

有限要素法による不連続性体の応力・変形・浸透流解析

COUPLED STRESS FLOW ANALYSIS OF DISCONTINUOUS
MEDIA BY FINITE ELEMENTS

大西 有三*・大津 宏康**

By Yuzo OHNISHI and Hiroyasu OHTSU

1. はじめに

現実の地盤あるいは岩盤は均質というより不均質な場合が多く、かつまた割れ目、断層、破碎帯などの不連続な部分を含んでいる。これら不連続な部分は力学的にも水理学的にも地盤あるいは岩盤の挙動に多大の影響を及ぼす。このような不連続性体の解析を行うことは容易ではないが、最近では有限要素法を主体とした数値解析による応力・変形解析が実施されている¹⁾。なかでも特定の不連続面を考慮し、岩盤などの非弾性特性を加味して解析するための手段としてジョイント要素が数多く利用されている²⁾。

一方、不連続性体の水理特性についても少なからず関心が払われてきた。不連続性岩盤においては、その透水性は岩石そのものより数オーダー大きいといわれている³⁾。また、岩盤内の水の貯留はおもに不連続な部分によると考えられるため、不連続性地盤や岩盤内での不連続面の挙動を知ることがきわめて有意義であることはいうまでもない。ところが実際には連続性解析による挙動把握が主流を占めている。その理由は、割れ目の透水性を求めるのが困難なこと、複雑な割れ目システムをどのようにモデル化するか確定していないことなどによると思われる。しかし、解析の対象となる構造物に比較して岩盤の平均的な割れ目の間隔 (spacing) が大きい場合には連続性解析は不適当だとして、Wilson ら⁴⁾はその目安を提示している。このような観点から不連続性岩盤の水理学的解析を行うにあたって、不連続面内の水の流れをモデル化することから研究が始められたが、その最初ものが平行板モデルである。これは独立した不連続面 (ジョイント) 内の流れとして、滑らかな 2 枚の平板の間を流れる非圧縮性粘性流体を仮定したもので、このモ

デルはさらに有限要素法による不連続性岩盤の数値解析に利用された⁵⁾。この場合、岩盤は剛な岩石ブロックと不連続面 (ジョイント) から成ると仮定し、ジョイント内の水の流れは層流である。

不連続面内の水の流れについては理論解析以外に数多くの室内実験の結果が報告されている。また、現実の問題と対応させるため三次元モデルによる実験⁶⁾や原位置での試験の結果⁷⁾が研究成果として発表されつつある。他方、不連続性岩盤内の透水特性を巨視的に表現する特別なモデルとして、2 重間隙モデル (double porosity model)⁸⁾ と異方性モデル (anisotropic model)⁹⁾ が考えられている。いずれも石油工学と関連した揚水問題の解析に用いられてきたものであり、統計的概念を加味して非常に数学的的技巧を要するのでそれほど実用的とはいいがたい。

このような研究が進められる中で、ジョイントが剛である (水圧によるジョイントの開閉がない) とする仮定に疑問が呈示されてきた。Snow¹⁰⁾ はジョイント内の流れはジョイントの変位に大きく影響されると強調し、Bernaix¹¹⁾ が実験的にその事実を証明、マルパッセダム の破壊原因との関連性を説明した。こうした研究をもとに、不連続面内の水の流れと岩盤の応力・変形との相互作用に注目して有限要素法を用いた解析を示したのが Noorishad ら¹²⁾ である。彼らは、応力・変形解析ではジョイント要素を、浸透流の解析では 1 次元線要素を利用し、2 つの系からなる解析領域を交互に解くことにより答を得ている。この手法は最近山上¹³⁾ によって圧密解析に適用されているものと同じ範ちゅうに属するものであるが、解析上の手法として 2 ステップに分けて繰り返し計算を行うため、理論構成上、また計算技巧上煩雑になることは避けられない。

著者らは Biot の基本方程式に基づいて、連続多孔質体の応力・変形解析と浸透流解析を組み合わせたカップリング問題解析手法を提示した¹⁴⁾。本論文では同様な手

* 正会員 Ph.D. 京都大学助教授 工学部交通土木工学科

** 正会員 工修 大成建設土木本部設計部

法を不連続性地盤ならびに岩盤に適用できるように改良し、その適用例を示して手法の妥当性を検討した。

2. 不連続面（ジョイント）を対象とするカップリング問題における支配式について

応力・変形解析と浸透流解析の組合せであるカップリング問題ではつり合い式と連続式を連立させたものが支配式となる¹⁴⁾。不連続面を対象としたカップリング問題においても支配式は連続な多孔質地盤のものと同じ形をとるが、次のように内容が多少異なる。

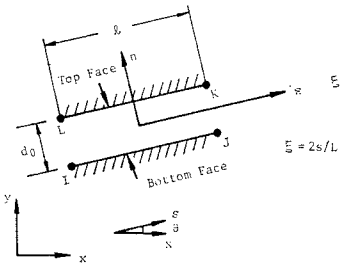


図-1 ジョイント要素

(1) ジョイントにおけるつり合い式

応力・変形解析において不連続面を表わすものとして、Goodman ら²⁾のジョイント要素を用いる。図-1のように2枚の平行板からなるジョイント要素では全体座標系として \$x-y\$ 座標を、局所座標系として \$s-n\$ 座標を採用するのが通例である。ジョイント要素の壁に加わる垂直応力を \$\Delta\sigma_n\$、せん断応力を \$\Delta\tau_{ns}\$ とすると、節点の外力増分との関係は次式で表わされる¹⁵⁾。

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_{s,I} \\ \Delta F_{n,I} \\ \Delta F_{s,J} \\ \Delta F_{n,J} \\ \Delta F_{s,K} \\ \Delta F_{n,K} \\ \Delta F_{s,L} \\ \Delta F_{n,L} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{l}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{l}{2} \\ -\frac{l}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & 0 \\ 0 & \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & 0 \\ 0 & \frac{l}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\tau_{ns} \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

すなわち

$$\{\Delta F\}_{s,n} = [B_J] \{\Delta\sigma_J\}_{s,n} \dots\dots\dots (2)$$

このジョイントのつり合い式に有効応力の原理を導入すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\tau_{ns} \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta\tau_{ns} \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} + \chi^J u \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、\$\Delta\sigma_n'\$ はジョイント内の有効垂直応力であり、\$u\$ は間隙水圧を示す。また \$\chi^J\$ は、不飽和土の有効応力を定義するとき¹⁴⁾ Bishop が提案したパラメーター \$\chi\$ を不飽和状態の不連続面の解析に用いたものである。

ジョイント要素では通常のひずみに対する量として相対変位 (\$s\$ 方向 \$u_0\$, \$n\$ 方向 \$v_0\$) を用いるが、各節点変位との関係は次式で示される。

$$\{\epsilon^J\} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ u_J \\ v_J \\ u_K \\ v_K \\ u_L \\ v_L \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

また、ダイレイタンスのないジョイント (nondilatant joint) の構成関係は次のような形になる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\tau_{ns} \\ \Delta\sigma_n' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、\$K_s\$ はせん断剛性率、\$K_n\$ は垂直剛性率である。全水頭 \$h\$ と位置水頭 \$z\$ との関係は

$$h = z + u/r_w \dots\dots\dots (6)$$

で示される。ここで \$r_w\$ は水の単位体積重量である。

以上の式を組み合わせるとジョイントにおけるつり合い式が得られるが、連続多孔質体における式と調和させるため厳密には正しくないが便宜的なテンソル表示を以下のように使用する。

$$\left[\frac{1}{2} C^J_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) + \chi^J \delta_{ij} r_w h \right]_{,j} + \bar{\rho} f_i = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、\$\bar{\rho} = \rho - \chi^J \delta_{ij} r_w \delta_{i3}\$ であり、\$C^J_{ijkl}\$ はジョイントの剛性率を示す。

(2) ジョイントにおける水の挙動

ジョイントにおける水の流れは、その不連続面の方向に卓越するというに着目し、図-2 に示すような準1次元的な流れとする。準1次元的というのは、水の流れを1次元とするが、その他に周辺多孔質体から不連続

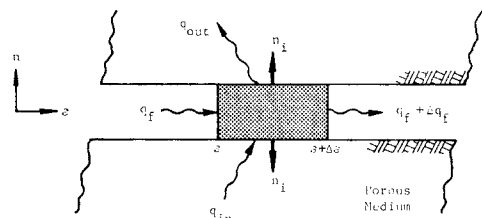


図-2 ジョイント内の水の流れ

面への水の流出・流入を考慮しているからである。

質量保存則より不連続面内での水の連続式は連続多孔質体の場合とまったく同じように次式で示される。

$$-\text{div}(\rho_f v_f) - q = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \theta) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 ρ_f は間隙流体の密度、 v_f は流速、 q は系への流出流入量、 θ は体積含水率を表わす。

式 (8) の右辺は連続式における変形との連成項を含んでいて次の式に変換できる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \theta) = \rho_f \left(S_r^J \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} + C^J(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \dots\dots\dots (9)$$

式 (9) における $C^J(\psi)$ は Biot の圧密理論における係数 $1/M$ に相当するものである。ジョイント間隙が水で満たされている場合には $S_r^J=1$ で、かつ $C^J(\psi) \approx 0$ となり、式 (9) の右辺は変形に伴うジョイントの体積ひずみのみを表わすことになる。

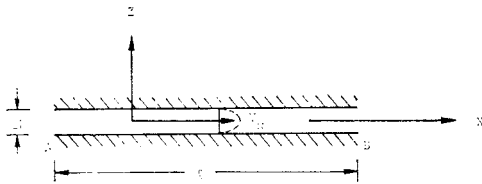


図-3 平行板モデル

次に、土中水の運動方程式について考察する。通常多孔質体内の水の流れは、層流であると Darcy の法則が適用される。しかし、ジョイントの中を流れる水は連続体内のものとは多少流れの形態が異なるため、特別な形の運動方程式が必要となる。したがって解析では、ジョイントを滑らかな平板と仮定し、その間を流れる非圧縮性流体の理論 (図-3) から、平均流速を v_0 として次式を導いている¹²⁾。2 点間の動水勾配を I とすると、

$$v_0 = \frac{\tau_w(2b)^2}{12\mu} I \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 b は板の間隔の半分であり、 μ は粘性係数である。したがって、2 枚の平板の間を流れる流体を Darcy の法則に従うものと仮定し、相当する透水係数 K^J を求めると

$$v_0 = K^J \cdot I ; K^J = \frac{\tau_w(2b)^2}{12\mu} \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。

式 (8) に式 (9)、(11) を代入すると

$$\text{div}(K^J \nabla h) + \bar{q} = S_r^J \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} + C^J(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $\bar{q} = -q/\rho_f$

上記の式を導くにあたって問題となるのは、ジョイントが不飽和状態になったときにどのような取扱いをするかである。連続多孔質体の場合は近似的に $\chi = S_r$ とい

う仮定を設けて処理すると妥当な結果が得られるが実測結果に乏しい。現時点ではジョイントについてはなおさらその測定が困難であると思われる。そこで、本研究においては不飽和領域のジョイントの取扱いとして、式 (7) に示すつり合い式において $\chi^J=0$ として間隙水圧の項を無視し、さらに式 (12) に示す不連続部での連続式は考慮しないものとする。すなわち、不連続部が不飽和領域になった場合には、間隙流体の効果を無視した全応力計算のみを行うものとする。その結果として、飽和不飽和領域を考慮したジョイント内での 2 相系問題の基本式は次の連立方程式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} C^J_{ijk}(u_{k,l} + u_{l,k}) + \chi^J \delta_{ij} \tau_w h \right]_{,j} \\ & + (\rho - \delta_{ij} \tau_w \chi^J \delta_{is}) f_i = 0 \\ & \text{div}(K^J \nabla h) + \bar{q} - S_r^J \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} - C^J(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) を解くためには初期条件と境界条件 (変位、応力、全水頭、流量の各既知境界) が必要なことはいうまでもない。

3. 有限要素法による定式化

重みつき残差法の一つである Galerkin 法を用いてジョイントに対する式 (13) を定式化する。変位および全水頭を未知数とし、それぞれの内挿関数を用いて分割要素の節点変位、節点全水頭と関連づける。ここで、変位に対しては図-1 に示すジョイント要素を用いる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} u_i^B &= N_1 u_i^J + N_2 u_i^J \\ u_i^T &= N_1 u_i^L + N_2 u_i^K \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 B は下部 (Bottom) を、 T は上部 (Top) を表わす。また、 $N_1 = (1-\xi)/2$ 、 $N_2 = (1+\xi)/2$ 、 $\xi = 2d/L$ である。

一方、全水頭に対しては図-4 に示す 1 次元アイソパラメトリック要素を利用する。

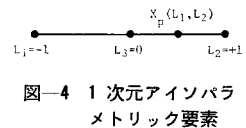


図-4 1次元アイソパラメトリック要素

$$h = \bar{N}_i h_i \quad [i=1, 2] \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\bar{N}_1 = (1-\xi)/2$ 、 $\bar{N}_2 = (1+\xi)/2$ 、 $\xi = 2d/L$

式 (13) に式 (14)、(15) を用いて Galerkin 法を適用し、Gauss-Green の定理を使って整理すると以下の式となる。

$$\left. \begin{aligned} & K_{nm}{}^{iK} \bar{u}_K^m + C_{nm}{}^i \bar{h}^m = F_n^i \\ & H_{nm} \bar{h}^m + L_{nm}{}^i \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_i^m + E_{nm} \frac{\partial}{\partial t} \bar{h}^m - Q_n = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 K_{nm}^{iK} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_{n,j} C^J_{ijk} N_{m,i} dV_a \\
 C_{nm}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_{n,j} \chi^J_{\delta_i} \bar{r}_w \bar{N}_m dV_a \\
 F_n^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n \bar{\rho} f_i dV_a + \sum_{a=1}^{N_0} \int_{S_a} N_n N_m \hat{T}_m dS_a \\
 H_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n C^J N_{m,i} dV_a \\
 L_{nm}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n S_r^J N_{m,i} dV_a \\
 E_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n C^J(\psi) N_m dV_a \\
 Q_n &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{S_a} \bar{N}_n \bar{N}_m \hat{Q}^m dS_a - \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n \bar{q} dV_a
 \end{aligned}$$

また、 V_a 、 S_a はそれぞれ a 番目の要素の体積と面積であり、 N_0 は要素総数、 \hat{T}_m は表面力、 \hat{Q}^m は節点流量を示す。式 (16) の時間微分に対して中央差分を採用し、つり合い式を増分表示にし、 C_{nm}^i が近似的に L_{nm}^i にほぼ等しいとすると、基本式はマトリックス表示で、

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} K^J & C^J \\ (C^J)^T & H^J(\Delta t/2) + E^J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ h_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} \Delta F + C^J h_t \\ \bar{Q}_n + [H^J(-\Delta t/2) + E^J] h_t \end{Bmatrix} \dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

となる。 $\bar{Q}_n = \frac{\Delta t}{2} (Q^n_{t+\Delta t} + Q^n_t)$ であり、上指標 J はジョイントに対することを示す。

一方、連続多孔質体における飽和-不飽和領域を含んだ浸透を考慮した応力・変形解析の基本式はすでに発表されているとおり次の形で与えられる。

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} K & C \\ C^T & H(\Delta t/2) + E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ h_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} \Delta F + C h_t \\ \bar{Q}_n + [H(-\Delta t/2) + E] h_t \end{Bmatrix} \dots\dots(18)
 \end{aligned}$$

したがって、式 (17) と式 (18) を併用し、初期条件ならびに境界条件を加味して未知数 (Δu 、 $h_{t+\Delta t}$) を求めることが、不連続面を有する地盤および岩盤の浸透を考慮した応力・変形解析 (カップリング問題) の解を得ることとなる。

有限要素法で式 (17)、(18) を解く場合、全体剛性マトリックス組立て時に次の点に注意を払わねばならない。まず定式化の段階で本解析手法は、(a) 2次元アイソパラメトリック要素、(b) 1次元アイソパラメトリック要素、(c) ジョイント要素という3つの要素を用いている。

このうち、(a)、(b) のアイソパラメトリック要素はヤコビアンマトリックスを介して自動的に局所座標系から全体座標系へと変換される。これに対し、ジョイント要素においては局所座標系 (s, n) から全体座標系 (x, y) への特別な変換措置が必要となる。図-1 において

ある節点 i に対する局所座標系 (s, n) での変位を (u_s^i 、 u_n^i)、全体座標系での変位を (u_x^i 、 u_y^i) とすると両者の関係は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} u_s^i \\ u_n^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^i \\ u_y^i \end{Bmatrix} \dots\dots(19)$$

つまり、ジョイント要素に対しては式 (19) に示す形で回転移動による座標変換を行わなければならない。

次に、2次元要素と1次元要素を併用するときの手法について説明する。図-5 に通常の四辺形要素の場合を (a)、ジョイント要素がある場合を (b) として示した。

この例では両者の総節点数および総要素数は一致している。(a) の場合には各節点での未知数は x 方向変位、 y 方向変位、全水頭の3個となり、方程式の数は節点の3倍となる。

これに対し、(b) のジョイントを含むときには水の流れを1次元的なものとしているので、ジョイント要素の向かい合う上下の対となる2節点での全水頭は同じと仮定する。

したがって、連続多孔質体に対する剛性マトリックスが (12×12) であるのに、ジョイントに対するものは (10×10) に変化する。図-5

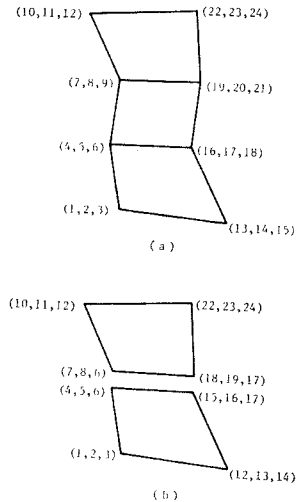


図-5 未知数の比較

5 に示す節点での未知数番号が (L1, L2, L3) の方程式番号に対応するものとすれば、ジョイントでの番号 L3 はジョイント要素とその隣り合う上下の要素の合計3つの要素における流れの方程式成分を重ね合わせることになる。

4. ジョイントの構成関係

ジョイント要素を含んだ解析は材料自身の非線形性を考慮するため繰り返し計算を必要とする。一方、浸透解析においても浸出面を決定するのに繰り返し計算を行うが、この場合は境界条件を適宜修正するもので材料特性に関するものではない。したがって、カップリング問題では2重の意味で繰り返し計算を行うため、その手順に十分な配慮をしなければならない。

本節ではジョイント要素の材料非線形特性の取扱いについて述べるが、その骨子はすでに Goodman¹⁵⁾ が発表しているものである。その内容は図-6 に示すとおりで

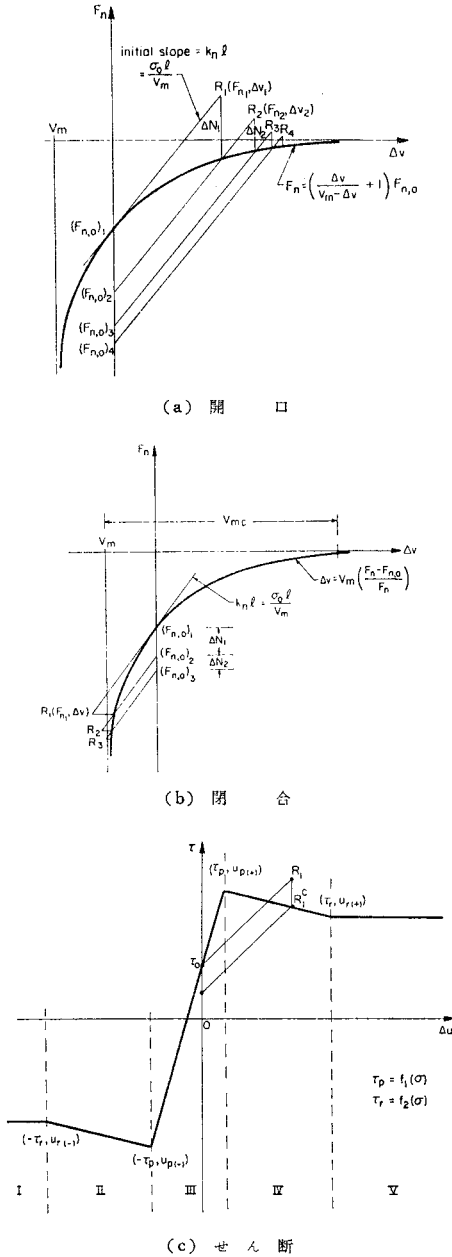


図-6 ジョイントの反復計算過程

あり、繰り返し計算の手法として初期応力法を用いる。

(1) ジョイントの開口 (opening)

ジョイントに作用する荷重と変位の関係式を以下のよう
に定義する。

$$F_n = \left(\frac{dv}{V_m - dv} + 1 \right) F_{n,0} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $F_{n,0}$ は初期節点外力、 dv は垂直力の増分 ($F_n - F_{n,0}$) によって生じる垂直方向の変位差、 V_m は初期の荷重 $F_{n,0}$ から始まり閉じることのできる変位量の最

大値、 V_{mc} は圧縮による閉合量の最大値である。

図-6 (a) において、第1ステップの解として R_1 ($F_{n,1}, \Delta v_1$) が得られる。この解 R_1 は式 (20) を満足しない場合がほとんどである。そこで $dv = \Delta v_1$ の構成曲線上の点を R_1^C と定義し、 $R_1 - R_1^C$ の荷重を修正荷重とすると、

$$\left. \begin{aligned} (F_{n,0})_2 &= (F_{n,0})_1 + \Delta N_1 \\ \Delta N_1 &= \left(\frac{dv_1}{V_m - dv_1} + 1 \right) F_{n,0} - F_{n,1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、ジョイント要素の長さを l 、単位垂直剛性率を K_n とすると、第 ($i+1$) 番目の反復計算過程は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} F_{n,i} &= lK_n \Delta v_i + (F_{n,0})_i \\ (F_{n,0})_{i+1} &= (F_{n,0})_i + \Delta N_i \\ \Delta N_i &= \left(\frac{dv_i}{V_m - dv_i} + 1 \right) F_{n,0} - F_{n,i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(2) ジョイントの閉合 (closing)

ジョイントの閉合を考える場合の手順は開口の場合とほとんど同じである。図-6 (b) を参考にして荷重伝達の式を導くと、

$$\left. \begin{aligned} F_{n,i} &= lK_n \Delta v_i + (F_{n,0})_i \\ (F_{n,0})_{i+1} &= (F_{n,0})_i + \Delta N_i \\ \Delta N_i &= \left[\Delta v_i - \frac{V_m (F_{n,i} - F_{n,0})}{F_{n,i}} \right] K_n l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

(3) ジョイントのせん断

ジョイントのせん断変形とせん断応力の関係として、図-6 (c) に示すモデルを利用する。モデルの構成関係は図中の I ~ V の範囲でそれぞれ定義されるが、せん断剛性率を K_s 、最大せん断応力を τ_p 、残留応力を τ_r とすると、修正荷重を求めるための式は以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} F_{s,i} &= lK_s \Delta u_i + (F_{s,0})_i \\ \Delta S_i &= \tau_i l - F_{s,i} \\ (F_{s,0})_{i+1} &= (F_{s,0})_i + \Delta S_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

一方、ジョイント内を流れる水の挙動についても多くの理論的・実験的研究が実施されており¹⁶⁾、式 (11) の開口幅 b に関する項は流速に対し 3 乗になるという報告¹⁷⁾ もなされているが、本研究では式 (10) をそのまま使用する。

5. 解析例

上記に説明したカップリング問題の対象となる地盤工学上の事例はきわめて多いが、ここでは非常に簡単な例を2つ挙げる。1つは不連続面をもつ地盤における揚水・注水問題で不連続面の材料非線形のみが繰り返し計

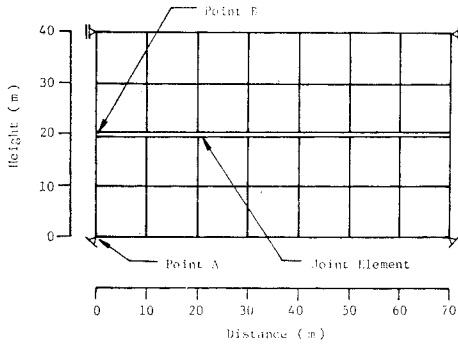


図-7 揚水・注水問題解析モデル

算の対象となる。次に不連続面の近くにトンネルを掘削したときの地盤の解析である。この場合、浸出面がトンネル空洞に出現するので繰り返し計算は複雑となる。これら2つの解析例を用いて、本論文で示した基本式の適用性について検討する。

(1) 揚水・注水問題

解析に用いた地盤モデルでは、図-7に示すような水平な不連続面が存在している。この地盤構成は比較的透水性のよい泥岩からなる地盤を想定しており、各材料定数は表-1に示した。ここでジョイント要素は不連続面を表わすものであり、その内部は水のみが充填している場合を考えている。

解析は、揚水および注水を行ったときの地盤の挙動に注目したものであり、比較のために不連続面を有しない場合の解析も適宜行った。解析は合計5つの場合を対象にしており、その内容を表-2に示した。Case-1から

表-1 解析に用いた材料定数

Material Type	Material Properties
Porous Media	Young's Modulus $E=100\,000\text{ tf/m}^2$
	Permeability $k=1.0\times 10^{-6}\text{ m/sec}$
	Initial Void Ratio $e_0=0.5$
	Poisson's Ratio $\nu=0.33$
	Unit Weight $\gamma=1.6\text{ tf/m}^3$
Joint	Initial Normal Stiffness $K_n=72\,000\text{ tf/m}^2$
	Initial Tangential Stiffness $K_s=1\,000\text{ tf/m}^2$
	Initial Permeability of Joint
	$kj=5.787\times 10^{-6}\text{ m/sec}$
	Maximum Closure $V_{mc}=0.05\text{ m}$
Initial Aperture $V_{int}=0.83\times 10^{-3}\text{ m}$	

表-2 解析モデル一覧表

Case	Condition	Existence of Joint	Given Pressure Change at the Well
Case-1	Withdrawal at A	Yes	40 → 0 tf/m ²
Case-2	Withdrawal at A	No	40 → 0 tf/m ²
Case-3	Withdrawal at B	Yes	20 → 0 tf/m ²
Case-4	Withdrawal at B	No	20 → 0 tf/m ²
Case-5	Injection at A	Yes	40 → 60 tf/m ²

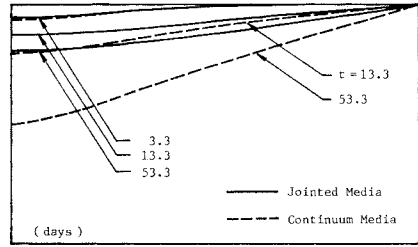
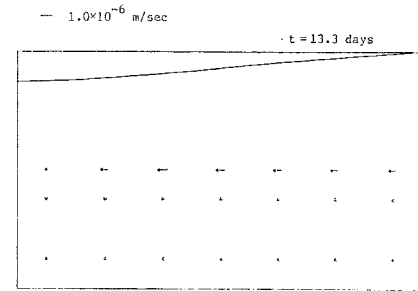
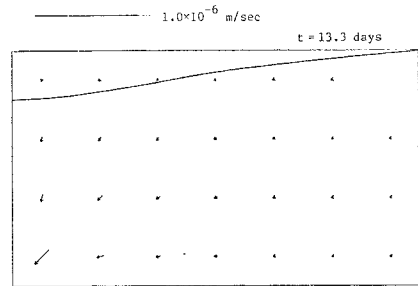


図-8 自由水面位置の経時変化 (ポイントA揚水)



(a) Case 1



(b) Case 2

図-9 流速分布

Case-4の例は図-7の中の点AまたはBの井戸にあたる場所から揚水した場合である。外的条件としてその井戸に与えた圧力変化も表-2に表示されている。

Case-5は点Aでの注入の例であり、井戸の圧力を上昇させている。

図-8はCase-1とCase-2の自由水面の経時変化を比較したものである。この図に示すように、初期の段階では自由水面の低下にあまり差が生じていないのに対し、時間が経過するにつれて、不連続面を有する場合の低下が小さくなり大きな差が生じている。

次に、図-9に流速分布を示す。ここで不連続面を有する場合の流速を、不連続面を有しない場合の1/10のスケールにおいて示している。Duguidら¹⁸⁾の指摘にもあるように、不連続面を有する地盤においては、その体積は地盤のごく一部でしかないのに対して、その流れは大部分がこの不連続面によることが認められている。この土中水の流れが不連続面により強く支配される傾向

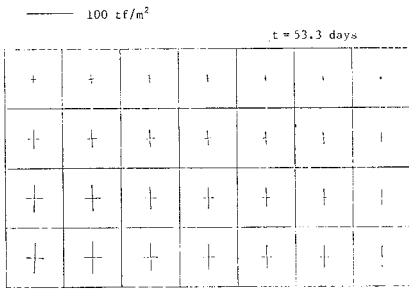
が、図-9において示されている。この場合、不連続面内の流速は、他の多孔質体の部分に比較して1オーダーから2オーダー高くなっている。不連続面を有しない場合には、この流れの向きは全体に揚水点の方向を示しているが、不連続面を有する場合には、不連続面内の流れが卓越することにより不連続面の上部で水平流れが支配的なものとなっている。そしてまた、不連続部での流量が大きくなるため、全体的にみた場合、不連続面のないときと比べて不連続面に直交する方向への水の流れが妨げられたのと同じ形となり、結果的に不連続部で水が貯留されるという効果から自由水面の低下が小さなものになると考えられる。

次に、図-10に Case-1 と Case-2 の主応力図を示した。この場合、自由水面の低下の範囲の違いにより変形量自体が Case-2 の方が大きくなるので、Case-2 の主応力が全体的に Case-1 に比較して大きくなっている。また、Case-1 ではジョイントの上面での水平変位

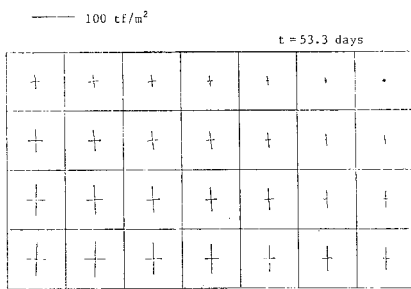
がせん断抵抗性により妨げられるために、不連続面上部での主応力軸の回転が小さくなっている。

以上は、不連続面に直交する方向への流れについて注目したものであるが、図-11に不連続面の方向へ揚水する場合 (Case-3, Case-4) の自由水面の経時変化を示す。図-8に示した傾向とは逆に、Case-3の不連続面を有する場合の方が自由水面の低下は大きくなる傾向を示している。この場合の流速分布を図-12に示すが、不連続面を有する場合の方が、広い範囲にわたって水の流れが生じているのに対して、不連続面を有しない場合には、水の流れは揚水点の近傍だけとなる傾向が認められる。したがって不連続面の方向へ揚水した場合には、その流れの卓越する方向性を利用することになり、土中水の運動は促進されることになるものと思われる。

図-13に Case-5 の注水の場合の間隙水圧分布を示した。この図に示すように、注水圧の影響は注水点の付



(a) Case 1



(b) Case 2

図-10 主応力分布

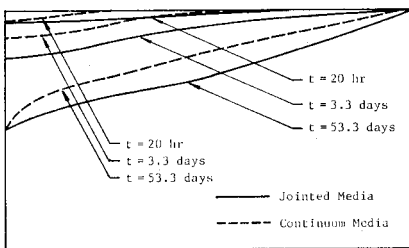
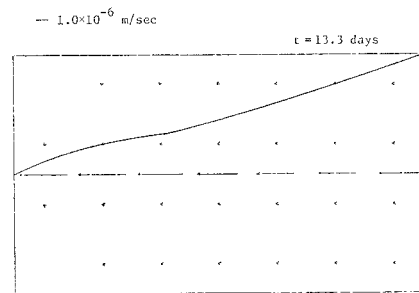
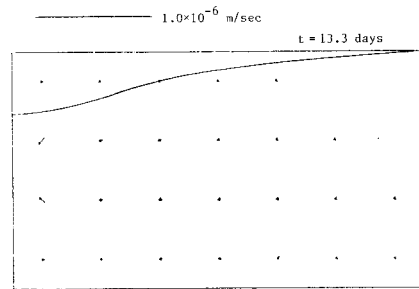


図-11 自由水面位置の線時変化 (ポイントB揚水)



(a) Case 3



(b) Case 4

図-12 流速分布

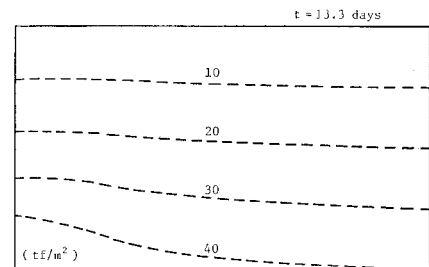


図-13 間隙水圧分布 (Case 5)

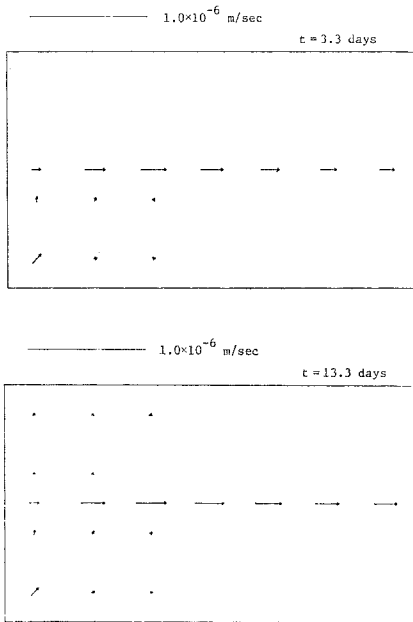


図-14 流速分布 (Case 5)

近のみに現われ、また不連続面の影響により、この不連続面より上部への間隙水圧の伝播は妨げられるような傾向が現われている。この傾向は、図-14の流速分布にも現われ、不連続面内の水の流れが支配的になり、これより上部での土中水の流れは小さなものとなっている。このような傾向もまた、前述の不連続面の影響によるものと考えられる。

(2) トンネル掘削問題

軸対称場においては土中水の影響半径を推定する手法が検討されている。ここでは、平面ひずみ場の解析ではあるが、図-15に示すモデル地盤の影響半径は1000mと仮定した。なお、解析結果に対してトンネル断面から200m以上離れた領域への影響は小さいものと仮定して、以下の解析結果の図はすべて200m以下の部分のみを示した。計算に用いた定数は表-1に示したものと同一である。

図-16にトンネル掘削に伴う自由水面の経時変化を示した。自由水面の低下形状は、不連続面をはさんで折れ曲がる傾向を示す。不連続面の左右の領域での自由水面の形状を比較すると、明らかに不連続面以遠での自由水面の低下は緩やかであり、不連続面とトンネル断面との間で自由水面の低下は急激である。このような傾向は、図-17に示す間隙水圧分布においてより顕著に現われている。この間隙水圧分布図において、初期の段階で間隙水圧の低下する領域は、トンネル断面と不連続面との間の部分のみに限定されている。時間の経過に伴

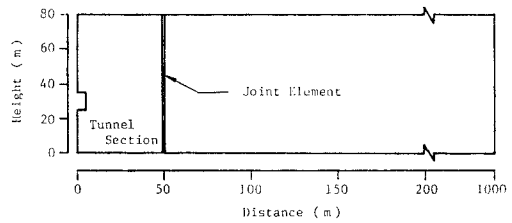


図-15 トンネル掘削問題解析モデル

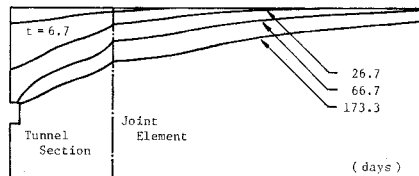


図-16 自由水面位置の経時変化

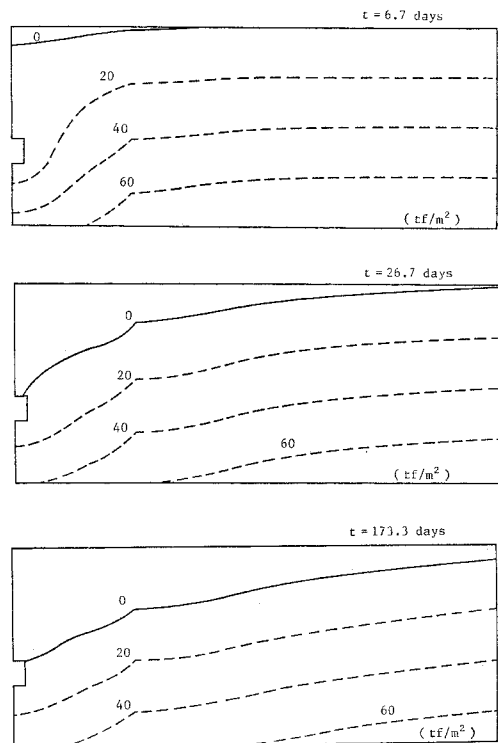


図-17 間隙水圧分布の時間的变化

い、間隙水圧の低下の範囲はしだいに広がっていくが、間隙水圧の分布は明らかに不連続面において折れ曲がる傾向が認められる。

図-18に示す流速分布図においても、土中水の流れは不連続面内の流れが支配的である。また、その流速は連続体部分と比べ、1オーダーから2オーダー大きくなっている。不連続面以遠では、ほとんど水平に近い流れとなり、不連続面では、その影響により鉛直な流れが生

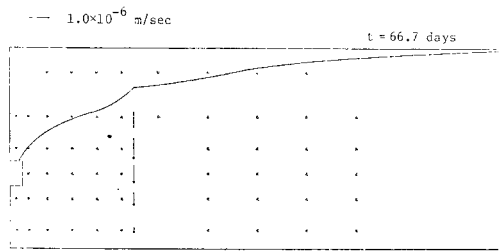


図-18 流速分布

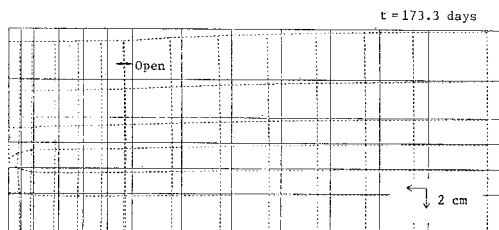
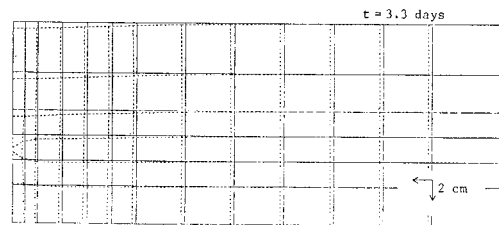


図-19 トンネル掘削と地下水流出による変形

じている。つまり不連続面の透水性がその不連続面の方向に卓越することにより、不連続面以遠から内側への土中水の供給が妨げられることが予想される。したがって、図-16の自由水面および図-17の間隙水圧分布に示すように、不連続面とトンネル断面の間の領域での圧力の低下傾向は促進され、一方不連続面以遠の領域では逆にこの低下傾向は緩やかなものになると考えられる。

図-19はこのときの変形図である。鉛直変位に関しては、全体的に沈下する傾向にあるが、この沈下の形状は図-16に示す自由水面の低下の形状と類似している。つまり、自由水面の低下と同様に不連続面より内側ほど大きな鉛直沈下量を示している。これは、不飽和領域の発生による浮力の消散に伴う荷重条件の変化の影響によるものと思われる。水平変位に関しては、土中水の運動の方向性により、全体的に深さ方向に対して多少ではあるが上ほど大きくなる傾向を示す。なお、この図に示していないトンネル断面より200m以上離れた領域では、鉛直変位と水平変位はそれぞれ横方向および縦方向に一樣な変形になっている。不連続面自体の変形状態に注目して、ジョイント要素の変形形態を図-20に示した。初期の段階では左右の両面は、微小でかつほとんど同じような変形をするので、明確な差は生じていない。しか

し、時間の経過とともににじだいに開いていく傾向にあるが、これは以下のような理由によるものと考えられる。前述のように、不連続面においては土中水の流れが阻止され、下方に流れることにより間隙水圧の不連続性が生じる。このために、不連続面より内側の領域で間隙水圧の低下が急激になることが認められる。つまり、一度貯留された土中水がトンネル方向へ移動しようとする力が、不連続面

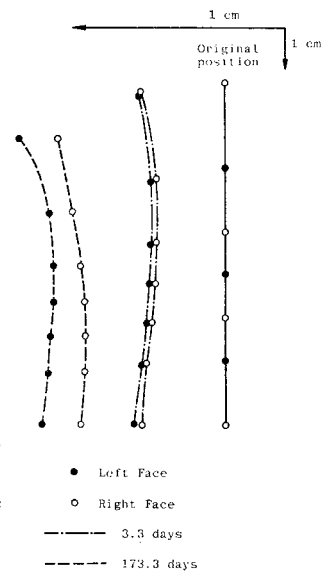


図-20 ジョイント要素の変位

へ流入しようとする力より大きくなり、全体的に領域がトンネル方向に変形するとともにトンネル断面に近い方の面が比較的大きく水平に変位しようとするようになる。

次に、図-21に主応力分布図を示した。この図において、初期の段階では、応力の変動は変形と同様にトンネル断面の周辺でのみ生じている。また、トンネル断面から離れた部分では、一樣な変形をするために主応力軸の回転があまりみられず、鉛直有効応力および水平有効応力がそれぞれ主応力となり、一樣に応力が増加している傾向がみられる。この図において注目されることは、自由水面の低下に伴い不飽和領域になる部分での主応力

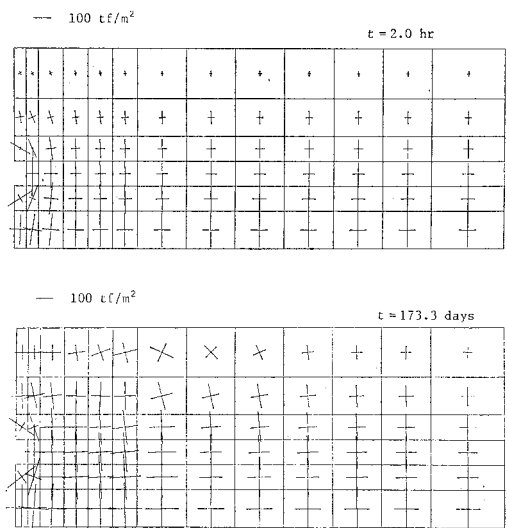


図-21 主応力分布

の変化状況である。この領域では、徐々に水平方向の変形が増加することにより、水平有効応力が増加し、部分的には鉛直有効応力よりも大きくなる。このために、主応力軸の回転が生じる。また、不連続面が不飽和領域になる場合、これに隣接する部分において、この傾向が特に顕著になっていると思われる。

6. 結 論

本論文では、現実の地質条件その他により問題となる不連続面を有する地盤ならびに岩盤の一般的な挙動を解析する一つの手法を提示した。その特徴は応力・変形解析と浸透流解析を同時にカップリング問題として取り扱うことであり、その骨子は有限要素法による数値解析である。不連続面を表現するものとしてジョイント要素を採用し、ジョイント内の水の流れは、平行板モデルを想定し、非圧縮性流体の理論から導いた式を1次元アインパラメトリック要素を用いて定式化した。また、連続な多孔質部分と不連続面との内部境界での流出および流入を2つのメディアでの相互作用としてとらえ、これを考慮した。

モデル地盤の解析結果によると、土中水の運動は不連続面の存在に強く影響され、不連続面に沿う方向への流れは促進されるが、それと直交する流れは妨げられるという傾向が認められている。応力・変形特性も不連続面の存在により、連続性解析と大きく異なった結果が得られる。

本論文においては、不連続面の透水性が他の部分よりかなりよい例を解析した。しかし、不連続面内に風化して粘土化した土が詰まっていて逆に透水性が悪化しているような場合も考えられるが、計算手法上は定数の変更だけで対応できる。ここに示した手法は、不連続性岩盤の応力・変形・浸透流解析に限らず、岩盤へのグラウト解析、構造物と地盤あるいは異種材料間の接触や剝離の解析など非常に広い応用範囲があるものと思われる。有限要素法を用いた本解析手法の今後の課題はジョイントの力学的・水理学的材料定数の室内ならびに原位置での正確な決定¹⁹⁾、解析対象、特にジョイントネットワークのモデル化、不飽和領域の定義、非線形解析の効率向上による計算時間の短縮などであると考えられるため、これからの関連分野での研究・開発の進歩、計測手法の進展、計測データの蓄積が期待される。

最後に、本研究を遂行するにあたり終始適切な助言をいただいた京都大学 赤井浩一教授に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Goodman, R.E. and C. St. John : Finite Element Analysis for Discontinuous Rocks, Chapter 4, Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Ed. by Desai and Christian, McGraw-Hill, 1977.
- 2) Goodman, R.E., R.L. Taylor and T.L. Brekke : A Model for the Mechanics of Jointed Rock, J. of GT Div., ASCE, Vol. 94, 1968.
- 3) Serafin, J.L. : Influence of Interstitial Water on Behavior of Rock Masses, Chapter 8, Rock Mechanics in Engineering Practice, Ed. by Stagg and Zienkiewicz, Wiley, 1968.
- 4) Wilson, C. and P.A. Witherspoon : An Investigation of Laminar Flow in Fractured Porous Rocks, Geotech. Eng. Report, No. 70-6, Univ. of Calif., Berkeley, Calif., 1970.
- 5) Wilson, C. and P.A. Witherspoon : Steady State Flow in Rigid Networks of Fractures, Water Resource Res., Vol. 10, No. 2, 1974.
- 6) Wittke, W., P. Rissler and S. Semprich : Three Dimensional Laminar and Turbulent Flow through Fissured Rock according to Discontinuous and Continuous Models, Proc. Symp. on Percolation through Fissured Rock, Stuttgart, 1972.
- 7) Maini, Y.N.T. : In Situ Hydraulic Parameters in Jointed Rock—Their Measurement and Interpretation, Ph.D. Dissertation, Imperial College, London, 1971.
- 8) Warren, J.E. and P.J. Root : The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs, J. Soc. of Petroleum Engineers, Sept., 1963.
- 9) Gringartain, A.C. and P.A. Witherspoon : A Method of Analysing Pump Test Data from Fractured Aquifers, Proc. Symp. on Percolation Through Fissured Rock, Stuttgart, 1972.
- 10) Snow, D.T. : Fracture Deformation and Changes of Permeability and Storage upon Changes of Fluid Pressure, Quarterly, Colorado School of Mines, Vol. 63, No. 1, 1968.
- 11) Bernaix, J. : New Laboratory Methods of Studying the Mechanical Properties of Rocks, Int'l J. of Rock Mech. and Mining Sci., Vol. 6, No. 1, 1969.
- 12) Noorishad, J., P.A. Witherspoon and T.L. Brekke : A Method of Coupled Stress and Flow Analysis of Fractured Rock, TE-71-6, Univ. of Calif., Berkeley, Calif., 1971.
- 13) 山上拓男 : 変形し得る多孔体中の流れの支配式に関する考察, 土木学会論文報告集, No. 304, 1980.
- 14) 大西有三・村上 毅 : 有限要素法による地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析, 土木学会論文報告集, No. 298, 1980.
- 15) Goodman, R.E. : Methods of Geological Engineering, West Pub. Co. (日本語訳, 赤井ほか : 不連続性岩盤の地質工学, 森北出版), 1976.
- 16) Gale, J.E. : A Numerical, Field and Laboratory Study of Flow in Rocks with Deformable Fractures, Ph.D. Thesis, Univ. of Calif., Berkeley, Calif., 1975.
- 17) Iwai, K. : Fundamental Studies of Fluid Flow Through a Single Fracture, Ph.D. Thesis, Univ. of Calif., Berkeley, Calif., 1976.
- 18) Duguid, J.O. and P.C.Y. Lee : Flow in Fractured Porous Media, Water Resource Res., Vol. 13, No. 3, 1977.
- 19) 赤井浩一・大西有三 : 岩盤および構造物基礎の浸透流に関する調査と設計手法の研究—岩盤の透水性を決定する手法についての検討, 防災研究協会, 1980.