\phi$ に、 ϕ_2 の値を代入して得られる K を近似的に Janssen 式に用いたものである。なお、採用した ϕ_1 、 ϕ_2 の値は Table 1 に示されている。

Fig. 9(a), (b) から、砂丘砂、磁製ボールいずれの場合も、初期充填時の応力レベルに対応する ϕ_2 から計算される主働土圧係数 K_A を用いることによって、Janssen 式 (2) がほぼ測定平均値を表わし得ることがわかる。これに対し、 ϕ_1 から得られる K_A を用いたものは小さな値を、静止土圧係数 K を用いたものは大きな値を与えている。

次に、実測された $(\sigma_y)_w$ の最大値をみると、これは平均値の約2倍の値を示している。磁製ボールの場合、Janssen 式に静止土圧係数 K を用いることによってほぼこれに近い値を得ることができるが、砂丘砂の場合はそのようになっていない。これは初期充填時の管内試料が静止土圧状態にあるとして、主働土圧係数 K_A から静止土圧係数 K への変化を考慮するのみでは不十分であることを示す。

そこで、いま一つの要因として、壁面摩擦力の影響が考えられる。Janssen 式 (2) にみられるように、理論上 ϕ_w が小さいほど、壁面摩擦力が減少するため管内試

注1) アクリル管外壁に貼付したひずみゲージ出力から、式 (10) を用いて $(\sigma_y)_w$ を算出することによる近似誤差を含めた測定値のばらつきは、市販の小型土圧計を用いた場合のそれよりも幾分大きいことは事実である。しかし、両者の測定平均値はほぼ一致するとみなして差し支えないことが確かめられている (文献 10), 11) 参照)。

料中に生ずる鉛直応力や水平応力は大きくなる注2) ($\phi_w=0$ の極限において、管壁のない半無限地盤中のそれになる)。初期充填時において、管内試料の堆積状況は前述したように、深さ方向にばらつきを示す。このため、局部的に $(\sigma_y)_w$ が小さくなり、小さな壁面摩擦力しか発揮し得ない箇所が生ずれば、その分だけ他所で $(\sigma_y)_w$ の大きな値を生ずることになる。この場合、用いた ϕ_w の値注3) の大きな試料ほど、Janssen 式から算定される平均的な $(\sigma_y)_w$ より大きく隔たった最大値の出現する可能性が高いといえる。

5. 流動時粒状体圧の考察

(1) 連続流動時の流量 Q

流動時粒状体圧を論じる場合に、まず管内試料の流動速度を明らかにしておく必要がある。そこで、流動管径、ヘッドおよび排出口径と管内平均流速との関係を実験により求めることにした。

この実験に限り、鉛直流動管に長さ 4 m の塩化ビニル管を用い、管径は $2R=51$ mm, 77 mm, 146 mm の3種を供した。下端はアクリル製平底とし、中心にオリフィス状排出口を設けた。オリフィス直径 D_0 は 10 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm の4種とした。流動管頂部には、内径 30 mm の供給管をもつホッパーを設け、試料の供給はチョークフィード (充満供給) とした。

試料は Table 1 に示した砂丘砂を用いた。流量 Q (質量流量) は、一定時間にオリフィスから排出される試料の質量を測定して求めた。測定は流動開始直後から開始し、チョークフィードによる定常的な連続流動に至る過程、および上部からの供給を絶ってヘッドがしだいに降下する排出流動過程について、適当な時間間隔 (10~30 秒) で継続した。

実験の結果、3種の管径と4種のオリフィス径のいずれの組合せにおいても、流動開始から連続流動中はもちろんのこと、排出流動によってヘッドが降下する過程 (400 cm から 30 cm 付近まで) を通じて流量 Q は一定値を保ち、測定値のばらつき (あるいは時間的変動) もきわめて少なかった。

流量 Q (g/sec) とオリフィス径 D_0 (mm) との関係を図 10 に示す。管径に比しオリフィス径の大きい

注2) 事実、砂丘砂 ($\phi_w=10^\circ$) に比べて ϕ_w の小さい磁製ボール ($\phi_w=5^\circ$) において r が小さいにもかかわらず、測定された $(\sigma_y)_w$ の平均値や最大値が砂丘砂のそれにほぼ等しくなっている。

注3) Table 1 に示した各試料の壁面摩擦角 ϕ_w は、せん断箱の一方 (固定側) の試料を、流動管と同質のアクリル板に置き換えた一面せん断試験によって求めたものである。

($D_0/2R=0.49$) 一例を除いて、流量 Q は管径に無関係にオリフィス径によって定まっている。両者は両対数紙上で直線関係を示し、次式で与えられる(ただし、砂丘砂の場合)。

$$Q = 0.0316 D_0^{2.79} \dots\dots\dots (11)$$

以上の結果から、鉛直円管(断面積 A)内の連続流動において、与えられた試料が一般的な単位体積重量でマスコローする場合の管内平均流速 Q/A は、ヘッドに無関係に管断面積(に反比例)とオリフィス径によって定まると結論される。

(2) 連続流動中の r の値

Fig. 7 に示した流動実験装置を用い、4.(1) で述べたようにフィーダゲートを調節して一定供給速度で初期充填を行う。ついで排出口ノズルを開き連続流動を開始して約 10 分後、安定した定常流動状態において、上記フィーダゲートを閉じ、管内試料を排出させてその重量と流動管容積とから流動時の単位体積重量 r を算定した。

実験条件として初期充填の r は、標準とした $r=15.83$ kN/m^3 の場合と、充填速度を最も速くした $r=14.85$ kN/m^3 の場合の 2 水準を用いた。ノズル径 D_N は 4 種類を用い、流動速度と r の関係を調べた。実験結果は砂丘砂について Fig. 11 に示す。

初期充填の r が大きい場合は流動を続けるとともに r

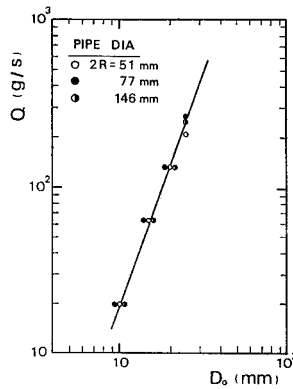


Fig. 10 Relationships between the discharge Q and the diameter of orifice D_0 .

は低下し、定常的な連続流動に達すると一定の r に落ち着く。逆に小さな r から流動を開始すると、流動とともに r は増加し、定常的な連続流動において一定値に達する。両者の最終的な r の値に差がみられるが、これは管内試料の 1/5~1/3 に達する(ノズル径によって異なる)低速域や死領域(後述)に初期充填時の r の影響を保存するためである。したがって、連続流動時の r の値は、図中に斜線を付した領域内にあることがわかる。

連続流動時の r はまたノズル径 D_N によって異なる。 D_N が大きいほど、あるいは式(11)の関係から流動速度が大きいほど、 r は大きな値となる。これは、初期充填時において、充填速度が大なるほど管内堆積試料の r が小さくなる現象と逆の傾向にある点が注目される。

(3) 流動時粒状体圧

流動管外壁面に貼付したひずみゲージによる方法は、粒状体の管内流動を乱すことなく粒状体圧を測定できるという大きな長所を有している。しかし、模型実験における小さな粒状体圧に対してひずみ感度を上げるために、ヤング率のできるだけ小さな材質で、肉厚の薄い管にする必要がある。Fig. 7 の装置ではアクリル製の内径 14.62 cm、肉厚 2.2 mm 円管を採用し、所期のひずみ感度(実測されたひずみは、圧縮側(ϵ_c)において $(20 \sim 180) \times 10^{-8}$ 、引張側(ϵ_H)において $(-30 \sim -90) \times 10^{-8}$ の範囲である)を得ることができたが、温度変化や荷重履歴に対する安定性の面で市販の土圧計に比べてやや劣るようである。そこで、流動時において $(\sigma_y)_w$ の変化が単調でない $x=80$ cm から 140 cm にかけての 4 断面については、Fig. 7 に示したゲージに直交する方向にさらに各一对のクロスゲージを配置し、測定値のばらつきを検査するなどの処置を施している。その結果、各流動条件について最小 15 回、多いものでは約 40 回の実験を繰り返すことによって、採択可能なデータとして 5 回分以上を集積し、解析に付している。

下部排出口ノズルを開き流動を開始すると同時に上部フィーダゲートを開き、排出量に平衡するようにゲート間隙を調節して、ヘッド 200 cm 一定で連続流動させた。測定結果の代表例を Fig. 12(a), (b), (c) に示す。

砂丘砂の場合、連続流動の開始とともに、壁面垂直応力 $(\sigma_y)_w$ は静止堆積圧からしだいに増加し、1~5 分間でほぼ一定値に達して、定常的な流動に入ったことを示す。この定常流動に達する時間はノズル径が大きいほど短い。ノズル径が大きいほど、管内平均流速は大となり、それだけ早く定常流路を形成するためと考えられる。なお、Fig. 12(a) と (b) を比較すると、ノズル径の小さい(流速の小さい)前者の方が、ノズル径の大きい(流速の大きい)後者の場合より、変動が大きい印象を与え

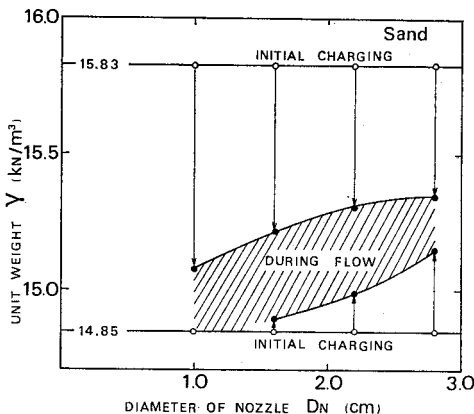


Fig. 11 Unit weight of the Sakyu-sand during flow.

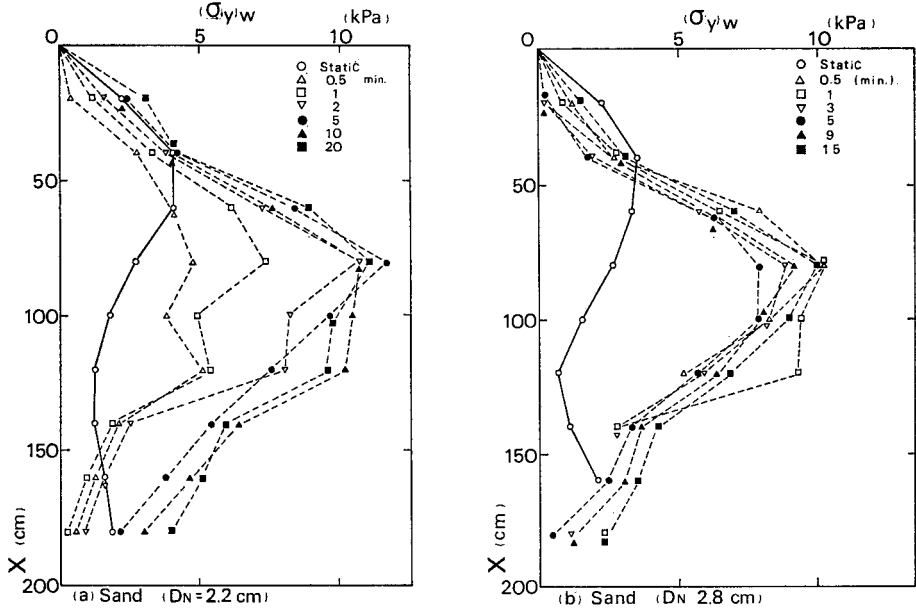


Fig. 12 Flow stresses measured along the vertical

るが、これは上記した定常状態に達するまでの挙動差のためであり、定常状態に達して後の時間的な変動にほとんど差がなく、両者とも比較的安定している。

流動管に沿う $(\sigma_y)_w$ の分布は、流動管中央よりやや上方 ($x=80\sim 90$ cm) に最大値を有する山形の分布形状を呈す。下方において $(\sigma_y)_w$ が減少するのは、Fig. 13 に模式的に示すように、それまで等速度で鉛直方向に流れていた粒状体中に、速度分布を生じ、断面中央部に形成される高速域の粒子が内向きに流れ始めるとともに、中央部の σ_y が減少し、この影響が径程 y 方向に伝達され壁面にまで及ぶものと考えられる。この管内試料の速度分布の概略は、着色砂層を用いた流動実験の結果注4)、Fig. 14 から知ることができる。管径 $2R=12.54$ cm と細い流動管を用いたこの例では、 $x\cong 110$ cm と上記より排出口より高速域の出現が認められる。

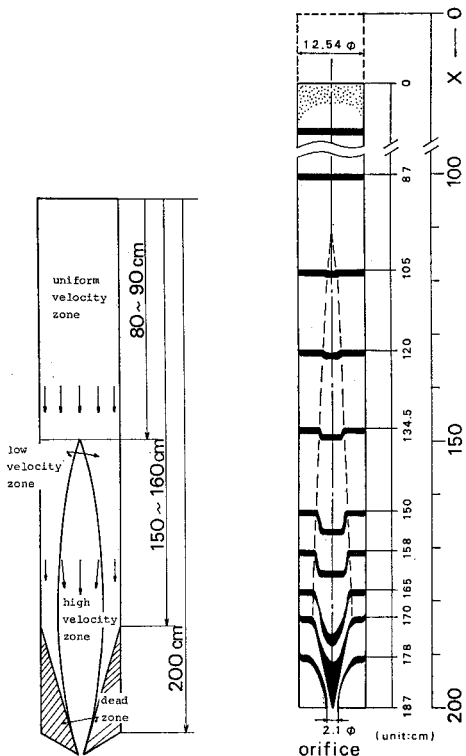


Fig. 13

Velocity regions in discharge.

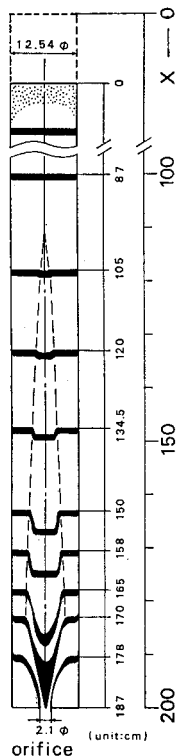


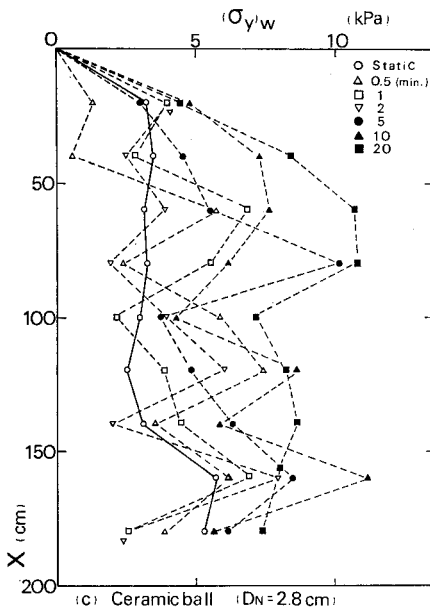
Fig. 14

Flow pattern observed by coloured sand layers.

ついで排出口近傍、 $x=150\sim 160$ cm 付近以深においては、流路は排出口に向かって漏斗状に縮小し、壁面は死領域（粒子が静止したままの領域）に覆われるため、 $(\sigma_y)_w$ はさらに小さくなる。

本実験における砂丘砂の場合、 $(\sigma_y)_w$ の分布形状から判断すれば、ノズル径 $D_N=1.0\sim 2.8$ cm のすべてにおいて高速域頂点は $x=80\sim 90$ cm、死領域頂点（縮流開始点で有効遷移点とよばれる）は $x=150\sim 160$ cm に生じている。なお壁面粒子の観察から、この死領域は完全

注4) 流動管は内径 12.54 cm、高さ 187 cm の塩化ビニール円管を縦に2分割したものを使用し、排出口は直径 2.1 cm のオリフィス状とした。実験は砂丘砂を用いて連続流動を続けながら、上部から適当な時間間隔で着色砂（砂丘砂を希釈したマジックインクで着色したもの）を層状に供給する。排出口から着色砂の排出を認めた段階で流動を止め、流動管を水平に設置した後、片側の半円管と試料を取り除き観察した一例が Fig. 14 に示される。



pipe wall.

なものではなく、 $x=150\sim 180$ cmにある粒子もゆるやかな移動を行うことが認められ、これが $(\sigma_y)_w$ の時間的変動の一因をなすと考えられる。

連続流動時の $(\sigma_y)_w$ の最大値は、 $10\sim 12$ kPaであり、静止時の $(\sigma_y)_w$ の最大値 $3\sim 4$ kPa (ただし、 $x=80$ cm位置)に比べると $3\sim 4$ 倍となる。実用のビンにおける排出流動時の過圧力は、静止時の通常 $3\sim 4$ 倍の大きさ、ときとして 10 倍以上と推定されることが報告されているが、今回計測されたのは前者に相当するものと思われる。この点に関し、冒頭 1. で紹介した Walker⁴⁾ の理論や Jenike^{5), 6)} の理論によれば、過圧力は排出流動開始直後のみ生じ、定常的な流動に達した後の $(\sigma_y)_w$ は静止時とほぼ同程度(ビン上部)あるいはそれ以下(ビン下部)になるとされている。しかし、静止時の $3\sim 4$ 倍の過圧力は、連続流動においては定常的なもの、というよりは流動圧そのものとみなすべきものであり、排出流動を主とする実用ビンにおいても過圧力を一過性のものとみなすことには大きな疑問があるといわざるを得ない。

一方、Fig. 12(c)に示す磁製ボールの場合には、ノズル径が $D_N=2.8$ cm と大きい場合でも、砂丘砂の場合に比べて時間的な変動の著しいことが特徴である。静止堆積圧において両者のばらつきに差がなかったことから、流動においては管径、ノズル径に対する粒子径の大小や粒子形状が流動形態の変化を通じて $(\sigma_y)_w$ に大きく関与すると考えられる。

連続流動開始とともに、静止時 $(\sigma_y)_w$ よりしだいに増加し、 $5\sim 10$ 分で定常状態に達し、その後は一定の範

囲(上述のように砂丘砂に比べると相当広範囲であるが)で時間的変動を示すことなど、砂丘砂の場合と同様な傾向を有することが読み取れる。しかし、流動管に沿う $(\sigma_y)_w$ の分布曲線は、 $x=60\sim 80$ cmで最大値に達した後、排出口に向かって単調に減少するのではなく、再び $x=160$ cm付近で大きな極値を示す特徴がある。前者は高速域頂点に対応し、後者は死領域頂点(有効遷移点)に対応する。実用のマスフロービンにおける遷移点やファネルフロービンにおける有効遷移点に大きな集中力が生ずることはよく知られており^{9), 8)}、これが磁製ボールの場合の $(\sigma_y)_w$ 分布に顕著に現われたものと思われる。

一方、壁面粒子の観察によって、 $x=150\sim 180$ cmにある粒子の移動が砂丘砂の場合以上に顕著に認められ、死領域の形成がきわめて不完全であることがわかる(これには、球形度のよい均等粒状体であることが影響していると思われる)。これが縮流部の流路を不安定にし、前述のように $(\sigma_y)_w$ の時間的変動を大きくしているものと思われる。

このような相違にもかかわらず、 $x=60\sim 80$ cm位置における流動時 $(\sigma_y)_w$ の最大値($9\sim 11$ kPa)が、同位置における静止時の最大値($3\sim 4$ kPa)の約 $3\sim 4$ 倍の値となる点は砂丘砂の場合と同様であり、注目に価する。このことは流動時粒状体圧を考える場合の一つの目安となる。

6. 結 語

岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究として、鉛直円管内の静止時ならびに連続流動時の粒状体圧について検討した結果をまとめると以下のようである。

管内試料の全般主働状態にある場合、Janssen式(2)はすべり線網解析によるのと同等の精度で壁面応力を算定する。実際に管内に充填堆積された砂丘砂(粒径 2 mm以下)や磁製ボール(粒径 6 mm)が作る壁面垂直応力 $(\sigma_y)_w$ は試験ごとにある程度のばらつきを示す。しかし、その平均的な深さ方向の分布曲線は、Janssen式に試料の内部摩擦角 ϕ_2 から計算される主働土圧係数を用いることによって算定できる。

4種類のノズル径($D_N=1.0, 1.6, 2.2, 2.8$ cm)を用いて流速を変化させた連続流動実験(ヘッド一定)において、砂丘砂が作る壁面垂直応力 $(\sigma_y)_w$ は、排出口から上方に向かって火炎状に発達する高速域の頂点近傍で最大値に達し、その後排出口に向かって単調に減少する山形の分布曲線を示す。粒径の大きな均等球形粒状体である磁製ボールの場合、 $(\sigma_y)_w$ の分佈曲線は高速域頂点近傍で最大値を示すと同時に、縮流に移る有効遷移点

近傍でも大きな極値を示す。また、この場合、縮流流路を囲む死領域の形成が不完全なため、流路の安定性が悪く、 $(\sigma_y)_w$ の時間的変動が大きい。

しかしながら、砂丘砂、磁製ボールいずれの場合も、またノズル径（流速）の大小にも無関係に、高速域頂点近傍に生ずる流動時 $(\sigma_y)_w$ の最大値は、同点における静止時 $(\sigma_y)_w$ の最大値の約3倍から4倍の値を示す。これは連続流動時の粒状体圧を考える場合の一つの目安となる。従来、排出流動に伴う過圧力は、排出開始直後において主動状態から受働状態への移行によって生ずるとされてきたが、この点に関しても再検討の必要があると思われる。

参 考 文 献

- 1) Janssen, H.A. : Versuche über Getreidedruck in Silozellen, Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure, Vol. 39, pp. 1045~1049, Aug. 31, 1895.
- 2) Vivancos, J. : Calculation of the Loads Produced in a High Silo During the Emptying Process, ACI Journal, Titl No. 75-2, pp. 13~21, Jan., 1978.
- 3) Jenike, A. W. : Gravity Flow of Bulk Solids, Bulletin 108, Utah University, 1961.
- 4) Walker, D.M. : An Approximate Theory for Pressures and Arching in Hoppers, Chem. Eng. Sci., Vol. 21, pp. 975~997, 1966.
- 5) Jenike, A.W. and Johanson, J.R. : Bin Loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST 4, Proceedings Paper 5916, pp. 1011~1041, Apr., 1968.
- 6) Jenike, A.W. and Johanson, J.R. : On the Theory of Bin Loads, Journal of Engineering for Industry, pp. 339~344, May, 1969.
- 7) Nanninga, N. : Gibt die übliche Berechnungsart der Drücke auf Wände und den Boden von Silobauten sichere Ergebnisse?, De Ingenieur, Vol. 68, Nov., 1956.
- 8) Blair-Fish, P.M. and Bransby, P.L. : Flow patterns and Wall Stresses in a Mass-Flow Bunker, Journal of Engineering for Industry, pp. 17~26, Feb., 1973.
- 9) Proposed ACI Standard : Recommended Practice for Design and Construction of Concrete Bins, Silos, and Bunkers for Storing Granular Materials, Reported by ACI Committee 313, ACI Journal, Proceeding Vol. 72, No. 10, pp. 529~548, Oct., 1975.
- 10) 木山英郎ほか：岩質粒状体の重力流動に関する実験的検討，土木学会年次講演概要集，第33回，Ⅲ-241，pp. 452~453，1978；第34回，Ⅲ-191，pp. 379~380，1979。
- 11) 木山・藤村ほか：岩質粒状体の重力流動に関する基礎研究，土質工学研究発表講演集，第14回，247，pp. 985~988，1979；第15回，267，pp. 1065~1068，1980。
- 12) 最上武雄編著：土質力学，技報堂出版，pp. 804~809，1969。

(1981.4.20・受付)