

重回帰分析による二次元海浜変形実験における 汀線移動量の表示について

AN EXPRESSION OF SHORELINE CHANGE IN LABORATORY
TWO DIMENSIONAL BEACH PROCESSES BY
MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS

伊藤政博*・増田重臣**

By Masahiro ITO and Shigeomi MASUDA

1. 結 言

近年、沿岸海域利用・海岸保全に関連して、波による海浜変形の究明やその予測法の確立が重要視されていることは周知のとおりである。海浜変形の予測法の一手段として、移動床による水理模型実験は、海浜変形を可視的に再現でき、その特性を定性的に、または定量的に評価できる利点を有しているため、きわめて有用である。海浜変形に関する模型実験を行う場合、(i) 外力条件、(ii) 海浜断面形状、(iii) 海浜地形変動、(iv) 底質の移動形態、(v) 漂砂量および漂砂の移動限界水深などがすべて現地海岸と相似になることが理想である。しかしながら、これらすべてを満足できる相似則は、いまだ明らかにされていないといつてよい。そこで、水理模型実験を行う場合、実験の主旨を鑑みて、上述の (i)~(v) の中で特に重要となる現象のみが相似性を満足するように、試行錯誤的に実験条件の設定がなされている。たとえば、海浜変形を代表するような汀線移動量が相似となるように底質を選定し、縮尺を決定するといった方法である。したがって、二次元海浜変形における汀線移動の挙動は、海浜変形の特性のみならず、相似則を考究する場合非常に重要な指標の一つでもある。

以上のような理由から、波の特性と底質粒径との関係で海浜変形の特性を表わそうとする試みは、最初、沿岸砂州の発生限界について Johnson¹⁾(1949) が波形勾配との関係で論じ、ついで Rector²⁾(1954) は海浜形状の特性、特に前浜勾配、沖浜勾配、静水面から beach crest までの高さ、および変形限界水深における砂移動等に波形勾配のほか粒径・波長比を使って表示した。また、岩垣・野田³⁾ら(1961)は、海浜変形の大きさに及ぼす波

および底質粒径の縮尺効果を考察し、底質粒径と波高との比が汀線の移動量や平衡断面形、ならびに暴風海浜と正常海浜の領域区分に及ぼす影響を明らかにした。それ以来、海浜断面形状とそれに影響を与えていると考えられる無次元量との関係について幾多の研究が行われてきた。特に、最近では、堀川・砂村⁴⁾らが多くの実験結果を用いて汀線の最終変化量を表わす式⁵⁾および汀線の前進・後退の限界を判別する関係式⁶⁾を提案している。また、尾崎⁷⁾(1976)によって緩勾配の海浜変形の実験が追加され、汀線の前進・後退を判別する関係式がさらに検討された。

海浜変形に関する実験的研究は、このように今日に至るまで 30 有余年にわたって内外の多くの研究者によって進められ、諸要因と変形機構の究明に努力が払われてきた。これらの研究手法として用いられてきた物理的解析法では、その性質上現象を表示するための要因が 2~3 個に限定される憂いがある。そこで、従来の研究で無視されていた要因をもすべて網羅して、汀線移動の現象をさらに詳細に検討することが要求される。本研究では、このような要求を満足し得る方法の一つとして、従来、次元解析法によって明らかにされている無次元水理量のすべてを取り上げ、いわゆる重回帰分析法によってそれらの間の関係を見出そうとする方法を示して、汀線移動量の定式化を試みる。

すなわち、汀線の移動量を定式化するにあたり、これに影響を及ぼす要因として次元解析によって与えられるすべての無次元水理量の要因を用いて構成される 2 種類のモデル式を設定する。このように、汀線移動に影響する限定化された要因について、重回帰分析法を用いて解析する。この方法⁸⁾を用いることによって、従来行われていた物理的な方法に比べて現象に影響を及ぼす要因を客観的にかつ数値的に選択抽出(後述 4.(1)の段階的回帰方法)することができる。

* 正会員 工修 名城大学講師 理工学部土木工学科

** 正会員 工博 名城大学教授 理工学部土木工学科

本計算には、従来の入手可能なほとんどすべての二次元海浜変形に関する実験結果を使用することとした。その結果、二次元海浜変形における汀線移動量を定量的に表示できる表示式を求め、汀線移動の特性とそれに及ぼす諸要因との関係を詳細に考察する。

2. 汀線移動量推定式を求めるための重回帰分析法

多変量解析法の一方法である重回帰分析法⁹⁾において、目的変数 (criterion variable) として汀線移動量を、また説明変数 (prediction variable) として次元解析によって限定化される複数の汀線移動量に影響を与える諸要因を用いれば、汀線移動量を数値的に表示することができる。この方法を適用するにあたって、まず汀線移動量を表示できるような適切なモデル式を設定しなければならない。このモデル式を求めるにあたって、重回帰分析法には次の3つの特色があるので、本研究ではこれらを積極的に利用することとする。すなわち、

- i) 汀線移動量に対して設定されたモデル式を使って汀線移動量を最も的確に予測できる関係式を与えることができる。
- ii) 汀線移動量に影響する要因は、次元解析により無次元水理量として限定することができ、かつこれらの要因で構成されたモデル式に含まれる説明変数を、その影響の度合に応じて取捨選択できる。
- iii) モデル式内の説明変数、すなわち要因は汀線移動量に対して与える影響が大きいものから順次選出できる。

まず、説明変数が複数個 (p 個) 存在する場合に適用できる重回帰分析法の概略を述べる。目的変数 (汀線移動量) を、 y とし、説明変数 (諸要因) を、 x_1, x_2, \dots, x_p で表わすと、次式のように表わすことができる。

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p) + \varepsilon \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$ の関数形は一般には不明であり、 ε は y を $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ を用いても説明しきれない部分を表わす。

説明変数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ がそれぞれある基準値 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_p$ のまわりに変動し、その変域がそれほど大きくなく、 f の関数形が滑らかであると考えられるときには、 f を $m_1, m_2, m_3, \dots, m_p$ のまわりにテイラー展開し、その1次の項のみをとると、次式のように書ける。

$$y = m_y + \sum_{i=1}^p \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{x_1=m_1, x_2=m_2, \dots, x_p=m_p} (x_i - m_i) + \varepsilon' \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 ε' は式(1)の ε のほかにテイラー展開にお

る2次以上の項をすべて含む。ここで用いられる導関数を β_i とおき、かつ β_0 を、

$$\left. \begin{aligned} \beta_i &= \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{x_1=m_1, x_2=m_2, \dots, x_p=m_p}, \quad (i=1, 2, 3, \dots, p) \\ \beta_0 &= m_y - \sum_{i=1}^p \beta_i m_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

で定義すると、式(2)は次のように表わされる。

$$y = m_y + \beta_1(x_1 - m_1) + \beta_2(x_2 - m_2) + \dots + \beta_p(x_p - m_p) + \varepsilon' \\ \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon' \dots \dots \dots (4)$$

この式(4)は重回帰モデルとよばれるもので、 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ に関して1次式である。式(4)から、最良不偏推定値 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ を求める方法の詳細⁹⁾は省略するが、結果のみを示すと、次のような重回帰推定式が得られる。

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p \dots \dots \dots (5)$$

式(5)の重回帰推定式を用いて実測値をどの程度まで表わすことができるかを判定するために、いわゆる分散分析を行う。分散分析で式(5)による推定値が、一般に有意水準5%以下で有意となる場合のみ、式(5)の妥当性が確認される。さらに、これらの推定値と実測値の対応性を表わす指標として、重回帰係数 R および寄与率 $r(\%) = R^2 \times 100$ が計算できる。なお、重回帰係数は常に正の値のみをとるように定義されているので、相関係数が正あるいは負の値をとる点とは異なっているが、その数値的意味は同一である。

3. 汀線移動量モデル式の設定

初期浜勾配 i_0 のような海浜に波が作用すると、海浜は波の作用時間の経過に伴って漸次変形し、最終的にはいわゆる平衡形状に近づくものと考えられる。そこで、このような二次元海浜変形過程において、初期汀線位置からの汀線移動量 X_{st} に及ぼす諸要因について、次元解析を行うと、周知のように X_{st} は次式で表わされる¹⁰⁾。

$$\frac{X_{st}}{L_0} = f_{st} \left[\frac{h}{L_0}, \frac{d_m}{H_0}, i_0, \frac{H_0}{L_0}, \frac{t}{T}, \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right), \frac{\nu}{d_m \sqrt{g H_0}} \right] \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 X_{st} : 初期汀線からの汀線前進量 (+) あるいは後退量 (-)、 h : 実験水槽の水平床部の水深、 d_m : 底質の平均粒径、 H_0 : 沖波波高、 L_0 : 沖波波長、 T : 波の周期、 t : 波の作用時間、 σ : 底質の密度、 ρ : 流体の密度、および ν : 流体の動粘性係数である。 H_0 および L_0 はそれぞれ沖波に添算した値である。

式(6)を式(1)に対応させると、 X_{st}/L_0 を目的変数と

し、 h/L_0 , d_m/H_0 , i_0 , H_0/L_0 , t/T , $(\sigma/\rho-1)$, $(\sqrt{gH_0d}/\nu)^{-1}$ を説明変数とすることができる。なお、後述するように d_m は使用する実験資料によっては、 d_{50} (中央粒径) のみが表示されているので、簡単のために以下 $d_m \approx d_{50} = d$ とする。

(1) モデルA (乗積式)

式(6)の右辺におけるすべての無次元水理量を使ってべき乗の積とし、汀線の移動量を次のように表示する。

$$\frac{X_{st}}{L_0} + \lambda = \exp(\beta_0^*) \left(\frac{h}{L_0}\right)^{\beta_1^*} \left(\frac{d}{H_0}\right)^{\beta_2^*} (i_0)^{\beta_3^*} \cdot \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{\beta_4^*} \left(\frac{t}{T}\right)^{\beta_5^*} \left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)^{\beta_6^*} \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{\beta_7^*} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 λ , β_0^* , β_1^* , β_2^* , ..., β_7^* は定数である。このモデル式Aと類似している関係式として、次式のような堀川・砂村ら¹¹⁾の汀線の前進・後退の判別式があげられる。

$$\frac{H_0}{L_0} = C(i_0)^{-0.27} \left(\frac{d}{L_0}\right)^{0.67} \dots \dots \dots (8)$$

ただし、この式は定数Cによって汀線の前進・後退を区別する。さらに、式(8)を変形すると、次のようになる。

$$1 = C \left(\frac{d}{H_0}\right)^{0.67} (i_0)^{-0.27} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{-0.33} \dots \dots \dots (9)$$

この式は、式(7)において汀線の前進・後退の限界を表わす条件として、汀線の移動量が零 ($X_{st}/L_0=0$) となる場合を仮定すると、各定数 $\lambda=1$, $\beta_2^*=0.67$, $\beta_3^*=-0.27$, $\beta_4^*=-0.33$ および $\exp(\beta_0^*) (h/L_0)^{\beta_1^*} (t/T)^{\beta_5^*} \cdot (\sigma/\rho-1)^{\beta_6^*} (\sqrt{gH_0d}/\nu)^{\beta_7^*} = C$ とおけば、式(8)に一致させることができる。したがって、モデルAは式(8)の一般的表示であるとも考えられる。

(2) モデルB (多変数多項式)

ここでは、式(6)について右辺の7変数の関数をテイラー級数に展開し、そのn次の代数関数で汀線の移動量を近似することを考える。一般に、関数をテイラー級数に展開する場合、nの次数を多くすればそれだけ級数は真の値に近づくと考えられる。したがって、本研究では、式(6)の右辺を3次の項まで級数展開して、次式のような多変数多項式をモデルBとする。

$$\begin{aligned} \frac{X_{st}}{L_0} = & \beta_0^{**} + \beta_1^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right) + \beta_2^{**} \left(\frac{d}{H_0}\right) + \beta_3^{**} (i_0) \\ & + \beta_4^{**} \left(\frac{H_0}{L_0}\right) + \beta_5^{**} \left(\frac{t}{T}\right) + \beta_6^{**} \left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right) \\ & + \beta_7^{**} \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-1} \\ & + \beta_8^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right)^2 + \beta_9^{**} \left(\frac{d}{H_0}\right)^2 + \beta_{10}^{**} (i_0)^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \beta_{14}^{**} \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-2} \\ & + \beta_{15}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right) \left(\frac{d}{H_0}\right) + \beta_{16}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right) (i_0) + \dots \\ & + \beta_{35}^{**} \left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right) \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-1} \\ & + \beta_{36}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right)^3 + \beta_{37}^{**} \left(\frac{d}{H_0}\right)^3 + \dots \\ & + \beta_{42}^{**} \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-3} \\ & + \beta_{43}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right)^2 \left(\frac{d}{H_0}\right) + \beta_{44}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right)^2 (i_0) + \dots \\ & + \beta_{84}^{**} \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-2} \left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right) \\ & + \beta_{85}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right) \left(\frac{d}{H_0}\right) (i_0) + \beta_{86}^{**} \left(\frac{h}{L_0}\right) \\ & \cdot \left(\frac{d}{H_0}\right) \left(\frac{H_0}{L_0}\right) + \dots + \beta_{119}^{**} \left(\frac{t}{T}\right) \left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right) \\ & \cdot \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right)^{-1} + R_n \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ここで、 β_0^{**} , β_1^{**} , ..., β_{119}^{**} は定数、 R_n は剰余項を表わす。

(3) モデル式の計算について

3.(1) と (2) で、汀線の移動量を表示するために、2種類のモデル式を設定したが、これらのモデル式を用いて係数を決定するための計算は次のように行う。

まず、モデルAについては、式(7)の両辺に対数をとると、

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{X_{st}}{L_0} + \lambda\right) = & \beta_0^* + \beta_1^* \ln\left(\frac{h}{L_0}\right) + \beta_2^* \ln\left(\frac{d}{H_0}\right) \\ & + \beta_3^* (i_0) + \beta_4^* \ln\left(\frac{H_0}{L_0}\right) + \beta_5^* \ln\left(\frac{t}{T}\right) \\ & + \beta_6^* \ln\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right) + \beta_7^* \ln\left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu}\right) \dots \dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 $X_{st}/L_0 + \lambda > 0$ でなければならない。汀線が後退する場合、 $X_{st}/L_0 < 0$ となるので、定数 λ は計算に使用される実験資料の中で汀線の後退量 (X_{st}/L_0) の最大値よりも大きな値に定める必要がある。表-1を参考にし、 $\lambda=2.0$ と定める。さらに、式(11)を式(4)に対応させると、各項の係数 (β_0^* , β_1^* , β_2^* , ..., β_7^*) を求めることができる。

次に、モデルBについては、式(10)で右辺の剰余項 R_n は定数 β_0^{**} に含め、式(4)に対応させると、係数 (β_0^{**} , β_1^{**} , β_2^{**} , ..., β_{119}^{**}) が求められる。

4. 解析方法および実験資料

(1) 解析方法

式(10)および(11)には汀線移動量を表示するための

説明変数がすべて式に含まれているが、これらの全部の変数を使用した式でなくても、汀線移動量に有意な影響を与えるもののみで構成された式であれば実用上十分であると考えられる。

汀線移動量に対して、有意な影響を与える変数のみを数値的に解析できる方法がすでにいくつか提案されているが、本研究では Efroymsen¹²⁾ の段階的回帰方法 (stepwise regression procedure) を用いることにする。

この方法は、汀線の移動量に対して最も大きな偏相関係数をもつ変数から順次選出し、そのつど分散分析で F 検定を行いながら計算を進めるものである。F 検定で、有意でなくなったときに、そこで計算を終了する。

(2) 実験資料

二次元海浜変形に関する実験結果は、すでに数多くの発表がなされているので、これらの中から、式(6)の無次元水理を計算できるものを選択し、表-1 に一括表示した。海浜変形に関して汀線の移動を検討する場合には、波の作用時間 t 、すなわち t/T による影響が大きいことが従来の研究で指摘されている。ここでは、海浜形状がほぼ平衡状態に達している場合の汀線移動量を対象にする。しかしながら、堀川ら¹⁴⁾が述べているように、海浜が平衡形状になるに要する時間は、一般に底質粒径や波の特性などによって一定ではない。また、Chesnutt

ら²³⁾は、波の作用時間が 375 時間 ($t/T \approx 470000$) におよんでもなお平衡形状に達しなかったと報告している。

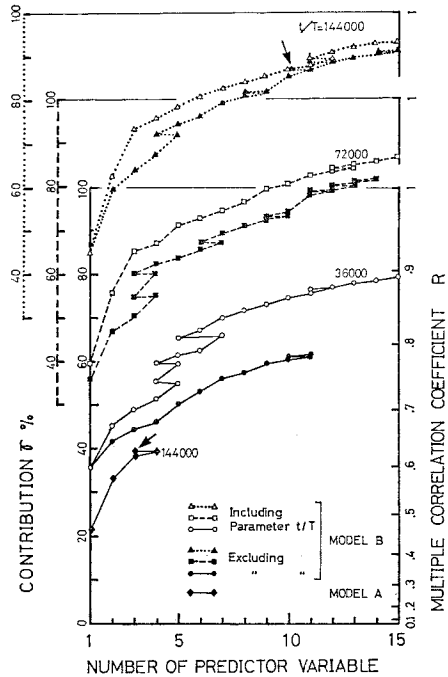


図-1 波の作用時間 t/T が汀線移動量に与える影響と各モデル式の r および R の変化

表-1 海浜変形に

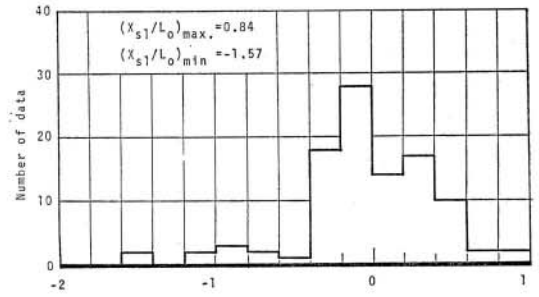
No.	実験諸量 実験者名	汀線移動量 X_{sl} (cm)	水槽水平 床部水深 h (cm)	底質粒径 d (mm)	沖波波高 H_0 (cm)	周期 T (s)	波の作用時間 t (h)	$\frac{X_{sl}}{L_0}$
1	Bulletin of B.E.B. ¹³⁾	-34~62	20~91	d_{50} 0.28, 0.56	2.4~11.6	0.90~3.30	1~30	-0.09~0.37
2	Rector, R.L. ¹⁴⁾	-216~336	84	d_{50} 0.22, 0.47, 3.44	10.1~13.1	1.30~3.30	70~200	-0.29~0.76
3	Watts, G.M. ¹⁵⁾	-111~205	91	d_{50} 0.22~3.44	12.7~18.7	2.00~2.68	40	-1.78~0.26
4	Saville, T.Tr. ^{16), 17)}	-1963~349	427~457	d_{50} 0.22, 0.46	46.0~171.0	5.60~11.33	1~40	-0.36~0.02
5	Shinohara, K. et al. ¹⁸⁾	-76~-7	35	d_m 0.20, 0.30	3.8~5.0	0.89~1.65	7	-0.24~-0.02
6	井島・青野 ¹⁹⁾	7~62	40	d_m 0.28	6.8, 7.7	1.50, 3.00	6	0.019~0.089
7	榎木 亨 ²⁰⁾	-53~-5	30	d_m 0.30	2.3, 3.8	0.88, 1.21	1~15	-0.44~0.06
8	Popov, I.J. ²¹⁾	-95~-53	162	d_{50} 6.00	30.0	1.73	3.6~16.8	-0.21~-0.12
9	Eagleson, P.S. et al. ²²⁾	-20~112	45~49	d_m 0.37	9.1~10.8	1.15, 1.53	48~222	-0.10~0.84
10	増田・伊藤 ²³⁾	-82~165	45	d_m 0.20, 1.75	6.8, 17.7	1.90, 2.84	0.5~8.0	-0.15~0.40
11	土屋・稲田 ²⁴⁾	-78~98	45, 150	d_{50} 0.22~0.73	1.9~18.7	0.87, 1.34	1~60	-0.52~0.69
12	Raman, Dr.H. et al. ²⁵⁾	-29~32	35	* 0.30	6.5~7.5	1.00, 2.00	5~45	-0.81~0.21
13	田中・新保 ²⁶⁾	-226~40	40	d_m 0.20, 0.30	2.8~10.8	0.95~2.20	1~15	-0.54~0.21
14	堀川・砂村・鬼頭 ²⁷⁾	-117~20	40	d_{50} 0.20	5.3~7.3	1.40, 1.70	6~240	-0.32~0.07
15	Paul, M.J. et al. ²⁸⁾	-29~46	19~68	d_{50} 0.36~0.91	2.1~18.3	0.91~1.71	12, 36	-0.13~0.14
16	増田・伊藤 ²⁹⁾	-103~167	45	d_m 0.30, 2.75	9.8, 12.1	1.58, 2.30	0.25~8.0	-0.26~0.43
17	堀川・砂村・近藤 ³⁰⁾	-203~208	25~48	d_m 0.20, 0.70	3.4, 7.6	1.00, 2.00	1~160	-1.07~0.97
18	堀川・砂村・近藤・岡田 ³¹⁾	-245~11	40	d_m 0.20, 0.70	3.4, 7.6	1.00, 2.00	9~266	-1.57~0.03
19	名城大学・土木工学科卒業 研究論文 ³²⁾	-147~285	50	d_m 0.44	11.4, 14.8	1.45, 2.30	0.25~200	-0.45~0.53
20	Chesnutt, C.B. and Galvin, C.J. ³³⁾	-348, -155	71	* 0.20	11.8	1.90	150, 370	-0.62, -0.28
21	尾崎・渡辺 ³⁴⁾	-9~35	30	d_{50} 0.22, 0.49	4.4~14.4	0.86~2.52	20~120	-0.04~0.08
22	伊藤・土屋・山下 ³⁵⁾	-40~869	14~100	d_{50} 0.38, 0.94	3.5~29.5	1.13~3.0	1~60	-0.06~0.75
	maximum	869	457	6.00	171	11.33	370	0.97
	minimum	-1963	14	0.20	1.9	0.87	0.25	-1.78

(注) * は論文に d_m あるいは d_{50} の記載がない場合を示す。

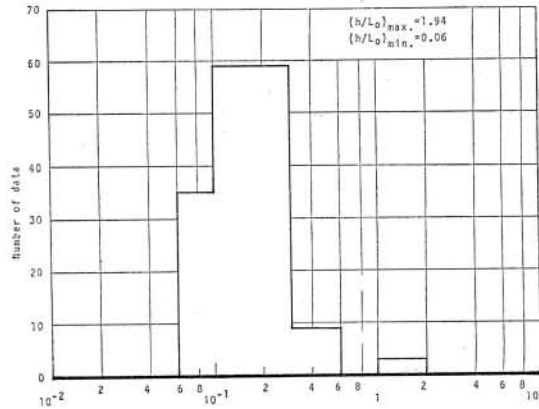
る。そこで、前もって t/T の効果を数値的に検討するために、表-1の実験結果を $t/T \geq 36,000, 72,000$ および $144,000$ に分けて、モデル式Bを使って解析した結果を図-1に示す。これはモデルBの右辺の項で t/T を含んでいる項のみを無視した場合とそうでない場合に分けて解析を行ったもので、その結果得られた寄与率 r 、重相関係数 R の相違を図示したものである。この図は、モデル式Bすなわち式(10)の右辺の項で汀線移動量に大きな影響を与える項のみが解析計算で順次抽出されるので、この抽出項の数と r および R との関係を表わしている。したがって、 $r \rightarrow 100\%$ 、 $R \rightarrow 1.0$ に近づくほど解析精度はよくなる。この図から、 t/T の値が大きくなるにつれて、 t/T を含む場合と含まない場合との相違が少なくなり、 t/T の効果が小さくなることがよくわかる。そこで、汀線の移動がほぼ平衡状態になるに必要な波の作用時間は実用上、 $t/T \geq 144,000$ であれば十分であると考えられる。

したがって、 $t/T \geq 144,000$ の実験結果を使用して、モデル式を計算する場合、 t/T の効果はほとんどなくなるものとみなして、モデルAについては t/T の項を式から外し、モデルBについては t/T を含む項を除外して考えることにする。

図-2は表-1の実験結果の中で、 $t/T \geq 144,000$ の条件を満足する101ケースの実験のみについて、各無次



(a)



(b)

関する実験資料

無 次 元 水 理 量							備 考	
$\frac{h}{L_0}$	$\frac{d}{H_0} \times 10^3$	i_0	$\frac{H_0}{L_0}$	$\frac{t}{T} \times 10^{-3}$	$\frac{\sigma}{\rho} - 1$	$\frac{\sqrt{g} H_0 d}{\nu}$	底質材料名	実験数
0.05~0.35	0.48~1.15	1/15	0.006~0.044	1.6~83.1	1.65	119~520	砂	24
0.05~0.32	0.18~3.42	1/30	0.006~0.045	75.9~553.8	1.65	190~3450	砂	20
0.08~0.15	0.17~2.72	1/20	0.011, 0.030	53.7~72.0	1.63	214~4000	砂	8
0.02~0.09	0.01~0.03	1/15	0.002~0.035	0.3~25.7	1.65	408~787	砂	9
0.08~0.28	0.40~0.70	1/10	0.010~0.040	15.3~28.3	0.29, 1.66	107~186	石炭粉, 砂	3
0.03, 0.11	0.36, 0.41	1/20	0.005, 0.022	1.2~56.0	1.9	200, 213	砂	6
0.13, 0.25	0.79, 1.29	1/10	0.01, 0.03	3.0~61.4	1.63	125, 159	砂	7
0.36	2.00	1/3	0.067	7.5~35.0	1.65	90	砂	5
0.12~0.24	0.34~0.41	1/20, 1/30, 1/45	0.025~0.048	112.9~522.8	1.67	305~333	砂	7
0.04~0.08	0.11~2.59	1/10, 1/18	0.005, 0.031	0.6~15.2	1.64	142~2000	砂	48
0.16~1.94	0.12~1.68	1/15	0.016~0.081	5.1~306.8	0.26~1.65	87~820	おがくず, 石炭粉, 砂	26
0.06~0.22	0.40~0.46	1/8~1/15	0.012~0.04	9.0~151.2	1.65	209~225	砂	17
0.05~0.29	0.19~0.82	1/10, 1/20	0.005~0.048	1.6~37.9	0.6, 1.65	98~207	石炭粉, 砂	71
0.09~0.13	0.27~0.38	1/24	0.013~0.024	12.7~617.1	1.65	126~147	砂	17
0.15	0.34~2.55	1/5, 1/10, 1/20	0.016~0.060	3.6~100.5	0.6, 1.71	219~826	ベークライト, 砂	24
0.06~0.12	0.25~2.28	1/10, 1/18	0.012~0.031	0.4~18.2	1.30	257~2610	メサライト	56
0.07~0.21	0.26~2.06	1/10, 1/20, 1/30	0.012~0.049	1.8~576.0	1.65	101~526	砂	59
0.06~0.26	0.26~2.06	1/10	0.005~0.049	32.4~640.8	1.65	101~526	砂	16
0.06~0.15	0.30~0.39	1/10, 1/20, 1/30	0.001~0.045	0.4~496.6	1.57	405~463	砂	85
0.13	0.17	1/10	0.021	284.2, 710.5	1.65	203	砂	2
0.03~0.26	0.14~1.11	1/50, 1/70, 1/90	0.005~0.081	28.6~502.3	1.65	127~408	砂	14
0.07~0.16	0.32~1.65	1/30	0.014~0.047	1.2~108.0	1.54	943~1200	砂	41
1.94	3.42	1/3	0.081	710.5	1.9	4000		
0.02	0.01	1/90	0.001	0.3	0.26	87		
							全データ数 565	

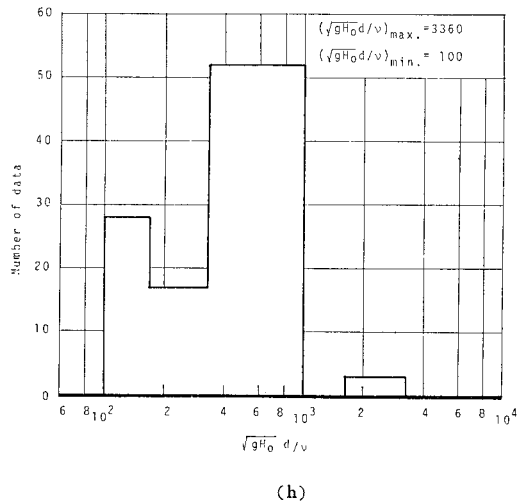
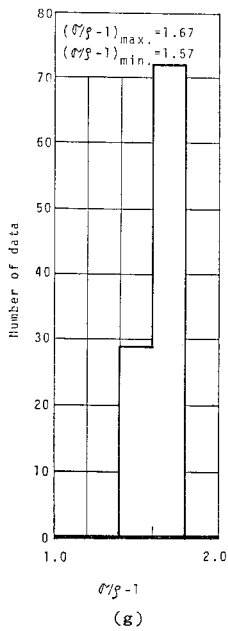
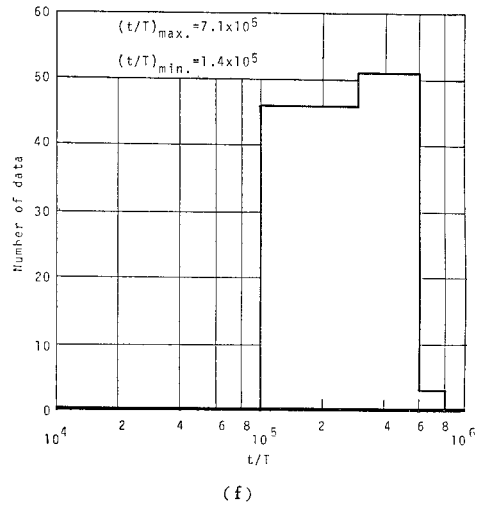
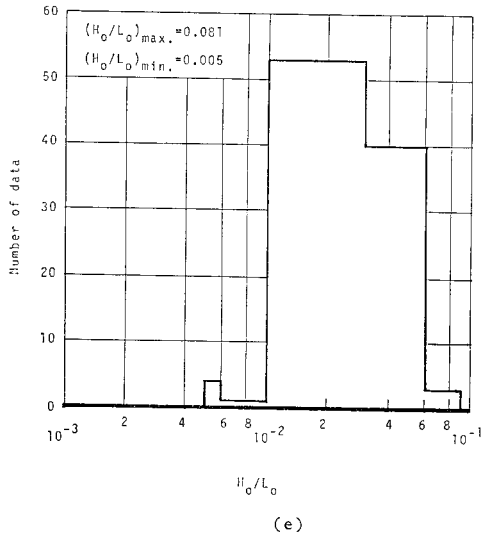
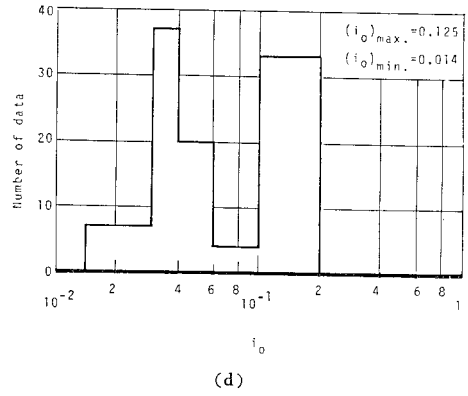
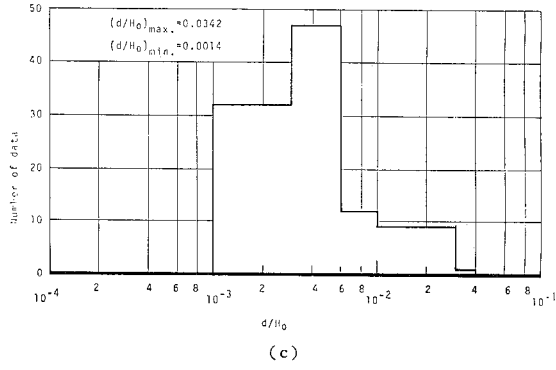


図-2 解析に使用した実験資料の各無次元水理量の頻度分布

元水理量の頻度分布図を图示したものである。特に、図-2(g)で $(\sigma/\rho-1)$ の分布はその範囲が1.57~1.67であることから、計算に使用できる実験結果は、底質が砂の場合に限定される。

5. 計算結果

まず、計算により得られる寄与率 r および重相関係数 R は説明変数の数が増すにつれて急激に増加することが図-1から認められる。しかし、ある程度以上になると、その増加割合は少なくなり、図-1の中に、モデルAについては“/”，モデルBについては“\”で示されたところで計算を打ち切れれば十分その目的が達せられると考えられる。

計算により出てきた順序に従って、その結果を記すと、次のようになる。すなわち、

モデルAによる汀線移動量推定式では、 $R=0.62$ および $r=38.5\%$ であり、次式で表わされる。

$$\frac{X_{sl}}{L_0} + 2 = \exp(-1.177) \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{0.148} \cdot (i_0)^{-0.195} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-0.105} \dots\dots\dots(12)$$

あるいは、次のように整理される。

$$\frac{X_{sl}}{L_0} = -2 + 0.308 \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{0.148} (i_0)^{-0.195} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{-0.105} \dots\dots\dots(13)$$

また、モデルBでは、 $R=0.93$ および $r=87.0\%$ で次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{X_{sl}}{L_0} = & 1.722 \times 10^{-1} - 5.528 \times 10^5 \left(\frac{H_0}{L_0} \right) \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{-2} \\ & + 5.196 \times 10^5 \left(\frac{d}{H_0} \right) \left(\frac{H_0}{L_0} \right) \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{-1} \\ & - 6.320 \times 10^5 \left(\frac{d}{H_0} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{-1} \end{aligned}$$

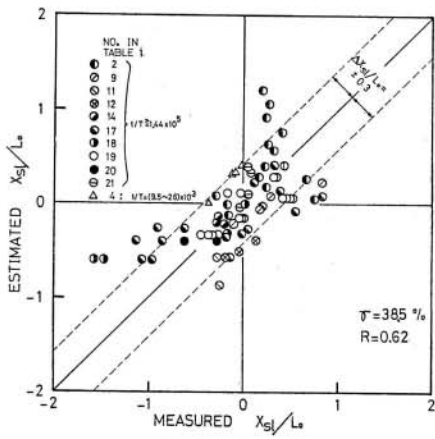
$$\begin{aligned} & + 2.267 \times 10^6 \left(\frac{d}{H_0} \right) \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{-2} \\ & - 1.069 \times 10^4 \left(\frac{\sqrt{gH_0d}}{\nu} \right)^{-2} \\ & - 3.857 \times 10^3 \left(\frac{h}{L_0} \right) \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \\ & + 1.623 \times 10^2 \left(\frac{h}{L_0} \right) \left(\frac{H_0}{L_0} \right) + 2.169 \left(\frac{h}{L_0} \right)^3 \\ & + 5.876 \times 10^3 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^3 - 1.973 \times 10^2 (i_0) \left(\frac{H_0}{L_0} \right) \\ & \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

式(14)を整理すると、次式のようになる。

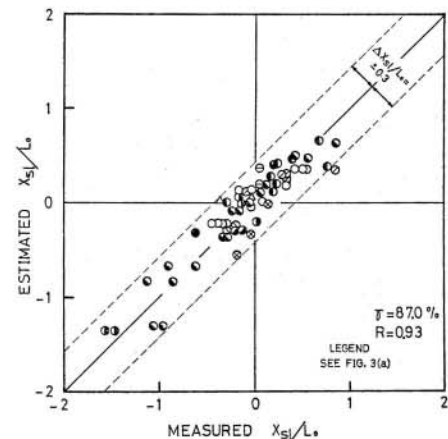
$$\begin{aligned} \frac{X_{sl}}{L_0} = & 1.722 \times 10^{-1} + \left\{ (-5.528 \frac{H_0}{L_0} + 22.67 \frac{d}{H_0} - 0.1069) \right\} \frac{d}{\sqrt{gH_0d}} \\ & + \left\{ 5.196 \frac{H_0}{L_0} - 6.320 \frac{d}{H_0} \right\} \frac{d}{10^5 \nu} \\ & + \left\{ 58.76 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 - 38.57 \frac{hH_0}{L_0^2} \right. \\ & + 1.623 \frac{h}{L_0} - 1.973 i_0 \left. \right\} \frac{100 H_0}{L_0} \\ & + 2.169 \left(\frac{h}{L_0} \right)^3 \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

式(13)および(14)あるいは(15)と実験結果との比較を図-3に示す。ただし、結果が図上の同一点に多数重複する場合は、代表値で示してある。

図-3(a)は式(13)によるものであり、この図から乗積型の関数で汀線の移動量を表わすと、汀線移動量が比較的少ない場合 ($X_{sl}/L_0 \approx 0$) には、実験結果との相違は少ないが、汀線移動量が大きくなると顕著になる。一方、式(14)あるいは(15)による場合、図-3(b)によれば、 R および r の値が式(13)の場合よりも大きく、実験結果と推定値との相違は $\Delta X_{sl}/L_0 \approx \pm 0.3$ 以内になっている。Smithら³⁰⁾が同一実験条件で、3回繰り返して行った実験結果 ($t/T=231000$) によれば、汀線移動の



(a) 式(12)による結果 (モデルA)



(b) 式(14)あるいは(15)による結果 (モデルB)

図-3 モデル式から推定された汀線移動量と実験結果との比較

ばらつきは $4X_{s1}/L_0 \approx \pm 0.1$ 以内である。このように、実験によるデータのばらつきを考慮に入れて考えると、モデルBによって推定される汀線移動量の精度は相当高いと評価されよう。したがって、汀線移動量の推定精度は図-1、図-3(a),(b) および式(12)、(14)のRとrの値などから、式(14)および(15)の方がよいことがわかる。

これらの汀線移動量推定式は、 $t/T \geq 144000$ の実験資料を使用して求められたものであるから、図-2 で示される各要因の頻度分布内の値についてはこれらの式の推定精度は高いが、当然のことながらこれらの領域を外れるに従って精度が落ちるであろう。

6. 考 察

(1) モデルBによる汀線移動量推定式

前述したように、式(14)あるいは(15)は式の形が複雑ではあるが、汀線移動量を比較的良好に表示していることがわかった。そこで、式(14)、(15)をもとにして汀線移動量に及ぼす諸要因の影響について考察する。

式(14)の右辺第1項は定数であり、また第2項以降ではしだいにその汀線の移動に及ぼす影響は少なくなるが、これらの項の中には $\sqrt{gH_0}d/\nu$ 、 H_0/L_0 、 d/H_0 、 h/L_0 および i_0 の要因が含まれている。これらの要因の中で、 H_0/L_0 、 d/H_0 および i_0 は従来の研究でも指摘されていたものである。本研究では、従来指摘されていた要因のほかに、波と底質との Reynolds 数 $\sqrt{gH_0}d/\nu$ および水深波長比 h/L_0 が新たに含まれている。

式(14)によれば、汀線の移動量に対して、特に $\sqrt{gH_0}d/\nu$ の影響が顕著であるように見受けられるので、この影響についてまず調べる。そこで、式(14)の無次元水理量に代表値として、 $h/L_0=0.1$ 、 $i_0=1/20$ および $H_0/L_0=0.03$ を与え、 $\sqrt{gH_0}d/\nu$ をパラメーターとして X_{s1}/L_0 を計算する。なお、この計算で、 h/L_0 および i_0 の値を変えた結果については、紙数の都合により省略することにした。計算に際して、一般に水理模型実験は水温 15°C ($\nu=0.0114\text{ cm}^2/\text{s}$)、 $d \geq 0.1\text{ mm}$ および $H_0 \geq 4.0\text{ cm}$ の条件で行われるので、これらの値から $\sqrt{gH_0}d/\nu$ と d/H_0 の値およびその範囲を決めた。そのため、図-4 には、以上の条件から得られる計算結果のみを曲線で示してある。したがって、図中の曲線が途中で止めてある場合は上述の水理模型実験の諸条件から外

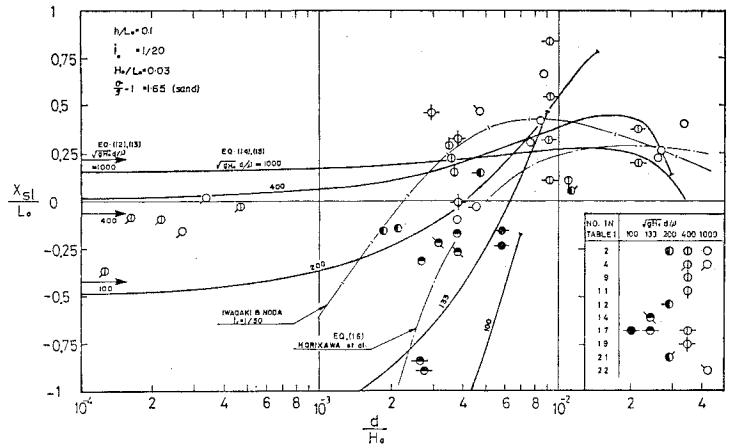


図-4 汀線移動量に及ぼす $\sqrt{gH_0}d/\nu$ の影響

れるためである。

さらに、図-4 には表-1の実験結果の中で計算に使用した条件に近いものが比較のためにプロットしてある。このように、 $\sqrt{gH_0}d/\nu$ をパラメーターとして、 X_{s1}/L_0 と d/H_0 の関係を整理すると、多少データによるばらつきを生じるが、その傾向は計算で求められた曲線と比較的よく一致している。中でも、現地海岸に匹敵する実験縮尺による Saville の実験値 (図中、表-1, No. 4 で示される記号) は $h/L_0=0.02\sim 0.09$ 、 $i_0=1/15$ 、 $H_0/L_0=0.007\sim 0.035$ 、 $t/T=9500\sim 26000$ であり、計算による曲線の条件と多少異なるが、その傾向は比較的良好に一致している。また、図-4 にプロットされた Saville およびその他の実験値を式(14)あるいは(15)に入れて得られた結果を図-3(b) に示してあるが、両者はかなりよく一致している。このことから、図-4 における実験値のばらつきは計算に使用したパラメーターなどの無次元水理量と実験値との若干の相違によるものと考えられる。また、式(12)あるいは(13)についても同様、図-4 に $\sqrt{gH_0}d/\nu$ をパラメーターとし X_{s1}/L_0 および d/H_0 の関係が図中、左側縦軸に矢印(→)で示してあるが、汀線移動量が d/H_0 に関係なく $\sqrt{gH_0}d/\nu$ によって一定値を示すことがわかる。

なお従来、岩垣・野田³⁷⁾によって図示された関係および堀川・砂村ら³⁸⁾による汀線の最終変化量の関係も図-4 に示してある。

堀川・砂村らによると、汀線の最終変化量 (X_s^*) を表わす式は、本論文で使用している記号を用いて次のように表わされる。

$$\frac{X_s^*}{L_0} = 0.15 \left\{ \frac{H_0^2}{gT^2} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{i_0} \right\}^{0.75} \times \left\{ 1 - \log_{10} \left(\frac{H_0 i_0}{d} \right) \right\} \dots \dots \dots (16)$$

これらの関係と式(14)あるいは(15)とは、粒径と波高の比、 $d/H_0 \geq 10^{-3}$ の範囲では同様の関係を示す。

以上から、 h/L_0 、 i_0 および H_0/L_0 が一定であっても、汀線の移動量は d/H_0 のみならず $\sqrt{gH_0}d/\nu$ の影響を受けることがわかる。また、図-4 で示される場合には、 $\sqrt{gH_0}d/\nu > 400$ では、 $\sqrt{gH_0}d/\nu$ の要因による影響は少ないが、 $\sqrt{gH_0}d/\nu < 400$ になると顕著になる。

(2) 汀線の前進と後退に関する限界

堀川・砂村らによると初期勾配からの汀線の前進・後退の限界を表示する関係は式(8)で表わされるが、同様に、式(14)あるいは(15)からもその限界条件を求めることができる。そのために、式(14)の無次元水理量を、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{H_0} &= \frac{d}{L_0} \cdot \frac{L_0}{H_0} \\ \frac{\sqrt{gH_0}d}{\nu} &= \frac{d}{L_0} \cdot \frac{L_0}{H_0} \cdot \frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu} \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

として変形して、右辺を整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} 0 &= 1.722 \times 10^{-1} \\ &- 5.528 \times 10^5 \left(\frac{d}{L_0}\right)^{-2} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^3 \left(\frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu}\right)^{-2} \\ &+ 5.196 \times 10^5 \left(\frac{H_0}{L_0}\right) \left(\frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu}\right)^{-1} \\ &- 6.322 \times 10^5 \left(\frac{d}{L_0}\right) \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{-1} \left(\frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu}\right)^{-1} \\ &+ 2.267 \times 10^6 \left(\frac{d}{L_0}\right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0}\right) \left(\frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu}\right)^{-2} \\ &- 1.069 \times 10^4 \left(\frac{d}{L_0}\right)^{-2} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{gH_0}H_0}{\nu}\right)^{-2} \\ &- 3.857 \times 10^3 \left(\frac{h}{L_0}\right) \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2 \\ &+ 1.623 \times 10^2 \left(\frac{h}{L_0}\right) \left(\frac{H_0}{L_0}\right) \\ &+ 2.169 \left(\frac{h}{L_0}\right)^3 + 5.876 \times 10^3 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^3 \\ &- 1.937 \times 10^2 (i_0) \left(\frac{H_0}{L_0}\right) \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

この式で、 h/L_0 の値を定めて、 i_0 および $\sqrt{gH_0}H_0/\nu$ をパラメーターとして、 H_0/L_0 と d/L_0 の関係を試算法で求める。この場合、 $h/L_0=0.1$ 、 $i_0=1/10, 1/20, 1/40$ および $\sqrt{gH_0}H_0/\nu=8.7 \times 10^4$ (この値は $\nu=0.0114 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $H_0 \approx 10 \text{ cm}$ に相当する)、 6.9×10^5 (同様、 $H_0 \approx 40 \text{ cm}$) の各パラメーターを使用する。その結果、式(18)の関係を満足する値はいくつか得られるが、実験結果と比較して意義あるもののみを取り上げ、それらを実線で図-5(a),(b)に示した。この場合、計算によって、式(8)の関係を満足できる値が得られなくなった限界まで示してある。

また、以上の方法によって得られる汀線の前進・後退の限界曲線と実験値との比較をするために、表-1 で $h/L_0 \approx 0.1$ 、 $i_0 \approx 1/10 \sim 1/40$ 、 $\sqrt{gH_0}H_0/\nu \approx 8.7 \times 10^4$ お

よび $t/T \geq 1.4 \times 10^5$ を満足する実験値を選んで 図-5(a)に示した。さらに、この図で、 $H_0/L_0 < 0.01$ の部分の実験値との比較のために、表-1, No. 4 の実験結果は $t/T \approx 9500 \sim 26000$ であるが図中に示した。図-5(b)には、現地海岸に近い実験縮尺で行われた実験値と限界曲線 ($\sqrt{gH_0}H_0/\nu=6.9 \times 10^5$) とを比較するために、表-1, No. 4 の実験結果は上述のように t/T の値が若干小さいが図示してある。

これらの比較から、前述した計算から得られる汀線の前進・後退の関係は実験値とかなりよく一致していることが認められる。参考までに、堀川・砂村らによる判別式(8)に $i_0=1/20$ とし実験資料 ($C=10, 3$) および現地資料 ($C=18, 9$) の係数を与えて得られる関係をそれぞれ 図-5(a) および (b) に破線で示してある。これらの2本の破線内の領域では、汀線が前進あるいは後退の限界を表わすものと考えられる。筆者らが示した関係がこれらの領域内に位置していることは注目に値しよう。

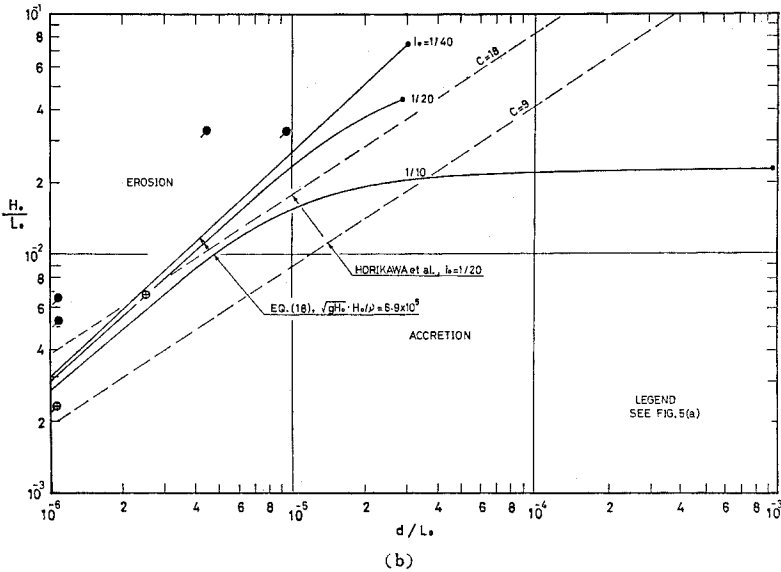
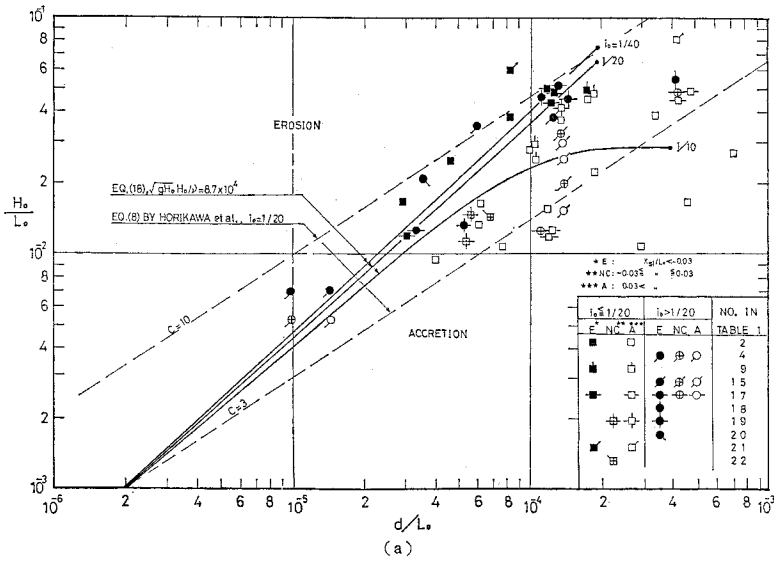
以上から、式(14)あるいは(15)から、汀線の移動量が零となる条件として得られる関係は、従来の汀線の前進・後退の限界に関する式(8)ともかなりよく一致することがわかったが、この場合特に汀線の前進・後退の限界についても、 $\sqrt{gH_0}H_0/\nu$ の影響が無視できないことは特記すべきことであろう。

次に、本研究による汀線移動量推定式(12),(13)および(14),(15)、堀川・砂村らによる汀線の最終変化量推定式³⁾(16)や判別式(8)などの関係をまとめて比較するために、 $i_0=1/20$ 、 $\sqrt{gH_0}H_0/\nu=8.7 \times 10^4$ および 6.9×10^5 して汀線の前進・後退の限界を表わす関係を 図-6 に示す。これから、式(12)および(13)と式(14)および(15)は $\sqrt{gH_0}H_0/\nu$ によって、汀線の前進・後退の限界が変化することがわかる。また、式(8)は比例定数 C に依存することはいうまでもない。

(3) 水深沖波波長比 h/L_0 および初期浜勾配 i_0 の影響

前述したように、式(14)あるいは(15)による汀線移動量は、実験値とかなりよく一致することが明らかになった。そこで、この式から、逆に汀線移動量に対する h/L_0 と i_0 の影響を考察する。

まず、汀線の移動量が $X_{st}/L_0 = +0.1$ および $X_{st}/L_0 = -0.30$ の場合を対象にして、式(14)あるいは(15)を満足する h/L_0 、 i_0 、 d/H_0 および H_0/L_0 などの諸要因の関係を計算する。この計算で、 $\sqrt{gH_0}H_0/\nu=8.7 \times 10^4$ 、 $h/L_0=0.1$ あるいは 0.05 (一般に造波水槽水平床部の水深が海浜の変形限界水深³⁾より浅くなるような値)とし、さらに $i_0=1/10, 1/20$ および $1/40$ として得られる諸要因の関係を 図-7 に示す。この図には、式(14)あるい



図—5 汀線の前進・後退の境界

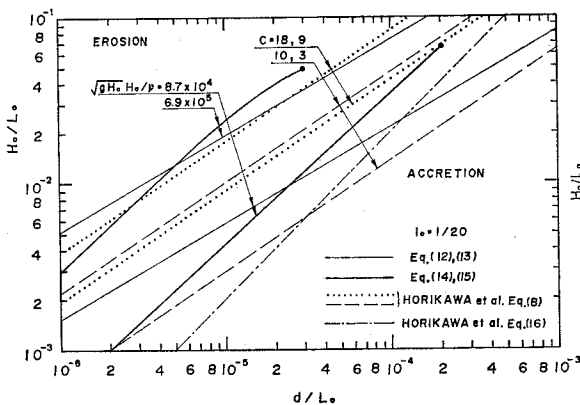
は(15)の計算で、上述の諸要因の関係が求まる部分のみが示されている。この図から、 h/L_0 の要因は汀線移動量に微小であるが影響を与えていることがわかる。特に、汀線が後退する場合より前進する場合にはこの要因による影響が無視できなくなる。

一方、初期浜勾配の影響については、勾配が急 ($i_0 > 1/20$) になると、汀線移動量に与える影響が大きくなり、特に、汀線が後退する場合より前進する場合に、この要因による影響が顕著になる。

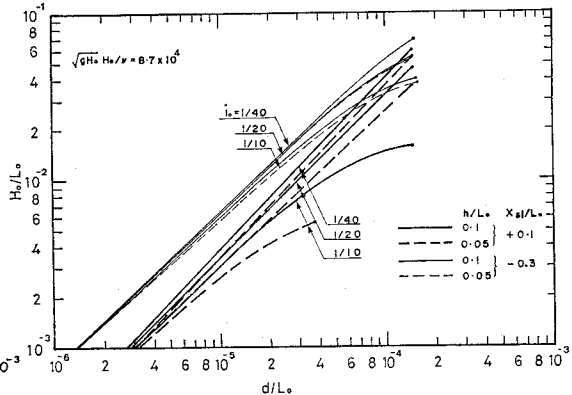
7. 結 語

以上、次元解析によって得られた二次元海浜変形における初期汀線からの移動量に影響を及ぼす諸要因で構成したモデル式に、重回帰分析法を適用して汀線移動量を表わす関係式を導いた。その結果、次のことが明らかになった。

(1) 多変量多項式によって表わした汀線移動量の関係式は実験値とよく一致する。しかし、乗積式によるものはあまり適用性がよくない。したがって、乗積式いわゆる指数関数で汀線の移動量を表示



図—6 汀線の前進・後退表方式の比較



図—7 汀線の移動量に及ぼす h/L_0 および i_0 の影響

するにはおのずと式による限界があるといえる。

(2) 汀線の移動量を表わす関係式から求められた汀線の前進・後退の限界は、堀川・砂村らによる実験式と同様の傾向を示すのみならず、 $\sqrt{gH_0}H_0/\nu$ の値によって前進・後退の限界が変化し、実験値ともかなりよく一致する。

(3) 汀線の移動量は d/H_0 , i_0 および H_0/L_0 などの要因が一定であっても h/L_0 と $\sqrt{gH_0}d/\nu$ によってかなり変化する。さらに従来より汀線の移動に関して一般に指摘されていた d/H_0 あるいは d/L_0 , i_0 および H_0/L_0 の要因以外に、波に関する Reynolds 数 ($\sqrt{gH_0}d/\nu$ あるいは $\sqrt{gH_0}H_0/\nu$) が非常に重要な要因であることが確かめられた。

本研究を進めるにあたり、京都大学防災研究所 土屋義人教授より懇切丁寧なご指導をいただいた。さらに、統計的手法の取扱いについては、名古屋工業大学 長尾正志教授に有益な示唆を受けた。ここに付記して感謝の意を表わす。

参考文献

- Johnson, J.W.: Scale effects in hydraulic model involving wave motion, Trans. A.G.U., Vol. 30, pp. 517~525, 1949.
- Rector, R.L.: Laboratory study of equilibrium profiles of beaches, B.E.B. Tech. Memo., No. 41, p. 38, 1954.
- 岩垣雄一・野田英明: 海浜変形の実験における縮尺効果の研究, 第 8 回海岸工学講演会講演集, pp. 139~143, 1961.
- 堀川清司・砂村継夫・近藤浩右: 波による二次元海浜変形に関する実験的研究, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 193~199, 1974.
- 堀川清司・砂村継夫・近藤浩右・岡田 滋: 波による二次元汀線変化に関する一考察, 第 22 回海岸工学講演会論文集, pp. 329~334, 1975.
- 尾崎 晃・波辺 福: 波による二次元汀線変化の相似に関する実験的研究, 第 23 回海岸工学講演会論文集, pp. 200~205, 1976.
- 増田重臣・伊藤政博: 多変量解析法による海浜変形過程の汀線移動量モデル式, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 162~166, 1977.
- 伊藤 学・亀田弘行 共訳: 土木建築のための確率・統計の基礎, 丸善, p. 412, 1977.
- 奥野忠一・久米 均・芳賀敏郎・吉澤 正: 多変量解析法, 日科技連, p. 430, 1972.
- 岩垣雄一・野田英明: 海浜変形に及ぼす scale effect の研究, 京都大学防災研究所年報第 4 号, pp. 210~220, 1961.
- 前出 5)。
- 中村慶一 訳: 応用重回帰分析, 森北出版株式会社, p. 378, 1968.
- The Beach Erosion Board Corps of Engineers: The Bulletin of The Beach Erosion Board, Vol. 1, No. 1, No. 2, 1947.
- 前出 2)。
- Watts, G.M.: Laboratory study of effect of varying wave periods on beach profiles, B.E.B. Tech. Memo., No. 53, p. 19, 1954.
- Saville, T., Jr.: Scale effects in two dimensional beach studies, Proc. 7th General Meeting, I.A.H.R., pp. A 3-1~8, 1957.
- Shore Protection Manual, Rept. of the Army Corps of Engineer, Vol. I, pp. 4~79, 1973.
- Kinji, S., T. Tsubaki, M. Yoshitaka and C. Agemori: Sand transport along a model sandy beach by wave action, Coastal Engineering in Japan, Vol. 1, pp. 111~129, 1958.
- 井島 武・青野 尚: 海岸汀線物質の砂堆積におよぼす影響 (第 1 報, 第 6 回海岸工学講演会講演集, pp. 65~72, 1959).
- 榎木 享: 海岸侵食に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, p. 305, 1960.
- Popov, I.J.: Experimental research in formation by waves of stable profiles of upstream faces of earth dams and reservoir shores, Proc. 7th Conf. Coastal Eng., pp. 282~293, 1960.
- Eagleson, P.S., B. Glenne and J.A. Dracup: Equilibrium characteristics of sand beaches in the offshore zone, B.E.B. Tech. Memo., No. 126, p. 66, 1961.
- Shigeomi, M. and M. Ito: Analysis of beach processes by means of the design of experiments, Coastal Engineering in Japan, Vol. 18, pp. 75~93, 1975.
- 土屋義人・稲田和則: 風波による海浜変形に関する実験——特に沿岸砂州の発生限界について——, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 219~224, 1974.
- Raman, Dr.H. and J.J. Earattupuzha: Equilibrium conditions in beach wave interaction, Proc. 13th Conf. Coastal Eng., pp. 1237~1256, 1972.
- 田中則男・新保 修: 移動床模型実験用底質材料としての石灰粉の特性について, 港湾技術研究所報告, 第 12 巻 1 号, pp. 3~57, 1973.
- 堀川清司・砂村継夫・鬼藤平三: 波による海浜変形に関する一考察, 第 20 回海岸工学講演会論文集, pp. 357~363, 1973.
- Paul, M.J., J.K. Kamphuis and A. Brebner: Similarity of equilibrium beach profiles, Proc. 13th Conf. Coastal Eng., pp. 1217~1236, 1972.
- 増田重臣・伊藤政博: 過渡状態下にある海浜変形過程の実験計画法による実験的研究 (1), 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 225~230, 1974.
- 前出 4)。
- 前出 5)。
- 白波瀬千城: 海浜変形過程に関する実験的研究 (I), 名城大学理工学部土木工学科卒業論文, p. 99, 1976.
- Chesnutt, C.B. and C.J. Galvin, Jr.: Lab profile and reflection Changes for $H_0/L_0=0.02$, Proc. 14th Conf. Coastal Eng., pp. 958~977, 1974.
- 前出 6)。
- 伊藤政博・土屋義人・山下隆男: 海浜変形の相似則に関する基礎実験, 第 33 回年次学術講演会講演概要集第 II 部, pp. 810~811, 1978.
- Smith, IV.D.C., J.B. Herbich and T.W. Spence: Factors influencing equilibrium of a model sand beach, TAMU-SG-77-23, COE Report No. 189, p. 88, 1976.
- 前出 3)。
- 前出 4)。
- 榎木 享: 漂砂の動態と海岸侵食制御に関する研究, 文部省科学研究費自然災害特別研究成果, No. A-53-6, pp. 66~67, 1978.