

浅い基礎の支持力問題における進行性破壊の意味

MEANING OF PROGRESSIVE FAILURE IN BEARING
CAPACITY PROBLEM OF SHALLOW FOOTING

小 田 匡 寛*・古 戸 幸 博**

By Masanobu ODA and Yukihiko FURUTO

1. 序 論

浅い基礎の極限支持力の解法には、① 各強度成分(自重項 γ , 粘着力項 c , 根入れ D)の重ね合わせを利用する Terzaghi 流の極限平衡法¹⁾, ② 平衡条件と塑性条件を連立させて得られる双曲型の微分方程式を, その特性方向に沿って数値積分する方法^{2), 3)}, ③ 塑性論における上界, 下界定理を応用する極限解析法⁴⁾, を挙げることができる⁴⁾. これらの解法は, いずれも地盤が理想的な剛塑性の性質をもつことを前提に構成されるので, 剛塑性論的支持力論と総称することにする.

剛塑性論的支持力論では, 基礎地盤の破壊は次のように単純化される. 荷重強度がある極限以下だと, 基礎の沈下や地盤内のひずみは無視できる程度に小さく, 地盤は剛体として扱われる. しかし荷重強度が極限值に達すると, 地盤は一挙に塑性して, 非拘束の塑性流動を引き起こす. しかしよく知られているように^{5)~7)}, 実際の基礎地盤の破壊は進行性 (progressive) であり, 極限荷重での全面的な塑性流動の仮定と相容れない点が多い. 進行的な破壊現象が, 剛塑性論的観点から単純化されることの根拠は, いったいどのようなものであろうか?

よく締まった地盤では, 荷重強度がある極限值に達すると, せん断面に沿ったせん断破壊が一挙に進行し, いわゆる全般せん断 (general shear) の様相を示すと考えられている¹⁾. このような全般せん断は, 剛塑性論的支持力論で採用される破壊機構と比較的一致していて, この場合, せん断面に沿ってモービライズされるせん断抵抗力は, 材料の強度成分 c, ϕ で見積もることができる. 一方緩い地盤では, 局所せん断 (local shear) とよばれる進行性の破壊が, 地盤の全体としての破壊に先行し, 最終的なせん断面に沿ってモービライズされるせん断抵

抗力は, 一様でなくなる. すなわち, せん断ひずみが局所せん断の影響で集中する部分の強度は, 材料の残留値にまで低下すると考えられるので, 一様な強度成分 c, ϕ を用いたせん断抵抗力の評価は, 過大となって危険と考えられる.

このような考え方は, 実際に観察されるすべり面の発生や, その形状ともよくマッチするとして, 広く受け入れられている. しかし後でも述べるように, 地盤の破壊現象は, 地盤の締まり具合に無関係に, 常に進行的であると考えべきであって⁸⁾, 全般せん断と局所せん断を区別することの力学的意味は, 必ずしも明らかでない.

剛塑性論的支持力論が苦手とする問題の一つに, 支持力係数の寸法効果を挙げることができる. 支持力係数は, 本来, 内部摩擦角のみの関数であって, 与えられた土に対して一定値をとるべき量である. 載荷幅 B を大きくすると, 支持力係数が減少する現象を指して, 支持力係数の寸法効果とよんでいる. この寸法効果のために, 室内で 1/10~1/100 に縮尺された模型実験の値は著しく制限される. 寸法効果の起こる理由は, 相似律の問題と深くかかわっていて, 支持力問題における第一級の研究課題として多く議論されてきた^{5)~7), 9), 10)}. その中で, 地盤の進行性破壊を寸法効果の主因とする説が有力なものとして取り上げられている. すなわち, 基礎幅 B を大きくすると, 緩い地盤での局所せん断と同じ意味において, 進行性破壊が重要となり, その結果, 支持力係数は小さくになると考えるのである. この説は, 山口・木村らの一連の実証的研究において支持されている^{9), 7)}.

以上述べたことから明らかなように, 進行性破壊の現象は, 基礎の支持力問題の考え方に陰に陽に大きな影響を及ぼしていて, 剛塑性論的支持力論を根底から揺さぶっているといえる. 本論文は, 密な砂中に打設された浅い帯基礎を例として, 進行性破壊の意味を最近の砂に関する実験的研究を踏まえて見直し, 剛塑性論的支持力論の適用性を検討している.

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部

** 正会員 工修 清水建設(株) 土木技術部

2. 密な砂の応力～ひずみ関係

砂の応力～ひずみ関係は、同じ間隙比に調整された供試体を用いても、(イ) 最小主応力 σ_3 あるいは平均主応力 $\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 、(ロ) 中間主応力の相対的大きさ $b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$ 、(ハ) 応力経路、(ニ) 応力履歴、(ホ) 異方性、などによって大きく変化することが知られている¹¹⁾。Fig. 1 は、空中落下法で詰めた密な豊浦砂の平面ひずみ試験 ($b = 0.2 \sim 0.4$) の結果を例として、応力比 $\frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ 、せん断ひずみ $\bar{\gamma}$ 、体積ひずみ $\bar{\epsilon}_v$ の相互の関係を示している¹²⁾。この例の場合のように、最小主応力 σ_3 、堆積面に対する圧縮方向 α (Fig. 2 (a) 参照) を変えることによって、 $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \sim \bar{\gamma} \sim \bar{\epsilon}_v$ 関係は、drastic に変化する。さらに一般の場合、応力履歴、応力経路の影響を考慮せねばならず、問題の複雑さが理解できる。

Fig. 1 に関連して次の3点を特に指摘しておきたい。

- (1) 平均主応力 σ_m を大きくすると、破壊時の主応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ 、ダイラタンシー率 $(-\frac{d\bar{\epsilon}_v}{d\bar{\gamma}})_f$ は低下し、逆に破壊時のせん断ひずみ $\bar{\gamma}_f$ は大きくなる (今後、サフィックス f は、要素試験の“破壊”を意味し、またサフィックス u は、支持力試験における極限荷重を意味する)。すなわち、 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ 、 $(-\frac{d\bar{\epsilon}_v}{d\bar{\gamma}})_f$ 、 $\bar{\gamma}_f$ は、与えられた砂に固有の性質ではなく、試料の置かれた条件によって変化する量である¹²⁾。
- (2) $\sigma_1/\sigma_3 \sim \bar{\gamma}$ 関係は、 $\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\gamma}$ 関係と対をなして変わる。このような両者の関係は、砂のストレス・ダイラ

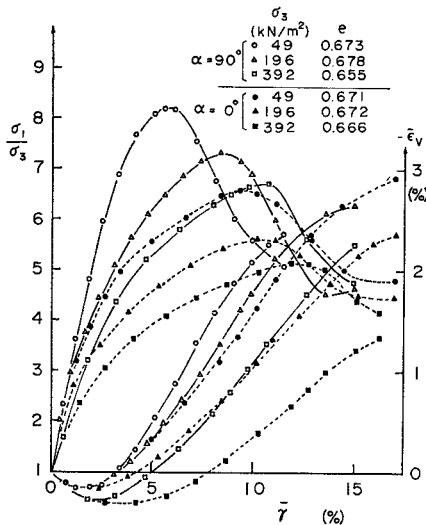


Fig. 1 Typical stress-strain relations observed in plane strain test of Dense Toyoura sand (Oda, et al., 1978)¹²⁾.

ンシー関係として知られている。たとえば Rowe¹³⁾ は、平面ひずみの場合については次の関係を示した。

$$\frac{t}{\sigma_m} = \frac{(K-1) - (d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})(K+1)}{(K+1) - (d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})(K-1)} \dots\dots\dots(1)$$

$t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, $K = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\phi_{cv}\right)$. 式 (1) のストレス・ダイラタンシー関係は、理論上、平均主応力 σ_m 、初期異方性 α 、初期間隙比 e などの諸条件に依存しないとして導かれた。その妥当性は、文献 (14) から (16) に述べられているように、ある程度保証されているものの、最近の研究をみると若干修正されなければならない^{17), 18)}。

密な豊浦砂の平面ひずみ試験を整理してストレス・ダイラタンシー関係を求めると、Fig. 2 (a), (b) が得られる。 $\sigma_3 = 49 \text{ kN/m}^2$ の結果 (Fig. 2 (a)) は、ほぼ一つの直線で回帰できるが、 $\sigma_3 = 392 \text{ kN/m}^2$ の結果 (Fig. 2 (b)) と一致しない。さらに Fig. 2 (b) を子細にみる

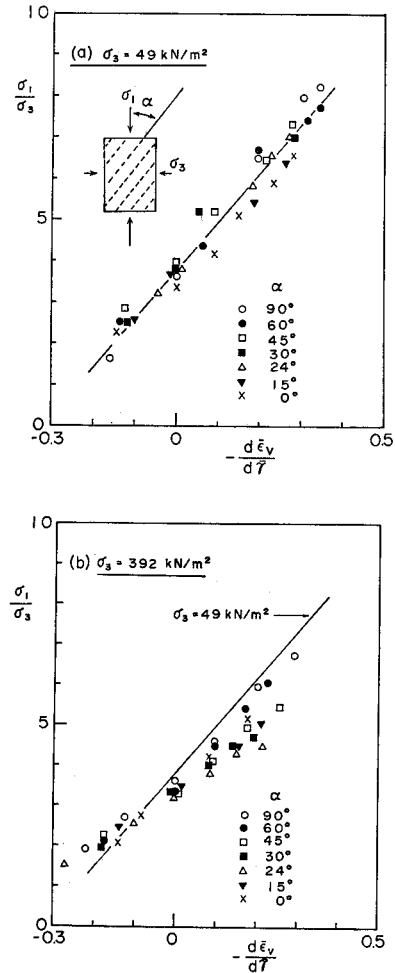


Fig. 2 Stress-dilatancy relations of dense Toyoura sand (Oda, et al., 1978)¹²⁾.

と、 $\sigma_1/\sigma_3 \sim (-d\epsilon_v/d\bar{\tau})$ の関係は、 α の値 (異方性) にも依存しているようにも読み取ることができ、式 (1) の単純な関係は厳密には正しくない。しかし σ_3 、 α の影響の程度は、次に述べる応力経路の影響に比べると、副次的とみなせる。

砂のストレス・ダイラタンシー関係は、要素の受ける応力経路に強く影響されることが、龍岡によって示されている (Fig. 3)^{18),19)}。すなわち、応力比 $q/p = \text{一定}$ の

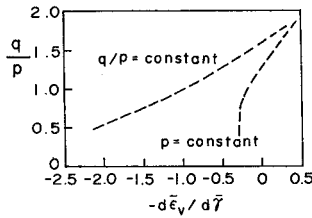


Fig. 3 Effect of stress path on stress-dilatancy relation of loose Fuji river sand (Tatsuoka, 1972)¹⁸⁾.

三軸圧縮試験から得られる緩い砂のストレス・ダイラタンシー関係は、 $p = \text{一定}$ のそれとは、特に応力比の小さい部分で大変に違っている (ただし、 $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$ 、 $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$)。たとえば、粗

い基礎の直下にある Fig. 4 の要素Aは側方への塑性流動がある程度拘束されることから、 K_0 -圧密 (応力比一定) 的な変形をするのに対し、要素Bは $\sigma_3 = \text{上載圧} = \text{一定}$ の条件で変形すると考えられる。このように地盤の各要素は一般に異なる応力経路を受けてせん断されるので、式 (1) の適用に際しては十分な配慮が必要となる。

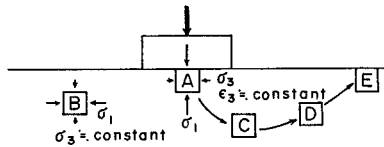


Fig. 4 Stress condition of soil elements loaded by strip footing.

(3) 破壊せん断ひずみ $\bar{\tau}_f$ を超えて変形を与えると、モービライズされる応力比は急激に低下し、残留状態に至る。この急激なひずみ軟化の特徴は、密な砂の平面ひずみ試験に特有なものと、誤って考えられることがしばしばである。

ほぼ同じ間隙比に調整した密な豊浦砂の供試体を2種類作り、それらを用いて三軸圧縮試験を行った (Fig. 5)。一つの供試体は、直径 (50 mm) と高さ (100 mm) の比を 1:2 とし、他の一つは、直径 (70 mm) と高さ (100 mm) の比を 1:1.4 とするとともに、端面摩擦を除去した供試体である。両供試体の応力~ひずみ関係を比較すると、破壊 ($\epsilon_1 \leq 4\%$) 以前の両者はほとんど一致するが、破壊以後では大差を生じる。1:2 供試体では、Fig. 1 の場合と類似していて、破壊後急速に残留状態に傾斜し、 $-d\epsilon_v/d\bar{\tau} = 0$ を保って塑性流動する。これに対し、端面摩擦除去の 1:1.4 供試体では、 $-d\epsilon_v/d\bar{\tau}$

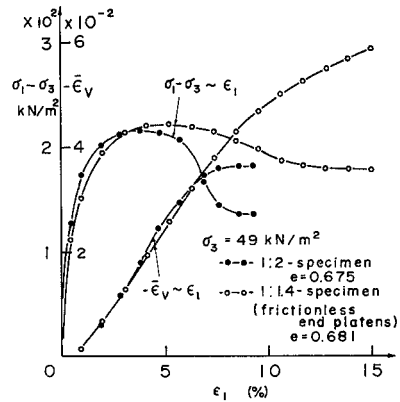


Fig. 5 Effect of uniformity of strain on stress-strain relation of dense Toyoura sand after peak stress difference.

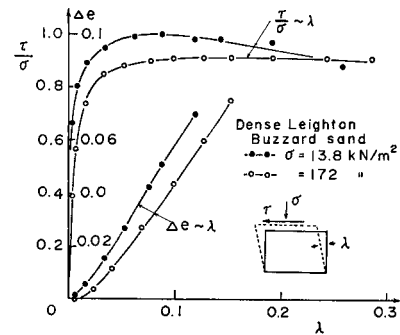


Fig. 6 Typical stress-strain relations observed in Roscoe's type simple shear test of dense Leighton Buzzard sand (Stroud, 1971)¹⁷⁾.

$d\bar{\tau} = 0$ のいわゆる critical state を得るには、きわめて大きい軸ひずみ ϵ_1 が必要となる。このような破壊後の応力~ひずみ関係の違いは、変形の一様性と深く関連している²⁰⁾。すなわち 1:2 供試体の場合、供試体の側面から側面に至る1本のすべり面が発生すると、その後の変形はその面に集中し、容易に critical state の状態に移行する。他方 1:1.4 の供試体では、たとえすべり面が形成されても、剛な載荷面に邪魔されて、その面への極端な変形の集中は起こらず、他のすべり面の発生を促すようである。それゆえに、すべり面は多数発生し、より均一なひずみ分布をとる。破壊後の応力~ひずみ関係は、砂本来の性質を表わしたのではなく、変形がどの程度すべり面に集中するかによって大きく異なると、みるべきである。

Fig. 6 に示す $\tau/\sigma \sim \lambda (= \bar{\tau})$ 関係は、密な Leighton Buzzard sand ($e = 0.530$) を Roscoe 型の単純せん断試験機によって試験した結果である¹⁷⁾。Fig. 6 の応力比~ひずみ関係には、破壊後の急激なひずみ軟化は認められないが、変形の一様性が高いことを考えれば、当然の

結果といえる。Fig. 6 と同様な結果は、福島・中島・龍岡が行った密な豊浦砂のねじりせん断試験によっても得られている²¹⁾。この試験機種は、供試体の形状からくる制約のために、変形が一つのすべり面に集中しない構造となっている。

要約すれば、破壊後の $\sigma_1/\sigma_3 \sim \bar{\epsilon}$, $\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\epsilon}$ 関係は、たとえ実験が理想的に行われても、試験機、供試体の特性によるところが多い、といえる。

3. 塑性状態にある地盤の応力状態

(1) 従来の研究

極限荷重が加えられ、極限つり合いにある地盤の応力状態はどのようなものであろうか？ 剛塑性論の立場に立てば、極限つり合いにある地盤の要素は、要素試験の破壊主応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ に達していなければならない。すでに述べたように、基礎の破壊は進行的であり、上述の剛塑性論的な仮定がどの程度実際に満足されているかをみることは、興味深いことである。

帯基礎のような平面問題では、応力状態を定めるには3つの独立な応力成分を決めなければならない。そのため的小型土圧計も開発されているが、地盤の応力状態を乱すことなくそれを用いることは、現状では困難が多い。地盤内応力を推定するための間接的方法として、Arthur ら²²⁾の試みが優れている。すなわち、① X線の透視法を利用して、地盤のひずみ分布、主ひずみ増分軸の軌跡を求め、② 単純せん断試験機から、材料の応力比 \sim ひずみ関係を別に求めておき、それを用いて地盤内の各要素のひずみに相当する応力比を、主応力と主ひずみ増分軸の一致を仮定して算定し、③ 推定された応力比と応力のつり合い式を用いて、境界条件を満足するように、各応力成分を数値計算する。

この方法は、②の段階に問題を残している。前節でも述べたように、砂の応力比 \sim ひずみ関係は平均主応力、応力経路、異方性、変形の均一性によって大きく変化する性質である。Arthur らのように擁壁土圧を解析する場合には、平均主応力や主応力の方向などの諸量がある範囲に限定され、応力比とせん断ひずみの間にユニークな関係を想定することは第一近似として許されよう。しかし支持力問題の場合のように、平均主応力や主応力方向が地盤内で大きく変化することを考えると、応力比とせん断ひずみの間にユニークな関係を想定できない。

ここでは、厳密な意味における応力状態の推定は今後の問題として残しておき、極限つり合いにある地盤にモービライズしている応力比を、ストレス・ダイレクタンシー関係を利用して近似的に推定してみる。

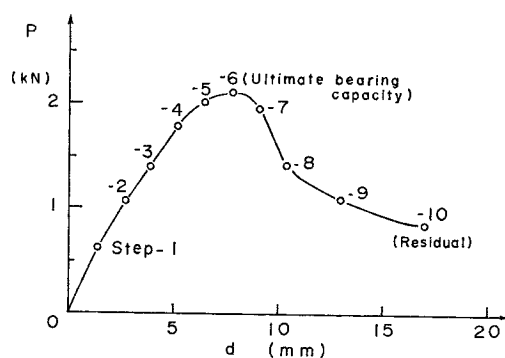


Fig. 7 Load-displacement relation of M-test.

(2) 極限つり合いにある模型地盤の応力比

密な豊浦砂に関する次の2種の支持力実験を行った。

(1) 中型土槽による実験 (M-試験とよぶ) :

土槽寸法 $1 \times 1 \times 0.1$ m
滑らかな基礎底面
載荷幅 $B = 70$ mm
サーチャージ圧 $p_0 = 0$

(2) 小型土槽による実験 (S-試験とよぶ) :

土槽寸法 $0.4 \times 0.3 \times 0.06$ m
滑らかな基礎底面
載荷幅 $B = 35$ mm
サーチャージ圧 $p_0 = 4.9$ kN/m²

なお密な砂地盤は、約 0.9 m の高さに置かれたホッパーから豊浦砂を自由落下 (air pluviated) によって堆積させて作ったもので、その間隙比は 0.66 \sim 0.67 の範囲にある。

Fig. 7 には、一例として M-試験から得られた荷重 $P \sim$ 沈下 d 曲線を示す。図中の step-1 から step-10 で示す各段階で、模型地盤に埋め込まれたマーカーの位置が読み取り顕微鏡で読み取られた (ただし、埋め込まれた合計 205 個のマーカーは、山口ら²³⁾の用いたものに類似なもので、鉛直、水平変位量の読み取り精度は、5/100 \sim 10/100 mm 程度である)。各段階ごとのマーカーの変位量から、主ひずみ増分 $d\epsilon_1$, $d\epsilon_3$, せん断ひずみ増分 $d\gamma = d\epsilon_1 - d\epsilon_3$, 体積ひずみ増分 $d\epsilon_v = d\epsilon_1 + d\epsilon_3$ を計算し、それらを加え合わせて、累積のせん断ひずみ $\bar{\gamma} = \sum d\gamma$, 体積ひずみ $\bar{\epsilon}_v = \sum d\epsilon_v$ を求めた。

Fig. 8 (a), (b) には、極限支持力を負荷したときの累積せん断ひずみ $\bar{\gamma}_u$ の分布が、M-, S-試験のそれぞれについて示されている。なお図中の曲線は、残留支持力状態にまで変位を大きくして認められるすべり面の位置を、マーカーの変位ベクトルを参考にして描いたものである。図の特徴を要約すれば、次のとおりである。

(1) $\bar{\gamma}_u$ は、基礎端の直下で最大となり、それから

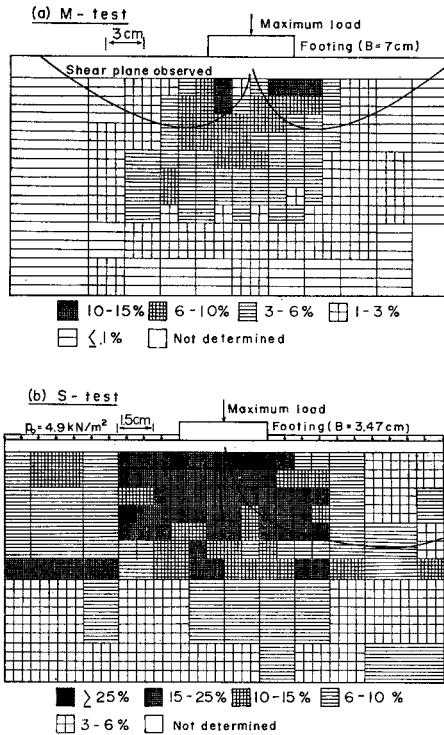


Fig. 8 Distribution of $\bar{\tau}_u$ in M- and S-tests.

離れると同心円的に減小する。 $\bar{\tau}_u$ の分布とすべり面の位置関係になんらの規則性もなく、すべり面より下にある要素も大きな塑性せん断ひずみを受けている(ただし残留支持力状態のせん断ひずみ増分は、すべり面に沿って大きい)。

(2) サーチージ圧 $p_0=4.9\text{ kN/m}^2$ が加えられた S-試験は、M-試験 ($p_0=0$) に比べて大きい $\bar{\tau}_u$ を示し、したがって進行的な破壊が著しいといえる。

Fig. 9 は、M-試験の代表的な要素 (図中の 1~7) が示す $-\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\gamma}$ 関係である。ただし図中の矢印で示す位置は、極限荷重の $(-\bar{\epsilon}_v)_u \sim \bar{\tau}_u$ 関係を表わしている。Fig. 9 の結果は、Fig. 1 の平面ひずみ試験の $-\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\gamma}$ 関係と定性的に一致している。砂の力学的異方性、中間主応力や応力経路の多様性を考えれば、 $-\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\gamma}$ 関係がある幅の中にプロットされるのは、むしろ当然な結果である。

Fig. 4 に示す要素 A と要素 B とでは、極限荷重 P_u までに受ける応力経路に差の生じる点については、すでに指摘した。すなわち要素 A は、 K_0 -圧密的に、また要素 B は、 σ_3 =一定で変形していると想像される。このような場合、式 (1) で示されるようなストレス・ダイレタンシー関係は、厳密には成立しない。しかし、① 龍岡がすでに指摘しているように^{18), 19)}、要素の受ける主応力比 σ_1/σ_3 が破壊時のそれ $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ に近い場合、ストレス・ダイレタンシー関係は応力経路差の影響を強くは受

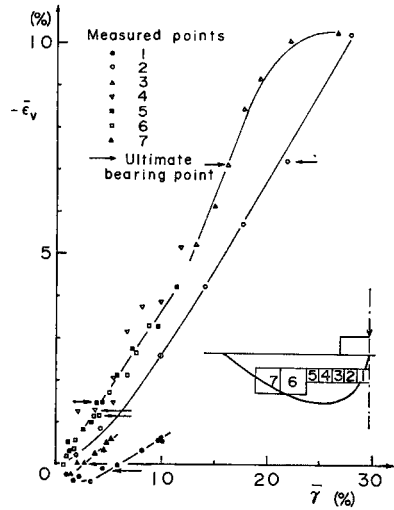


Fig. 9 Relation between $\bar{\epsilon}_v$ and $\bar{\gamma}$ in typical soil elements 1 to 7.

けないこと、② Fig. 9 と Fig. 1 の $-\bar{\epsilon}_v \sim \bar{\gamma}$ 関係が定性的に類似なパターンを示すことなどを考えると、Fig. 2 (a), (b) のストレス・ダイレタンシー関係が Fig. 9 にも近似的に成立するとみなせる。もしこの近似が許容できれば、ダイレタンシー率 $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})$ は、要素にモービライズしている応力比を間接的に表わすことになる。

Fig. 10 は、M-試験の各載荷段階 (Fig. 7 の step 2, -4, -6) における $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})$ の分布を示している。荷重段階が進むと、各要素の $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})$ もしだいに大きくなり、極限支持力時 (step-6) において最大となる。Fig. 10 (c) で十分に塑性している要素の $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})$ は、0.2~0.5 の範囲にあり、Fig. 2 (a), (b) を参考に考えると、ほぼ $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ に相当する応力比がモービライズしているものと推定される。

基礎底面を起点としてすべり面に沿って測った距離を S とする。Fig. 11 (a), (b) は、横軸を S とし、 S の距離にある要素の $\bar{\tau}_u$ と $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})_u$ を縦軸にそれぞれ示している。なお図中には、参考として同じ砂の平面ひずみ試験から得られた $\bar{\tau}_f$ と $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})_f$ の範囲をハッチで示す。S-試験の $\bar{\tau}_u$ は、すべり線に沿って 30% から 3% までに低減し、平面ひずみ試験の $\bar{\tau}_f$ の範囲から大きく逸脱しているのがわかる (Fig. 11 (a))。典型的な進行性破壊と考えるとよい。M-試験の $\bar{\tau}_u$ についても、16%~3% と S-試験の場合と比べて低いが、ほぼ同じ傾向を示している。一方 Fig. 11 (b) をみると、 $\bar{\tau}_f$ の範囲を大きく超えた $\bar{\tau}_u$ を示す要素があるにもかかわらず、その $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})_u$ の値は、ハッチで示す $(-d\bar{\epsilon}_v/d\bar{\gamma})_f$ の範囲内であって、すべり面に沿う各要素は、その条件に応じた破壊時の応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ をモービライ

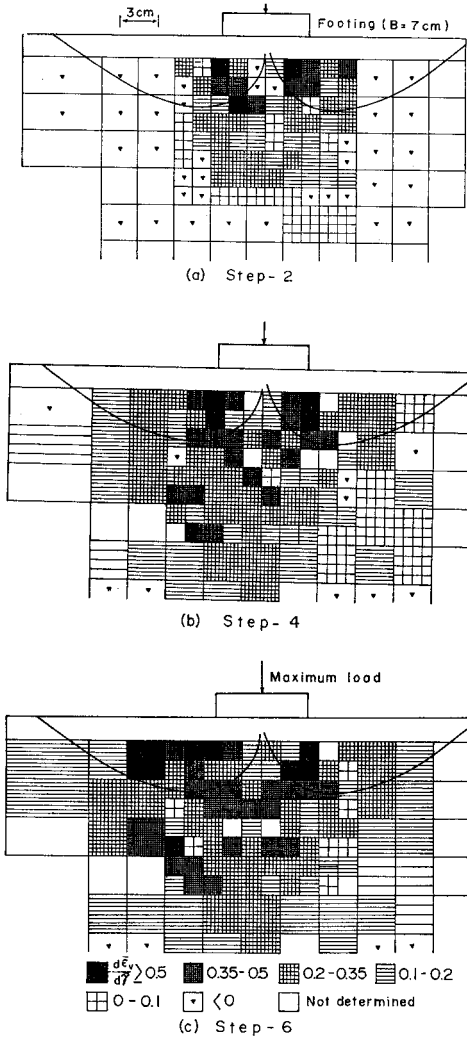


Fig. 10 Progressive change of $(-d\epsilon_v/d\tau)$ with increase of applied load in M-test.

ズしていると考えられる。

累積せん断ひずみ $\bar{\epsilon}_u$ は、すべり面上の位置 S によって大きく異なるが、そのダイレタンシー率 $(-d\epsilon_v/d\tau)_u$ は、 $\bar{\epsilon}_u$ の値や位置 S と無関係にほぼ $(-d\epsilon_v/d\tau)_f$ の値に一致する。この結果は、① 地盤の破壊は進行的であること、② 地盤の塑性した要素は、ほぼ破壊時の応力比となっていること、などを意味している。この②は、剛塑性論的支持力論にとって都合のよい結果である。とりわけ、応力の特性線に沿う数値積分法は、平均主応力 σ_m や異方性の効果を考慮して支持力値を求めることができ、有効な手法と考えられる。

4. 支持力係数——計算と実験値の比較——

前節において、極限荷重のかかっている地盤の塑性域

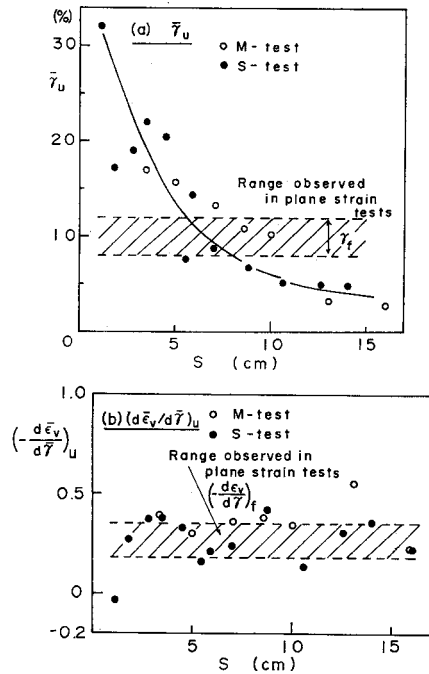


Fig. 11 Distribution of $\bar{\epsilon}_u$ and $(-d\epsilon_v/d\tau)_u$ along shear plane.

は、一様な極限応力比の状態にあるとみてよいことが示された。しかし剛塑性論的支持力論を有効な解析法とするには、その極限応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ が平均主応力 σ_m や異方性 α の関数であることを考慮しなければならない。小田と小石川は²³⁾、Kötter の方程式と従来からよばれるものを σ_m 、 α の影響を考慮できるように拡張し、それを用いて帯基礎の支持力係数を計算している。このような剛塑性論を基礎とする計算法の妥当性がある程度確かめられたので、計算値と実測値を比較して、その適用性と限界をさらに検討してみる。

(1) 計算

基礎方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= \gamma \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = (\sigma_x + \sigma_y)^2 \sin^2 \phi$$

から導かれる (x : 鉛直軸, y : 水平軸 (異方性の主軸と一致), γ : 単位体積重量, β : 主応力軸 σ_1 と x 軸の交角)。

ϕ は $\sin^{-1} \frac{-1 + (\sigma_1/\sigma_3)_f}{1 + (\sigma_1/\sigma_3)_f}$ で定義され、 $\beta \left(= \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ の関数とする。式 (2) は双曲型の偏微分方程式となり、その特性方向は次式となる。

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{1,2}$$

$$= \frac{2 \sin 2\beta - \cot \phi \cos 2\beta \frac{\partial \phi}{\partial \beta} \pm \sqrt{\cot^2 \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \beta} \right)^2 + 4 \cos^2 \phi}}{\cot \phi \sin 2\beta \frac{\partial \phi}{\partial \beta} + 2(\sin \phi + \cos 2\beta)} \dots \dots \dots (3)$$

φが定数の場合、式(3)は、

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{1,2} = \tan \left\{ \beta \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \phi \right) \right\} \dots \dots \dots (4)$$

となる。式(3)の応力の特性方向に、拡張された Kötter 式が得られる。拡張された Kötter 式には、φのσ_m依存性が考慮されていないが、Graham の計算法¹⁹⁾にならってσ_mの効果をとり入れ、支持力係数を求めた²³⁾。

(2) 支持力実験

実験には、S-試験の小型土槽がおもに使われたが、一部には中型土槽も使用された。境界条件を簡単にするために、滑らかな基礎を対象とした。そのためにひまし油で溶いたシリコン・グリースを塗布した2枚のメンブレン(各0.2mmの厚さ)を底面に貼り、摩擦の除去に努めた。一面せん断試験で確認したところ、粗さ角δは、最大に見積もっても4°以下である。サーチャージ圧p₀は、鉛の散弾あるいは空気圧によって与えられたが、圧力の均一化を図るためスポンジを介して加えられた。土槽の前後への張出しの極限支持力に及ぼす影響が懸念されるが^{21,22)}、小型土槽の剛性は十分であることが確認されている。

実験材料として、洗浄後に炉乾燥した豊浦砂(0.42~0.105mm)とガラス・ビーズ(0.21~0.15mm)が選ばれた。支持力土槽への詰め込みは、0.9mの高さからのair pluviated法であり、その間隙比は、豊浦砂で0.66~0.68、ガラス・ビーズで0.58~0.60である。

Fig. 12, 13は、それぞれの間隙比に相当する豊浦砂とガラス・ビーズの平面ひずみ試験結果¹²⁾を示している。豊浦砂の摩擦角φ_p=sin⁻¹ $\frac{-1+(\sigma_1/\sigma_3)_f}{1+(\sigma_1/\sigma_3)_f}$ は、最大主応力と堆積面との傾角αに対してプロットされているが、材料の異方性や最小主応力σ₃(または平均主応力σ_m)のφ_pに及ぼす影響の大きいことが読み取れる(Fig. 12)。ガラス・ビーズは、豊浦砂と同じく強度異方性をもつが²⁴⁾、σ₃、σ_mはφ_pにほとんど影響を与えない(Fig. 13)。福島・龍岡²⁵⁾らのねじりせん断試験によると、密なガラス・ビーズ(e=0.546)の摩擦角φ_{tor}は、σ_mを小さくすると若干大きくなる傾向を示すが、e=0.628の結果は、σ_mの大小に関係せずほぼ一定値を与える。

拡張された Kötter 式を数値積分して支持力係数を求める際、Fig. 12, 13の結果が使われた。ガラス・ビーズにも、厳密には強度の異方性を考慮すべきであるが、

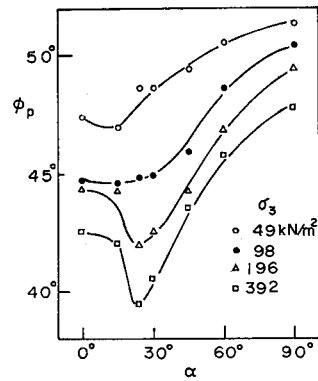


Fig. 12 Effect of anisotropy α and minimum principal stress σ₃ on mobilized friction angle in plane strain test of dense Toyoura sand (Oda, et al., 1978)¹²⁾.

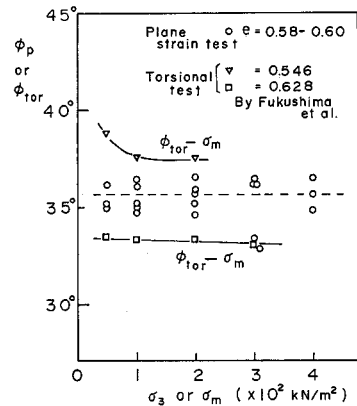


Fig. 13 Effect of minimum principal stress σ₃ on mobilized friction angle in plane strain test of dense glass beads.

今回は等方性の仮定をして計算した。

(3) 計算値と実測値の比較

a) サーチャージ圧 p₀ の効果

極限支持力 q_u を 0.5 Br で除して無次元化したものを N_{r,q} とする。N_{r,q} は、Terzaghi 流に自重項 N_r とサーチャージ圧項 N_q とに分離できないが、サーチャージ圧 p₀ を 0 に漸近させれば、N_{r,q} → N_r となる。

Fig. 14 は、豊浦砂の N_{r,q} ~ p₀/0.5 Br 関係を示す。図中の曲線 (a) は、Fig. 12 に示す平面ひずみ試験のφ_pを用いた計算曲線であり、また曲線 (b) は、三軸圧縮試験のφ_t¹²⁾(異方性、σ_mの効果を考慮)を用いたものである。両計算曲線は、p₀/0.5 Br を大きくするとその差を縮めるが、○印で示す実測値は、φ_p(α, σ_m)による計算曲線に近い。

Fig. 15 に示す曲線群は、φ_p を 46° から 54° までの範囲で 2° 間隔に選び、それぞれに対し φ_p=一定の条件

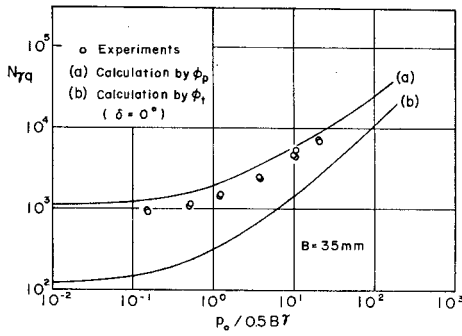


Fig. 14 Relation between N_{Tq} and $p_0/0.5B\gamma$ for dense Toyoura sand.

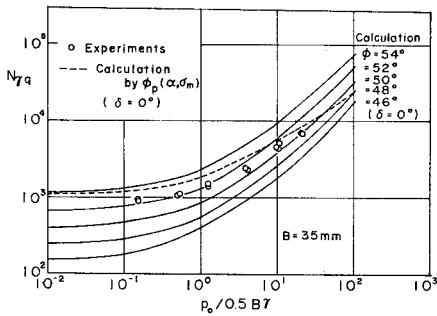


Fig. 15 Comparison between calculated and experimental values of N_{Tq} .

で計算した N_{Tq} を示す。 $p_0/0.5Br \leq 10^0$ では、実測値 (○印) は、 $\phi_p = 53^\circ$ の計算値に近く、 $p_0/0.5Br \geq 10$ の範囲では、 $\phi_p = 50^\circ$ の計算値と一致する。 $p_0/0.5Br = 10 \sim 10^2$ は、根入れ比が 5~50 となり、深い基礎に相当しているが、Fig. 12 の ϕ_p を用いた計算曲線 (図中の破線で、Fig. 14 の曲線 (a) と一致) は、実測値の傾向を少なくとも定性的によく説明している。

Fig. 16 は、ガラス・ビーズの結果を示している。 $\phi_p = 30^\circ, 36^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ に対する計算曲線を実線で、底面の滑らかな実測値を●印で、また摩擦除去のための特別な処置を講じなかった支持力実験の結果を○印でそれぞれ示す (ガラス・ビーズでは、●印と○印が同じ $N_{Tq} \sim p_0/0.5Br$ 関係をもつことから明らかなように、底面摩擦角 δ の N_{Tq} に及ぼす効果が、豊浦砂に比べて明らかなでない。このことについては別の機会に報告する)。●と○印で示す実測値は、 $\phi_p = 40^\circ, \delta = 0^\circ$ の計算曲線と一致し、平面ひずみ試験から求めたガラス・ビーズの $\phi_p = 36^\circ$ と一致しない。実測値と計算値のこの差を合理的に説明するには、底摩擦角 δ の問題を含めたより総合的な研究を待たねばならない。ガラス・ビーズの ϕ_p は、豊浦砂の場合と比較して、 σ_3, σ_m にあまり影響されないことはすでに述べたが、このガラス・ビーズの性質は、 $\phi_p = 40^\circ$ の計算曲線 1 本で実測値の傾向をよく説明することに表われている。

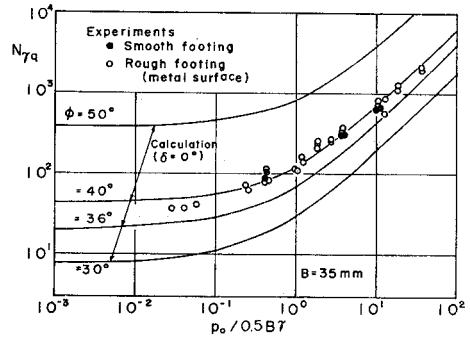


Fig. 16 Relation between N_{Tq} and $p_0/0.5B\gamma$ for dense glass beads.

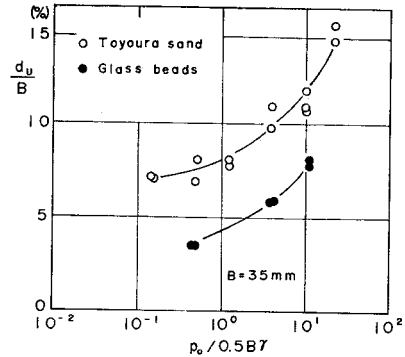


Fig. 17 Increase of d_u/B with increase of $p_0/0.5B\gamma$.

Fig. 17 は、載荷幅 B で割られた極限支持力時の沈下量 d_u を、 $p_0/0.5Br$ に対してプロットして示している。サーチャージ圧 p_0 を上げると、地盤の平均主応力 σ_m も増加する。その結果、地盤に破壊時の応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ がモービライズするには、多くの平面ひずみ試験が示しているように、大きいせん断ひずみ、したがって大きい d_u/B が必要となる。Fig. 17 の結果は、この推論の正しいことを裏づけているが、別の見方もできる。すなわち、 d_u/B や \bar{r}_u が大きくなる事実を、地盤の進行性破壊の程度と結びつけて考えることも可能である。しかしすでに述べたように、地盤の破壊は、 $d_u/B, \bar{r}_u$ の大小に関係なく、“常に” 進行性の破壊形態をとることに注意しなければならない。Fig. 14~16 に示す実測値と計算値の定性的一致は、 $\bar{r}_u, d_u/B$ の大小に無関係である。このことは、 $\bar{r}_u, d_u/B$ が大きくなっても、支持力機構そのものに質的变化 (たとえば進行性破壊のような) のないことを意味している。

b) 寸法効果

この論文のテーマは、① 砂の変形・強度特性は、おもに異方性 α 、平均主応力 σ_m に依存するものであり、② そのことを考慮した剛塑性論的支持力論は、正当な根拠をもつことを、実験的に検証することにある。そのためには、支持力係数の寸法効果が、①、②の観点から十分に説明されるものでなければならない。

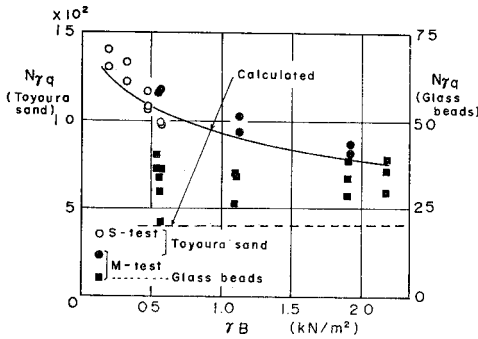


Fig. 18 Scale effect of $N_{r,q}$ for dense Toyoura sand and dense glass beads.

Fig. 18 は、豊浦砂とガラス・ビーズの両試料について、 rB を横軸にとって $N_{r,q}$ の変化を示している。豊浦砂の実測値 (○, ●印) をみると、 B が 2 cm から 12 cm に増加すると、 $N_{r,q}$ は約半分まで低下し、その低下率は、図中の計算曲線 (実線) の傾向と一致している。一方ガラス・ビーズの実測値 (■印) は、破線で表わす計算曲線とともに、 B の値にかかわらずほぼ一定の支持力係数 $N_{r,q}$ となっていて、豊浦砂と著しいコントラストをなしている。この結果は、ガラス・ビーズの摩擦角 ϕ_p が拘束圧に依存せず、ほぼ一定の値をとるためである。

通常の支持力実験では、取り得る載荷幅はせいぜい 30 cm 程度であろう。しかし遠心力を利用した支持力実験では、 r をコントロールすることによって、数 m の大きな載荷幅のもと相似な応力条件を作ることができる。Fig. 19 の結果は、藤井ら²⁶⁾の遠心力載荷を利用した支持力実験からのものであり、相当載荷幅 \bar{B} に対する $N_{r,q}$ を示している。ただし、相当載荷幅 \bar{B} は、遠心力載荷実験での相当単位体積重量を r' とすれば、 $\frac{r'}{r} B$ に等しい。図中の計算曲線は、 $D_r=55, 78, 90\%$ の豊浦砂の ϕ_p を、Fig. 12 の結果と福島・龍岡²⁵⁾のねじりせん断試験の結果を参考に割り出し、それを用いて計算した N_r の値を示している。実測値と計算値とは、まだ克服せねばならない隔たりを認めることができるが、一般的な傾向はよく一致しているといえる。

以上の実測値と計算値の比較から、 ϕ_p の平均主応力依存性を考慮すれば、剛塑性論的支持力論は、寸法効果を定性的に説明するものであり、今後の研究に重要な指針を与えていると、結論できる。

c) 今後の課題

実測値と計算値の定性的な一致はすでに述べたとおりである。しかしそれらの絶対値を厳密に比較するには、次のような課題を克服せねばならない。

① 支持力実験の精度を高める。たとえば、土槽の前面、背面のガラスと砂との間の摩擦を除去し、平面ひずみ条件を確保することなどを挙げるができる。

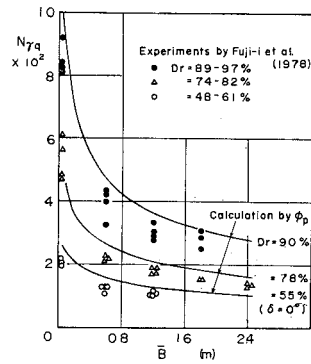


Fig. 19 Scale effect of $N_{r,q}$ for Toyoura sand (Experimental result was referred from Fuji-i et al.²⁶⁾, 1978).

② 極低圧の平均主応力下での砂の強度特性を明らかにする。小型土槽での支持力実験では、地盤要素の受ける平均主応力はきわめて小さい。

③ 基礎底面の粗さ角 δ に関する評価法を確立する。

5. 結 論

(1) 浅い帯基礎の破壊は、次のように要約できる。荷重強度を大きくすると、地盤は塑性せん断ひずみを累積するが、その分布は基礎端を最大とする。塑性せん断ひずみの増加に伴い、各要素にモービライズされる主応力比も大きくなり、やがて要素の置かれた条件 (平均主応力, 異方性) に応じた破壊時の主応力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ に達する。破壊主応力比がモービライズされる位置は、最初、 r の大きい基礎直下にあるが、Fig. 4 の A→C→D→に沿ってしだいに伝播してゆき、最終的には、地表面と接する要素 E に達する。このとき、ちょうど極限支持力の状態が達せられると考えられる。基礎直下の要素 A は、この極限支持力時において、平面ひずみ試験の破壊せん断ひずみ \bar{r}_f を超えたせん断ひずみ \bar{r}_u を受けることになるが、 $(\sigma_1/\sigma_3)_f$ にほぼ等しい主応力比がモービライズしていると考えてよい。せん断ひずみ \bar{r}_u が大きいことをもって、残留状態の応力比がモービライズしていると、考えなければならない根拠はない。極限支持力時の沈下 d_u を超えてさらに沈下を促進させると、せん断ひずみは Fig. 4 の A—C—D—E に沿った狭い領域に集中し、最終的には、明瞭なすべり面を形成するようになる。

(2) サーチャージ圧 p_0 あるいは載荷幅 B を大きくすると、極限支持力時に各地盤要素に累積されるせん断ひずみ \bar{r}_u は、大きくなるのが普通である。しかし、その破壊の過程は、 p_0, B の大小による \bar{r}_u の値にかかわらず、本質的に (1) に述べたものと同じとみてよい。

(3) 塑性域にある地盤の各要素は、極限支持力時に

において最大のせん断抵抗を発揮する。この結果は、剛塑性論的支持力論にとって大変好都合である。確かに極限荷重が負荷される以前から、地盤には大きな塑性変形が認められ、進行性破壊の様相を示し、剛塑性論的支持力論の仮定と相容れないかみえる。しかしこの極限支持力時までの塑性変形は、地盤の全体的な破壊の予備段階であって、剛塑性論的支持力論の前提条件がしだいに準備されていく過程と、みることができよう。

(4) 帯基礎の支持力係数 $N_{\gamma q}$ が、拡張された Kötter の方程式から推定され、小型模型地盤の実測結果と比較された。与えられた材料の強度定数を合理的な根拠をもって選択すれば、この剛塑性論に根拠をもつ計算法は、砂地盤の支持力問題の有力な解析手法となり得る。たとえば、砂の強度定数の平均主応力依存性を考慮すれば、支持力係数の寸法効果は、少なくとも定性的に説明できる。

謝 辞：本研究を進めるにあたって、研究費の一部は昭和 54・55 年度の文部省特定研究「大型構造物基礎の沈下と支持力」(研究代表者：奥村敏恵、芥川真知)の補助金をあてた。また研究の実験を行うにあたって、小林弘明(建設技術研究所)および筒井 毅(日本舗道)の両君に多大な援助を受けた。ここに記して深く感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Terzaghi, K. : Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons, Inc, New York, 1943.
- 2) Sokolovski, V.V. : Statics of Soil Media, (translated from Russian by D.H. Jones and A.M. Schofield), Butterworth Scientific Publication, London, England, 1960.
- 3) Ko, H.Y. and R.F. Scott : Bearing capacity by plasticity theory, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 99, SM 1, pp. 25~43, 1973.
- 4) Chen, W.F. : Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- 5) De Beer, E.E. : The scale effect on the phenomena of progressive rupture in cohesionless soils, Proc. of 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Engrg., Montreal, Vol. 2, pp. 13~17, 1965.
- 6) 山口柏樹・木村 孟・藤井斉昭 : 遠心載荷装置による浅基礎の支持力実験, 土木学会論文報告集, 第 233 号, pp. 71~85, 1975.
- 7) Yamaguchi, H., T. Kimura and N. Fuji-i : On the influence of progressive failure on the bearing capacity of shallow foundations in dense sand, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 4, pp. 11~22, 1976.
- 8) Oda, M. : Discussion to "On the influence of progressive failure on the bearing capacity of shallow foundations in dense sand", Soils and Foundations, Vol. 17, No. 4, pp. 71~73, 1977.
- 9) De Beer, E.E. : Bearing capacity and settlement of shallow foundations on sand, Symposium on Bearing Capacity and Settlement of Foundation, Duke University, pp. 15~33, 1965.
- 10) Graham, J. and J.G. Stuart : Scale and boundary effects in foundation analysis, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 97, SM. 11, pp. 1533~1548, 1971.
- 11) Ladd, C.C. et al. : Stress-deformation and strength characteristics, State of the Art Report, Proc. of 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., Tokyo, Vol. 2, pp. 421~494, 1977.
- 12) Oda, M., I. Koishikawa and T. Higuchi : Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 1, pp. 25~38, 1978.
- 13) Rowe, P.W. : The relation between the shear strength of sands in triaxial compression, plane strain and direct shear, Geotechnique, Vol. 19, No. 1, pp. 75~86, 1969.
- 14) Rowe, P.W. : Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil, Stress-strain Behaviour of Soils, Roscoe Memorial Symposium, Camb. G.T. Foulis, Henley-on-Thames, pp. 143~194, 1971.
- 15) Barden, L. and A.J. Khayatt : Incremental strain rate ratio and strength of sand in the triaxial test, Geotechnique, Vol. 16, No. 4, pp. 338~357, 1966.
- 16) Oda, M. : The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 2, pp. 1~18, 1972.
- 17) Stroud, M.A. : The behaviour of sand at low stress levels in the simple-shear apparatus, Dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy at Cambridge University, 1971.
- 18) 龍岡文夫 : 三軸せん断装置による砂の変形特性に関する基礎的研究, 東京大学博士論文, 1972.
- 19) Tatsuoka, F. : Stress-strain behavior of an idealized anisotropic granular material, Soils and Foundations, Vol. 20, No. 3, pp. 75~90, 1980.
- 20) Rowe, P.W. and L. Barden : Importance of free ends in triaxial testing, Journal of Soil Mech. and Found. Division, ASCE, Vol. 90, SM. 1, pp. 1~25, 1964.
- 21) 福島伸二・中島 啓・龍岡文夫 : ねじり単純せん断試験による砂の排水せん断特性, 第 15 回土質工学研究発表会講演集, pp. 393~396, 1980.
- 22) Arthur, J.R.F., R.G. James and K.H. Roscoe : The determination of stress fields during plane strain of a sand mass, Geotechnique, Vol. 14, No. 4, pp. 283~308, 1964.
- 23) Oda, M. and I. Koishikawa : Effect of strength anisotropy on bearing capacity of shallow footing in a dense sand, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 3, pp. 15~28, 1979.
- 24) Oda, M. : Significance of fabric in granular mechanics, Proc. of the U.S.-Japan Seminar on Continuum Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials, Gakujutsu Bunken Fukuyukai, Tokyo, Japan, pp. 7~26, 1978.
- 25) 福島伸二・龍岡文夫 : 私信, 1980.
- 26) 藤井斉昭・山口柏樹・斉藤邦夫 : 地盤の圧縮性が支持力に及ぼす影響について, 土木学会第 34 回年次学術講演会講演概要集, pp. 467~468, 1979.