

## 単線区間における待避線の活用に関する考察

### STUDY ON EFFECTIVE UTILIZATION OF PASSING TRACK ON SINGLE TRACK LINE

横 田 英 男\*  
By Hideo YOKOTA

#### 1. ま え が き

筆者は前著の「列車ダイヤ作成の見地よりする待避線の解析とその計画原則」<sup>1)</sup>においてランダム型の基本的ダイヤパターンにおける待避線の配置原則を述べたが、本文は単線区間において待避線配置が限定されている場合のダイヤパターンの操作、信号機の増設等が線路容量に及ぼす効果等について考察したものであって、下記の諸事項よりなる。

(1) 追越用待避線の配置間隔には問題ないが、行違いの線路容量に余裕がない場合の対策

ある線区において単線の隘路駅間があり、しかも線路増設、待避線増設が困難な場合には等時隔平行ダイヤによる規格ダイヤを適用して、線路容量の増を図る方法が考えられる。そのためまず、リフト型の待ち行列の公式を誘導したうえで、規格ダイヤの適用方法とその効果について考察する。

(2) 行違いの線路容量には余裕があるが、追越用待避線が疎になりすぎている場合の対策

簡易線規格で建設された線区では追越用待避線はターミナル、貨物設備を併設する駅以外には設けられていない。しかるに近年優等列車の運転が行われるに伴い、追越しの必要性が高まってきている。この対策として1線スルー型の利用法が考えられるので、本対策と考慮すべき設備につき待ち行列の立場から解明する。

以上前著と前記各項を総合し、単線区間の線路容量の基本的性格と同区間の輸送力増強策について待ち行列の立場より総括する。

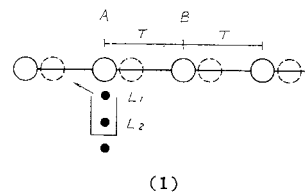
#### 2. リフト型の待ち行列の誘導と隘路駅間に対する規格ダイヤの適用

列車ダイヤにより各駅間の列車本数を調べると、追越用待避駅間が2駅間の場合に限り前著<sup>1)</sup>の表-6 よりも大きな利用率をもって列車が運行されている駅間がある。これを解析して、その特殊性を明らかにするのが本章の目的である。このためまずリフト型の待ち行列モデルの解を誘導する。

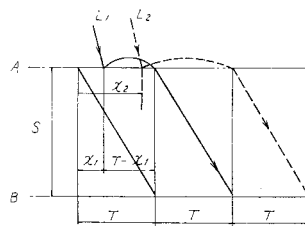
##### (1) リフト型の待ち行列モデルの誘導

###### a) 問題の提起

リフトは Gondola がロープに等間隔に取り付けられており、したがって等時隔にプラットホームに到着するが、そのときに客がいなければそのまま通り過ぎる。客にすればプラットホームに来ても Gondola が到着するまで、乗るわけにゆかず、その間にも後続客により待ち行列が生ずる。図-1 において A 点にプラットホームがあり、 $T$  分の等時隔で Gondola は到着する。ある任意の時点においてホーム上には客がおらず、新規の客は Gondola がホームより  $x_1$  分過ぎて到着したとする。この客  $L_1$  は  $(T-x_1)$  分待つて次の Gondola に乗ることになるが、



(1)



(2)

図-1 リフト型の待ち行列

\* 正会員 日本鉄道建設公団新幹線部長

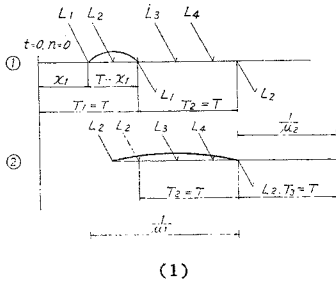


図-2 到着状況

この間に次の客  $L_2$  が到着することもあり得る. その場合には  $L_2$  は  $(T-x_1)$  分とさらに  $T$  分間を待って出発することになる. いまこの到着客数  $n$  と時隔  $T$  との関係からプラットホーム上の行列の長さの確率を求める.

b) モデルの構成<sup>2)</sup> ( $M/G/1(\infty)$ )

まず客の到着状況とゴンドラを考える. この場合 図-2のごとく  $t=0, n=0$  とし, ケース ①のごとき発着状態があったとする. 初めの客  $L_1$  のサービス時分を考えると, ゴンドラが行き過ぎてから  $x_1$  分後に到着するのであるから,  $(T-x_1)$  分間待ち合わせてから, ゴンドラに乗る. したがって  $P_0$  の状態に到着した場合のサービス時分は

$$1/\mu_1 = (T-x_1) + T = 2T-x_1$$

で表わされ,  $x_1$  の確率密度は  $a(t)=1/T$  の均等分布と考えればよい.

これに対し  $L_2$  は  $P_1$  の状態に到着したのであって, その場合のサービス時分は  $L_1$  の乗ったゴンドラの次に乗ればよいから, それまでは待合せ時分と考えられる. したがって  $L_2$  のサービス時分は

$$1/\mu_2 = T$$

であって,  $n=1$  以上の状態では  $1/\mu_2$  のサービス時分は一定となる. 客の到着はポアソン分布として, 平均到着率を  $\lambda$  人/分とおけば, 窓口の利用率  $\rho_s$  は  $\rho_s = \lambda \cdot T$  であるから, 下記のごとく到着確率はすべて  $\rho_s$  の関数で表わせる.

①  $1/\mu_1$  のサービス時間中に  $n$  人の客の到着する確率  $K_{n(1)}$  は, サービス時間が連続分布であるから,

$$K_{n(1)} = \int_0^\infty A_n(t) \cdot dB(t) = \int_0^\infty A_n(t) \cdot a(t) dt$$

$$= \int_0^T \frac{\{\lambda(2T-x)\}^n}{n!} \text{EXP}^{-1}\{\lambda(2T-x)\}$$

$$\cdot \frac{dx}{T} \left( \because a(t) = \frac{1}{T} \right) \dots\dots(1)$$

$$\therefore K_{0(1)} = \frac{1}{T} \int_0^T \text{EXP}^{-1}\{\lambda(2T-x)\} dx$$

$$= \frac{1}{\lambda \cdot T} \{\text{EXP}^{-1}(\lambda T) - \text{EXP}^{-1}(2\lambda T)\}$$

$$= \frac{1}{\rho_s} \{\text{EXP}^{-1}(\rho_s) - \text{EXP}^{-1}(2\rho_s)\}$$

$$K_{1(1)} = \frac{\lambda}{T} \int_0^T (2T-x) \text{EXP}^{-1}\{\lambda(2T-x)\} dx$$

$$= \left(1 + \frac{1}{\rho_s}\right) \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

$$- \left(2 + \frac{1}{\rho_s}\right) \text{EXP}^{-1}(2\rho_s)$$

$$K_{2(1)} = \left(\frac{1}{2}\rho_s + 1 + \frac{1}{\rho_s}\right) \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

$$- \left(2\rho_s + 2 + \frac{1}{\rho_s}\right) \text{EXP}^{-1}(2\rho_s)$$

$$K_{3(1)} = \left(\frac{1}{6}\rho_s^2 + \frac{1}{2}\rho_s + 1 + \frac{1}{\rho_s}\right) \cdot \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

$$- \left(\frac{4}{3}\rho_s^2 + 2\rho_s + 2 + \frac{1}{\rho_s}\right) \cdot \text{EXP}^{-1}(2\rho_s)$$

②  $1/\mu_2$  のサービス時間中に  $n$  人の客の到着する確率  $K_{n(2)}$  は

$$K_{n(2)} = \int_0^\infty A_n(t) \cdot dB(t) = \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \cdot \text{EXP}^{-1}(\lambda \cdot T)$$

$$(\because t=T) \dots\dots\dots(2)$$

$$\therefore K_{0(2)} = \text{EXP}^{-1}(\lambda \cdot T) = \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

$$K_{1(2)} = \lambda \cdot T \cdot \text{EXP}^{-1}(\lambda \cdot T) = \rho_s \cdot \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

$$K_{2(2)} = 0.5 \rho_s^2 \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

表-1 サービスを受ける前後の状態確率

前の客がサービスを終る直前の状態	残留している客	その客のサービス中に到着する客数	その客のサービスの終わった直後の状態
$P_0$	0	$K_{0(1)}$	$P_0$
$P_1$	0	$K_{0(1)}$	
$P_0$	0	$K_{1(1)}$	$P_1$
$P_1$	0	$K_{1(1)}$	
$P_2$	1	$K_{0(2)}$	
$P_0$	0	$K_{2(1)}$	$P_2$
$P_1$	0	$K_{2(1)}$	
$P_2$	1	$K_{1(2)}$	
$P_3$	2	$K_{0(2)}$	
$P_0$	0	$K_{3(1)}$	$P_3$
$P_1$	0	$K_{3(1)}$	
$P_2$	1	$K_{2(2)}$	
$P_3$	2	$K_{1(2)}$	
$P_4$	3	$K_{0(2)}$	
$P_0$	0	$K_{4(1)}$	$P_4$
$P_1$	0	$K_{4(1)}$	
$P_2$	1	$K_{3(2)}$	
$P_3$	2	$K_{2(2)}$	
$P_4$	3	$K_{1(2)}$	
$P_5$	4	$K_{0(2)}$	

注 (1) 当該客のサービス中, 到着  
 (2) 前の客のサービス中, 到着

$$K_{3(2)} = 1/6 \cdot \rho_s^3 \text{EXP}^{-1}(\rho_s)$$

次にある客がサービスの始まる直前の状態と終了した直後の状態確率の関係をその間の到着客の有無により、とりまとめたのが表一である。

表一 より各状態確率の関係を求めると

$$P_0 \cdot K_{0(1)} + P_1 \cdot K_{0(1)} = P_0$$

$$\therefore K_{0(1)} \cdot P_1 = (1 - K_{0(1)}) \cdot P_0$$

$$P_0 \cdot K_{1(1)} + P_1 \cdot K_{1(1)} + P_2 \cdot K_{0(2)} = P_1$$

$$\therefore K_{0(2)} P_2 = -K_{1(1)} \cdot P_0 + (1 - K_{1(1)}) P_1$$

以下同様にして

$$K_{0(2)} P_3 = -K_{2(1)} P_0 - K_{2(1)} \cdot P_1 + (1 - K_{1(2)}) P_2$$

$$K_{0(2)} P_4 = -K_{3(1)} P_0 - K_{3(1)} \cdot P_1 - K_{2(2)} \cdot P_2 + (1 - K_{1(2)}) P_3 \dots\dots (3)$$

として逐次  $P_1, P_2, P_3, P_4$  を  $P_0$  の関数として求めることができる。よって  $P_5$  以上が無規し得るほど小さければ

$$\sum_{n=0}^4 P_n = 1$$

より  $P_0$  が求められるから、各  $P_n$  も求めることが可能となる。

また平均サービス待ち時間  $W_q$  も

$$W_q = 1/\lambda \cdot L_q = 1/\lambda \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) P_n \approx 1/\lambda \cdot (P_2 + 2 P_3 + 3 P_4) \dots\dots (4)$$

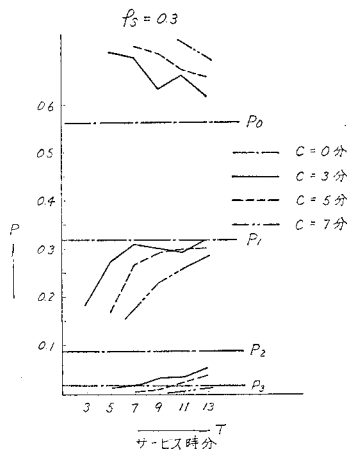
全待ち時間  $W$  も

$$W = 1/\lambda \cdot L = 1/\lambda \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n \approx 1/\lambda (P_1 + 2 P_2 + 3 P_3 + 4 P_4) \dots\dots (5)$$

から求められる。

式 (3) の方法により  $\rho_s = 0.3$  につき求めた各確率  $P_i$  の結果を図示したのが図一3の1点鎖線である。

b) 近似解に対するシミュレーションによる検討  
前記 a) 項の解法はリフトの待行列モデル  $M/G/1$



図一3  $M/G/1(\infty)$  と  $G/G/1(\infty)$  との比較

( $\infty$ ) であって、これを列車ダイヤの解析に使用するには次の問題があるので、あらかじめ適用条件を検討しておく必要がある。

すなわち列車ダイヤにおける到着時隔には最小時隔を有する。したがって入力の時隔の分布としては  $A_0(t) = \text{EXP}^{-1}\{\lambda(t-c)\}$  で表わされ、ポアソン過程とはならない。ゆえに列車の運行の片道分を考えた待行列は  $G/G/1(\infty)$  に該当し、解析的にその解を求めることは困難である。ゆえに  $M/G/1(\infty)$  のモデルをもって代用することは近似解とならざるを得ず、その適用限界についてあらかじめ考察しておく必要がある。このためリフト型の待合せ行列に対する  $M/G/1(\infty)$  による解析手法に対し、同行列に対する  $G/G/1(\infty)$  による解をシミュレーションにより求め、両者の結果を比較検討することとする。

その方法として、変化すべきパラメーターは、

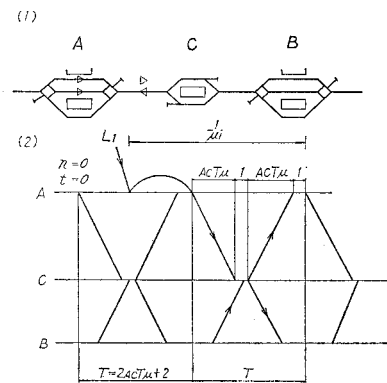
- ① 入力:  $A_0(t) = \text{EXP}^{-1}\{\lambda(t-c)\}$  における最小時隔  $c$
- ② サービス時間としては図一4における通過時分  $T$
- ③ 窓口の利用率  $\rho_s = \lambda \cdot T$

とし、適用論理は前記 a) 項により、列車本数 1000 本分を適用して各待合せ確率  $P_i$  を求めた。

図一3 はその計算結果のうち、 $\rho_s = 0.3$  につき各状態確率を図示したものである。なお  $c=0$  は前述のリフト型待合せ行列に基づく理論値である。その結果によれば

- ① 最小時隔  $c$  が小さいほどすみやかに  $c=0$  のケースに収斂し、しかも  $c$  の存在は計算値が実態よりも  $P_0$  においては大きく、 $P_1$  以上に対しては小さい値を示すように働く。
- ② サービス時分  $T$  が大きくて、 $T > 2c$  であれば  $P_1$  は  $c=0$  のケースに収斂するが、 $P_2$  以上では  $T > 3c$  であることを要する。

以上より前記 (1) 項のモデルを対象として、解析的に計算するにあたり、最小時隔  $c$  は小さく、サービス時間



図一4 全面ネットダイヤ適用区間のダイヤ

は大きいという条件，すなわち対象2駅間を1サービス時分(T)とし，両隣接駅間が短くて通過時分が $c=3$ 分に近く， $T > 3c$ が成立するような隘路区間に適用すれば，実態に近くなり，それ以外の条件下では実際よりも過大な状態確率の値を示すことになる。

(2) 規格ダイヤのモデルの構成

a) 前提

前著の表-6のごとく両端が追越し待避駅で，しかも急行停車駅の場合には利用率 $\rho_0$ を高めることが可能であった。これと同様に図-4のごとき配線でA・C間に隘路区間を形成しているものとする。またこの配線形式は後述の適用実例以外にもよく見受けられるが，この隘路を規格ダイヤの適用により解決することを考える。モデルを構成するにあたり下記の前提をおく。

① A・B 駅間を通過する片道の列車に着目する。したがって列車時隔も片道分を考え，サービス時分はC駅での対向列車への閉そく取扱時分を含めて，最も不利な条件として， $T=2(\alpha C T_{\mu}+1)$ となる2駅間の所要時間が等しいケースを対象とする ( $\alpha C T_{\mu}$ : AC 駅間の通過時分)。

② 図-4 においてA駅に列車が連続到着しても待避線の本数は2本しか片道では利用できず， $n \geq 4$ 本で機外停車となる。

③ 両端の追越し待避駅 A・B はいずれも急行停車駅とする。C 駅には機外停車を生ぜしめない運用を考える。

④ 前記①項による $\rho_s$ は②項での待合せの制限によりその最大値が決定されるが，A，B 駅のいずれかにおいて制限されるべき機外停車の確率( $P_{ST}$ )を $P_{ST} \leq 1/100$ に抑える。

b) 制限確率  $P_{ST}$  の誘導

前著の表-6と同様の誘導を2駅間を対象とした図-4の片道分につき行う。

① 機外停車が常時発生している ( $P_4$ )。

② システム中の列車は全部低速か全部高速列車である。

$$\{\alpha^3 + (1-\alpha)^3\} P_3$$

( $\alpha$ : 全列車に対する高速列車の割合)

③ 次の列車が到着すると機外停車になるが，停車時間中に当該駅間へ出発すべき列車がある。2 駅間の  $\rho_s$  は1 駅間の  $\rho_0$  に等しい。

$$0.5 \eta \cdot \rho_s \cdot [1 - \{\alpha^3 + (1-\alpha)^3\}] P_3$$

( $\eta$ : 隣接駅間と 隘路1 駅間との利用率  $\rho_0$  の比)

④  $P_4$  以上は値が小さいので無視する。

以上①，②，③の合計として片道では

$$P_{ST} = P_4 + [\{\alpha^3 + (1-\alpha)^3\} + 0.5 \eta \cdot \rho_s$$

$$\cdot \{1 - \alpha^3 - (1-\alpha)^3\}] \cdot P_3 \leq 1/100 \dots (6)$$

上式に対し後述 c) 項の方式を適用することにより  $\rho_s$  が計算される。

c) 隘路駅間に対する規格ダイヤの適用

隘路となるのは中間の駅に機外停車を生ずる点であり，中間駅の機外停車はすべて両端の追越し待避駅に吸収させる方式のうち最適のものを求める。

(i) 適用方式

等時隔平行ダイヤでは上下列車の交差箇所が限定される点にその特徴があり，これの有効活用を考えよう。

図-4 (1)のごとき配線で駅間が長く隘路を形成している場合に，等時隔平行ダイヤの単純な適用により線路容量の増を図り得るかを考える。

図-4 (2)のごとく隘路駅間に対し全面的にネットダイヤをあらかじめ張っておき，ランダムに到着した列車を直近の筋に乗せて出発させることは前述のリフト型の待行列モデルとなるが，対向列車がなくとも到着後直ちに出発できないので，待行列がランダム型より長くなる。式(1)~(3)を式(6)に適用してみると $\eta=0.6$ で $\rho_s=0.3$ であり，1 駅間で往復の列車を考えた場合は $\rho_0 = \rho_s$ なので， $\rho_0=0.47$ より小さく得策でない。

これに対し待合せを最小にするため等時隔平行ダイヤを優等列車のみに適用する方式を下記のごとく考える。

① 優等列車のみ等時隔平行ダイヤとし，上下列車の行違い箇所を隘路区間(2 駅間)の中央の駅に設定する。これにより中央の駅で優等列車に生じ得べき待合せは解消される。

② 2本の優等列車を最小時隔で運転する。このペア群を含んで優等列車を等時隔に運転する。上下優等列車の行違い時には最小時隔を保持できなくなるので，上下優等列車の行違いが生じない区間に適用して有効である。

いずれも旅客サービスのニーズとも合致した方法といえる。

(ii) 優等列車の行違い箇所を隘路区間の中間駅に設定する方法

本項のごとき優等列車の等時隔平行ダイヤとすれば，優等列車の同方向連続到着はないと考えてよいため式(6)における $P_3$ の係数の $\alpha^3$ の項を考慮する必要はなくなり，式(6)は

$$P_{ST} = P_4 + [(1-\alpha)^3 + 0.5 \eta \cdot \rho_s \{1 - (1-\alpha)^3\}] P_3 \dots \dots \dots (7)$$

となる。本方式におけるサービス時間中に $n$ 本の列車が到着する確率 $K_n$ は下記のごとく誘導される。

(ア)  $t=0$  において $n=0$ の状態に到着する各ケース

図-5 は $t=0$ で， $n=0$ の状態に到着する各ケースとサービス時間の関係を求めたもので，下り列車 $D_1$ が優

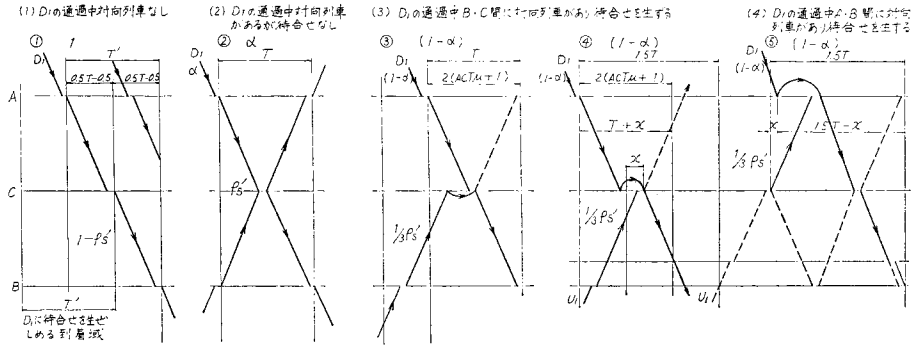


図-5  $t=0$  で  $n=0$  の状態に到着する各ケースとサービス時分 (行違点利用)

等列車か否か、さらにそれに対向する列車の有無により5つのケースに分類される。①は下り列車に対し行き違う列車のないケース、②は優等列車相互の行き違うケース、③、④、⑤は低速列車の行き違うケースを示す。

図-5 (1), ①において下り列車  $D_1$  がA駅へ到着したところ、A・B駅間には先行列車もなく、A・B駅間を通過中にも対向列車がない場合は対向列車が存在する確率を  $\rho_s'$  とすれば  $(1-\rho_s')$  で示される。この場合には  $D_1$  がC駅を通過しだい、後続列車は出発可能となる。 $D_1$  のサービス時間を考えると、AおよびC駅とも0.5分の停車時分でよいから

$$T' = 2(\alpha_C T_p + 0.5) = T - 1$$

この時間中に対向列車の存在する確率  $\rho_s'$  は

$$\rho_s' = \lambda(T-1) = \lambda \cdot T(1-1/T) = \rho_s(1-1/T)$$

$$\dots\dots\dots(8)$$

で表わされる。また後続列車に対しては0.5  $T'$  分後に出発可能となるから、 $D_1$  が通過中に  $n$  本到着する確率は

$$\begin{aligned} \textcircled{1} K_{n(1)} &= (1-\rho_s') \cdot A_n(0.5 T') \\ &= (1-\rho_s') \frac{(0.5 \lambda \cdot T')^n}{n!} \exp^{-1}(0.5 \lambda T') \\ &= (1-\rho_s') \frac{(0.5 \rho_s')^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(0.5 \rho_s') \end{aligned}$$

これに対し 図-5 (2), ②は  $D_1$  が優等列車で、対向列車は優等列車に限定され、したがって各駅では低速列車への待合せなしに通過でき、サービス時分は  $T$  分であり、

$$\begin{aligned} \textcircled{2} K_{n(1)} &= \rho_s' \cdot \alpha \cdot \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \exp^{-1}(\lambda \cdot T) \\ &= \rho_s' \cdot \alpha \cdot \frac{\rho_s^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(\rho_s) \end{aligned}$$

同図 (3) はいずれも  $D_1$  が低速列車で、A駅を出発したところ、A・B駅間に対向列車が通過中のケースで、いずれが先着するか否かにより③、④、⑤のケースに3等分される。③は対向列車  $U_1$  がC駅に先着した場合で、 $D_1$  には待合せを生ぜず、サービス時分は  $T$  分一

定である。

$$\begin{aligned} \textcircled{3} K_{n(1)} &= 1/3 \cdot \rho_s' \cdot (1-\alpha) \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(\lambda \cdot T) \\ &= 1/3 \cdot \rho_s' \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{\rho_s^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(\rho_s) \end{aligned}$$

④は  $D_1$  が先着した場合で、 $U_1$  のC駅への到着を待つてネットダイヤを構成する。 $D_1$  の純待合せ時分を  $x$  分とすれば、A・B駅間のサービス時分は  $(T+x)$  分となる。

$$\begin{aligned} \textcircled{4} K_{n(1)} &= 1/3 \cdot \rho_s' (1-\alpha) \int_0^\infty A_n(t) \cdot dB(t) \\ &= 1/3 \cdot \rho_s' (1-\alpha) \int_0^{0.5T} A_n(x) \cdot \frac{dx}{0.5T} \\ &= 2/3 \cdot \frac{\rho_s'}{T} (1-\alpha) \int_0^{0.5T} \frac{\{\lambda(T+x)\}^n}{n!} \\ &\quad \cdot \exp^{-1}\{\lambda(T+x)\} dx \end{aligned}$$

逆に⑤のごとく  $U_1$  がすでにA・C駅間を通過中であり、その間に下り列車  $D_1$  が到着すると、ネットダイヤに乗るため  $(1.5T-x)$  分のサービスを受けることになる。したがってそのサービス時間中に到着する列車本数の確率は

$$\begin{aligned} \textcircled{5} K_{n(1)} &= \frac{1}{3} \rho_s' (1-\alpha) \int_0^{0.5T} A_n(x) \cdot \frac{dx}{0.5T} \\ &= \frac{2 \rho_s' (1-\alpha)}{3T} \int_0^{0.5T} \frac{\{\lambda(1.5T-x)\}^n}{n!} \\ &\quad \cdot \exp^{-1}\{\lambda(1.5T-x)\} dx \end{aligned}$$

ゆえに標記の状態にサービス時間中に到着する列車本数の確率  $K_{n(1)}$  は  $\textcircled{4} K_{n(1)} = \textcircled{5} K_{n(1)}$  であるから、

$$\begin{aligned} K_{n(1)} &= \textcircled{1} K_{n(1)} + \textcircled{2} K_{n(1)} + \textcircled{3} K_{n(1)} + \textcircled{4} K_{n(1)} + \textcircled{5} K_{n(1)} \\ &= (1-\rho_s') \frac{(0.5 \rho_s')^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(0.5 \rho_s') \\ &\quad + \frac{1}{3} \rho_s' (1+2\alpha) \frac{(\rho_s)^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(\rho_s) \\ &\quad + \frac{4}{3} \frac{\rho_s' (1-\alpha)}{T} \int_0^{0.5T} \frac{\{\lambda(1.5T-x)\}^n}{n!} \\ &\quad \cdot \exp^{-1}\{\lambda(1.5T-x)\} dx \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

(イ)  $n \geq 1$  の状態に到着する各ケース

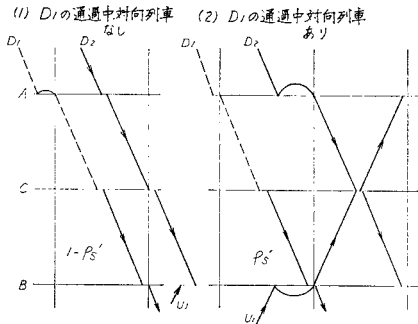


図-6  $n \geq 1$  の状態に到着する各ケースとサービス時分

図-6 (1) のごとく対向列車がない場合には  $0.5 T'$  分後には後続列車の発着は可能である。

$$\textcircled{1} K_{n(2)} = (1 - \rho_s') \frac{(0.5 \lambda \cdot T')^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(0.5 \lambda \cdot T')$$

$$= (1 - \rho_s') \frac{(0.5 \rho_s')^n}{n!} \exp^{-1}(0.5 \rho_s')$$

$D_1$  が A・B 駅間を通過中に対向列車がある場合は、すでにネットダイヤを張っている状態にあるから

$$\textcircled{2} K_{n(2)} = \rho_s' \cdot \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \cdot \exp^{-1}(\lambda \cdot T)$$

$$= \rho_s' \frac{\rho_s}{n!} \cdot \exp^{-1}(\rho_s)$$

ゆえに標記の状態にサービス時間中に到着する列車本数の確率  $K_{n(2)}$  は

$$K_{n(2)} = \textcircled{1} K_{n(2)} + \textcircled{2} K_{n(2)}$$

$$= (1 - \rho_s') \frac{(0.5 \rho_s')^n}{n!} \exp^{-1}(0.5 \rho_s')$$

$$+ \rho_s' \frac{(\rho_s)^n}{n!} \exp^{-1}(\rho_s) \dots \dots \dots (10)$$

で表わされる。

上記の各  $K_{n(i)}$  を式 (3) に代入して各  $P_n$  を求め、

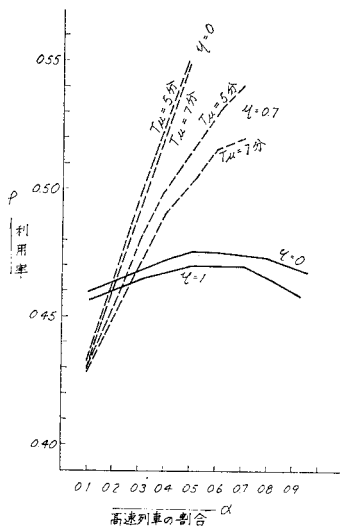


図-7 ランダム型と等時隔型の比較

式 (7) に基づき計算して、図化したのが 図-7 の点線である。実線は前著の表-6 により計算したランダム運行の結果を図示したもので、隣接駅間との利用率の比  $\eta$ 、優等列車の割合  $\alpha$  にかかわらず、利用率  $\rho_0$  の値の変化は小さい。これに比し、隘路 2 等駅間に適用した点線では  $\eta$  および  $\alpha$  の影響は大きく、隘路駅間に隣接して短小駅間があり、優等列車の等時隔平行ダイヤの割合を高める方式は線路容量上有効であることがわかる。

(iii) 優等列車の続行による等時隔平行ダイヤの方式 全列車  $N$  本のうち優等列車 (割合  $\alpha$ ) を等時隔平行ダイヤとし、しかも一部の優等列車 (続行比率  $\beta$ ) は最小時隔  $c$  で続行運転する。このため 2 本をまとめて 1 本と考える代わりにサービス時分を  $c$  分延長する方式で、対向の優等列車群とは行違いを生じない区間に適用し得る。

ランダム型の平均到着率  $\lambda_0$  と 2 駅間の片道の利用率  $\rho_{s0}$  に対する上記の規格型の  $\lambda$ ,  $\rho_s$  との関係を求める。

$$\lambda_0 = N/W, c = 0.5 T \text{ で実質有効時間帯 } W_E \text{ は}$$

$$W_E = W - C \cdot N_0 \cdot 0.5 \alpha \cdot \beta$$

実質列車本数は

$$N = N_0(1 - 0.5 \alpha \cdot \beta)$$

$$\therefore \lambda = \frac{N}{W_E} = \frac{N_0(1 - 0.5 \alpha \cdot \beta)}{W - 0.5 C \cdot N_0 \cdot \alpha \cdot \beta}$$

$$= \frac{N_0/W(1 - 0.5 \alpha \cdot \beta)}{1 - \frac{0.25 \cdot T \cdot N_0 \cdot \alpha \cdot \beta}{W}}$$

$$\therefore \rho_s = \lambda \cdot T = \lambda_0 \cdot T \cdot (1 - 0.5 \alpha \cdot \beta)$$

$$= \rho_{s0} \cdot (1 - 0.5 \alpha \cdot \beta)$$

$$\therefore \rho_{s0} = \frac{\rho_s}{1 - 0.5 \alpha \cdot \beta} \dots \dots \dots (11)$$

なる関係が成立し、ペアとなった優等列車の相互の時隔を除いた時間の間では列車の到着はランダムとして、式 (9), (10) と同様の手法を 図-8 に適用して解くことが可能となる。優等列車をペアにするのであるから、使用線区も限定されるが、サービス時分が 図-8 (1) のごとく  $2 T$  分が  $1.5 T$  分で済むこととともに、利用率  $\rho_s < \rho_{s0}$  により列車本数を減じたと同様の効果がある。

(3) 適用条件と適用実例

a) 適用条件

計算の結果によると、規格ダイヤを適用すれば 図-4 の配線でも C 駅に追越用待避線を設ける以上の線路容量上の効果があることがわかった。列車ダイヤ作成上からこの方式の適用限界を考えると、

- ① 追越用待避駅間は 2 駅間でなければならない。3 駅間以上では平行ダイヤの交点を中間の各駅に置くことができない。
- ② 追越用待避駅は急行停車でなければならない。

また優等列車をペアとする等時隔平行ダイヤ方式も行  
 違い用の急行通過駅間に対してはサービス時間を延長さ  
 せるので有効でなく、①、②項に合致する駅間に限られ  
 る。

b) 適用実例

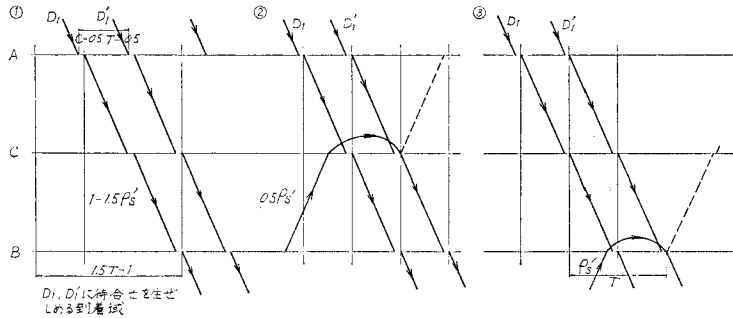
前記 (ii) の運転方式の適用実例とその効果を求める。

図-9 (1) は外房線大網-上総一  
 の宮間のうち一部の配線略図であ  
 る。この区間は現在線増工事中で  
 あるが、その特徴として

- ① 列車本数、高速列車の割合は表-2のとおりである。
- ② 有効時間帯(始発~終着)は19時間である。
- ③ CTC区間である。
- ④ 急行停車駅は大網、茂原、上総一の宮である。

前著の表-6に基づき計算した結果は表-2であり、茂原-八積間の線路容量  $\rho_0=0.465$  に対し、現状の  $\rho_0$  は  $\rho_0=0.48$  で、ランダム型のダイヤとしての線路容量を超過している。それ以外の駅間では全部線路容量以下になっている。通過所要時間は前著式 (31) による計算と列車ダイヤとも一致している。しからば前記の区間の線路容量はいかにして克服されているか。図-9<sup>2)</sup> は外房線茂原付

(1) 優等列車連続通過 (0.5 $\alpha$ . $\beta$ )



(2) その他の列車通過 (1-0.5 $\alpha$ . $\beta$ )

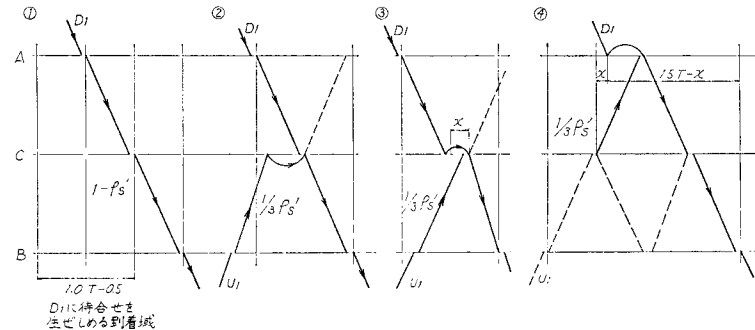


図-8  $t=0$  で  $n=0$  の状態に到着する各ケースとサービス時分(連続運転利用)

表-2 外房線大網-上総一の宮間線路容量

(下り方向)

急行停車駅	駅名	駅間	低速列車の通過時分 $T_\mu$	駅配線型式	単複の別	$\rho_{0max}$ ( $\alpha=0.3$ )	平均時隔 $m_1$	線路容量 $2N/19$ 時	現状の $\rho_0$	低速列車の平均待時分	備考
○	大網	2.4	2'45"	通過線のみ	単線					1.47	片道列車本数 定期 43 季節 5 計 48本
					複線						
	永田	2.4	2'45"	"	単線	0.42		147	0.29	3.00	$\alpha=0.3$ $\mu = \frac{3.5+1}{5+1} = 0.75$ $W_q = \frac{\rho_0(T_\mu+0.75)}{2(1-\rho_0)}$
					複線						
	本納	3.6	4'00"	中待避	単線	0.42		100	0.40	2.44	有効時間帯 4時30分~ 23時30分 (19時間)
					複線						
	新茂原	3.0	3'30"	行違いのみ	単線	0.465		125	0.35	3.24	有効時間帯 4時30分~ 23時30分 (19時間)
					複線						
○	茂原 (貨物扱)	4.6	5'00"	中待避	単線	0.465		92	0.48	4.33	有効時間帯 4時30分~ 23時30分 (19時間)
					複線						
	八積	4.1	4'30"	行違いのみ	単線	0.465		109	0.44	3.24	有効時間帯 4時30分~ 23時30分 (19時間)
					複線						
○	上総一の宮			中待避							
合 計	20.1	①	22'30"			最小の $\rho_{0max}$	現状の $m_1$	最小の $2N$		②	①+②
						0.42	23.75	92	14.48		
										実測平均	36.83

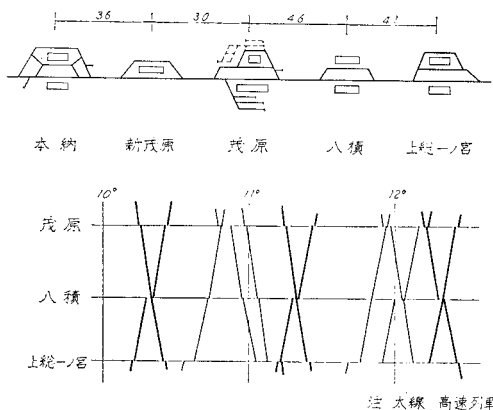


図-9 配線略図と規格ダイヤ

近の列車ダイヤの一部である。その特徴は高速列車を1時間ごとの等時隔、平行ダイヤとし、上下高速列車の行違い箇所を八積駅に集中させている。これは前記(ii)の優等列車の行違い箇所を隘路区間に設定する方式である。前項c),(ii)と同様の考え方により最大可能利用率を求めよう。

図-10(1), ①において  $acT_{\mu}=5$  分,  $cbT_{\mu}=4.5$  分であるが,  $acT_{\mu}=cbT_{\mu}$  として図-7に適用すると,  $\rho_s=0.48$  であり, 現状の線路容量で限度となっている。今後の列車本数増は優等列車の割合  $\alpha$  の増により可能といえる。

前記(iii)の適用実例としては予讃線坂出-宇多津-丸亀の2駅間がある。同2駅間の両隣は複線になっており, 当該駅間は図-4と同様の配線で, 本四連絡橋工事待ちのため単線のままになっている。1日往復で約140本の列車を通して, ランダムダイヤでは明らかに容量を超過しており, 規格ダイヤとして, 上下優等列車

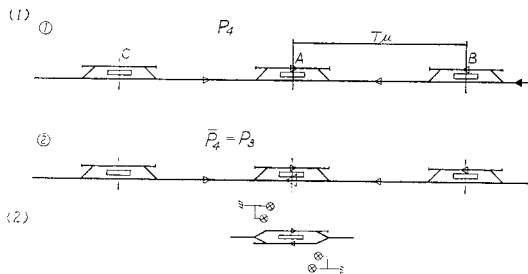


図-10 1線スルー型における行違いの発生確率

同志の行違いは複線区間で行わせることにより線路容量を確保している。

### 3. 1線スルー型配線の利用法と線路容量

1線スルー型の配線は行違いと追越しが同一待避線で行われ, 図-10(1)のごとく上下列車とも直線側を常用し, 行違いと追越しのみ曲線側の待避線を用いる。これに対し, (2)は左側通行を原則として, 追越しのみ右側の線路を利用し得よう信号機を建植したもので, 機能上は(1)と同じである。

本章では1線スルー型の駅間と行違い専用駅間の一般的利用法を比較すべく, 1線スルー型の待合せ行列モデルを構成して, その特質を明らかにすることとする。

#### (1) モデルの構成と解法

対象線区においては各駅とも1線スルー型の使用法が可能で, 追越し待避駅はなく, いずれも急行通過駅であるとする。この配線においては任意の駅で必要に応じて追越しが行われるから, 行違いのみの場合に対し高速列車による追越しの影響を付加する必要がある。

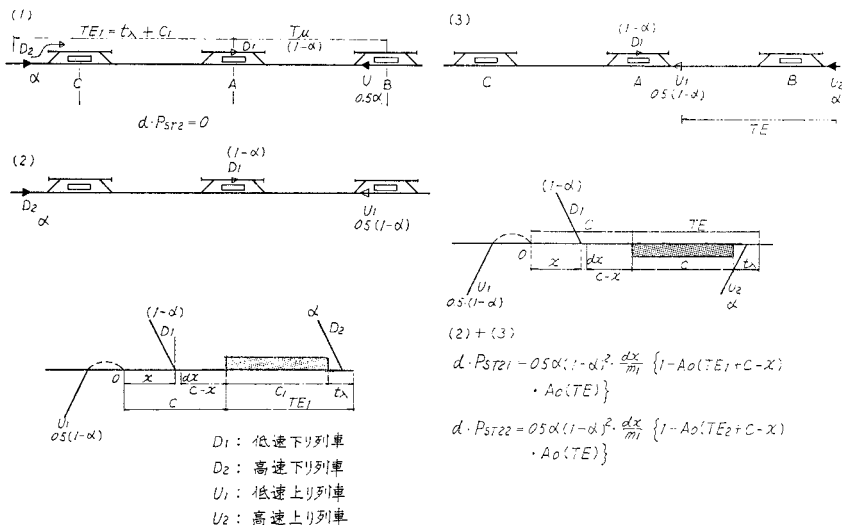


図-11 追越しの発生確率



① 行違いによる制限

前著における両側単線区間における制限式とまったく同様で、機外停車の発生の有無に着目し、前著の式(38)より、

$$P_{ST1} = P_4 + 0.5 \cdot \eta \cdot \rho \cdot P_3 \dots\dots\dots(12)$$

であり、 $P_3, P_4$  は前著の式(29)により求められる。

② 追越しによる制限

図-11(1)において待避すべき下り低速列車がA駅に到着した場合、B駅から対向の列車が通過中であると、下り高速列車による追越しは不可能で、その高速列車はC駅に停車せざるを得なくなる。この場合対向の上り列車が図-11(2)のごとく低速列車では、高速列車が低速列車のため長時間待避するという現象が発生するようになるので、これを制限する必要がある。この禁止されるべき確率  $P_{ST2}$  は下記のごとくにして求められる。

図-11(2)においてA駅の待避に着目し上り低速列車  $U_1$  がB駅を出発してから  $x$  分後に下り低速列車  $D_1$  がA駅に到着するものとし、 $D_1$  に追越し待避を必要とするか、(3)におけるごとく  $U_1$  に追越し待避を要する場合を生ずる。この禁止すべき現象、すなわち  $D_1$  か  $U_1$  に追越し待避を必要とする場合はいずれにも追越し待避を必要としない場合の余事象として求められる。図-11において

$TE_1$ : 追越し待避を必要とする最大時隔 (A・C 駅間)

$TE$ : 追越し待避を必要とする最大時隔 (A・B 駅間)

$m_1$ : 片道の平均時隔

$\alpha$ : 高速列車の占める割合

$c$ : A・B 駅間のサービス時分

$c_1$ : A・C 駅間のサービス時分

$\lambda = 1/(m_1 - c)$ : 有効列車密度 (片道)

$t_\lambda = 0.2c$ : A・B 駅間による到達時分差

$t'_\lambda = 0.2c_1$ : A・C 駅間の到達時分差

$\rho_s = c/m_1$ : 片道の利用率

とし、ある任意の時点で上り低速列車  $U_1$  がB駅を出発していたとする  $\{0.5(1-\alpha)\}$ 。その列車がB駅を出発後  $x$  分経過したときに  $D_1$  がA駅に到着し、いずれかが後続の高速列車  $\{\alpha\}$  のために待避する事象  $P_{ST21}$  は

$$dP_{ST21} = 0.5(1-\alpha)^2 \cdot \alpha \cdot \frac{dx}{m_1} \cdot \{1 - A_0(TE_1 + c - x) \cdot A_0(TE)\}$$

ここで、 $A_0(TE_1 + c - x) = \exp^{-1}\{\lambda(t_\lambda + c - x)\}$

$$A_0(TE) = \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda)$$

またA・B駅間を  $D_1$  が先に通過する場合を考えるとB駅でもまったく同様の現象が考えられるから、B駅で待避を生ずる確率  $P_{ST22}$  は

$$dP_{ST22} = 0.5(1-\alpha)^2 \alpha \cdot \frac{dx}{m_1} \cdot \{1 - A_0(TE_2 + c - x) \cdot A_0(TE)\}$$

ここで、 $A_0(TE_2 + c - x) = \exp^{-1}\{\lambda(t_\lambda + c - x)\}$

$$A_0(TE) = \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda)$$

$$\begin{aligned} \therefore P_{ST2} &= P_{ST21} + P_{ST22} \\ &= 0.5(1-\alpha)^2 \alpha / m_1 \left[ \int_0^c [1 - \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c - x) \}] \cdot \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda) dx \right. \\ &\quad \left. + \int_0^c [1 - \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c - x) \}] \cdot \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda) dx \right] \\ &= 0.5(1-\alpha)^2 \cdot \alpha \frac{dx}{m_1} \int_0^c [2 - \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c - x) \} \cdot \{ \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda) + \exp^{-1}(\lambda \cdot t'_\lambda) \}] dx \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

特に各駅間とも等間隔の場合、すなわち  $t_\lambda = t'_\lambda = t'_\lambda$  の場合には

$$\begin{aligned} P_{ST2} &= \frac{(1-\alpha)^2 \cdot \alpha}{m_1} \int_0^c [1 - \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c - x) \}] \cdot \exp^{-1}(\lambda \cdot t_\lambda) dx \\ &= \frac{(1-\alpha)^2 \cdot \alpha}{m_1} \left[ x - \frac{1}{\lambda} \exp^{-1}(\lambda \cdot t_\lambda) \cdot \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c - x) \} \right]_0^c \\ &= (1-\alpha)^2 \alpha \left[ c/m_1 - \frac{1}{m_1 \cdot \lambda} \exp^{-1} \{ \lambda \cdot t_\lambda \} \cdot [\exp^{-1}(\lambda \cdot t_\lambda) - \exp^{-1} \{ \lambda(t_\lambda + c) \}] \right] \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

式(14)を  $\alpha, \rho_s$  で表わすと

$$P_{ST2} = (1-\alpha)^2 \alpha [\rho_s - (1-\rho_s) \exp^{-1}(0.2 \rho_s / (1-\rho_s))] \{ \exp^{-1}(0.2 \rho_s / (1-\rho_s)) - \exp^{-1}(1.2 \rho_s / (1-\rho_s)) \} \dots\dots\dots(15)$$

上記の現象では  $P_3$  以上には追越しを含み得ず、したがって行違いと追越しの両者による制限確率  $P_{ST}$  は

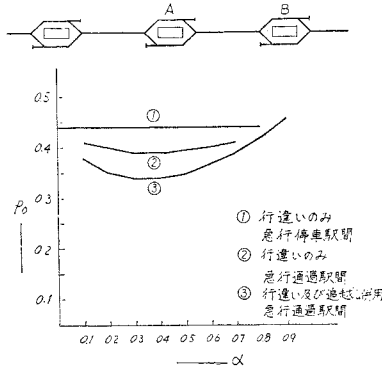
$$P_{ST} = P_{ST1} + P_{ST2} \leq 1/100 \dots\dots\dots(16)$$

で表わされ、最大利用率  $\rho_{smax}$  が求められる。

式(16)により計算した結果は図-12の③に示したごとく待避線を別途設けた場合の最大15%程度まで線路容量が低下する。ゆえに線路容量に比し列車本数の少ない閑散線区に用いて有利なことがわかる。しかしながら利用率の向上策としては下記の方法が考えられ、これの活用を図ればかなり有効に利用ができる。

(2) 利用率の向上策

1線スルー型の配線に対し単に優等列車を乗り込ませると隘路駅間の線路容量に抑えられ、期待した列車本数が入らなくなることがある。これの対策として次の条件が考えられる。



$\rho_0 = \frac{c}{m}$  : 窓口の利用率(急行停車駅間)  
 $\alpha$  : 高速列車の割合

図一12 行達待避駅間における利用率の比較  
 (各駅間等距離配置)

a) 設備面

① 隘路駅間の両隣には短小な駅間をおく。

これにより  $P_{ST1}$  においては駅間利用率比  $\eta$  を小さくすることができるし、 $P_{ST2}$  においても  $t_1', t_2''$  を小さくすることができる。

② 隘路駅間の閉そくブロック数を増加させる。

一般の駅間では2ブロックが普通であるが、3~4ブロックにすれば  $TE_1 = t_2 + c_1$ ,  $TE_2 = t_2 + c_2$  において、 $t_2$  を  $0.2c \rightarrow 0.1c$  まで縮小させることができる。

b) ダイヤ作成面

隘路駅間の両端駅を急行停車駅にすれば  $P_{ST1}$  を減少させることができる。

(3) 適用実例

内房線竹岡・館山間 25.7 km の中間各駅には追越待避線がなく、優等列車による追越しのためには図一10(2)による場内信号機を設けている。そのほぼ中央に位置する岩井・富浦間 6.1 km のため岩井駅での待避線増設が要望されている。当該駅間の通過列車は往復で  $N=72$  本であり、うち優等列車は 22 本、 $\alpha=0.3$  となっている。その有効時間帯は 19.5 時間で、往復を考えた平均時隔は  $m = \frac{60 \times 19.5}{72} = 16.4$  分、通過時分は  $T_\mu = 6$

分であるから利用率  $\rho_0$  は  $\rho_0 = \frac{6+0.75}{16.4} = 0.4$  である。

したがって一般的急行通過駅間の限界利用率に等しく、先の  $\rho_0=0.34$  に比するとかなり大きな値で運行されている。この理由は前記の向上策を講じていることによる。すなわち

- ① 両端駅は急行停車駅である。
- ② 当該駅間は4つの閉そくブロックより成る。

したがって  $t_2=0.1c$  が成立し、各サービス時分から  $c=6+0.75=6.75$  分  $\therefore t_2=0.1c=0.7$  分

$c_1=3+0.75=3.75$  分  $\therefore t_1'=0.2c_1=0.75$  分  
 $c_2=2.5+0.75=3.25$  分  $\therefore t_2''=0.2c_2=0.65$  分

また  $\eta = \frac{3.75+3.25}{2 \times 6.75} = 0.52$

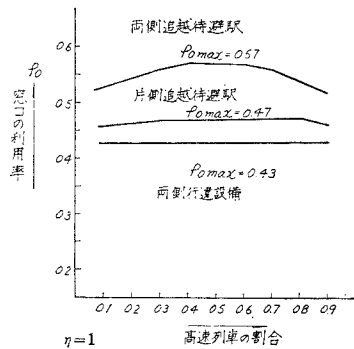
となる。

前記各項を式(12),(13)に代入して式(16)を満足する  $\rho_s$  を求める。それによると  $\rho_0=0.44$  であって、容量上は問題なく、前記各パラメーターの効果が理解される。

4. 単線区間の線路容量への考察

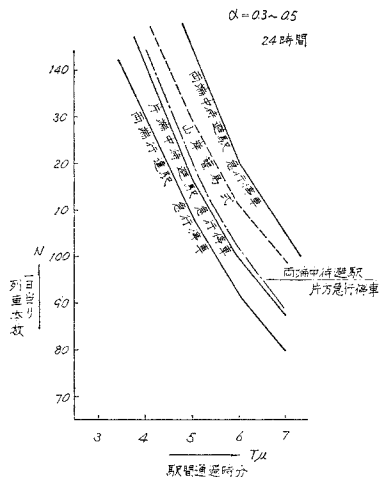
(1) 概 説

前著および本文によって明らかのごとく、線路容量とは極限まで考えてどれだけ列車を入れ得るか(限界線路容量)の議論でなく、異常に長い待合せ時が発生しないよう実際の列車ダイヤを無理をせずに作成するならば



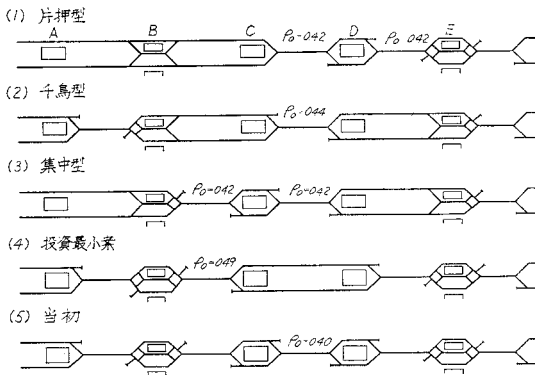
両側単線 急行停車駅間  $P_{ST}=1/100$

図一13 窓口の利用率の比較



注) 山岸簡易式については、前著の式(17)参照

図一14 両側単線区間の線路容量



図—15 部分線増方式（全部通過）

列車が何本入るか（実用線路容量）にあり、列車ダイヤ作成の難易度（本文中の  $P_{ST}$ ）により変化するものである。そしてそれは停車場配線（図—13）信号機配置等の設備面のみならず、列車ダイヤパターン、列車種別等の運用面によっても大きく変化する。すなわち単一列車種別の等時隔平行型ダイヤから複数の列車種別のランダム型ダイヤまで幅のあるもので、線区の性格により変化し、一義的決定はできない。

次に線区を通じての線路容量は存在するかというと、等時隔平行ダイヤと異なり、ランダム型のダイヤでは存在せず、もしあるといえれば当該線区の隘路駅間においてその両隣の駅間の配線パターンにより決まってくる最大列車本数である。この点から隘路駅間に対する部分線増の効果が実証される（図—15）。

単線区間では列車本数を増加させれば、低速列車の到達時分が伸びるのはやむを得ないことである。特に優等列車の割合の増はその傾向を拡大する。

規格ダイヤを用いると低速列車の旅行速度を犠牲にして線路容量の増加を図ることができる。しかしいったん事故等によりダイヤを乱すとたちまちランダム型に戻るため、線路容量を超過することもあり、ダイヤの不安定性は否めない。逆にダイヤの乱れを回復するには全列車を等時隔平行ダイヤに近づけて利用率  $\rho_0$  を向上させることが最適である。これは優等列車の旅行速度を犠牲にすることにより成立する。

（2）線路容量の増加、待合せ時分の短縮策

上記までの検討結果により下記のことはいえる。

① 隘路区間の線路増設

線路容量の増加、待合せ時分の解消を同時に可能ならしめる。

② 待避線増設

隘路駅間の両端を追越用待避駅とすれば最も効果的である。隘路駅間を含む2駅間の両端を追越用待避駅とし、規格ダイヤを併用すれば前者と同様の線路容量増を

可能ならしめる。隘路駅間を含む3駅間以上では隘路駅間の片端でも追越待避駅とすればかなりの効果がある。

③ 信号機増設

追越用待避線の不足に起因する低速列車の待合せ時分の解消には 図—10 (2) のごとく、追越しに限り低速列車の逆線停車をなし得るよう場内、出発信号機を増設すればよい。隘路駅間の閉そくブロック数を増加させることは同方向列車の連続出発に有効であり、サービス時分の短縮とともに追越用待避時分を減じ、線路容量増にもつながる。

列車ダイヤの運用による。

① 高速列車を必要に応じて停車させる。隘路駅間に行えば線路容量の増が図られる。

② 特に高速列車の表定速度を向上させる。サービス時分の短縮は  $\rho_0$  を小さくするから、線路容量の増、待合せ時分の短縮に有効である。

③ 規格ダイヤ化して、平行ダイヤパターンを高速列車に適用する。適用箇所によっては有効である。

④ 低速列車のうち主要な駅のみ停車させ、他駅は通過させる。対向列車があれば先着順の待合せを行う。いわゆる快速化であって、表定速度の向上に資する。

⑤ 線路容量に余裕のある閑散線区で優等列車を運転する場合には、追越用待避線を設けるよりも1線スルー型の利用法を考えた方が経済的である。

5. む す び

本文においては単線線路容量に関して待避線の特定の配置を利用した対策とその効果について解析し、線路容量の基本論を論じた。一般的にいて新線建設、輸送力増強工事等の設備投資にあたっては仮想ダイヤの作成、すなわち一種のシミュレーションを行って、計画を検討しているが、これは単なる特殊解に過ぎず、計画策定時より10年後、20年後のダイヤを想定して無駄のない設備計画を立てるには、前著および本文を通じた確率論的手法はきわめて有効といえる。

また前著および本文に盛られた原則を理解されて、線区を通じた合理的鉄道計画の策定が行われ、将来への遺漏なきを期し得るならば著者としても幸いである。

なお複線区間の最小時隔と待避線の関係、貨物取扱設備を併設した場合の線路容量への影響については、誌面の都合上もあり、次回に譲りたい。

参 考 文 献

1) 横田英男：列車ダイヤ作成の見地よりする待避線の機能の解析とその計画原則，土木学会論文集，第299号，1980年7月。  
 2) Gross, Harris：Fundamentals of Queing Theory, Wiley, pp. 259~263. (1980.8.25・受付)