土木学会論文報告集
第 322 号・1982 年 6 月
【ノ ー ト】

湖沼の貧富栄養度の分類指標の導出

THEORETICAL DERIVATION OF THE RELATION BETWEEN EUTROPHIC STATE OF LAKES AND EUTROPHIC LOADING

日 野 幹 雄*
By Mikio HINO

1. はじめに

湖沼の貧富栄養状態は，流入河川の栄養塩濃度や流量，湖沼の容積や水深など種々の要因により支配される．これらの要因の組合せにより，貧富栄養状態を簡単に分類することができれば，環境管理上きわめて有用である．従来用いられているのは，Vollenweider (1975) による方法で，湖沼単位面積当たりの栄養塩負荷率と（湖沼水深/滞留時間）で示すものである．彼はこの関係を湖沼内の流入栄養塩の質量保存則から導いているが，その計算過程で系からの栄養塩の除去率が水深に逆比例するという経験則を用いている．

ここでは，ⓐ この経験則関係を排するとともに，ⓑ 栄養塩・植物プランクトン，動物プランクトンおよび魚類より成る三次の生態系モデル，ⓒ 植物プランクトン，動物プランクトンの増殖率に関する理論式を用いて，貧富栄養度指標を導くことを試みる．

2. 湖沼の単純な生態系モデル

さて，湖沼の大きさ（成層躍層より浅い部分の有効容積）を $V_e[L^3]$，その湖沼に流入する河川の流量を $Q[L^3/T]$，流入河川の栄養塩（ここでは，湖沼での生態系の増殖の制約因子となる栄養塩）の濃度を $X_0[M/L^3]$ とする．また，湖沼が深い場合，植物プランクトンの増殖する夏期には成層が発達し，物質交換や動・植物プランクトンの増殖は主としてこの層内で行われるとしてよいであろう．

流出河川の制約因子栄養塩濃度は湖沼内の濃度と等しいと考えて，これを X，植物プランクトンの湖沼平均濃度（成層ができる場合には，混合のよく行われる成層の上層での平均濃度）を $Y[M/L^3]$，栄養塩摂取率を α とすれば，次の連続の関係式が成立する．植物プランクトンの増殖率は日射量の影響で水深とともに減少するが，浅い湖や成層の上層では比較的乱流混合が行われるので，ある程度の長い時間スケールで考えると Y は上層で均一とみなせる．

$$\frac{d(V_eX)}{dt}=Q(X_0-X)-\alpha(V_eY)\cdots\cdots(1)^{注1)}$$

植物プランクトンおよびこれを捕食する動物プランクトンや魚類の現存量についても次の質量保存の関係式が成立する．

$$\frac{d(V_eY)}{dt}=C_Y\alpha(V_eY)-\beta(V_eY)-\gamma(V_eZ)\cdots\cdots(2)$$

$$\frac{d(V_eZ)}{dt}=C_Z\gamma(V_eZ)-\delta(V_eZ)\cdots\cdots(3)$$

以上の 3 つの基本式をまとめると次のようになる．

$$\frac{dX}{dt}=\frac{Q}{V_e}(X_0-X)-\alpha Y$$

$$\frac{dY}{dt}=(C_Y\alpha-\beta)Y-\gamma Z$$

$$\frac{dZ}{dt}=(C_Z\gamma-\delta)Z$$

ここに，Z：植物プランクトンを捕食する動物プランクトンや魚類の現存量濃度 $[M/L^3]$，α：植物プランクトンの栄養塩の摂取率，β：植物プランクトンの死滅率，γ：動物プランクトンや魚類による植物プランクトンの捕食率，δ：Z の死滅・除去率，C_Y, C_Z：摂取・捕食物の変換係数．

係数 α, γ は一般に摂取物の濃度，捕食者密度のほか物理条件（温度，日射等）の関数である．前者の関係については一般に Monod の式が用いられることが多いが，次の関係式の方が合理的であろう（Contois 1959, Hino 1979）．

$$\alpha=\alpha'_{\max}\frac{(X/Y)}{a+(X/Y)}\cdots\cdots(4)$$

* 正会員　工博　東京工業大学教授　工学部土木工学科

注 1）夏期の増殖期を対象に考えている．

$$r=r_{\max}\frac{(Y/Z)}{c+(Y/Z)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

植物プランクトンについてはこのほか特に日射の影響を無視するわけにはゆかない．湖沼の受け取る太陽エネルギーは照度 I と湖沼面積 S の積であり，湖沼単位体積当たりのそれは $SI/V_e=I/H_e$ である．ここに，H_e：有効湖沼水深で，湖沼が浅い場合は水深そのものであるが，湖沼が深く成層を成す場合には，成層水深．というのは，前述のようにこの層内では，風その他の要因により乱流混合が行われ，水質や植物プランクトン分布などは一様化されるからである．

したがって，式 (4) は次のように表わされる．

$$\alpha=\alpha_{\max}\frac{f_n(I/H_e)(X/Y)}{a+(X/Y)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$f_n(I/H_e)$ は I/H_e が小さければ，これに比例し，大きければ一定ないしは漸減傾向を示すであろう．

これらの式は，X/Y または Y/Z が小さければ，α, r はそれらに比例し，

$$\alpha=\frac{\alpha_{\max}}{a}\cdot\left(\frac{I}{H_e}\right)\cdot\left(\frac{X}{Y}\right) \quad (X/Y\approx 0)\cdots(6\cdot a)$$

$$r=\frac{r_{\max}}{c}\left(\frac{Y}{Z}\right) \quad (Y/Z\approx 0)\cdots\cdots(5\cdot a)$$

また，X/Y または Y/Z が大きくなれば一定値に近づく．

$$\alpha\to\alpha_{\max} \quad (X/Y\to\infty)\cdots\cdots\cdots(6\cdot b)$$

$$r\to r_{\max} \quad (Y/Z\to\infty)\cdots\cdots\cdots(5\cdot b)$$

死滅・除去率を詳しくみれば他の因子の関数であろうが，それほど大きな変化はないと考え，第一近似的に一定と考える．

$\beta=$一定，　$\delta=$一定

3．平衡状態での生態系

さて，いまこの生態系が平均的にみて（短時間の変動を無視して）平衡状態に達している場合を考えると，式 (1)，(2)，(3) の右辺をそれぞれ零とおいて次の関係式が成立する．

$$X=X_0-\frac{\alpha V_e Y}{Q} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$Y=\frac{rZ}{C_Y\alpha-\beta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$C_Z r/\delta=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

これらの式を式 (5)，(6) とともに解けば，X, Y, Z と湖沼の貧富栄養度，湖沼の特性の関係が得られるが，ここでは本質的な点がわかればよいとしてまず次のように取り扱う．

(1) 近似式

式 (9) よりこの平衡状態は少なくとも r の一定値領域ではなく，式 (5･a) の領域の近くにあることがわかる．というのは，δ も C_Z も互いに独立な定数であるから，式 (9) の関係が成立するためには r はこれらと独立な定数 ($r_{\max}$) ではあり得ないから．したがって，これより近似式を用いて，

$$\frac{Y}{Z}=\frac{\delta}{C_Z r'} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

ここに，

$$r'=r_{\max}/c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

同様に $r=r'(Y/Z)$ を式 (8) に代入すれば

$$1=\frac{r'}{C_Y\alpha-\beta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

の関係を得る．上式が成立するためには，式 (9) に対する考察と同様 α は (6･a) の領域にあると考えなければならないことがわかる．これより

$$f_n\left(\frac{I}{H_e}\right)\left(\frac{X}{Y}\right)=(\beta+r')/C_Y\alpha' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

ここに，

$$\alpha'=\alpha_{\max}/a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

式 (7)，(13) より Y あるいは X を消去すれば次の関係式が導かれる．

$$\frac{X_0}{X}=1+\alpha' f_n\left(\frac{I}{H_e}\right)\left(\frac{V_e}{Q}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\frac{X_0}{Y}=\frac{(\beta+r')}{C_Y\alpha'}\left(f_n^{-1}\left(\frac{I}{H_e}\right)+\frac{\alpha' V_e}{Q}\right) \quad \cdots(16)$$

Vollenweider (1975) にならって，湖沼の単位面積当たりの栄養塩負荷率 $\mathcal{L}[M/L^2T]$

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{L}&=\text{負荷流量 }(QX_0)/\text{湖沼面積 }(V_e/H_e)\\&=H_eQX_0/V_e\\&=\left(\frac{H_e}{T_s}\right)X_0\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

（ここに，$T_s=V_e/Q$：滞留時間）の形で表わし，かつ $f_n(I/H_e)\approx I/H_e$ とすると，上式は次のように変形される．ただし，$\mathcal{L}_X$ および $\mathcal{L}_Y$ はそれぞれ許容限界を限界栄養塩濃度 X_c および限界植物プランクトン濃度 Y_c で規定するときの負荷率を意味する．

■ $$\mathcal{L}_X=\left(1+\alpha' T_s f_n\left(\frac{I}{H_e}\right)\right)\frac{H_e}{T_s}\cdot X_c$$

$$\cong\left(\frac{H_e}{T_s}+\alpha' I\right)\cdot X_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

■ $$\mathcal{L}_Y=\frac{\beta+r'}{C_Y\alpha'}\left(f_n^{-1}\left(\frac{I}{H_e}\right)+\alpha' T_s\right)\frac{H_e}{T_s}\cdot Y_c$$

$$\cong\frac{(\beta+r')}{C_Y\alpha'}\left(\frac{H_e}{IT_s}+\alpha'\right)H_e\cdot Y_c \quad \cdots\cdots\cdots(19)$$

(2) 厳密解

式 (7)，(8)，(9) を近似式によらず厳密に解くと次の諸式となる．

$$\frac{X_0}{X}=\left(1+\frac{V_e}{Q}\cdot\frac{\alpha_{\max}f_n(I/H_e)}{a}\frac{}{\alpha+(X/Y)}\right) \quad\cdots\cdots\cdots(20)$$

$$\frac{X}{Y}=\frac{a\theta}{C_Y\alpha_{\max}f_n(I/H_e)-\theta} \quad\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\frac{Y}{Z}=\frac{c}{\left(\frac{C_Z\gamma_{\max}}{\delta}\right)-1} \quad\cdots\cdots\cdots(22)$$

ここに，

$$\theta=\beta+\frac{\gamma_{\max}}{c+(Y/Z)} \quad\cdots\cdots\cdots(23)$$

式 (20) において，$X/Y\to 0$ とすれば，式 (15) となる．

（3） Monod 式の場合

なお，普通よく用いられる Monod 型の式

$$\alpha=\frac{\alpha_{\max}(I/H_e)X}{a+X} \quad\cdots\cdots\cdots(24)$$

$$\gamma=\frac{\gamma_{\max}Y}{c+Y} \quad\cdots\cdots\cdots(25)$$

を用いると式 (9)，(25) から

$$Y=\frac{c\delta}{C_Z\gamma_{\max}-\delta}=Y_s \quad\cdots\cdots\cdots(26)$$

と湖沼の栄養度にかかわりなく植物プランクトン濃度が決まってしまい，前論文でも指摘したように不自然である．

さらに，$\alpha\sim X$, $\gamma\sim Y$ の比例領域として計算を進めると，Monod 型の場合には次の関係式を得る．

$$Y=\frac{\delta c}{C_Z\gamma_{\max}}=Y_s \quad\cdots\cdots\cdots(27)$$

$$X_0=\left(1+\frac{\alpha_{\max}}{a}\cdot\frac{T_s}{H_e}\cdot IY_s\right)X \quad\cdots\cdots\cdots(28)$$

$$\mathcal{L}=\left(\frac{H_e}{T_s}+\frac{\alpha_{\max}}{a}\cdot IY_s\right)X \quad\cdots\cdots\cdots(29)$$

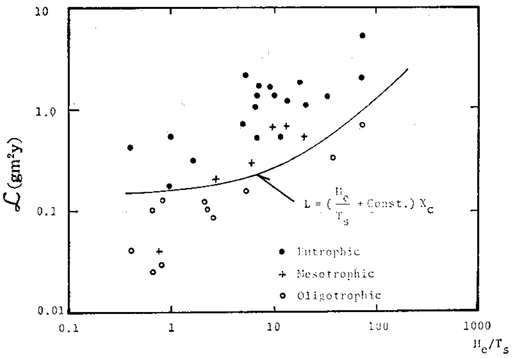
この場合にも，$\mathcal{L}$, X_c, H_e/T_s の間には式 (18) と同一形式の関係式となる．

4. 湖沼の貧富栄養度指標

湖沼の汚濁ないしは富栄養化指標（TSI＝Trophic State Index）として何をとるべきかについては，種々議論されているが，Carlson (1977) は Secchi 板，クロフィル a，全燐量（T_p）がそれぞれ関連の強い指標であるとしている．クロロフィル a はここでは Y，全燐量はここでは X である．

したがって，式 (15)，(16) または (18)，(19) は流入河川の栄養塩濃度 X_0 と流入河川流量 Q，湖沼の有効容積 V_e，有効水深 H_e などと湖沼の栄養塩濃度（X）もしくは植物プランクトン濃度（Y）による汚濁度との間の関係式である．

もし，Vollenweider (1975) のように，湖沼の植物プ



図—1 単位面積当たりの栄養塩負荷率 $\mathcal{L}$ と H_e/T_s による湖沼の貧富栄養分類
[X_c=0.011, Const.=14.63]
(Data は Vollenweider による)

ランクトンの増殖制約因子の栄養塩のある濃度レベル $X=X_c$ で湖沼の富栄養度の判定をするとすれば，それは式 (18) である．しかし，またある植物プランクトン濃度レベル Y で富栄養度を表わそうとすれば式 (19) をとればよい．いずれにしても，ある一定の栄養塩濃度あるいは透明度によって，湖沼を富栄養と貧栄養に分類するとすれば，許される単位面積当たりの栄養塩負荷 $\mathcal{L}$ は，有効水深 H_e と滞留時間 T_s の比（H_e/T_s），H_e，I などの関数である．

式 (18) は，Vollenweider が経験式も用いて栄養塩の収支関係のみから導いた関係をよく説明している．すなわち，貧富栄養度の判定をある X 値と固定するとき，

$$\mathcal{L}_X\propto\frac{H_e}{T_s} \qquad \left(\frac{H_e}{T_s}\to\text{増加}\right)\cdots\cdots(30\cdot\mathrm{a})$$

$$\mathcal{L}_X\to\text{一定} \qquad \left(\frac{H_e}{T_s}\to 0\right)\cdots\cdots(30\cdot\mathrm{b})$$

の関係となる．Vollenweider のモデルではさらに H_e/T_s が増加するとき $\mathcal{L}\propto\left(\frac{H_e}{T_s}\right)^2$ としているが，彼の整理した実測データにはこの傾向はなく，また高次モデルにより導かれた式 (18) もこの項を含んでいない．

5. おわりに

以上のように単純な生態系モデルから容易に湖沼の貧富栄養度指標が導かれた．結果は従来用いられている Vollenweider の指標を含み，それを若干修正するものである．しかし，著者の手もとには，図—1 以外にはこれを検証するデータはなく，今後関係者による検討を経てゆかねばならないであろう．

参考文献

1) Carlson, R.E. : A trophic state index for lakes, Limnology & Oceanography, Vol. 22, No. 2, pp. 361～369, 1977.

2) Contois, D.E. : Kinetics of bacterial growth; Relationship between population density and specific growth rate of continuous cultures, J. gen. Microbiol., Vol. 21, pp. 40～50, 1959.
3) 日野幹雄：微生物の作用を直接考慮した河川自浄作用の一理論式，土木学会論文報告集，第286号，pp. 65～75, 1979.
4) Hino, M. : Ecohydrodynamics, Adv. in Hydroscience, Vol. 12, ed. V.T. Chow, Academic Press, 1981.
5) Vollenweider, R.A.: Input-Output models-with special reference to the phosphorous loading concept in limnology, Schweiz. Z. Hydrol., Vol. 37, No. 1, pp. 53～84, 1975.

(1981.3.30・受付)